

पहले व्याख्यान में व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यों पर दूसरे व्याख्यान में आपका स्वागत है, हमने इस व्याख्यान में मूल त्रिकोणमिति कार्यों के व्युत्क्रमों में मूल को परिभाषित किया था जैसे कि साइन इनवर्स एक्स कॉस इनवर्स एक्स टैन इनवर्स एक्स टेंगेट इनवर्स सेकेंट इनवर्स और कोसेकेंट इनवर्स के लिए।

हम इन व्युत्क्रम फलनों के बीच कुछ पहचानों और संबंधों का अध्ययन करने जा रहे हैं, क्योंकि यहां एक संक्षिप्त पुनर्कथन है, डोमेन की एक तालिका और उन सभी छह प्रतिलोम फलनों की श्रेणी, जिनकी हमने पिछले व्याख्यान में चर्चा की थी और हम इस स्लाइड का उल्लेख हर बार करेंगे अब और फिर इस व्याख्यान में भी इससे पहले कि हम आह शुरू करें, अधिकांश छात्रों के लिए सावधानी का एक छोटा सा शब्द है जो साइन इनवर्स x और साइन x व्युत्क्रम के बीच भ्रमित होते हैं, कृपया ध्यान दें कि ये दोनों समान नहीं हैं उदाहरण के लिए आइए x बराबर लें शून्य से हम जानते हैं कि शून्य का साइन व्युत्क्रम शून्य के बराबर है, लेकिन आइए हम दाहिने हाथ की गणना करें x के बराबर शून्य साइन x व्युत्क्रम ज्या शून्य व्युत्क्रम है जो h एक साइन जीरो है जो एक बटा शून्य है जिसे परिभाषित नहीं किया गया है और

इसलिए यह स्पष्ट करने के लिए एक अच्छा उदाहरण है कि ये दोनों समान नहीं हैं एक और बात यहां एक उदाहरण है जो माइनस स्क्वायर के टैन व्युत्क्रम का मूल मान ज्ञात करना है तीन का मूल अब हम जानते हैं कि टैन व्युत्क्रम फंक्शन में ah का एक डोमेन होता है, सभी वास्तविक संख्याएं और सीमा इस विशेष उदाहरण के लिए माइनस π बटा 2 और π बटा 2 के बीच खुला अंतराल है, यहाँ ah x बराबर माइनस रूट ओवर के साथ तीन चूँकि हम जानते हैं कि माइनस साठ डिग्री का टैन माइनस पाई बटा थ्री है इसलिए टैन माइनस पाई बटा थ्री, माइनस रूट थ्री के बराबर है और माइनस पाई बटा थ्री इस अंतराल में माइनस पाई बटा टू प्लस पीआई बटा टू है

इसलिए हम कर सकते हैं लिखो कि तीन का माइनस वर्गमूल का टैन व्युत्क्रम तीन एक आह पर माइनस पाई के बराबर है, हमें सावधान रहना होगा कि पाई माइनस पीआई बटा 3 का टैन भी माइनस रूट 3 के बराबर है, इसलिए इसका टैन 2 पीआई है बटा 3 भी माइनस स्केयर है 3 के रूट हैं लेकिन फिर माइनस रूट थ्री का टैन व्युत्क्रम इसके बराबर नहीं होगा क्योंकि टू पाई बटा थ्री, टैन इनवर्स फंक्शन के रेंज सेट में आह से संबंधित नहीं है, इसलिए हमें इस चीज़ के बारे में थोड़ा सावधान रहना होगा यहाँ पहले प्रकार की पहचान है जिसका हम अध्ययन करने जा रहे हैं, तो मान लें कि हमारे पास यह चर x है जो बंद अंतराल में एक से एक से अधिक है और हम देखना चाहते हैं कि साइन उलटा x की साइन क्या है

अब चलो हम कहते हैं कि बंद अंतराल से संबंधित किसी भी एक्स के लिए एक से प्लस वन मान लें कि साइन इनवर्स एक्स अब रेंज और डोमेन ए से थीटा के बराबर है जैसा कि हमने साइन इनवर्स फंक्शन के लिए पिछले व्याख्यान में परिभाषित किया था, हमें यकीन है कि साइन व्युत्क्रम x जो थीटा है,

इसलिए यह विशेष थीटा बंद अंतराल माइनस पाई बाय टू टू प्लस पाई बाय टू से संबंधित होगा क्योंकि इस साइनस फंक्शन की रेंज माइनस पीआई बटा टू टू प्लस पाई बाय टू है और यहां से हम जानते हैं कि अब अप्लाई करते हैं दोनों पर आह चिन्ह भुजाएँ इतनी ज्या है तो यह एक कोण है साइन उलटा x क्या हम इसे इस थीटा द्वारा निरूपित करते हैं

इसलिए साइन व्युत्क्रम x की साइन थीटा की साइन के बराबर होगी

लेकिन जब हम कहते हैं कि जब हम कहते हैं कि यहाँ पर जब हम कहते हैं कि साइन व्युत्क्रम x थीटा के बराबर है इसका क्या मतलब है, जैसा कि हमने पहले व्याख्यान में साइन व्युत्क्रम x को परिभाषित किया था, हमने कहा कि अंतराल में किसी भी एक्स के लिए साइन इनवर्स माइनस वन टू प्लस वन अद्वितीय मूल्य या अद्वितीय आह कोण है रेंज माइनस पीआई बटा टू प्लस प्लस पाई बटा टू इस तरह कि उस एंगल की साइन जो थीटा है, एक्स के बराबर होनी चाहिए,

इसलिए हमने साइन इनवर्स फंक्शन को इस तरह परिभाषित किया था और

इसलिए जिस पल हम कहते हैं कि साइन इनवर्स एक्स बराबर थीटा से है यहाँ यह स्वचालित रूप से इस प्रकार है कि पाप थीटा x के बराबर है,

इसलिए यह उस तरह से है जिस तरह से हमने पहले व्याख्यान में साइन इनवर्स फंक्शन को परिभाषित किया था

और

इसलिए जब हम इस कथन को इस कथन के साथ जोड़ते हैं तो हमें जो मिलता है वह x के बराबर होता है और वहाँ साइन व्युत्क्रम x की अग्र ज्या x के बराबर है,

इसलिए यहां हमारे पास हमारा पहला परिणाम है कि बंद अंतराल में किसी भी x के लिए पाप व्युत्क्रम x का चिह्न घटा एक से जोड़ एक के बराबर है, लेकिन दूसरे तरीके से क्या यह हमें आगे ले जाता है दूसरे प्रश्न के लिए जो सभी y के लिए है क्या यह सच है कि साइन y का साइन व्युत्क्रम y के बराबर है और हम इसे तुरंत देख सकते हैं उदाहरण के लिए मान लें कि हम y को π बटा 6 के लिए लेते हैं जिसके लिए π की ज्या 6 से अधिक है जो कि 30 डिग्री है आधे के बराबर है और ज्या प्रतिलोम फलन के ग्राफ से हम जानते हैं कि आधे का ज्या प्रतिलोम बराबर π बटा 6 है

इसलिए y के बराबर π बटा छह के लिए यह कथन वास्तव में सत्य है लेकिन क्या होगा यदि हम लेते हैं तो y के बराबर कहते हैं दो पाई बटा तीन तो दो पाई बटा तीन बराबर तो दो पाई बटा तीन उह एक बीस डिग्री

इसलिए दो पाई बटा तीन की ज्या तीन बटा दो और साइन y का ज्या व्युत्क्रम y के साथ दो पाई बटा तीन होगा मूल तीन बटा दो का ज्या व्युत्क्रम हो जो वास्तव में बराबर है उदाहरण के लिए इस उदाहरण में 1 से π तीन से अधिक स्वाभाविक रूप से ah इस विशेष उदाहरण में हम देखते हैं कि y 2 π बटा 3 था लेकिन साइन y का साइन व्युत्क्रम केवल π बटा 3 है।

यह स्पष्ट है कि साइन व्युत्क्रम की सीमा से आह फंक्शन हम जानते हैं कि साइन इनवर्स फंक्शन की सीमा माइनस पीआई बटा 2 से प्लस पाई बटा 2 है और

इसलिए साइन वाई के साइन इनवर्स से साइन वाई के किसी भी वाई साइन व्युत्क्रम के लिए माइनस पीआई बाय टू टू प्लस पीआई से

संबंधित होना चाहिए दो जो साइन इनवर्स फंक्शन का रेंज सेट है और

इसलिए जैसा कि अब हम दिखाएंगे कि यदि y का संबंध है यदि y इस रेंज सेट से संबंधित है तो यह सच है कि साइन y का साइन व्युत्क्रम y के बराबर है हालांकि यह स्पष्ट है कि यदि y नहीं है इस रेंज सेट से संबंधित हैं तो y साइन इनवर्स पाप y के बराबर नहीं हो सकता है क्योंकि किसी भी y के लिए साइन इनवर्स साइन y को माइनस π बटा 2 से प्लस π बटा 2 से संबंधित होना चाहिए और यदि y इस सेट से संबंधित नहीं है तो यह संभव नहीं है कि y और \sin व्युत्क्रम $\sin y$ समान हो अब हम दिखाते हैं कि किसी भी y \sin के लिए जी साइन व्युत्क्रम के रेंज सेट के लिए जो माइनस π बटा 2 से प्लस π बटा 2 है

इसलिए इस अंतराल से संबंधित किसी भी y के लिए साइन y का साइन व्युत्क्रम y के बराबर है, इसलिए साइन y के साइन इनवर्स से शुरू करें और इसे होने दें x के बराबर है तो स्पष्ट रूप से x साइन इनवर्स फंक्शन के रेंज सेट से संबंधित है जो कि माइनस π बटा 2 से प्लस π बटा 2 है और फिर हम इस विशेष समीकरण के दोनों तरफ साइन लेते हैं तो हमें जो मिलता है वह है की साइन साइन व्युत्क्रम साइन y साइन एक्स के बराबर है और पिछली स्लाइड से हम पहले से ही जानते हैं कि z के साइन व्युत्क्रम की किसी भी z साइन के लिए सभी z के लिए z के बराबर है जैसे कि z का मॉड एक के बराबर से कम है इसलिए हम इसका उपयोग करने जा रहे हैं इस समीकरण में विशेष परिणाम π के साथ z साइन y के बराबर है, इसलिए हम इसे z के रूप में मानेंगे और

इसलिए साइन व्युत्क्रम z की साइन z के बराबर है और

इसलिए यह बायां हाथ साइन y के बराबर है जो z है

इसलिए यहां से हम शुरू करते हैं अंत में साइन y साइन एक्स के बराबर है क्योंकि एक्स और y दोनों संबंधित हैं इंटरवल माइनस π बटा 2 से प्लस π बटा 2 और इस इंटरवल में भी अगर हम इसे डा करते हैं तो यहां हम एक्स बनाम एक्स केवल इंटरवल एक्स के भीतर माइनस π बटा 2 से प्लस π बटा 2 से संबंधित है, यह कहते हैं कि यह है माइनस वन और यह प्लस वन है तो हम जानते हैं कि पाप एक्स फंक्शन का ग्राफ साइन एक्स फंक्शन का ग्राफ कुछ इस तरह दिखने वाला है और फिर हमारे पास दो मान x और y हैं, इसलिए दोनों x भी संबंधित हैं इंटरवल माइनस π बटा 2 से प्लस π बटा 2 है y भी यहां एक ही इंटरवल से संबंधित है इसलिए हमें दिया गया है कि एक्स और y दोनों इस इंटरवल से संबंधित हैं और हमें कहा जाता है कि यह कहा जाता है कि साइन एक्स साइन y के बराबर है लेकिन फिर हम स्पष्ट रूप से देखते हैं कि इस अंतराल के भीतर साइन फंक्शन का ग्राफ एकरस रूप से बढ़ रहा है और

इसलिए यदि साइन x , साइन y के बराबर है, तो यह सच होना चाहिए कि x , y के बराबर है और

इसलिए हमारे पास x को y के बराबर होना चाहिए जो साबित करता है कि जब तक y रैन का है साइन y का जीई सेट व्युत्क्रम साइन y का व्युत्क्रम y के बराबर है

इसलिए हमने अभी जो कहा वह यह था कि अगर हमें कहा जाता है कि y माइनस π बटा 2 से प्लस π बटा 2 है तो y की साइन व्युत्क्रम हमेशा बराबर होगा y के लिए लेकिन यह कथन सत्य नहीं है यदि y इस बंद अंतराल के बाहर है तो एक समान चीज वास्तव में अन्य सभी विपरीत कार्यों के लिए रखती है और हम उन्हें समय के हित में साबित नहीं करेंगे, उदाहरण के लिए मैंने इसे यहां इस स्लाइड में लिखा है

इसलिए हमारे पास

बंद अंतराल में अंतराल में एक्स के किसी भी मूल्य के लिए शून्य से एक से एक कॉस का कॉस व्युत्क्रम x बराबर है,

इसलिए यह विशेष कथन बहुत सीधे आगे है लेकिन जब आप अन्य मामले को लेते हैं जहां आप कॉस की गणना करते हैं व्युत्क्रम

इसलिए यहाँ आप कॉस व्युत्क्रम के साथ कॉस की रचना कर रहे हैं और यहाँ आप रिवर्स कर रहे हैं आप कॉस के साथ कॉस व्युत्क्रम की रचना कर रहे हैं

इसलिए यदि आप कॉस थीटा का कॉस व्युत्क्रम लेते हैं तो यह केवल उन थीटा के लिए थीटा के बराबर है जो कि श्रेणी से संबंधित हैं क्योंकि वर्स फंक्शन कॉस इनवर्स फंक्शन की रेंज जैसा कि हमने इसे पहले लेक्चर में परिभाषित किया था, बंद अंतराल शून्य से π था,

इसलिए जब तक थीटा इस बंद अंतराल से संबंधित है, यह कथन सही है लेकिन जिस क्षण हम कोई भी थीटा लेते हैं जो इसके बाहर स्थित है अंतराल तो हम यह नहीं कह सकते कि यह सच है और इसी तरह की बात स्पष्टिखा फंक्शन के लिए कोटेंजेंट फंक्शन और सेकेंट फंक्शन और कोसेकेंट फंक्शन के लिए भी रखती है ताकि आप देख सकें कि सेकेंट थीटा का सेकेंट प्रतिलोम केवल उन थीटा के लिए थीटा है जो केवल उन थीटा के लिए संबंधित हैं, जैसे कि वे सेकेंट व्युत्क्रम फंक्शन के रेंज सेट से संबंधित हैं और इसी तरह यहां यह कथन केवल तभी सत्य है जब थीटा ऐसा है कि यह कोसेकेंट व्युत्क्रम की सीमा से संबंधित है,

इसलिए यह सीमा है कोसेकेंट व्युत्क्रम फलन के बारे में अब हम दूसरी सर्वसमिका पर चर्चा करते हैं,

इसलिए अब हम साइन प्रतिलोम फलन और कोसेकेंट प्रतिलोम फलन के बीच कुछ संबंध दिखाएंगे।

n हम इसे पहले से ही जानते हैं और इसके लिए प्रेरणा यह है कि हम पहले से ही जानते हैं कि किसी भी x वास्तविक के लिए x का कोसिकेंट पाप x द्वारा एक है, जिससे हमें विश्वास होता है कि कोसेक और व्युत्क्रम के बीच कुछ संबंध होना चाहिए और पाप व्युत्क्रम भी होना चाहिए और यह है संबंध अब हम कोई भी x इस प्रकार लेते हैं कि यहाँ x ऐसा है कि x का बहुलक एक से बड़ा है क्योंकि हम x के सहसंयोजक प्रतिलोम पर विचार करने जा रहे हैं और हम जानते हैं कि सहसंयोजक प्रतिलोम फलन का प्रांत सभी x है

इसलिए कि उनका निरपेक्ष मान एक के बराबर से अधिक है,

इसलिए हमने x के लिए केवल मानों की इस श्रेणी पर विचार किया है, अब हम कहते हैं कि x का कोसेकेंट व्युत्क्रम कुछ कोण थीटा के बराबर है, जो अब कोसेकेंट इनवर्स फंक्शन की सीमा की परिभाषा से है

जैसा कि हमने पिछले व्याख्यान में चर्चा की थी, हम जानते हैं कि यह थीटा बंद अंतराल माइनस π बटा 2 से π बटा 2 से संबंधित होना चाहिए, मान शून्य को छोड़कर क्योंकि यह वास्तव में कोसेकेंट इनवर्स का रेंज सेट है से फंक्शन और

इसलिए थीटा को इससे संबंधित होना है, लेकिन इस कथन से हम जो लिख सकते हैं वह यह है कि यदि हम बाएं और दाएं दोनों तरफ कोसेक आह फंक्शन लागू करते हैं तो हम अनिवार्य रूप से इस विशेष पहचान का उपयोग करने की कोशिश कर रहे हैं इसलिए इसलिए हम दोनों पक्षों पर cosec लागू करते हैं तो हमारे पास cosec का प्रतिलोम x , cosecant theta के बराबर होता है और फिर इस पहचान से हमारे पास cosecant inverse x बराबर x होता है, जब तक कि x का mod एक के बराबर से बड़ा होता है।

एक के बराबर x का मॉड है और

इसलिए यहां यह बायां हाथ x के बराबर होना चाहिए और

इसलिए हमारे पास x बराबर थीटा का कोसेकेंट है जो वास्तव में कोसेकेंट फंक्शन की परिभाषा के बराबर है यह बराबर है एक बटा पाप थीटा या जिसे साइन थीटा बराबर एक बटा x के रूप में भी लिखा जा सकता है, अब हम भी यहां से हैं क्योंकि x का mod इस कथन से एक के बराबर से बड़ा है, यह इस प्रकार है कि एक बटा x एक के बराबर से कम होना चाहिए और हमारे पास पाप थीटा एक बटा x के बराबर है, हम यह भी जानते हैं कि थीटा इस सेट से संबंधित है और

इसलिए थीटा निश्चित रूप से उसी से संबंधित है,

इसलिए यह विशेष रूप से एच रेंज सेट साइन इनवर्स फंक्शन के रेंज सेट का एक सबसेट है,

इसलिए हम जानते हैं कि से इस कथन से हम यह भी कह सकते हैं कि थीटा माइनस पीआई बटा टू टू प्लस पाई ब टू टू अब माइनस पाई बटा टू प्लस पाई बटा टू द साइन इनवर्स फंक्शन का रेंज सेट है और

इसलिए हम कह सकते हैं कि पाप थीटा एक बटा x के बराबर है और थीटा माइनस पाई बटा टू टू प्लस पीआई बटा टू से संबंधित है,

इसलिए यहां से हम पिछली पहचानों में से एक से कह सकते हैं कि हमने कुछ स्लाइड्स पर चर्चा की थी, हमने दिखाया है कि जब तक y संबंधित है यह अंतराल बंद अंतराल पाप y का उलटा साइन y है

इसलिए y के बजाय थीटा लेते हैं, क्योंकि थीटा पहले से ही इस आह माइनस पीआई से दो से प्लस पीआई हमारे पिछले परिणाम से दो अंतराल से संबंधित है, हम कह सकते हैं कि

साइन थीटा का साइन उलटा है के बराबर एटा तो यह उस परिणाम से है जिस पर हमने अभी चर्चा की है कि हम क्या करते हैं हम इस समानता के बाएं हाथ की ओर और दाहिने हाथ की तरफ साइन इनवर्स फंक्शन को लागू करते हैं,

इसलिए इस समानता के लिए साइन इनवर्स फंक्शन को लागू करने से हमें जो मिलता है वह साइन उलटा होता है साइन थीटा एक बटा x के साइन व्युत्क्रम के बराबर है,

लेकिन यहां से हमारे पास क्या है कि यह बिल्कुल थीटा के बराबर है और

इसलिए अंत में हमारे पास यह है कि थीटा साइन इनवर्स वन बटा एक्स के बराबर है और पिछली स्लाइड से हमारे पास था ने कहा कि थीटा वास्तव में x का cosec उलटा है

इसलिए यह भी x के cosec व्युत्क्रम के बराबर है

और

इसलिए हमने दिखाया है कि किसी भी x के लिए ऐसा है कि x का मॉड सॉरी के बराबर से कम है x का मॉड किसी भी x के लिए ऐसा है कि मॉड का x एक के बराबर से बड़ा है हमने अंत में दिखाया है कि x का कोसेकेंट व्युत्क्रम एक ओवर x के साइन व्युत्क्रम के बराबर है इसी तरह से हम यह भी दिखा सकते हैं कि x के एक ओवर का \cos व्युत्क्रम

सभी x के लिए x के सेकंड व्युत्क्रम के बराबर है eq .

से बड़ा एक के लिए और सबूत यहाँ खत्म हो गया है,

इसलिए कदम समान हैं

इसलिए हमें बस यह कहना है कि एलएचएस थीटा के बराबर है, लेकिन चूंकि कॉस व्युत्क्रम फंक्शन की सीमा शून्य से पीआई तक है, यह स्पष्ट रूप से इस थीटा का अनुसरण करता है अंतराल शून्य से पीआई में झूठ बोलना चाहिए और फिर हम यहां बाएं और दाएं दोनों तरफ कॉस फंक्शन लागू करते हैं,

जिससे हमें कॉस का कॉस व्युत्क्रम एक बटा एक्स बराबर थाटा के कॉस के बराबर होता है लेकिन कॉस का कॉस व्युत्क्रम एक बटा एक्स पिछली स्लाइडों में से एक के परिणाम से केवल एक बटा x है,

इसलिए हमें एक बटा x बराबर कॉस थीटा मिलता है जो यह कहने के समान है कि सेकंड थीटा x के बराबर है क्योंकि सेकंड थीटा एक ओवर कॉस थीटा है

इसलिए हमें एक बटा x बराबर कॉस थीटा मिलता है जो यह कहने के समान है कि सेकंड थीटा x के बराबर है क्योंकि सेकंड थीटा एक ओवर कॉस थीटा है

इसलिए यहां से यह इस प्रकार सेक थीटा अब x है क्योंकि थीटा शून्य से पीआई और सेकेंट व्युत्क्रम के रेंज सेट से संबंधित है,

इसलिए हम जानते हैं कि सीमा सेट

इसलिए सेकेंट इनवर्स फंक्शन का यह रेंज सेट 0 से पीआई माइनस पीआई बटा 2 है,

इसलिए इसमें सभी बिंदु करीब अंतराल शून्य से π के अलावा π को दो से अब यह t हेटा पहले से ही इस अंतराल में शून्य से पीआई है,

इसलिए यह थीटा निश्चित रूप से सेकेंट इनवर्स फंक्शन के रेंज सेट से संबंधित होने जा रहा है और

इसलिए यह स्वचालित रूप से इस प्रकार है कि चूंकि एक्स सेकेंट थीटा एक्स के बराबर एक्स सेकेंट के बराबर होगा थीटा लेकिन थीटा पहले से ही एक बटा x के कॉस व्युत्क्रम के बराबर थी और

इसलिए इसे और इसे मिलाकर हम पाते हैं कि सेकंड व्युत्क्रम x और कॉस व्युत्क्रम एक बटा x समान हैं और 1 बटा x के स्पर्शिका व्युत्क्रम के बीच समान संबंध है।

कोटेंजेंट व्युत्क्रम प्रमाण फिर से समान रेखाओं के साथ होता है, लेकिन यहाँ थोड़ा मोड़ है, हम कहते हैं कि यह बात केवल x के

सकारात्मक मूल्यों के लिए लागू होती है और यह स्पष्ट हो जाएगा क्योंकि अब हम प्रमाण में नीचे जाते हैं क्योंकि x इससे बड़ा है 0 1 बटा

x भी 0 से बड़ा है और

इसलिए तन व्युत्क्रम मान लें कि यदि हम कहते हैं कि तन प्रतिलोम 1 बटा x थीटा है तो तन प्रतिलोम फलन का परिसर ऋणात्मक पाई बटा दो से जोड़ के बीच खुला अंतराल है पाई बटा दो क्योंकि एक बटा x शून्य तन से बड़ा है और एक बटा x का व्युत्क्रम भी सकारात्मक होगा और

इसलिए निश्चित रूप से इस थीटा को शून्य से पीआई बटा दो से संबंधित होना चाहिए क्योंकि तन व्युत्क्रम फंक्शन की सीमा केवल माइनस पीआई बटा दो के बीच है टू प्लस पीआई बटा टू और वन बटा एक्स शून्य से बड़ा है,

इसलिए हमारे पास यह कथन है, लेकिन अगर हम बाएं और दाएं दोनों तरफ टैन फंक्शन लागू करते हैं तो हमें जो मिलता है वह है थाटा का टैन एक बटा एक्स अब टैन थीटा है एक अपॉन खाट थीटा तो उस संबंध से हमें यह मिलता है कि थीटा का खाट x है और हमारे पास शून्य से x बड़ा है, खाट प्रतिलोम फलन का परिसर सेट शून्य से π है और यह कि हम अपने पिछले व्याख्यान से जानते हैं, इस कथन से हम जानते हैं कि हमने दिखाया था कि यह थीटा 0 से पीआई बटा 2 से संबंधित होगा लेकिन 0 से पीआई बटा दो पहले से ही खाट व्युत्क्रम के श्रेणी सेट का एक उपसमुच्चय है जो कि शून्य से पीआई है और

इसलिए यह इस प्रकार है कि यह थीटा यहां जो तन व्युत्क्रम है एक बटा x को अंतराल ze .

से संबंधित होना चाहिए π से π तो अब हमारे पास यह है कि हमारे पास थीटा की खाट x के बराबर है जहां यह थीटा खाट प्रतिलोम फलन की श्रेणी से संबंधित है और

इसलिए यह स्वतः ही अनुसरण करता है कि x का खाट प्रतिलोम थीटा के बिल्कुल बराबर होगा यह केवल हो रहा है क्योंकि थीटा खाट प्रतिलोम फलन के श्रेणी समुच्चय से संबंधित है जो शून्य से π है यदि थीटा जीवा प्रतिलोम फलन के इस श्रेणी समुच्चय से बाहर होती तो यह पहचान सत्य नहीं होती तो अंततः हमारे पास थीटा दोनों के बराबर होना खाट प्रतिलोम x और तन प्रतिलोम एक बटा x और इसलिए दोनों बराबर हैं लेकिन देखें कि यह केवल 2 है जब $x = 0$ से बड़ा है तो x ऋणात्मक या 0 के साथ समस्या यह है कि यदि आप x ऋणात्मक लेते हैं तो क्या होगा यह है कि 1 बटा x ऋणात्मक होगा जिसका अर्थ यह होगा कि थीटा उस मामले में अंतराल से संबंधित होगा जहां x ऋणात्मक थीटा इस अंतराल से संबंधित नहीं होगा बल्कि यह अंतराल माइनस π से 2 से 0 तक संबंधित होगा क्योंकि x है ऋणात्मक

इसलिए एक बटा x भी ऋणात्मक होगा

इसलिए उस स्थिति में थीटा माइनस पाई बटा टू टू जीरो से संबंधित होगा जो कि है और यह श्रेणी या यह अंतराल a नहीं है या खाट प्रतिलोम के श्रेणी सेट का उपसमुच्चय नहीं है

इसलिए उस स्थिति में भी यह और यह कथन सत्य होगा, भले ही x ऋणात्मक हो, ये दो कथन सत्य होंगे लेकिन जो सत्य नहीं होगा वह यह है कि

इसलिए हमें इस चरण में यहाँ एक समस्या होगी क्योंकि ऋणात्मक π बटा दो की श्रेणी यह आह बल्कि वह अंतराल जिससे यह थीटा संबंधित है, जो शून्य से दो से शून्य तक शून्य है, इसका उपसमुच्चय नहीं होगा, यह शून्य से पीआई का उपसमुच्चय नहीं होगा, यह शून्य से पीआई का उपसमुच्चय नहीं होगा जो खाट का श्रेणी सेट है व्युत्क्रम और

इसलिए हम यह नहीं कह सकते कि थीटा खाट प्रतिलोम x के बराबर है

इसलिए ऋणात्मक x के लिए यह समानता नहीं होगी,

इसलिए आइए स्पष्ट रूप से x के लिए माइनस x के साइन व्युत्क्रम और साइन व्युत्क्रम x के बीच संबंध देखें क्योंकि यह है वास्तव में डोमेन साइन इनवर्स फंक्शन के बारे में तो हमने नहीं लिखा, लेकिन

इसलिए x को बंद अंतराल माइनस वन टू प्लस वन से संबंधित होना चाहिए, अब हम जानते हैं कि साइन एक्स एक विषम फंक्शन है और हम जल्दी से देखेंगे कि साइन इनवर्स के लिए भी यही सच है x तो मान लें कि माइनस x का साइन व्युत्क्रम थीटा के बराबर है क्योंकि साइन इनवर्स फंक्शन की रेंज क्लोज इंटरवल माइनस पीआई बटा टू टू प्लस पीआई बटा टू है, यह इस प्रकार है कि थीटा उस रेंज से संबंधित होना चाहिए सेट माइनस पीआई टू प्लस पीआई दो निकट अंतराल से और फिर हम इस समानता के दोनों किनारों पर चिन्ह लेते हैं, हमें साइन की साइन प्रतिलोम माइनस x बराबर होती है, थीटा की साइन के बराबर होती है, लेकिन यहाँ पर यह बायीं ओर माइनस x के बराबर है और

इसलिए हमें जो मिलता है वह है माइनस एक्स

थीटा की साइन के बराबर है, जहां से हम यह भी लिख सकते हैं कि एक्स बराबर थीटा का माइनस साइन है अब हम जानते हैं कि साइन फंक्शन एक ऑड फंक्शन है

इसलिए हम जानते हैं कि माइनस थीटा की किसी भी थीटा साइन के लिए माइनस के बराबर है साइन थीटा तो यह आरआई यहाँ पर $\sin(-x) = -\sin(x)$ है

माइनस थीटा की साइन के बराबर है,

इसलिए अंत में हमारे पास यह समीकरण है कि x अब माइनस थीटा की साइन के बराबर है क्योंकि थीटा इस अंतराल से संबंधित है माइनस थीटा भी उसी अंतराल से संबंधित होगा

इसलिए माइनस थीटा भी जा रहा है साइन इनवर्स फंक्शन के रेंज सेट से संबंधित हैं,

इसलिए यह माइनस थीटा साइन इनवर्स फंक्शन के रेंज सेट से संबंधित है और एक्स माइनस थीटा के साइन के बराबर है जो हमें मिलता है कि माइनस थीटा एक्स के साइन इनवर्स के बराबर है

जो तब भी लिखा जा सकता है क्योंकि थीटा

साइन इनवर्स एक्स के माइनस के बराबर है और

इसलिए इसे इसके साथ जोड़कर हमें अंततः यह मिलता है कि माइनस एक्स का साइन व्युत्क्रम साइन इनवर्स एक्स के माइनस के बराबर है, यहां तक कि साइन इनवर्स फंक्शन के लिए भी हम द खते हैं कि यह एक विषम फलन है, इसी तरह की बात तन व्युत्क्रम फलन के

लिए सही है और हम शीघ्रता से यह दिखा सकते हैं कि मान लीजिए कि ऋणात्मक x का तन प्रतिलोम थीटा है, इसका अर्थ यह है कि थीटा खुले में ओवर से संबंधित है। इंटरवल माइनस पीआई बटा टू टू प्लस पाई बटा टू और इसलिए थीटा का टैन माइनस एक्स आह के बराबर है, यहां दोनों तरफ टैन लगाने से और फिर यहां से हम क्या कह सकते हैं कि एक्स माइनस टैन थीटा के बराबर है जो बराबर है माइनस थीटा के टैन के लिए क्योंकि यहां तक कि टैन फंक्शन एक अ-बीज फंक्शन है इसलिए टैन फंक्शन एक अ-बीज फंक्शन है।

इसलिए यह सच है कि चूंकि थीटा माइनस पीआई बटा टू टू प्लस पीआई बटा टू माइनस थीटा भी उसी अंतराल से संबंधित होगा और

इसलिए माइनस थीटा टैन व्युत्क्रम फंक्शन की सीमा से संबंधित है, जहां से यह निम्नानुसार है कि माइनस थीटा x के टैन व्युत्क्रम के बराबर है,

इसलिए इस समीकरण से यह निम्नानुसार है कि यह माइनस थीटा x का टैन व्युत्क्रम है क्योंकि यह माइनस थीटा माइनस थीटा से संबंधित है टैन व्युत्क्रम फंक्शन का रेंज सेट और जिसे थीटा के बराबर टैन व्युत्क्रम x के माइनस के रूप में भी लिखा जा सकता है और

इसलिए यहाँ और यहाँ से हम जो देखते हैं वह यह है कि माइनस एक्स का टैन व्युत्क्रम टैन व्युत्क्रम x के माइनस के बराबर होता है और इसी तरह आह अन्य पहचान आह को भी दिखाया जा सकता है उदाहरण के लिए कॉस इनवर्स माइनस एक्स और कॉस इनवर्स एक्स के लिए

इसलिए मैं इसे थोड़ा तेज कर दूंगा

इसलिए यह है कि थीटा शून्य से पीआई से संबंधित है और

इसलिए कॉस थीटा माइनस एक्स के बराबर है माइनस कॉस थीटा के बराबर x लिखने के समान है, लेकिन माइनस हम जानते हैं कि पाई माइनस थीटा के किसी भी थीटा कॉस के लिए माइनस कॉस थीटा के बराबर है, इसलिए यह बराबर है

इसलिए x बराबर कॉस ऑफ पाई माइनस थीटा है क्योंकि थीटा शून्य से संबंधित है पीआई के लिए यह पीआई माइनस थीटा भी समान अंतराल शून्य से पीआई से संबंधित होगा और

इसलिए यहां से यह निम्नानुसार है कि पीआई माइनस थीटा बराबर कॉस व्युत्क्रम एक्स के बराबर है एक्स के कॉस व्युत्क्रम के बराबर है और माइनस एक्स का कॉस व्युत्क्रम थीटा था तो अगर इस थीटा के बजाय अगर हम इसे इस समीकरण से माइनस एक्स के कॉस व्युत्क्रम के रूप में लिखते हैं, तो हमें जो मिलता है वह है पीआई माइनस कॉस इनवर्स ऑफ माइनस एक्स बराबर कॉस व्युत्क्रम एक्स का जहां से हमें अंत में वह कॉस व्युत्क्रम एक्स प्लस कॉस इनवर्स मिलता है।

माइनस x बराबर पाई और थी s किसी भी x के लिए सही है जैसे कि x का मॉड एक के बराबर से कम है,

इसलिए मुख्य चरण यह मुख्य चरण था जहां हमने पाया कि माइनस कॉस थीटा वास्तव में पाई माइनस थीटा का कॉस है और यह भी पता चला है कि यह क्योंकि थीटा शून्य से π से संबंधित है माइनस थीटा भी समान अंतराल शून्य से π से संबंधित होगा और यह शून्य से π , \cos व्युत्क्रम फंक्शन का श्रेणी सेट है,

इसलिए चूंकि x π माइनस थीटा के \cos के बराबर है और यह कोण π माइनस थीटा है पहले से ही कॉस व्युत्क्रम फंक्शन के रेंज सेट में यह कथन इस प्रकार है और फिर वहां से यह बहुत आसान था, कोसेक व्युत्क्रम माइनस एक्स और कोसेक इनवर्स एक्स के बीच का संबंध साइन फंक्शन के समान है और हम इसे बहुत जल्दी खत्म कर सकते हैं आपके लिए समझना बहुत मुश्किल नहीं होना चाहिए,

इसलिए मान लें कि यह थीटा के बराबर है तो थीटा को कोसेक व्युत्क्रम फंक्शन के रेंज सेट से संबंधित होना चाहिए जो कि बंद अंतराल माइनस पाई बाय टू टू प्लस पीआई बटा टू एलिमेंट जीरो को छोड़कर है और

इसलिए वहाँ से यदि हम इस उपरोक्त समीकरण के बाएँ और दाएँ हाथ की दोनों तरफ कोसेक लेते हैं, तो हमें थीटा का कोसेक माइनस x मिलता है, जिसका अनिवार्य रूप से अर्थ है कि x थीटा के कोसेक के माइनस के बराबर है लेकिन कोसेक एक विषम फंक्शन है और इसलिए कॉस एक्स थीटा का माइनस माइनस थीटा के कोसेक के समान है अब अगर थीटा इस अंतराल से संबंधित है तो माइनस थीटा भी इस अंतराल से संबंधित होगा और

इसलिए चूंकि माइनस थीटा अब संबंधित है, यह अंतराल मूल रूप से कोसेक व्युत्क्रम का रेंज सेट है और

इसलिए माइनस थीटा कोसेक व्युत्क्रम के रेंज सेट से संबंधित है और

इसलिए इस कथन से यह निम्नानुसार है कि माइनस थीटा एक्स के कोसेक व्युत्क्रम के बराबर है लेकिन थीटा पहले से ही माइनस एक्स के कोसेक व्युत्क्रम के बराबर था और

इसलिए यहां से यह निम्नानुसार है कि थीटा माइनस के बराबर है cosec उलटा x लेकिन थीटा यह चीज है और

इसलिए हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि $\cos x$ ऋणात्मक x का व्युत्क्रम जो थीटा है, cosec प्रतिलोम x के ऋण के बराबर है लेकिन याद रखें कि यह है केवल

इसलिए कि कोसेक व्युत्क्रम फंक्शन का डोमेन केवल $\ve x$ है जैसे कि मॉड x एक के बराबर से बड़ा है और जो हम देखते हैं वह यह है कि साइन फंक्शन की तरह ही कोसेक व्युत्क्रम फंक्शन भी एक विषम कार्य है क्योंकि यह यहां से अनुसरण करता है समय के हित में हम अगले दो कथनों को साबित नहीं करने जा रहे हैं और यह आपके लिए एक छोटे से अभ्यास के रूप में छोड़ दिया गया है और यहां हमारे पास फिर से शून्य से एक्स के सेकेंड व्युत्क्रम और एक्स के सेकेंड प्रतिलोम के बीच का संबंध है और यह दिखाया जा सकता है कि के लिए एक्स के सभी मोड एक के बराबर से अधिक हैं,

इसलिए यह विशेष सेट यहां वास्तव में सेकेंट इनवर्स फंक्शन का डोमेन है,

इसलिए आप किसी भी एक्स को सेकेंड इनवर्स सेकेंड के डोमेन में लेते हैं, माइनस एक्स का व्युत्क्रम पीआई माइनस सेकेंड व्युत्क्रम

एक्स के बराबर होता है।

जो x के \cos व्युत्क्रम और ऋणात्मक x के \cos व्युत्क्रम के बीच के संबंध के समान है और एक समान स्ट्रिंग \cot प्रतिलोम फलन के लिए भी सत्य है, हम पहले से ही जानते हैं कि \sin और \cos फलन अनिवार्य रूप से समान हैं।

h वे सिर्फ एक दूसरे के स्थानांतरित संस्करण हैं,

इसलिए यह देखना दिलचस्प होगा कि क्या हम पाप व्युत्क्रम x और \cos व्युत्क्रम x के बीच कुछ संबंध प्राप्त कर सकते हैं और यह स्पष्ट रूप से है क्योंकि साइन इनवर्स और कॉस इनवर्स फंक्शन का डोमेन समान है जो है x का वह मॉड एक के बराबर से कम होना चाहिए, हमें उनके बीच कुछ संबंध को परिभाषित करने में सक्षम होना चाहिए, तो आइए हम यह कहकर शुरू करें कि आइए हम कहें कि साइन उलटा x थीटा के बराबर है, जहां से यह निम्नानुसार है कि थीटा श्रेणी से संबंधित होना चाहिए साइन व्युत्क्रम फंक्शन का जो बंद अंतराल माइनस पाई बटा टू प्लस पाई बटा टू है, यदि हम दोनों पक्षों पर इस समीकरण पर साइन लागू करते हैं तो हमें जो मिलता है वह साइन ऑफ साइन होता है उलटा एक्स बराबर पाप थीटा लेकिन यह बाएं हाथ की ओर अनिवार्य रूप से x है तो हमें जो मिलता है वह x बराबर थीटा की ज्या है, लेकिन हम जानते हैं कि त्रिकोणमितीय फलनों पर हमारे प्रारंभिक व्याख्यानों से हम जानते हैं कि थीटा की ज्या बराबर है \cos of π बटा टू माइनस थीटा यह संबंध पहले से ही k है अब हमारे लिए और

इसलिए इस संबंध का उपयोग करने से हमें जो मिलता है वह यह है कि x बराबर है \cos of π बटा टू माइनस थीटा अब चूंकि थीटा इंटरवल माइनस π बटा टू प्लस प्लस पाई बटा टू से संबंधित है, यह इस प्रकार है कि π बटा टू माइनस थीटा बंद अंतराल 0 से पीआई के अंतराल से संबंधित होगा और अब हमारे पास यह है कि हमारे पास कुछ कोण के कॉस के बराबर x है और यह कोण वास्तव में सेट 0 से पीआई के लिए बंद अंतराल 0 से पीआई तक है लेकिन करीबी अंतराल 0 पीआई वास्तव में रेंज सेट है

इसलिए बंद अंतराल 0 से पीआई वास्तव में कॉस इनवर्स फंक्शन का रेंज सेट है और चूंकि यह पीआई 2 माइनस थीटा कॉस इनवर्स फंक्शन के रेंज सेट से संबंधित है, यह यहां से निम्नानुसार है कि पीआई द्वारा 2 माइनस थीटा

x के कॉस व्युत्क्रम के बराबर होती है और

इसलिए यदि हम इस स्टेटमेंट को यहां जोड़ते हैं और यह स्टेटमेंट जो हम देखते हैं वह यह है कि π बटा 2 माइनस अब थीटा x का \sin व्युत्क्रम था

इसलिए π बटा 2 माइनस साइन इनवर्स x बराबर कॉस व्युत्क्रम x जहां से हम अंत में यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि \sin inverse x plus \cos inverse x सभी x के लिए π बटा 2 के बराबर है, जैसे कि x का $\bmod 1$ के बराबर से कम है,

इसलिए यह एक बहुत ही मौलिक पहचान है जिसे आपको उसी तरह याद रखना चाहिए और सबूत की शैली समान है आप यह भी दिखा सकते हैं कि किसी भी x वास्तविक मान के लिए \tan प्रतिलोम x जोड़ \cot प्रतिलोम x , π बटा दो के बराबर है और यह भी कि किसी भी x के लिए ऐसा है कि x का बहुलक एक से बड़ा है तो यह यह सेट या यह का सेट x के लिए मान वास्तव में सेकेंट व्युत्क्रम के साथ-साथ कोसेकेंट व्युत्क्रम दोनों के लिए डोमेन फंक्शन है और

इसलिए आप यह भी दिखा सकते हैं कि x का सेकेंट व्युत्क्रम x का कोसेकेंट व्युत्क्रम π बटा दो के बराबर है,

इसलिए यह आपके लिए एक अभ्यास के रूप में छोड़ दिया गया है तो अब देखते हैं कि क्या हम किसी दिए गए x और y के लिए कर सकते हैं,

इसलिए यहाँ x और y दोनों टैन व्युत्क्रम फंक्शन के डोमेन सेट में हैं, जो कि सभी वास्तविक संख्याओं के सेट के अलावा और कुछ नहीं है,

इसलिए मान लीजिए कि अगर हम कहते हैं कि x और y हैं दोनों वास्तविक हैं तो क्या हम इसे सरल बना सकते हैं और इसे $\tan i$

के रूप में लिख सकते हैं किसी चीज के विपरीत जहां यह कुछ यहां x और y दोनों पर निर्भर करता है,

तो आइए हम कहें कि तन उलटा x थीटा के बराबर है और तन उलटा y ϕ के बराबर है,

इसलिए स्वचालित रूप से यह इस प्रकार है कि थीटा और फाई दोनों तन की सीमा से संबंधित होना चाहिए उलटा फंक्शन जो माइनस पीआई के बीच 2 एन प्लस पीआई द्वारा 2 के बीच खुला अंतराल है और फिर हम जो गणना करना चाहते हैं वह थीटा प्लस फाई है तो हम जो चाहते हैं वह यह है कि क्या देखना है कि क्या हम थीटा प्लस फाई को किसी चीज के तन के रूप में लिख सकते हैं यहाँ ऐसा करने के लिए निश्चित रूप से आह आवश्यक शर्त यह है कि यदि यह सच होना था तो आवश्यक शर्त यह है कि टैन थीटा प्लस फी यहाँ ब्रैकेट के अंदर इस चीज के बराबर होना चाहिए क्योंकि अगर यह सच है तो बाएं हाथ और दाहिनी ओर दोनों पर स्पर्शरिखा फंक्शन को लागू करने से हमें जो मिलेगा वह है थाटा प्लस फाई के बराबर होना चाहिए जो कि तन व्युत्क्रम फंक्शन के तर्क के रूप में है,

लेकिन वह लेकिन यह मेरा मतलब है मी यहाँ से यहाँ सही है लेकिन यह हम जरूरी नहीं कह सकते हैं कि हम कहते हैं कि अगर हम कहते हैं कि टैन थीटा प्लस फी कुछ के बराबर है तो आइए हम जल्दी से प्राप्त करें कि यह किसके बराबर है

इसलिए हम जानते हैं कि थीटा प्लस फी का टैन फिर से हमारे पिछले व्याख्यान आह हम जानते हैं कि थीटा प्लस फी का टैन टैन थीटा प्लस टैन फी 1 से अधिक माइनस टैन थीटा टैन फी है जो अब यहां से बराबर है जब हम थीटा और फी को एक्स के विपरीत और वाई के तन के विपरीत होने के लिए परिभाषित करते हैं प्रत्येक कथन से यह अनुसरण करेगा कि चूंकि \tan प्रतिलोम x थीटा है, यदि हम दोनों पक्षों पर \tan फलन लेते हैं, तो हमें जो मिलता है वह x यहाँ से θ के \tan के बराबर होता है और इसी तरह इस कथन से हमें जो मिलता है वह y बराबर होता है फाई के तन के लिए तो हम इन दोनों का उपयोग यहां करने जा रहे हैं

इसलिए तन टी तन आह तन थीटा एक्स है

इसलिए यह एक्स प्लस टैन फी वाई एक्स प्लस वाई है जो एक शून्य से xy से अधिक है तो हम जो देखते हैं वह थीटा प्लस फाई का तन है x जोड़ y के बराबर एक घटा x जोड़ 1 घटा x गुना y लेकिन इसका मतलब यह नहीं है कि यहां से हम कह सकते हैं कि थीटा प्लस फी एक्स प्लस वाई के टैन व्युत्क्रम के बराबर है, जो एक माइनस xy से विभाजित है, यह जरूरी नहीं है कि यह हमेशा सच होगा

यदि और केवल योग इन दो कोणों में से थीटा और फाई टैन इनवर्स फंक्शन के रेंज सेट से संबंधित हैं, अब तक हमने जो दिखाया था वह यह था कि थीटा प्लस फी का टैन एक्स प्लस वाई के बराबर है, जो एक माइनस xy पर है, लेकिन इसका मतलब यह नहीं है कि थीटा प्लस फाई एक्स प्लस वाई वन माइनस xy के टैन व्युत्क्रम के बराबर है अब यह केवल तभी सच है जब थीटा प्लस फी टैन इनवर्स फंक्शन के रेंज सेट से संबंधित है जो कि ओपन इंटरवल टू टू माइनस पीआई बटा टू टू प्लस पीआई बटा टू है तो यदि थीटा प्लस फाई जहां इस अंतराल से संबंधित है तो यह सही है

इसलिए यदि थीटा प्लस फी का संबंध माइनस पीआई बटा 2 प्लस पीआई बटा 2 है तो यह सच है कि एक्स का टैन व्युत्क्रम जो थीटा प्लस टैन व्युत्क्रम वाई का था जो कि फी था

x जोड़ के तन व्युत्क्रम के बराबर होता है y एक ऋण xy से अधिक है लेकिन यह स्थिति दो कब है यह स्थिति कब सत्य है यह दिखाया जा सकता है कि यह स्थिति अब सत्य है समस्या यह है कि दोनों थीटा

इसलिए हम जानते हैं कि थीटा भी थीटा से संबंधित है, अंतराल शून्य से π से संबंधित है टू टू प्लस पाई बाय टू और फी भी इसी अंतराल से संबंधित है

इसलिए यह संभव है कि जब हम उन्हें जोड़ते हैं तो इन दोनों का योग जरूरी नहीं कि फिर से उसी अंतराल से संबंधित हो, यह अंतराल के बाहर जा सकता है लेकिन हम दिखाएंगे कि यह सच है यदि और केवल यदि ऐसा है तो यह स्थिति सत्य है यदि और केवल यदि x गुणा y का गुणनफल एक से कम है तो ही यह सच है

इसलिए अनिवार्य रूप से हमने जो दिखाया है वह यह है कि यदि हमें x और y इस प्रकार दिया जाता है कि x गुणा y है एक से कम तो यह इस प्रकार है कि तन प्रतिलोम x जोड़ तन प्रतिलोम y एक ऋण xy से अधिक x प्लस y के तन प्रतिलोम के बराबर है यहाँ एक अच्छी तालिका है यदि हम यह दिखाएंगे कि यदि x गुणा y एक से कम है तो यह सच है कि तन प्रतिलोम x जोड़ तन व्युत्क्रम y ठीक है एक माइनस xy पर आह टैन व्युत्क्रम x प्लस y के बराबर है, लेकिन यह इसके बराबर है यदि xy एक से कम है, लेकिन अन्य मामलों के लिए तो अन्य मामलों में यदि x और y दोनों सकारात्मक हैं और xy एक से अधिक है उस स्थिति में हमें इस अभिव्यक्ति में एक पीआई जोड़ना होगा,

इसलिए दूसरी तरफ हमें यही मिलता है यदि एक्स और वाई दोनों नकारात्मक हैं लेकिन उत्पाद अभी भी एक से अधिक है तो हम एक माइनस पीआई जोड़ते हैं

इसलिए अगली कक्षा में हम वास्तव में हैं आह के साथ शुरू करने जा रहा है शायद आपको दिखा रहा है कि यह x गुणा y एक से कम क्यों एक आवश्यक और पर्याप्त शर्त है यह सुनिश्चित करने के लिए कि टैन उलटा x प्लस टैन उलटा y जो थीटा प्लस फाई टैन उलटा फंक्शन के रेंज सेट से संबंधित है और फिर हम कुछ अन्य पहचानों के साथ भी जारी रहेगा और उसके बाद कुछ समस्या समाधान सत्र के बाद धन्यवाद