વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ વિધેયો પરના બીજા વ્યાખ્યાનમાં આપનું સ્વાગત છે પ્રથમ વ્યાખ્યાનમાં અમે મૂળભૂત ત્રિકોણમિતિ કાર્યોના વ્યુત્ક્રમોમાં મૂળભૂત વ્યાખ્યાયિત કરી હતી જેમ કે સાઇન ઈન્વર્સ x cos inverse x tan inverse x માટે ટેન્જેન્ટ ઈન્વર્સ સેકન્ટ ઈન્વર્સ અને કોસેકન્ટ ઈન્વર્સ અમે આ વિપરિત કાર્યો વચ્ચેની કેટલીક ઓળખ અને સંબંધોનો અભ્યાસ કરવા જઇ રહ્યા છીએ
કારણ કે અહીં ડોમેનનું ટેબલ અને તમામ છ વ્યસ્ત કાર્યોની શ્રેણી છે જેની આપણે અગાઉના લેક્ચરમાં ચર્ચા કરી હતી અને અમે દરેક સ્લાઇડનો સંદર્ભ લઇશું.
હવે પછી આ લેક્ચરમાં પણ આપણે આહ શરૂ કરીએ તે પહેલાં અહીં મોટાભાગના વિદ્યાર્થીઓ માટે સાવધાનીનો એક નાનો શબ્દ છે જેઓ સાઈન ઈન્વર્સ x અને સાઇન એક્સ ઈન્વર્સ વચ્ચે ગૂંચવતા હોય છે, મહેરબાની કરીને નોંધ કરો કે આ બે સરખા નથી ઉદાહરણ તરીકે ચાલો x બરાબર લઇએ.
શૂન્ય માટે આપણે જાણીએ છીએ કે શૂન્યનો સાઈન વ્યુત્ક્રમ શૂન્ય બરાબર છે પણ ચાલો જમણી બાજુની ગણતરી કરીએ x સાથે શૂન્ય બરાબર સાઈન x વ્યસ્ત સાઈન શૂન્ય વ્યુત્ક્રમ છે જે h એ સાઈન શૂન્ય પર એક છે જે શૂન્ય પર એક છે જે વ્યાખ્યાયિત નથી અને
તેથી આ બે એકસરખા નથી તે સમજાવવા માટે આ એક સારું ઉદાહરણ છે બીજી વસ્તુ અહીં એક ઉદાહરણ છે માઈનસ સ્ક્વેરના ટૅન વ્યુત્ક્રમનું મુખ્ય મૂલ્ય શોધવાનું ત્રણનું રુટ હવે આપણે જાણીએ છીએ કે ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શન એ તમામ વાસ્તવિક સંખ્યાઓનું ડોમેન ધરાવે છે અને રેન્જ એ માઇનસ પાઇ બાય 2 અને પાઇ બાય 2 વચ્ચેનો ખુલ્લું અંતરાલ છે આ ખાસ ઉદાહરણ માટે અહીં ah x બરાબર માઇનસ રુટ ઓવર સાથે ત્રણ કારણ કે આપણે જાણીએ છીએ કે માઈનસ સાઇઠ ડીગ્રીનો ટેન જે માઈનસ પાઈ બાય ત્રણ છે
તેથી માઈનસ પાઈ બાય ત્રણનો ટેન માઈનસ રુટ ત્રણ બરાબર છે અને માઈનસ પાઇ બાય થ્રી આવે છે આ ઈન્ટરવલમાં માઈનસ pi બાય ટુ પ્લસ pi બાય બે
તેથી આપણે કરી શકીએ છીએ લખો કે ત્રણના બાદબાકીના વર્ગમૂળનું તન વ્યુત્ક્રમ ત્રણના ઓછા પાઈ બરાબર છે એક આહ બાબત એ છે કે આપણે સાવચેત રહેવાની જરૂર છે કે
પાઈ ઓછા પાઈ બાય 3 નું ટૅન પણ ઓછા મૂળ 3 બરાબર છે
તેથી આનું ટૅન 2 પાઈ છે બાય 3 પણ માઈનસ squ છે 3 ના રુટ છે પરંતુ પછી ઓછા મૂળ ત્રણનું tan વ્યુત્ક્રમ આની બરાબર નહીં થાય કારણ કે બે પાઈ બાય ત્રણ એ ટેન ઈન્વર્સ ફંક્શનના ah થી રેન્જ સેટ સાથે સંબંધિત નથી
તેથી આપણે આ બાબત વિશે થોડું ધ્યાન રાખવું પડશે અહીં એ પ્રથમ પ્રકારની ઓળખ છે જેનો આપણે અભ્યાસ કરવા જઇ રહ્યા છીએ તો ચાલો આપણે કહીએ કે આપણી પાસે આ ચલ x છે જે બંધ અંતરાલ માઈનસ વન થી પ્લસ વનમાં આવેલું છે અને આપણે જોવા ઇચ્છીએ છીએ કે સાઈન ઈન્વર્સ xની સાઈન શું છે
હવે ચાલો જોઇએ.
આપણે કહીએ છીએ કે બંધ અંતરાલ માઈનસ વન થી પ્લસ વન સાથે સંબંધિત કોઈપણ x માટે આપણે કહીએ કે સાઈન ઈન્વર્સ x હવે રેન્જ અને ડોમેન એહથી થીટા બરાબર છે કારણ કે આપણે સાઈન ઈન્વર્સ ફંક્શન માટેના છેલ્લા લેક્ચરમાં વ્યાખ્યાયિત કરી છે, અમને ખાતરી છે કે સાઈન inverse x જે થિટા છે
તેથી આ ચોક્કસ થીટા બંધ અંતરાલ માઈનસ pi બાય બે બે પ્લસ pi બાય બે સાથે સંબંધિત હશે કારણ કે આ સાઇનસ ફંક્શનની રેન્જ માઈનસ pi બાય બે બે પ્લસ pi બાય બે છે અને અહીંથી આપણે જાણીએ છીએ કે હવે લાગુ કરીએ બંને પર આહ ચિહ્ન બાજુઓ
તેથી અહીં
so ની સાઈન
તેથી આ એક ખૂણો સાઈન ઈન્વર્સ x છે શું આપણે તેને આ થીટા દ્વારા દર્શાવીએ છીએ
તેથી સાઈન ઈન્વર્સ x ની સાઈન થીટાની સાઈન બરાબર હશે
પરંતુ જ્યારે આપણે કહીએ છીએ કે જ્યારે આપણે કહીએ છીએ કે અહીં જ્યારે આપણે કહીએ છીએ કે સાઈન વ્યુત્ક્રમ x એ થીટા સમાન છે તેનો અર્થ શું થાય છે
તેથી આપણે પહેલા લેક્ચરમાં સાઈન ઈન્વર્સ xને વ્યાખ્યાયિત કર્યું હતું તેમ અમે કહ્યું હતું કે અંતરાલ માઈનસ વન થી પ્લસ વનમાં કોઈપણ x માટે સાઈન ઈન્વર્સ એ અનન્ય મૂલ્ય અથવા અનન્ય આહ કોણ છે શ્રેણી માઈનસ pi બાય બે થી વત્તા pi બાય બે એવી કે જે થિટા છે તેની સાઈન x બરાબર હોવી જોઇએ
તેથી આ રીતે આપણે સાઈન ઈન્વર્સ ફંક્શનને વ્યાખ્યાયિત કર્યું છે અને
તેથી જે ક્ષણે આપણે કહીએ છીએ કે સાઈન ઈન્વર્સ x થીટા બરાબર છે અહીં તે આપોઆપ અનુસરે છે કે sin theta x ની બરાબર છે
તેથી આ તે રીતે અનુસરે છે જે રીતે આપણે પ્રથમ લેક્ચરમાં સાઇન ઇનવર્સ ફંક્શનને વ્યાખ્યાયિત કર્યું હતું અને
તેથી જ્યારે આપણે આ વિધાનને આ વિધાન સાથે જોડીએ છીએ ત્યારે આપણને શું મળે છે કે આ x બરાબર છે અને ત્યાં સાઈન વ્યુત્ક્રમ x ની આગળની સાઈન એ x બરાબર છે
તેથી અહીં અમારું પહેલું પરિણામ છે કે બંધ અંતરાલમાં કોઈ પણ x માટે sin inverse x ની નિશાની ઓછા એકથી વત્તા એક બરાબર x છે પણ બીજી બાજુ શું છે
તેથી આ આપણને દોરી જાય છે બીજા પ્રશ્ન માટે કે જે બધા y માટે છે તે સાચું છે કે સાઈન y ની સાઈન વ્યુત્ક્રમ y બરાબર છે અને આપણે તેને તરત જ ચકાસી શકીએ છીએ ઉદાહરણ તરીકે ચાલો કહીએ કે આપણે 6 થી વધુ pi
ની સાઈન લઇએ છીએ જે 30 ડિગ્રી છે અડધા બરાબર છે અને સાઈન ઈન્વર્સ ફંક્શનના ગ્રાફ પરથી આપણે જાણીએ છીએ કે અડધાનો સાઈન ઈન્વર્સ પાઈ 6 ઉપર છે

તેથી y બરાબર પાઇ ઓવર છ માટે આ વિધાન ખરેખર સાચું છે પણ જો આપણે લઈએ તો ચાલો આપણે y બરાબર કહીએ ત્રણ પર બે પાઇ પછી ત્રણ પર બે પાઈની સાઈન બરાબર એટલે બે પાઇ ઓવર થ્રી એટલે વીસ ડિગ્રી એટલે બે પાઇ ઓવર થ્રીની સાઈન ત્રણ ઓવર બે અને સાઈન y ની સાઈન ઈન્વર્સ વાય સાથે બે પાઇ પર ત્રણ હશે મૂળ ત્રણ ઉપર બેનું સાઇન વ્યુત્ક્રમ હોવું જે વાસ્તવમાં સમાન છે l થી pi ઉપર ત્રણ
તેથી સ્વાભાવિક રીતે આ ઉદાહરણમાં આહ ઉદાહરણ તરીકે આ ચોક્કસ ઉદાહરણમાં આપણે જોઈએ છીએ કે y 2 pi બાય 3 હતો પરંતુ સાઈન y નો સાઈન વ્યુત્ક્રમ માત્ર pi બાય 3 છે.
તે સ્પષ્ટ છે કે સાઈન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીમાંથી ah   ફંક્શન આપણે જાણીએ છીએ કે સાઇન ઇનવર્સ ફંક્શનની રેન્જ માઇનસ pi બાય 2 થી વત્તા pi બાય 2 છે અને
તેથી સાઇન y ના સાઇન ઇનવર્સ માટે સાઇન y ના કોઇપણ y સાઇન ઇનવર્સ માટે બાદબાકી pi બાય બે બે વત્તા pi બાય છે બે જે
સાઈન ઈન્વર્સ ફંક્શનનો રેન્જ સેટ છે અને
તેથી આપણે હવે બતાવીશું કે જો y આ રેન્જ સેટનો છે તો y આ રેન્જ સેટનો છે તો તે સાચું છે કે સાઈન y નું સાઈન ઈન્વર્સ y બરાબર છે જો કે તે સ્પષ્ટ છે કે જો y નથી આ શ્રેણી સમૂહ સાથે સંબંધિત છે તો y સાઈન વ્યુત્ક્રમ sin y ની બરાબર ન હોઈ શકે કારણ કે કોઈપણ y માટે સાઈન વ્યુત્ક્રમ સાઈન y એ માઇનસ pi બાય 2 થી વત્તા pi બાય 2 સાથે સંબંધ રાખવો પડશે અને જો y આ સમૂહ સાથે સંબંધિત ન હોય તો તે શક્ય નથી કે y અને sin inverse sin y સમાન છે હવે અમે બતાવીએ છીએ કે કોઈપણ y belon માટે સાઈન વ્યુત્ક્રમના શ્રેણી સમૂહમાં g જે માઈનસ pi બાય બે થી વત્તા pi બાય બે છે
તેથી આ અંતરાલ સાથે સંબંધિત કોઈપણ y માટે સાઈન y ના સાઈન વ્યુત્ક્રમ y બરાબર છે
તેથી ચાલો સાઈન y ના સાઈન વ્યુત્ક્રમથી શરૂ કરીએ અને તેને થવા દો x ની બરાબર તો સ્પષ્ટપણે x એ સાઇન ઇનવર્સ ફંક્શનની શ્રેણીના સમૂહનો છે જે માઇનસ pi બાય 2 થી વત્તા pi બાય 2 છે અને પછી આપણે આ ચોક્કસ સમીકરણની બંને બાજુઓ પરનું ચિહ્ન લઈએ છીએ તો પછી આપણને જે મળે છે તે સાઈન છે.
sine inverse sine y બરાબર sine x અને અગાઉની સ્લાઇડ પરથી આપણે જાણીએ છીએ કે કોઈપણ z સાઈન માટે z ની સાઈન વ્યુત્ક્રમ z માટે તમામ z માટે z બરાબર છે જેમ કે z નો મોડ એક કરતા ઓછો છે
તેથી અમે આનો ઉપયોગ કરવા જઈ રહ્યા છીએ.
આ સમીકરણમાં ચોક્કસ પરિણામ ah z એ સાઈન y ની બરાબર છે
તેથી આપણે આને z તરીકે ગણીશું અને
તેથી સાઈન વ્યુત્ક્રમ z ની સાઈન z બરાબર છે અને
તેથી આ ડાબી બાજુ સાઈન y ની બરાબર છે જે z છે
તેથી આપણે અહીંથી શરૂ કરીએ છીએ આખરે સાઇન y બરાબર સાઇન x છે કારણ કે x અને y બંને સંબંધ ધરાવે છે ઇન્ટરવલ માઈનસ pi બાય 2 થી વત્તા pi બાય 2 અને આ ઈન્ટરવલમાં પણ જો આપણે તેને દોરીએ તો અહીં આપણે ચિહ્ન x વિરુદ્ધ x માત્ર અંતરાલની અંદર જ દોરીએ છીએ જે માઇનસ pi બાય ટુ ટુ પ્લસ pi બાય બે છે ચાલો કહીએ કે આ છે માઇનસ વન અને આ પ્લસ વન છે તો આપણે જાણીએ છીએ કે sin x ફંક્શન ફંક્શનનો ગ્રાફ સાઈન x ફંક્શનનો ગ્રાફ કંઈક આવો દેખાશે અને પછી આપણી પાસે બે મૂલ્યો x અને y છે
તેથી બંને x પણ તેની સાથે સંબંધિત છે ઈન્ટરવલ માઈનસ પાઈ બાય ટુ ટુ વત્તા પાઈ બાય બે વાય પણ એ જ ઈન્ટરવલ સાથે સંબંધ ધરાવે છે
તેથી આપણને આપવામાં આવે છે કે x અને y બંને આ ઈન્ટરવલ સાથે સંબંધિત છે અને આપણને કહેવામાં આવે છે કે સાઇન x બરાબર સાઇન y છે પણ પછી આપણે સ્પષ્ટપણે જોઈ શકીએ છીએ કે આ અંતરાલની અંદર સાઈન ફંક્શનનો ગ્રાફ એકવિધ રીતે તેની એકવિધ રીતે વધી રહ્યો છે અને
તેથી જો સાઇન x સાઇન y ની બરાબર હોય તો તે સાચું હોવું જોઈએ કે x બરાબર y છે અને
તેથી આપણી પાસે x y ની બરાબર છે જે સાબિત કરે છે કે જ્યાં સુધી y રનનો છે સાઈનનો ge સમૂહ સાઈન y ની સાઈન વ્યુત્ક્રમ y બરાબર છે
તેથી આપણે હમણાં જે કહ્યું તે એ હતું કે જો આપણે એમ કહીએ કે y એ માઈનસ pi બાય બે થી વત્તા pi બાય બે છે તો y ના સાઈનનો સાઈન વ્યુત્ક્રમ હંમેશા સમાન રહેશે y માટે પરંતુ આ વિધાન સાચું નથી જો y આ બંધ અંતરાલની બહાર હોય તો એક સમાન વસ્તુ વાસ્તવમાં આહ માટે અન્ય તમામ વ્યસ્ત કાર્યો ધરાવે છે અને અમે તેને સમયના હિતમાં સાબિત કરીશું નહીં
તેથી ઉદાહરણ તરીકે મેં તે અહીં આ સ્લાઇડમાં લખ્યું છે
તેથી આપણી પાસે
બંધ અંતરાલમાં અંતરાલમાં x ની કોઈપણ કિંમત હોય છે માઈનસ એક થી વત્તા એક cos ની cos inverse x બરાબર x છે
તેથી આ ચોક્કસ વિધાન એકદમ સીધું આગળ છે પરંતુ જ્યારે તમે ah બીજા કિસ્સામાં લો જ્યાં તમે cos ની ગણતરી કરો છો વ્યસ્ત
તેથી અહીં તમે cos inverse સાથે cos કંપોઝ કરી રહ્યા છો અને અહીં તમે reverse કરી રહ્યા છો તમે cos સાથે cos inverse કંપોઝ કરી રહ્યા છો
તેથી જો તમે cos theta ના cos inverse લો છો તો તે ફક્ત તે થીટા માટે થીટા બરાબર છે જે ની શ્રેણીની છે cos in શ્લોક ફંક્શન કોસ ઇન્વર્સ ફંક્શનની શ્રેણી તરીકે આપણે તેને પ્રથમ લેક્ચરમાં વ્યાખ્યાયિત કર્યું છે તે બંધ અંતરાલ શૂન્ય થી pi હતો
તેથી જ્યાં સુધી થીટા આ બંધ અંતરાલ સાથે સંબંધિત છે ત્યાં સુધી આ વિધાન સાચું છે પરંતુ જ્યારે આપણે આની બહાર આવેલ કોઈપણ થીટા લઈશું અંતરાલ પછી આપણે કહી શકીએ નહીં કે આ સાચું છે અને સમાન વસ્તુ સ્પર્શક ફંક્શન માટે કોટેન્જેન્ટ ફંક્શન

અને સેકન્ટ ફંક્શન અને કોસેકન્ટ ફંક્શન માટે પણ ધરાવે છે જેથી તમે જોઇ શકો કે સેક થિટાનો સેકન્ટ ઇનવર્સ ફક્ત તે થીટા માટે થિટા છે.
 જે ફક્ત તે થીટા માટે સંબંધિત છે જેમ કે તે સેકન્ટ ઇન્વર્સ ફંક્શનની શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધિત છે અને તે જ રીતે અહીં આ વિધાન ફક્ત ત્યારે જ સાચું છે જો થીટા એવી હોય કે તે કોસેકન્ટ ઇનવર્સની શ્રેણીની હોય
 તેથી આ શ્રેણી છે કોસેકન્ટ ઇન્વર્સ ફંક્શનની હવે બીજી ઓળખની ચર્ચા કરીએ
 તેથી હવે આપણે સાઇન ઇન્વર્સ ફંક્શન અને કોસેકન્ટ ઇન્વર્સ ફંક્શન વચ્ચે થોડો સંબંધ બતાવીશું.
 n આપણે તે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ અને આની પ્રેરણા એ છે કે આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ કે કોઇપણ x વાસ્તવિક માટે x નો કોસેકન્ટ એ sin x દ્વારા એક છે જેથી અમને વિશ્વાસ થાય કે cosec અને inverse અને sin inverse વચ્ચે પણ થોડો સંબંધ હોવો જોઇએ અને આ છે સંબંધ હવે ચાલો કોઇ પણ x લઇએ એટલે અહીં x એવો છે કે x નો મોડ એક કરતા મોટો છે કારણ કે આપણે x ના કોસેકન્ટ વ્યુત્ક્રમને ધ્યાનમાં લેવા જઇ રહ્યા છીએ અને આપણે જાણીએ છીએ કે કોસેકન્ટ વ્યસ્ત કાર્યનું ડોમેન તમામ x છે
 તેથી કે તેમનું નિરપેક્ષ મૂલ્ય એક કરતા વધારે છે
 તેથી જ આપણે x માટે મૂલ્યોની માત્ર આ શ્રેણી ધ્યાનમાં લીધી છે હવે ચાલો કહીએ કે x નું કોસેકન્ટ વ્યસ્ત અમુક કોણ થીટા બરાબર છે જેમ આપણે અગાઉના લેક્ચરમાં ચર્ચા કરી હતી તેમ આપણે જાણીએ છીએ કે આ થીટા મૂલ્ય શૂન્ય સિવાય બંધ અંતરાલ માઇનસ pi બાય ટુ થી પ્લસ pi બાય બે સાથે સંબંધિત હોવું જોઇએ કારણ કે
 તેથી આ ખરેખર કોસેકન્ટ ઇન્વરનો રેન્જ સેટ છે se ફંક્શન અને
 તેથી થીટા આનું હોવું જોઇએ પરંતુ આ વિધાનમાંથી આપણે શું લખી શકીએ તે છે કે જો આપણે cosec ah ફંક્શનને ડાબી અને જમણી બાજુએ લાગુ કરીએ તો આપણે
હવે આ ચોક્કસ ઓળખનો ઉપયોગ કરવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યા છીએ.

 તેથી આપણે બંને બાજુઓ પર કોસેક લાગુ કરીએ છીએ પછી આપણી પાસે કોસેકનો કોસેક ઇન્વર્સ x એ કોસેકન્ટ થીટા બરાબર છે અને પછી આ ઓળખથી આપણી પાસે કોસેકન્ટનો કોસેકન્ટ ઇનવર્સ x બરાબર x છે જ્યાં સુધી x નો મોડ એક કરતા મોટો હોય ત્યાં સુધી આપણે અહીં પહેલેથી જ x નો મોડ એક સમાન કરતાં મોટો છે અને
 તેથી અહીં આ ડાબી બાજુ x ની બરાબર હોવી જોઇએ અને
 તેથી આપણી પાસે થીટાના કોસેકન્ટની બરાબર x છે
જે ખરેખર કોસેકન્ટ ફંક્શનની વ્યાખ્યા પ્રમાણે બરાબર છે આ પાપ દ્વારા એકની બરાબર છે થીટા અથવા તે પણ લખી શકાય છે કારણ કે સાઇન થીટા બરાબર એક બાય x છે હવે આપણે પણ અહીંથી x નો મોડ એ એક કરતા એક કરતા મોટો છે આ વિધાન પરથી તે અનુસરે છે કે એક બાય x એક કરતા ઓછી હોવો જોઇએ અને આપણી પાસે sin થીટા એક બાય x ની બરાબર છે આગળ આપણે એ પણ જાણીએ છીએ કે થીટા આ સમૂહની છે અને
 તેથી થીટા ચોક્કસ માટે અનુસરે છે
 તેથી આ ચોક્કસ એહ રેન્જ સેટ એ સાઇન ઇન્વર્સ ફંક્શનના રેન્જ સેટનો સબસેટ છે
 તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે તેમાંથી આ વિધાન પરથી આપણે એમ પણ કહી શકીએ કે થીટા માઇનસ પાઇ બાય ટુ ટુ પ્લસ પાઇ બાય ટુ હવે માઇનસ પાઇ બાય ટુ ટુ વત્તા પાઇ બાય ટુ એ સાઇન ઇન્વર્સ ફંક્શનનો રેન્જ સેટ છે અને
 તેથી આપણે કહી શકીએ કે ત્યારથી sin થીટા એક બાય x અને થીટા એ માઇનસ પાઇ બાય બે થી પ્લસ પાઇ બાય બે સાથે સંબંધ ધરાવે છે
 તેથી અહીંથી આપણે અગાઉની એક ઓળખ પરથી કહી શકીએ કે અમે થોડીક સ્લાઇડ્સ પાછળ ચર્ચા કરી હતી અમે બતાવ્યું છે કે જ્યાં સુધી y છે આ અંતરાલ બંધ અંતરાલ sin y નું સાઇન વ્યુત્ક્રમ y છે
 તેથી y ને બદલે થિટા લઇએ, કારણ કે થીટા પહેલાથી જ આ ah માઇનસ pi બાય ટુ પ્લસ pi બાય બે ઇન્ટરવલ બાય બે ઇન્ટરવલ સાથે સંબંધ ધરાવે છે, આપણે કહી શકીએ કે સાઇન થીટાનું સાઇન વ્યુત્ક્રમ
છે.
 મી ની બરાબર
 તેથી આ તે પરિણામમાંથી છે જે આપણે હમણાં જ ચર્ચા કરી છે આપણે શું કરીએ છીએ કે આપણે આ સમાનતાની ડાબી બાજુ અને જમણી બાજુ બંને બાજુએ સાઇન ઇન્વર્સ ફંક્શન લાગુ કરીએ છીએ
 તેથી આ સમાનતા પર સાઇન ઇન્વર્સ ફંક્શન લાગુ કરવાથી આપણને જે મળે છે તે સાઇન ઇન્વર્સ છે.
 સાઇન થીટાનો સાઇન ઇન્વર્સ વન બાઉન x બરાબર છે પણ અહીંથી આપણી પાસે શું છે કે આ બરાબર થીટા બરાબર છે અને
 તેથી આપણી પાસે આખરે છે કે થીટા એ સાઇન ઇન્વર્સ વન ઓન એક્સ ની બરાબર છે અને અગાઉની સ્લાઇડમાંથી આપણી પાસે હતી જણાવ્યું હતું કે થીટા એ ખરેખર x નો કોસેક વ્યુત્ક્રમ છે
 તેથી આ પણ x ના કોસેક વ્યસ્ત સમાન છે અને
 તેથી અમે બતાવ્યું છે કે કોઇપણ x માટે જેમ કે x નો મોડ x ના સમાન કરતા ઓછી છે માફ કરશો x નો મોડ કોઇપણ x માટે છે x એ એક કરતા વધારે છે અમે છેલ્લે બતાવ્યું છે કે x નો કોસેકન્ટ વ્યુત્ક્રમ એક ઓવર x ના સાઇન વ્યુત્ક્રમ
સમાન છે તે જ રીતે આપણે એ પણ બતાવી શકીએ છીએ કે એક ઓવર x નો કોસ વ્યુત્ક્રમ
બધા x માટે x ના સેકન્ટ વ્યસ્ત સમાન છે eq કરતાં વધુ ual થી એક અને સાબિતી અહીં સમાપ્ત થઇ ગઇ છે
 તેથી પગલાંઓ સમાન છે
 તેથી આપણે ફક્ત એમ કહીએ કે lhs થીટા સમાન છે પરંતુ કારણ કે cos inverse function ની શ્રેણી શૂન્ય થી pi

સુધીની છે તે દેખીતી રીતે આ થીટાને અનુસરે છે ઈન્ટરવલ શૂન્ય થી pi માં આવવું જોઇએ અને પછી આપણે અહીં ડાબી અને જમણી બાજુ બંને બાજુ cos ફંક્શન લાગુ કરીએ જેથી આપણને cos ની cos inverse one by x થીટાના cos બરાબર મળે પરંતુ cos ની cos inverse one by x અગાઉની સ્લાઇડ્સમાંથી એક પરિણામમાંથી ફક્ત એક x બાય x છે

તેથી આપણને એક બાય x બરાબર કોસ થીટા મળે છે જે સેક થિટા x ની બરાબર છે એમ કહેવા જેવું છે કારણ કે સેક થિટા એ એક ઓવર કોસ થીટા છે

તેથી ત્યાંથી તે તે અનુસરે છે કે સેકન્ડ થીટા હવે x છે કારણ કે થીટા શૂન્ય થી પાઇ અને સેકન્ટ ઇન્વર્સનો રેન્જ સેટ છે

તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે રેન્જ સેટ છે

તેથી સેકન્ટ ઇન્વર્સ ફંક્શનનો આ રેન્જ સેટ

0 થી પાઇ માઇનસ પાઇ બાય 2 છે

તેથી તમામ બિંદુઓ બંધ અંતરાલ શૂન્ય થી pi સિવાય હવે આ ટી હેટા પહેલાથી જ આ અંતરાલ શૂન્ય થી pi માં છે

તેથી આ થીટા ચોક્કસપણે સેકન્ટ ઇન્વર્સ ફંક્શનના રેન્જ સેટ સાથે સંબંધ ધરાવે છે અને

તેથી તે આપમેળે અનુસરે છે કારણ કે x સેકન્ડ થીટા બરાબર x સેકન્ડ વિરુદ્ધ x ની બરાબર હશે થીટા પરંતુ થીટા પહેલાથી જ એક પર xના cos વ્યુત્ક્રમ સમાન હતું અને

તેથી આ અને આને જોડીને આપણે મેળવીએ છીએ કે સેકન્ડ વ્યસ્ત x અને cos વ્યુત્ક્રમ એક પર x સમાન છે અને x પર 1 ની સ્પર્શક વ્યસ્તતા વચ્ચે સમાન આહ સંબંધ છે.

કોટેન્જેન્ટ ઇન્વર્સ પ્રૂફ ફરીથી સમાન રેખાઓ સાથે છે પરંતુ અહીં થોડો ટ્વિસ્ટ છે અમે કહીએ છીએ કે આ માત્ર x ના હકારાત્મક મૂલ્યો માટે જ લાગુ પડે છે અને તે સ્પષ્ટ થઇ જશે કારણ કે x એ તેના કરતા મોટો છે.

x પર 0 1 એ 0 કરતા પણ મોટો છે અને

તેથી tan inverse 1 પર x એ થિટા છે એમ કહીએ તો tan inverse ફંક્શનની રેન્જ એ માઈનસ pi બાય બે થી પ્લસ વચ્ચેનું ખુલ્લું અંતરાલ છે.

pi બાય બે કારણ કે એક પર x શૂન્ય કરતાં વધારે છે અને એક પર xનું વ્યુત્ક્રમ પણ ધન હશે અને

તેથી ચોક્કસ આ થીટા શૂન્યથી પાઇ બાય ટુની હોવી જોઈએ કારણ કે ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનની રેન્જ માત્ર માઇનસ પાઇ બાય બે વચ્ચે છે.

પ્લસ પાઈ બાય ટુ અને વન ઓન x એ શૂન્ય કરતા વધારે છે

તેથી આપણી પાસે અહીં આ વિધાન છે પરંતુ જો આપણે ડાબી અને જમણી બાજુ બંને બાજુ ટેન ફંક્શન લાગુ કરીએ તો જે મળે છે તે થિટાનું ટેન છે તે હવે x પર એક છે ટેન થીટા છે કોટ થીટા પર એક છે

તેથી તે સંબંધમાંથી આપણને મળે છે કે થીટાનો કોટ x છે અને આપણી પાસે શૂન્ય કરતા x વધારે છે કોટ ઇન્વર્સ ફંક્શનનો રેન્જ સેટ શૂન્ય થી પાઇ છે અને તે અમે અમારા છેલ્લા લેક્ચરથી જાણીએ છીએ આ વિધાનથી આપણે જાણીએ છીએ કે અમે બતાવ્યું હતું કે આ થીટા 0 થી પાઈ બાય 2 ની હશે પરંતુ 0 થી પાઈ બાય બે એ પહેલાથી જ કોટ ઈન્વર્સ ની રેન્જ સેટનો સબસેટ છે જે શૂન્ય થી પાઇ છે અને

તેથી તે અનુસરે છે કે અહીં આ થીટા જે ટાન ઈન્વર્સ છે એક પર x એ અંતરાલ ze સાથે સંબંધિત હોવું જોઈએ ro થી pi તો હવે આપણી પાસે થીટાનો કોટ x ની બરાબર છે જ્યાં આ થીટા કોટ ઇન્વર્સ ફંક્શનની રેન્જ સાથે સંબંધિત છે અને

તેથી તે આપોઆપ અનુસરે છે કે x નો કોટ ઇન્વર્સ બરાબર થીટા બરાબર હશે આ ફક્ત થઈ રહ્યું છે કારણ કે થીટા કોટ ઇન્વર્સ ફંક્શનના રેન્જ સેટનો છે જે શૂન્ય થી પાઇ છે જો થીટા કોર્ડ ઇન્વર્સ ફંક્શનના આ રેન્જ સેટની બહાર હોત તો આ ઓળખ સાચી ન હોત

તેથી આખરે આપણી પાસે થીટા બંને સમાન હોવું જરૂરી છે cot inverse x અને tan inverse one on x અને

તેથી તે બંને સમાન છે પરંતુ જુઓ કે આ માત્ર 2 છે જ્યારે x 0 કરતા મોટો હોય ત્યારે x નકારાત્મક અથવા 0 ની બરાબર હોય તો સમસ્યા એ છે કે જો તમે x નેગેટિવ લો તો શું થશે શું તે 1 પર x ઋણ હશે જે સૂચવે છે કે થિટા અંતરાલ સાથે સંબંધિત હશે તે કિસ્સામાં જ્યાં x નકારાત્મક થીટા આ અંતરાલ સાથે સંબંધિત નહીં હોય તેના બદલે તે 2 થી 0 સુધીના અંતરાલ માઈનસ pi સાથે સંબંધિત હશે કારણ કે x છે નકારાત્મક

તેથી એક બાય x પણ ઋણ હશે

તેથી તે કિસ્સામાં થીટા માઇનસ પાઈ બાય બે થી શૂન્યની હશે અને આ રેન્જ અથવા આ અંતરાલ એ કોટ ઇન્વર્સનાં રેન્જ સેટનો સબસેટ નથી અથવા તેનો સબસેટ નથી

તેથી તે કિસ્સામાં પણ આ અને આ વિધાન સાચું હશે જ્યારે x નકારાત્મક હશે ત્યારે પણ આ બે વિધાન સાચા હશે પરંતુ જે સાચું નહીં હોય તે એ છે કે

તેથી અહીં આ તબક્કે આપણને સમસ્યા થશે કારણ કે પાઇ બાય બેની શ્રેણી આ આહ તેના બદલે આ થીટા જે અંતરાલ સાથે સંબંધિત છે જે માઈનસ પાઇ બાય બે થી શૂન્ય છે

તેનો સબસેટ નહીં હોય તે શૂન્યથી પાઈનો સબસેટ નહીં હોય તે શૂન્યથી પાઇનો સબસેટ નહીં હોય જે કોટનો રેન્જ સેટ છે વ્યુત્ક્રમ અને

તેથી આપણે એમ કહી શકતા નથી કે થીટા કોટ વ્યુત્ક્રમ x ની બરાબર છે

તેથી જ નકારાત્મક x માટે આ સમાનતા રહેશે નહીં

તેથી ચાલો માઈનસ x ના સાઈન વ્યુત્ક્રમ અને સાઈન વ્યુત્ક્રમ x વચ્ચેનો સંબંધ જોઈએ સ્પષ્ટપણે x માટે કારણ કે તે અહીં છે ખરેખર ડોમેન સાઈન ઇન્વર્સ ફંક્શનનું

તેથી આપણે લખ્યું નથી પણ

તેથી x એ બંધ અંતરાલ માઈનસ વન થી પ્લસ વન સાથે સંબંધિત હોવું જોઈએ હવે આપણે જાણીએ છીએ કે સાઇન એક્સ એ એક વિચિત્ર ફંક્શન છે અને આપણે ઝડપથી જોઈશું કે સાઇન ઈન્વર્સ માટે પણ તે જ સાચું છે.

x તો ચાલો કહીએ કે માઈનસ x નું સાઈન વ્યુત્ક્રમ થીટા બરાબર છે કારણ કે સાઈન ઈન્વર્સ ફંક્શનની શ્રેણી નજીકનું અંતરાલ માઈનસ pi બાય બે થી પ્લસ pi બાય બે છે તે અનુસરે છે કે થીટા તે રેન્જની હોવી જોઈએ જે માઈનસ pi બાય ટુ થી પ્લસ pi સેટ કરે છે.

બે નજીકના અંતરાલ દ્વારા અને પછી આપણે આ સમાનતાની બંને બાજુઓ પરનું ચિહ્ન લઈએ છીએ , આપણને સાઈનની સાઈન મળે છે , ઈન્વર્સ માઈનસ x થીટાની સાઈન બરાબર

છે પણ અહીં આ ડાબી બાજુ બરાબર માઈનસ xની બરાબર છે અને

તેથી આપણને જે મળે છે તે છે.

માઈનસ x એ

થીટાની સાઈન બરાબર છે જ્યાંથી આપણે એ પણ લખી શકીએ કે x થીટાના ઓછા ચિહ્નની બરાબર છે હવે આપણે જાણીએ છીએ કે સાઈન ફંક્શન એક વિષમ કાર્ય છે

તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે કોઈપણ થીટા માટે માઈનસ થીટાની સાઈન બરાબર છે સાઈન થીટા

તેથી આ રી અહી ght હાથની બાજુ

માઈનસ થીટાની સાઈન બરાબર છે

તેથી આખરે આપણી પાસે આ સમીકરણ છે કે x એ માઈનસ થીટાની સાઈન બરાબર છે હવે થીટા આ ઈન્ટરવલથી સંબંધિત હોવાથી માઈનસ થીટા પણ એ જ ઈન્ટરવલ સાથે સંબંધિત હશે

તેથી માઈનસ થીટા પણ થશે સાઈન ઈન્વર્સ ફંક્શનના રેન્જ સેટ સાથે સંબંધ ધરાવે છે

તેથી આ માઈનસ થીટા સાઈન ઈન્વર્સ ફંક્શનના રેન્જ સેટ સાથે સંબંધ ધરાવે છે અને x એ માઈનસ થીટાના સાઈન બરાબર છે જે આપણને મળે છે તે માઈનસ થીટા x ના સાઈન ઈન્વર્સ બરાબર છે જે પછી થીટા એ પણ લખી શકાય છે કારણ કે સાઈન વ્યુત્ક્રમ x ના બાદબાકી સમાન છે અને

તેથી આને આની સાથે જોડીને આપણે આખરે જે મેળવીએ છીએ તે એ છે કે માઈનસ x નો સાઈન વ્યુત્ક્રમ સાઈન વ્યુત્ક્રમ x ના ઓછા બરાબર છે

તેથી સાઈન વ્યસ્ત કાર્ય માટે પણ આપણે જોઈએ છીએ કે તે એક વિચિત્ર ફંક્શન છે તે સમાન વસ્તુ ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શન માટે સાચી છે અને આપણે ઝડપથી બતાવી શકીએ છીએ કે

તેથી ધારો કે માઈનસ x નું ટેન ઇન્વર્સ થિટા છે તેનો અર્થ એ છે કે થીટા ઓપન i ઓવરની છે nterval બાદબાકી પાઇ બાય બે બે વત્તા પાઇ બાય બે અને

તેથી થીટાનું

ટેન અહી બંને બાજુઓ પર ટેન લગાવવાથી માઈનસ x ah બરાબર છે અને પછી ah અહીંથી આપણે શું કહી શકીએ કે x એ માઈનસ ટેન થીટા જે બરાબર છે માઈનસ થીટાના ટેન માટે કારણ કે ટેન ફંક્શન પણ એક વિષમ ફંક્શન છે

તેથી ટેન ફંક્શન એક વિષમ ફંક્શન છે

તેથી આ સાચું છે પરંતુ થીટા માઈનસ પાઈ બાય ટુ ટુ પ્લસ પાઈ બાય ટુ માઈનસ થીટા પણ સમાન ઈન્ટરવલ સાથે સંબંધિત હશે અને

તેથી માઈનસ થીટા એ ટેન ઈન્વર્સ ફંક્શનની રેન્જ સાથે સંબંધ ધરાવે છે જ્યાંથી તે અનુસરે છે કે બાદબાકી થીટા એ x ના ટેન વ્યુત્ક્રમની બરાબર છે

તેથી આ સમીકરણ પરથી તે અનુસરે છે કે આ ઓછા થીટા એ x ના તન વ્યસ્ત છે કારણ કે આ ઓછા થીટા ઓછા થીટાનો છે ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનનો રેન્જ સેટ અને જેને થીટા તરીકે પણ લખી શકાય છે

અને

તેથી અહીંથી અને અહીંથી આપણે જે જોઈએ છીએ તે છે કે બાદબાકી x નું tan inverse, tan inverse x ના ઓછા સમાન છે અને તે જ રીતે આહ અન્ય ઓળખ ah એ પણ બતાવી શકાય છે ઉદાહરણ તરીકે cos inverse માઈનસ x અને cos inverse x માટે હું તેના પર થોડી ઝડપથી જઈશ

તેથી આ તે છે કે થીટા શૂન્ય થી પાઇ ની છે અને

તેથી cos થીટા એ ઓછા x ની બરાબર છે x એ માઈનસ કોસ થીટાની બરાબર લખવા જેવું જ છે

પરંતુ માઈનસ આપણે જાણીએ છીએ કે કોઈપણ થીટા કોસ માટે પાઈ માઈનસ થીટા બરાબર છે માઈનસ કોસ થીટા

તેથી આ બરાબર છે

તેથી

હવે થીટા શૂન્યથી સંબંધિત છે આ પાઈ માઈનસ થીટા પણ સમાન અંતરાલ શૂન્ય થી પાઈ સાથે સંબંધિત હશે અને

તેથી અહીંથી તે અનુસરે છે કે પાઈ માઈનસ થીટા બરાબર છે cos inવર્સ ઓફ x બરાબર છે cos inverse of x અને cos inverse of minus x થીટા હતું

તેથી જો આ થીટાને બદલે અહીં જો આપણે આ સમીકરણમાંથી માઈનસ xના cos inverse તરીકે લખીએ તો આપણને જે મળે છે તે મળે છે pi minus cos inverse of minus x બરાબર છે cos inverse of x જ્યાંથી આપણને આખરે મળે છે કે x ની cos inverse plus cos inverse of .

માઈનસ x એ pi અને thi બરાબર છે s એ કોઈપણ x માટે સાચું છે જેમ કે x નો મોડ એક કરતા ઓછો છે

તેથી મુખ્ય પગલું એ અહીં મુખ્ય પગલું હતું જ્યાં અમને જાણવા મળ્યું કે માઈનસ કોસ થીટા વાસ્તવમાં પાઈ માઈનસ થીટાનો કોસ છે અને તે પણ બહાર આવ્યું કે આ કારણ કે થીટા શૂન્ય થી pi pi માઈનસ થીટા પણ સમાન અંતરાલ શૂન્ય થી પાઈ થી સંબંધિત છે

અને આ શૂન્ય થી pi એ cos inverse ફંક્શનનો રેન્જ સેટ છે
તેથી કારણ કે x એ pi માઇનસ થીટા ના cos બરાબર છે અને આ કોણ pi ઓછા થીટા છે પહેલેથી જ cos inverse ફંક્શનના રેન્જ સેટમાં આ વિધાન અનુસરે છે અને પછી ત્યાંથી તે ખૂબ જ સરળ હતું અહ cosec inverse minus x અને cosec inverse x વચ્ચેનો સંબંધ સાઇન ફંક્શન માટે સમાન છે અને આપણે તેને ખૂબ જ ઝડપથી પાર કરી શકીએ છીએ.
તમારા માટે સમજવું બહુ અઘરું ન હોવું જોઇએ
તેથી ચાલો કહીએ કે આ થીટાની બરાબર છે તો થીટા એ કોસેક ઇન્વર્સ ફંક્શનના રેન્જ સેટ સાથે સંબંધ ધરાવતો હોવો જોઇએ જે તત્વ શૂન્ય સિવાયના બંધ અંતરાલ માઇનસ પાઇ બાય ટુ થી વત્તા pi બાય બે છે.
અને
તેથી ત્યાંથી જો આપણે ઉપરોક્ત સમીકરણની ડાબી અને જમણી બાજુ બંને બાજુએ કોસેક લઈએ તો આપણને થીટાનો કોસેક માઇનસ x મળે છે જે અનિવાર્યપણે સૂચવે છે કે x થીટાના કોસેકના ઓછાની બરાબર છે પરંતુ કોસેક એક વિચિત્ર કાર્ય છે અને તેથી માઇનસ ઓફ કોસ x થીટા એ માઇનસ થીટાના કોસેક સમાન છે x હવે જો થીટા આ અંતરાલ સાથે સંબંધિત હશે તો બાદબાકી થીટા પણ આ અંતરાલને અનુસરશે અને
તેથી માઇનસ થીટા હવેથી સંબંધિત હોવાથી આ અંતરાલ મૂળભૂત રીતે કોસેક વ્યસ્તનો શ્રેણી સમૂહ છે અને
તેથી માઇનસ થીટા એ કોસેક વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીના સમૂહને અનુસરે છે અને
તેથી આ વિધાન પરથી તે અનુસરે છે કે બાદબાકી થીટા એ x ના કોસેક વ્યસ્તની બરાબર છે પરંતુ થીટા પહેલેથી જ ઓછા x ના કોસેક વ્યસ્તની બરાબર હતી અને
તેથી અહીંથી તે અનુસરે છે કે થીટા માઇનસની બરાબર છે કોસેક વ્યુત્ક્રમ x પરંતુ થીટા આ વસ્તુ છે અને
તેથી આપણે નિષ્કર્ષ પર આવી શકીએ છીએ કે કોસ x ઓછા x નો વ્યસ્ત જે થીટા છે તે કોસેક વ્યસ્ત x ના ઓછા બરાબર છે પરંતુ યાદ રાખો કે આ છે માત્ર એટલા માટે કે કોસેક ઇન્વર્સ ફંક્શનનું ડોમેન ફક્ત તે જ x છે જેમ કે મોડ x એક કરતા વધારે છે અને આપણે જે જોઇએ છીએ તે એ છે કે સાઇન ફંક્શનની જેમ કોસેક ઇન્વર્સ ફંક્શન પણ એક વિચિત્ર ફંક્શન છે કારણ કે તે અહીંથી નીચે આવે છે.
સમયના હિતમાં આપણે આગળના બે વિધાનોને સાબિત કરવાના નથી અને તે તમારા પર થોડી કસરત તરીકે છોડી દેવામાં આવે છે અને અહીં આપણી પાસે જે ફરીથી છે તે માઇનસ xના સેકન્ટ વ્યુત્ક્રમ અને xના સેકન્ટ વ્યસ્ત વચ્ચેનો સંબંધ છે અને તે બતાવી શકાય છે કે x ના બધા મોડ એક કરતા વધારે છે
તેથી અહીં આ ચોક્કસ સેટ ખરેખર સેકન્ટ ઇન્વર્સ ફંક્શનનું ડોમેન છે
તેથી તમે સેકન્ટના ડોમેનમાં કોઇપણ x લો છો , બાદબાકી x ના પાઈ માઇનસ સેકન્ડ વ્યસ્ત બરાબર છે જે x ના cos inverse અને cos inverse ની માઇનસ x વચ્ચેના સંબંધ જેવો જ છે અને સમાન સ્ટ્રિંગ cot inverse function માટે પણ સાચું છે
આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ કે સાઇન અને કોસાઇન ફંક્શન અનિવાર્યપણે સમાન છે a h તેઓ ફક્ત એકબીજાના સ્થાનાંતરિત સંસ્કરણો છે
તેથી તે જોવાનું રસપ્રદ રહેશે કે શું આપણે sin inverse x અને cos inverse x વચ્ચે કોઇ સંબંધ મેળવી શકીએ છીએ અને આ દેખીતી રીતે કારણ કે સાઇન ઇન્વર્સ અને cos inverse ફંક્શનનું ડોમેન સમાન છે જે x નો તે મોડ એક કરતા ઓછો હોવો જોઇએ આપણે તેમની વચ્ચે અમુક સંબંધને વ્યાખ્યાયિત કરવા સક્ષમ હોવા જોઇએ
તેથી ચાલો આપણે એમ કહીને શરૂ કરીએ કે આપણે કહીએ કે સાઇન ઈન્વર્સ x એ થીટાની બરાબર છે જ્યાંથી તે અનુસરે છે કે થીટા શ્રેણીની હોવી જોઇએ સાઇન ઈન્વર્સ ફંક્શનનું જે બંધ અંતરાલ માઇનસ પાઇ બાય બે બે વત્તા પાઈ બાય બે છે જો આપણે આ સમીકરણને બંને બાજુએ સાઇન લાગુ કરીએ તો આપણને જે મળે છે તે સાઇન ઈન્વર્સ x બરાબર sin થીટા છે પરંતુ આ ડાબી બાજુ આવશ્યકપણે x છે
તેથી આપણે અંતે જે મેળવીએ છીએ તે થીટાની સાઇનની બરાબર x છે
પણ આપણે જાણીએ છીએ કે ત્રિકોણમિતિ વિધેયો પરના અમારા પ્રારંભિક વ્યાખ્યાનોથી આપણે જાણીએ છીએ કે થીટાની સાઇન કોસ કોસ ઓફ pi બાય બે ઓછા થીટા બરાબર છે આ સંબંધ પહેલેથી જ k છે.
હવે આપણા માટે અને
તેથી અહીં આ સંબંધનો ઉપયોગ કરવાથી આપણને જે મળે છે તે એ છે કે x એ pi બાય બે ઓછા થીટાના cos બરાબર છે હવે થીટા અંતરાલ માઇનસ pi બાય ટુ થી પ્લસ pi બાય બે સાથે સંબંધિત છે તે પાઇ બાય બે ઓછા થીટાને અનુસરે છે બંધ અંતરાલ 0 થી pi સુધીના અંતરાલ સાથે સંબંધિત હશે અને હવે આપણી પાસે જે છે તે એ છે કે આપણી પાસે અમુક ખૂણાના cos બરાબર x છે અને આ ખૂણો વાસ્તવમાં બંધ અંતરાલ 0 થી pi ના pi માટેના સેટ 0નો છે પરંતુ બંધ અંતરાલ 0 છે.
to pi એ વાસ્તવમાં રેન્જ સેટ છે
તેથી બંધ અંતરાલ 0 થી pi એ હકીકતમાં cos inverse ફંક્શનનો રેન્જ સેટ છે અને કારણ કે આ pi by 2 માઇનસ થીટા cos inverse ફંક્શનના રેન્જ સેટને અનુસરે છે તે અહીંથી અનુસરે છે કે pi by 2 ઓછા થીટા
એ x ના cos inverse બરાબર છે અને
તેથી જો આપણે અહીં આ વિધાન અને આ વિધાનને જોડીએ તો આપણે જે જોઇએ છીએ તે એ છે કે pi બાય 2 ઓછા હવે થીટા એ x નો sin વ્યુત્ક્રમ હતો
તેથી pi બાય 2 ઓછા sine inverse x બરાબર cos inverse x જ્યાંથી આપણે અંતે નિષ્કર્ષ પર આવી શકે છે કે si ne inverse x plus cos inverse x એ બધા x માટે 2 બાય pi બરાબર છે જેમ કે x નો મોડ 1 કરતા ઓછો છે.

 તેથી આ એક ખૂબ જ મૂળભૂત ઓળખ છે જે તમારે તે જ રીતે યાદ રાખવી જોઇએ અને સાબિતીની શૈલી સમાન છે.
 તમે એ પણ બતાવી શકો છો કે કોઈપણ x વાસ્તવિક મૂલ્ય માટે tan inverse x વત્તા cot inverse x એ pi બાય બે બરાબર છે અને એ પણ કોઈપણ x માટે જેમ કે x નો મોડ એક કરતા મોટો છે
 તેથી આ સમૂહ અથવા આ સમૂહ x માટેના મૂલ્યો વાસ્તવમાં સેકન્ટ ઇન્વર્સ તેમજ કોસેકન્ટ ઇન્વર્સ ફંક્શન બંને માટે ડોમેન ફંક્શન છે અને
 તેથી તમે એ પણ બતાવી શકો છો કે x નું સેકન્ટ ઇનવર્સ વત્તા x નું કોસેકન્ટ ઇનવર્સ pi બરાબર બે બાય છે
 તેથી આ તમારા માટે એક કવાયત તરીકે બાકી છે તો હવે ચાલો જોઈએ કે શું આપણે આપેલ કોઈપણ x અને y માટે કરી શકીએ છીએ
 તેથી અહીં x અને y બંને ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનના ડોમેન સેટમાં છે જે બધી વાસ્તવિક સંખ્યાઓના સેટ સિવાય બીજું કંઇ નથી
 તેથી ધારો કે જો આપણે કહીએ કે x અને y છે બંને વાસ્તવિક છે તો શું આપણે આને સરળ બનાવી શકીએ અને તેને tan i તરીકે લખી શકીએ કોઈ વસ્તુનો nverse જ્યાં આ કંઈક અહીં x અને y બંને પર આધાર રાખે છે
તો ચાલો આપણે કહીએ કે tan inverse x બરાબર થીટા અને tan inverse y બરાબર phi છે
 તેથી તે આપોઆપ અનુસરે છે કે થીટા અને phi બંને ટેનની શ્રેણીમાં હોવા જોઈએ ઇન્વર્સ ફંક્શન જે માઇનસ pi બાય 2 n વત્તા pi બાય 2 વચ્ચેનું ખુલ્લું અંતરાલ છે અને પછી આપણે જેની ગણતરી કરવા માંગીએ છીએ તે થિટા પ્લસ ફી છે
 તેથી આપણે જે જોઈએ છે તે એ છે કે આપણે થીટા વત્તા ફીને ટૅન ઇનવર્સ તરીકે લખી શકીએ કે કેમ તે જોવાનું છે.
  અહીં આમ કરવા માટે, અલબત્ત, આહ જરૂરી શરત છે કે જો આ સાચું હોય તો જરૂરી શરત એ છે કે અહીં કૌંસની અંદર આ વસ્તુની અંદર ટેન થીટા પ્લસ ફી સમાન હોવું જોઇએ
કારણ કે જો આ સાચું હોય તો ડાબી બાજુ અને જમણી બાજુ બંને પર સ્પર્શક ફંક્શન લાગુ કરવાથી આપણે જે મેળવીશું તે ટેન ઓફ થીટા પ્લસ ફી એ ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનની દલીલ તરીકે જે હોય તે સમાન હોવું જોઈએ, પરંતુ તે પણ મારો મતલબ છે કે આગળ જવું અહીંથી અહીં સાચો છે પરંતુ આ આપણે જરૂરી નથી કહી શકીએ કે આપણે કહી શકીએ કે જો આપણે કહીએ કે ટેન થીટા પ્લસ ફી એ કોઈ વસ્તુની બરાબર છે તો ચાલો આપણે ઝડપથી જાણી લઈએ કે આ બરાબર શું છે જેથી આપણે જાણીએ કે થીટા પ્લસ ફી ફરીથી અમારા અગાઉના પ્રવચનો આહ આપણે જાણીએ છીએ કે થીટા વત્તા ફીનું ટેન એ ટેન થીટા વત્તા ટેન ફી ઓવર 1 માઈનસ ટેન થીટા ટેન ફી છે જે અહીંથી હવે વધુ બરાબર છે જ્યારે આપણે થીટા અને ફીને x ના tan વ્યુત્ક્રમ અને y ના tan વ્યુત્ક્રમ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ દરેક વિધાનમાંથી તે અનુસરશે કે tan inverse x એ થીટા છે જો આપણે બંને બાજુઓ પર tan ફંક્શન લઈએ તો આપણને અહીંથી જે મળે છે તે થિટાના tan સાથે x બરાબર છે અને તે જ રીતે અહીં આ વિધાનમાંથી આપણને જે મળે છે તે y બરાબર છે.
 ફાઈના ટેન માટે
 તેથી આપણે અહીં આ બંનેનો ઉપયોગ કરીશું
 તેથી tan t tan એહ tan થીટા એ x છે
 તેથી આ બને છે x વત્તા tan phi એ yx વત્તા y ઉપર એક ઓછા xy છે
 તેથી આપણે જે જોઈએ છીએ તે થીટા વત્તા ફી છે એક ઓછા x વત્તા 1 ઓછા x વખતથી વધુ x વત્તા y બરાબર y પરંતુ એનો અર્થ એ જરૂરી નથી કે
 તેથી અહીંથી આપણે કહી શકીએ કે થીટા વત્તા ફી એ x વત્તા વાયના એક ઓછા xy વડે ભાગ્યાના વ્યુત્ક્રમ સમાન છે આ જરૂરી નથી કે હંમેશા આ સાચું હશે જો અને માત્ર જો સરવાળો આ બે ખૂણાઓમાંથી થીટા અને ફી એ ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનની શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધ ધરાવે છે અત્યાર સુધી આપણે જે બતાવ્યું હતું તે એ હતું કે થીટા વત્તા ફીનું ટેન એક ઓછા xy ઉપર x વત્તા વાય બરાબર છે પરંતુ આ જરૂરી નથી કે થીટા વત્તા phi બરાબર tan inverse of x plus y one minus xy હવે આ માત્ર ત્યારે જ સાચું છે જ્યારે થીટા પ્લસ phi એ ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનના રેન્જ સેટને અનુસરે છે જે ખુલ્લું અંતરાલ બે બે ઓછા પાઇ બાય ટુ પ્લસ પાઇ બાય બે છે
 તેથી જો જો થીટા વત્તા પાંચ આ અંતરાલ સાથે ક્યાં સંબંધ ધરાવે છે તે સાચું છે
 તેથી જો થીટા વત્તા ફી એ માઇનસ પાઇ બાય 2 વત્તા પાઇ બાય 2 સાથે સંબંધ ધરાવે છે તો તે સાચું છે કે x નું ટેન વ્યુત્ક્રમ જે થીટા વત્તા y નું વ્યુત્ક્રમ હતું જે ફી હતું
x વત્તાના તન વ્યુત્ક્રમ સમાન y એક બાદબાકી xy પર પરંતુ આ સ્થિતિ બે ક્યારે છે આ સ્થિતિ સાચી છે તે બતાવી શકાય છે કે આ સ્થિતિ સાચી છે હવે સમસ્યા એ છે કે બંને થીટા
 તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે થીટા પણ થીટાનો છે તે પણ અંતરાલ માઇનસ pi દ્વારા અનુસરે છે ટુ પ્લસ પાઈ બાય ટુ અને ફી પણ આ અંતરાલ સાથે સંબંધ ધરાવે છે
 તેથી શક્ય છે કે જ્યારે આપણે તેમને ઉમેરીએ ત્યારે આ બેનો સરવાળો એ જ અંતરાલ સાથે સંબંધિત ન હોઇ શકે તે જરૂરી નથી કે તે અંતરાલની બહાર જાય પણ અમે બતાવીશું કે આ સાચું છે જો અને માત્ર જો આમ હોય તો આ સ્થિતિ સાચી છે જો અને માત્ર જો x ગુણ્યા y નું ઉત્પાદન એક કરતા ઓછું હોય તો જ તે સાચું છે
 તેથી આવશ્યકપણે આપણે જે બતાવ્યું છે તે એ છે કે જો આપણને x અને y આપવામાં આવે તો x ગુણ્યા y છે એક કરતા ઓછું હોય તો તે અનુસરે છે કે tan inverse x વત્તા tan inverse y બરાબર tan inverse of x plus y over one minus xy અહીં એક સરસ કોષ્ટક છે જો આપણે બતાવીશું કે જો x ગુણ્યા y એક કરતા ઓછી હોય તો તે સાચું છે કે tan વ્યસ્ત x વત્તા ટેન વ્યુત્ક્રમ y બરાબર છે ah tan inverse x plus y ની એક બાદબાકી xy ની બરાબર છે પણ
 તેથી આ માત્ર ત્યારે જ છે જ્યારે xy એક કરતા ઓછી હોય પરંતુ અન્ય કેસ માટે

તેથી અન્ય કિસ્સાઓ જો x અને y બંને ધન હોય અને xy એક કરતા વધુ હોય તે કિસ્સામાં આપણે આ અભિવ્યક્તિમાં pi ઉમેરવી પડશે

તેથી બીજી બાજુ જો x અને y બંને નકારાત્મક હોય તો પણ ઉત્પાદન હજી એક કરતા વધારે હોય તો આપણે એક બાદબાકી પાઈ ઉમેરીએ છીએ

તેથી આગળના વર્ગમાં આપણે ખરેખર છીએ આહ સાથે શરૂ કરવા જઈ રહ્યા છીએ, કદાચ તમને બતાવશે કે આ x માં y એક કરતા ઓછા શા માટે જરૂરી અને પર્યાપ્ત શરત છે તેની ખાતરી કરવા માટે કે tan inverse x વત્તા tan inverse y કે જે theta plus phi છે તે tan inverse ફંક્શનની શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધિત છે અને પછી આપણે કેટલીક અન્ય ઓળખ સાથે પણ ચાલુ રહેશે અને ત્યારબાદ કેટલાક સમસ્યાનું નિરાકરણ સત્ર આવશે આભાર