

मागील सात व्याख्यानातील व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्सवरील पहिल्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे.

आम्ही त्रिकोणमितीय फंक्शन्स जसे की $\sin x$ $\cos x$ $\cot x$ $\tan x$ $\operatorname{cosec} x$ आणि $\sec x$ या व्याख्यानातून पुढे आपण त्यांचे व्युत्क्रम परिभाषित करणार आहोत.

या व्युत्क्रम फंक्शन्समधील ओळखीची चर्चा करू या, आपण $\sin x$ चे केस घेऊ या, जेणेकरून आपल्याला आपल्या मागील लेक्चर्सवरून कळेल की x x फंक्शनमध्ये एक डोमेन आहे जो सर्व वास्तविक संख्यांचा संच आहे आणि श्रेणी ही वजा एक आणि अधिक मधील सर्व संख्या आहे.

याचा अर्थ असा आहे की जर आपण x चे कोणतेही वास्तविक मूल्य घेतले तर x चे चिन्ह निश्चितपणे बंद अंतराल वजा एक ते अधिक एक याच्याशी संबंधित असेल पुढील प्रश्न हा आहे की आपण साइन फंक्शनचे व्यस्त फंक्शन परिभाषित करू शकतो म्हणजे मला काय म्हणायचे आहे ते व्यस्त फंक्शनद्वारे सांगायचे तात्पर्य असे आहे की जर आपण वजा एक ते अधिक एक मधील कोणतेही y घेतले तर प्रश्न असा आहे की जेव्हा एक अद्वितीय अस्तित्वात असेल तेव्हा तेथे एक अद्वितीय x असेल का r च्या मालकीचा असा असेल की x ची साइन समान असेल a_1 to this y म्हणून हा मूलभूत प्रश्न आहे जो आपण विचारत आहोत त्यामुळे स्पष्टपणे कारण $\sin x$ हे नियतकालिक फंक्शन आहे हे आपल्याला माहीत आहे हे खरे नाही म्हणून येथे $\sin x$ चा आलेख उभ्या अक्षावर x हा प्लॉट केला आहे.

क्षैतिज अक्षावर आणि असे म्हणूया की आपल्याकडे y अर्ध्या बरोबर आहे आणि आपण ते सर्व x शोधण्याचा प्रयत्न करीत आहोत जसे की $\sin x$ अर्ध्या बरोबर आहे म्हणून आपण येथे एक क्षैतिज रेषा काढतो जी x अक्षाच्या समांतर आहे आणि जे y अक्षावर धनाच्या बाजूने अर्ध्या विस्थापनावर आहे आणि नंतर आपण जे पाहतो ते म्हणजे x ची अनेक मूल्ये आहेत उदाहरणार्थ हे मूल्य आणि येथे हे मूल्य आणि हे मूल्य x चे हे मूल्य म्हणून x ची ही सर्व मूल्ये असे आहेत की x चे चिन्ह अर्ध्या बरोबर आहे आणि प्रत्यक्षात अनेक असीम आहेत म्हणून यावरून आपल्याला कळते की आपल्याला एक अद्वितीय x सापडू शकत नाही ज्याचा साइन x अर्ध्या बरोबर आहे आणि म्हणून आता सर्वसाधारणपणे असे दिसते की ते होईल ज्या व्युत्क्रमाची व्याख्या करणे कठीण आहे $\sin$ फंक्शन तरीही आपण त्याचे व्युत्क्रम परिभाषित करू शकतो त्यासाठी आपल्याला एक लहान आह सोप्या उदाहरणाची आवश्यकता आहे, म्हणून या स्लाइडवर आपल्याकडे $f x$ फंक्शनचा प्लॉट x स्केअरच्या बरोबरीचा आहे

त्यामुळे x स्केअरच्या y बरोबर y उभ्या अक्ष x वर प्लॉट केला आहे.

क्षैतिज अक्षावर आहे आणि हा निळा ठिपका असलेला वक्र y साठी x चौरस बरोबरीचा वक्र आहे म्हणून फंक्शन f हे सर्व वास्तविक संख्यांच्या संचापासून सर्व गैर-ऋणात्मक वास्तविक संख्यांच्या संचापर्यंत परिभाषित केले जाते जे m अधिक द्वारे दर्शवितो आता तुम्ही या फंक्शनच्या श्रेणीतील y च्या कोणत्याही मूल्यासाठी येथे पाहू शकता, तर उदाहरणासाठी हे y एकाच्या बरोबरीचे आहे, तर y च्या बरोबरीच्या एकासाठी x ची दोन मूल्ये x एक म्हणजे x बरोबर आहेत असे आपण पाहू.

अधिक एक आणि नंतर x चे आणखी एक मूल्य आहे जे x समान वजा एक आहे म्हणून दोन्ही x समान वजा एक आणि x समान बरोबर अधिक एक आपल्याला y समान मिळेल आणि म्हणून पुन्हा कोणतेही अद्वितीय x नाही जे $f x$ च्या बरोबरीचे आहे x वर्ग एक आहे कारण या दोन्ही x साठी वजा एक आणि अधिक समान आहे एक आपल्याला y च्या बरोबरीचा मिळतो आणि म्हणून तेथे कोणतेही अद्वितीय x नाही म्हणजे या फंक्शनचा उलटा $f x$ x चौरस बरोबर परिभाषित करणे कठीण दिसते म्हणून एक नेहमीची युक्ती म्हणजे आपण नवीन फंक्शन f प्रतिबंधित आणि परिभाषित करण्याचा प्रयत्न करतो.

जे जुने फंक्शन सारखेच आहे

त्यामुळे आपल्याकडे अजूनही $f x$ समान x चौरस असेल परंतु नंतर आपण या फंक्शनचे डोमेन f सर्व वास्तविक संख्यांच्या संचापासून सर्व वास्तविक संख्यांच्या संचाच्या उपसंचापर्यंत मर्यादित करू.

आपण असे म्हणू या की आपण हे फंक्शन f या प्रकरणात या खालील उपसंचासाठी प्रतिबंधित करतो असे म्हणू या की आपण ते सर्वांच्या संचापर्यंत मर्यादित करतो म्हणून आपण हा संच 0 ते सर्व अनंतापर्यंत घेतो म्हणून आपण म्हणतो की आपण परिभाषित करतो एक नवीन फंक्शन f प्राइम जे r प्लस पासून आहे म्हणून r प्लस हे मूलतः

शून्य ते अनंतापर्यंतचे अंतर आहे म्हणून आम्ही r प्लस पासून r प्लस पर्यंत नवीन फंक्शन f प्राइम परिभाषित करतो आणि x चा f प्राइम पुन्हा x चौरस उजवा आहे म्हणून f प्राइम पुन्हा आहे f prime x म्हणजे x चौरस जो समान आहे आमच्याकडे आधी जे होते ते फक्त डोमेन आता r ते r प्लस पर्यंत मर्यादित केले गेले आहे परंतु हे निर्बंध करण्याचा फायदा हा आहे की डोमेनला r ते r प्लस पर्यंत मर्यादित करून आम्ही अजूनही पाहतो की संपूर्ण श्रेणी फंक्शन अजूनही सारखेच आहे म्हणून या फंक्शनची रेंज पूर्वीचे फंक्शन $f r$ plus होते कारण $f x$ समान x स्केअर होते आणि x स्केअर केवळ नकारात्मक नसल्यामुळे पूर्वीच्या फंक्शनची श्रेणी r प्लस होती आता आम्ही डोमेन प्रतिबंधित करतो तेव्हाही या फंक्शनचे f पासून r plus पर्यंत आताही डोमेन अजूनही r plus असेल कारण सर्व नॉन-ऋण संख्या या नवीन फंक्शन f प्राइमच्या श्रेणीत असतील

त्यामुळे आपण असे पाहतो की आपण डोमेन अशा प्रकारे प्रतिबंधित केले आहे.

फंक्शनची रेंज अजूनही तशीच आहे म्हणून आपण फंक्शनची रेंज बदलत नाही आहोत पण महत्त्वाची गोष्ट जी आपण येथे केली आहे ती म्हणजे डोमेनचे हे बंधन केल्याने आता आपण जे पाहतो ते म्हणजे मी प्लॉट आहे.

ng या फंक्शनचा आलेख f प्राइम लाल रंगात आहे म्हणून मी मूलतः फक्त आडव्या अक्षाच्या सकारात्मक बाजूस x चौरस समान $f x$ चा आलेख विचारात घेतो

त्यामुळे लाल रंगातील हा वक्र नवीन फंक्शन f प्राइमचा आलेख आहे आणि आता जर आपण लेट्सचे कोणतेही मूल्य घेतो म्हणू की आपण घेतो म्हणजे हे y समान आहे दोन तीन येथे चार म्हणू या जर आपण y बरोबर चार घेतले आणि आपण जे पाहतो ते असे की प्रतिबंधित डोमेनमध्ये x चे फक्त एक अद्वितीय मूल्य आहे जे आहे x बरोबर 2 ज्यासाठी f प्राइम x बरोबर 4 आहे खरेतर प्रतिबंधित फंक्शनसाठी y च्या 1 च्या बरोबरी साठी देखील प्रतिबंधित डोमेनसह f प्राइम फंक्शनसाठी फक्त एक अद्वितीय उपाय असेल जो x

बरोबर प्लस वन आहे आणि असे घडते कारण आपण फंक्शनचे डोमेन r ते r प्लस पर्यंत मर्यादित केले आहे आणि म्हणून आता वेगळेपणा आहे कारण आपण इतर कोणतेही y घेऊ शकतो आपण हे y घेऊ शकतो उदाहरणार्थ आपण म्हणू या की हे y चे काही मूल्य आहे म्हणून या वायरसाठी देखील हा अनन्य x हा th आहे e अद्वितीय x म्हणजे x चा f प्राइम जो x चौरस आहे तो या y च्या बरोबरीचा आहे आणि म्हणून या प्रतिबंधित फंक्शन f प्राइमसाठी आता या f प्राइम फंक्शनसाठी व्युत्क्रममाची अर्थपूर्ण व्याख्या करणे शक्य आहे, आपण g म्हणू या r प्लस ते r प्लस पर्यंत आहे आणि r प्लसशी संबंधित कोणत्याही y साठी y चा व्यस्त असेल y चे वर्गमूळ y च्या बरोबरीचे असेल जेथे हे y चे धनात्मक वर्गमूळ आहे म्हणून आपण अशा प्रकारे अनेक वेळा g परिभाषित करतो तुम्ही g देखील लिहाल कारण ते f prime inverse असे अनेक वेळा लिहिलेले आहे म्हणून आम्ही मूळ फंक्शनच्या नावावर ah वर ही सुपरस्क्रिप्ट वापरतो

ज्याच्या व्युत्क्रमाला आम्ही f prime inverse परिभाषित करत आहोत किंवा बरेचदा लोक असे लिहित नाहीत.

ते फक्त लिहितात f प्राइम व्युत्क्रम हे r अधिक $2r$ वरून आहे आणि f प्राइम व्युत्क्रम हे y च्या कोणत्याही y साठी आहे जे f प्राइमच्या डोमेनशी संबंधित आहे f माफ करा येथे एक अविभाज्य विसरलात.

आता आपण हीच पद्धत वापरणार आहोत f फंक्शनचे डोमेन मर्यादित करणे जसे की श्रेणी बदलत नाही परंतु उलटे अर्थपूर्णपणे परिभाषित केले पाहिजे म्हणून येथे संपूर्ण युक्ती फंक्शनचे डोमेन मर्यादित करणे आहे उदाहरणार्थ या प्रकरणात जरी आपण असे म्हणू दिले तर r plus ऐवजी r plus ऐवजी r plus ऐवजी डोमेन मर्यादित करा जर आपण डोमेनला काही अंतराल वजा 2 ते अधिक 2 असे म्हणू देण्यास प्रतिबंधित केले तर हे कार्य करणार नाही कारण जर आपण डोमेनला वजा दोन ते अधिक दोन पर्यंत प्रतिबंधित केले तर श्रेणी या फंक्शनचे फक्त शून्य ते π स उणे दोन कडे पेक्षा पेक्षा जास्त दोनपर्यंतची फंक्शनची मर्यादा असते.

मूळ फंक्शन सर्व नॉन-ऋणात्मक संख्यांचा संच होता आणि ते शून्य ते 4 उजवीकडे या श्रेणीसारखे नाही म्हणून हे अर्थपूर्ण बंधन नाही कारण आपण अशा wa मध्ये फंक्शनचे डोमेन प्रतिबंधित करण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे.

y की श्रेणी बदलली जात नाही ती श्रेणी अजूनही तशीच आहे म्हणून आम्ही आता त्रिकोणमितीय फंक्शन्सचे डोमेन मर्यादित करण्यासाठी या तंत्राचा वापर करू जेणेकरून आम्ही त्यांचे व्युत्क्रम अर्थपूर्णपणे परिभाषित करू शकू म्हणून आम्ही पुन्हा y समान $\sin x$ फंक्शनकडे परत जाऊ आणि आता आपल्याला माहित आहे की $\sin x$ फंक्शनची श्रेणी मायनस वन आणि प्लस वन दरम्यान आहे आणि जर आपण येथे पाहिले तर आपण $ah \sin x$ फंक्शनचे डोमेन म्हणू या आपण ते उणे π वरून 2 पर्यंत मर्यादित करू.

π plus π by 2 .

त्यामुळे आम्ही $\sin x$ फंक्शनचे डोमेन मध्यांतरापर्यंत मर्यादित ठेवतो वजा π by 2 to plus π by 2 .

त्यामुळे हे बंधन केल्याने आपण पाहतो की प्रतिबंधित कार्यासाठी वक्र असेल घन लाल वक्र जो मी आता काढणार आहे त्यामुळे ते असे असेल

त्यामुळे हे प्रतिबंधित $\sin x$ फंक्शनसाठी वक्र आहे जेथे डोमेनला वजा π by 2 ते π plus π by 2 पर्यंत प्रतिबंधित केले आहे आणि नंतरही आपण येथे पाहू शकतो हे निर्बंध सर्व आहेत त्याची संभाव्य मूल्ये तेथे आहेत कारण जर आपण या वक्राचे अनुसरण करण्याचा प्रयत्न केला तर उदाहरणार्थ येथे ते उणे एक आहे आणि नंतर आपण या दिशेने जाताना $\sin x$ ची मूल्ये उणे एक वरून शून्यापर्यंत सतत जातात आणि नंतर पुढे गेल्यास आपण ah च्या दिशेने गेलो पुढे शून्य ते अधिक एक आणि म्हणून या निर्बंधानंतरही $\sin x$ फंक्शनची श्रेणी अजूनही वजा एक ते अधिक एक आहे, त्याशिवाय आपण हे देखील पाहतो की जर आपण वजा एक ते अधिक एक या श्रेणीमध्ये y चे कोणतेही मूल्य घेतले तर तर आपण असे म्हणू की आपण हे y येथे y घेतो म्हणजे वजा अर्ध्या बरोबर y घेतले तर आपण पाहतो की या प्रतिबंधित डोमेनमध्ये x चे फक्त एक अद्वितीय मूल्य आहे जसे की x चे चिन्ह उणे अर्ध्या बरोबर आहे कारण तुम्ही या प्रतिबंधित डोमेनमध्ये पाहू शकता की, या डोमेनपुरते मर्यादित असताना हे साइन x फंक्शन काटेकोरपणे नीरसपणे x चे फंक्शन वाढवत आहे आणि म्हणून आपण या श्रेणीत वजा एक ते अधिक एक मध्ये घेतलेल्या कोणत्याही y साठी एक अद्वितीय मूल्य असेल o या मध्यांतरातील x चे $f(x)$ अनन्य मूल्य जसे की x चे चिन्ह या y च्या बरोबरीचे असेल, उदाहरणार्थ आपण येथे पाहतो की y च्या वजा अर्ध्या साठी x चे मूल्य समान आहे म्हणून x चे हे मूल्य उणे 30 च्या बरोबरीचे आहे.

अंश किंवा उणे π by 6 पेक्षा जास्त आणि म्हणून आपण म्हणतो की $\sin$ म्हणून आपल्याकडे वजा π by 6 ची $\sin$ आहे वजा अर्ध्या बरोबर आहे आणि येथून पुढे आपण लिहू की वजा अर्ध्याचा $\sin$ व्युत्क्रम उणे π by 6 आहे म्हणून आता आपण मर्यादित केले आहे साइन फंक्शनचे डोमेन वजा π by 2 आणि अधिक π by 2 मधील जवळच्या मध्यांतरापर्यंत आपण त्याचा व्युत्क्रम अनन्य आणि अर्थपूर्णपणे परिभाषित करण्याच्या स्थितीत आहोत म्हणून या आलेखामध्ये आपण साइन इनव्हर्स फंक्शन प्लॉट करणार आहोत ज्याचे डोमेन इंटरव्हल असेल मायनस वन आणि प्लस वन आणि रेंजमधील बंद मध्यांतर स्पष्टपणे उणे π बाय 2 आणि प्लस π बाय 2 मधील बंद मध्यांतर असेल येथे $ah \sin x$ विरुद्ध $\sin x$ व्हॅल्यूजची सारणी आहे जी आम्हाला हा आलेख प्लॉट करण्यास मदत करेल म्हणून चला ah म ने सुरुवात करा $\sin$ one म्हणून आम्हाला माहित आहे की वजा π ची 2 बाय दोन ची साइन वजा एक च्या बरोबरी आहे, म्हणून आपण असे म्हणू शकतो की वजा एक चा साइन वजा दोन वर वजा π च्या बरोबरीचा आहे

त्यामुळे वजा एकचा साइन व्युत्क्रम y चा साइन व्युत्क्रम वजा एक बरोबर y समान वजा एक येथे आहे आणि वजा एकचा साइन व्युत्क्रम आहे वजा π बाय दोन वजा π बाय दोन येथे संपला आहे म्हणून आपल्याकडे हा बिंदू आहे

त्यामुळे हे वजा 1 आहे आणि हे आहे वजा π by 2

त्यामुळे वजा 1 चा साइन व्युत्क्रम π by 2 आहे

त्यामुळे मुळात आपल्याकडे हा बिंदू आलेखावर आहे आणि नंतर π पुढे सरकत असताना वजा π चा 3 बाय 3 तर वजा π चा 3 बाय 3 जो वजा π चा साइन आहे साठ अंश हे तीन ओव्हर दोनच्या वजा वर्गमूळाच्या समान आहे आणि तिथून आपण असे लिहू शकतो की वजा मूळ तीन पेक्षा जास्त दोनचे साइन व्युत्क्रम हे वजा π वरील 3 आहे, तर y चा साइन व्युत्क्रम वजा मूळ 3 पेक्षा 2 च्या बरोबर आहे म्हणून हे 4 एकेक आहे आणि उणे मूळ 3 ओव्हर 2 हे जवळपास 0 वजा शून्य बिंदू आठ सहा आहे जेणेकरून ते अंदाजे असेल π इथे कुठेतरी आणि नंतर उणे π बाय तीन म्हणजे हे उणे π बाय दोन आहे तर यातील दोन तृतीयांश उणे π बाय तीन असेल कारण हे सहा एकक आहे ते इथे कुठेतरी असेल आणि म्हणून आलेखावर हा बिंदू आहे जो आपल्याला मिळतो.

त्याचप्रमाणे या आलेखावरून आपण हे देखील दाखवू शकतो की वजा π चा $\sin$ व्युत्क्रम π वजा एक ओव्हर दोन च्या वर्गमूळ च्या $\sin$ व्युत्क्रम बरोबर असेल वजा एक च्या $\sin$ व्युत्क्रम दोन च्या वर्गमूळावर वजा π बाय चार वजा असेल दोनचे एक ओव्हर स्केअर रूट म्हणजे शून्य बिंदू सात जे इथे कुठेतरी आहे आणि उणे पाई बाय चार हा यापैकी अर्धा आहे जो तिथे कुठेतरी आहे म्हणून हे आणि हे इथे भेटणार आहे आणि नंतर उणे π चा साइन 6 बाय 6 म्हणजे उणे 30 आहे अंश म्हणजे उणे अर्धा आणि उणे अर्धा येथे उणे पाई बाय सहा हा या गोष्टीचा एक तृतीयांश भाग आहे जी येथे संपली आहे

त्यामुळे आपल्याला यासारखा आणखी एक बिंदू मिळेल आणि अर्थातच शून्याचा आहे साइन व्युत्क्रम शून्य असेल जी येथे आहे सममितीय समान गोष्ट असेल वर y च्या धनात्मक मूल्यांसाठी π म्हणजे π साठी हा बिंदू असेल कारण एक च्या वजा साइन व्युत्क्रमाचा साइन व्युत्क्रम π by दोन च्या बरोबर असतो आणि नंतर अधिक मूळ 3 बाय 2 साठी आपल्याकडे मूळ 3 बाय 2 बरोबर π by च्या $\sin$ व्युत्क्रम आहे 3 जे इथे संपले आहे म्हणून हे आणि नंतर हे आपल्याला हा बिंदू प्राप्त करेल आणि त्याचप्रमाणे π वरील चार साठी आपल्याला हा बिंदू येथे मिळेल आणि नंतर π पेक्षा अधिक सहा साठी आपल्याला येथे हा बिंदू मिळेल म्हणून आपण हे सर्व ठिपके जोडले तर आपण मिळवा म्हणून हा ठिपका असलेला लाल वक्र हा y च्या $\sin$ व्युत्क्रमाचा आलेख आहे त्याचप्रमाणे $\cos y$ साठी देखील π आपण पाहतो की जर आपण $\cos$ फंक्शनचे डोमेन मर्यादित केले नाही तर पुन्हा कारण असे आहे की ते एक नियतकालिक कार्य असल्यामुळे काय होईल की संपूर्ण वास्तविक रेषा म्हणून डोमेनसह आपण त्याची व्युत्क्रमाची अर्थपूर्ण व्याख्या करू शकत नाही कारण आपण या $\cos$ फंक्शनच्या श्रेणीमध्ये y चे कोणतेही मूल्य घेतले तर x ची अनेक भिन्न मूल्ये असतील ज्यासाठी $\cos x$ त्या y बरोबर असेल परंतु आपण प्रतिबंधित असे म्हणू दिल्यास आपण ते पाहतो टी अह जर आपण कोसाइन फंक्शनला कोसाइन फंक्शनच्या डोमेनला π ते π च्या मध्यांतरापर्यंत मर्यादित ठेवतो, तर आपण फक्त π ते π वरून विचार करतो म्हणून π ते π मधील बंद अंतराल π ते π मधील π ते π जर आपण $\cos$ फंक्शनला रिअल रेषेच्या या उपसंचासाठी या π पर्यंत मर्यादित करा, तर $\cos$ फंक्शनचा आलेख असा असेल

आणि पुन्हा आपण जे पाहतो ते म्हणजे साइन फंक्शनच्या बाबतीत ही संपूर्ण श्रेणी कव्हर केली जाते जरी आपण कोसाइन फंक्शनची श्रेणी π करण्यासाठी डोमेन 0 पर्यंत मर्यादित करा जेव्हा या 0 ते π मध्यांतरापर्यंत मर्यादित असेल तेव्हा 1 आणि उणे 1 मधील सर्व मूल्ये 1 आणि उणे 1 मधील आहेत कारण हा लाल वक्र 1 आणि उणे 1 दरम्यान सतत असतो.

इथून एकापासून सुरुवात करा आणि जसजसे आपण वक्र बाजूने जातो तसतसे आपण π च्या शून्य मूल्यापर्यंत दोन बाय दोनपर्यंत पोहोचतो आणि नंतर खाली आपण उणे एक पर्यंत जातो तेव्हा x समान π च्या बरोबर असतो

त्यामुळे $\cos$ चे डोमेन मर्यादित करून देखील फंक्शन 0 ते π संपूर्ण श्रेणी आहे अजून तेच पुढे आपण पाहतो की आपण y ची कोणतीही किंमत घेतली तर आपण म्हणू या की आपण y समान घेतो आणि येथे अर्धा म्हणू या म्हणजे y च्या बरोबरीचा अर्धा म्हणून आपण मूळ π $\cos$ फंक्शन पाहिल्यास ज्याचे डोमेन होते संपूर्ण रिअल लाइन मग आपल्याकडे x ची अनेक भिन्न मूल्ये येथे असतील आणि नंतर येथे दुसरे मूल्य आणि येथे दुसरे मूल्य त्याचप्रमाणे येथे आणि येथे दुसरे मूल्य असेल आणि x ची अनंत मूल्ये असतील ज्यासाठी $\cos x$ अर्धा समान आहे परंतु जेव्हा आपण डोमेन प्रतिबंधित करतो शून्य ते π आपण काय पाहणार आहोत ते म्हणजे x चे फक्त एक मूल्य x चे एक अद्वितीय मूल्य आहे जे या उदाहरणात π by तीन किंवा साठ अंश आहे कारण साठ अंशांची $\cos$ अर्धा बरोबर आहे आणि म्हणून काय आपण पाहतो की हे फक्त y बरोबर अर्धासाठी खरे नाही, आपण मध्यांतर आहे उणे एक ते अधिक एक मध्ये दुसरे कोणतेही y घेतो जी किंमत फंक्शनची श्रेणी आहे जी आपल्याला दिसेल की यामध्ये नेहमीच एक अद्वितीय x असेल या प्रतिबंधित डोमेनमध्ये जसे की $\cos 0 = 1$ ते x या y च्या बरोबरीचे असेल आणि अर्थातच ते देखील स्पष्टपणे स्पष्ट आहे कारण आपण हे फंक्शन $\cos$ फंक्शन पाहू शकतो जेव्हा या डोमेनवर प्रतिबंधित असताना 0 ते 0 ते π पर्यंत मर्यादित असताना आलेख नीरसपणे कमी होत आहे आणि म्हणून कोणत्याही मूल्यासाठी y हे आपण घेतो की या मध्यांतरात नेहमीच एक अद्वितीय x असेल आणि म्हणून $\cos$ फंक्शनचा व्युत्क्रम आता अनन्यपणे असू शकतो, म्हणजे मला अर्थपूर्णपणे परिभाषित केले जाते, जसे की $\sin$ फंक्शनसाठी आपल्याकडे $\cos$ फंक्शनचा वजा एक ते प्लस पर्यंतचा व्यस्त असतो.

एक म्हणजे डोमेन आणि श्रेणी म्हणजे 0 ते π हा बंद अंतराल आहे आणि पुन्हा येथे आपल्याकडे मूल्यांचे सारणी आहे, ज्याप्रमाणे आपण ज्या साइन फंक्शनने सुरुवात करतो त्याप्रमाणे आपण π चा $\cos$ उणे एकच्या बरोबरीचा असतो आणि म्हणून $\cos$ च्या उलट असतो.

वजा एक y च्या बरोबरीचा असेल, कारण y चा व्युत्क्रम वजा एक च्या बरोबरीचा असेल इथे π π च्या बरोबरीचा असेल, म्हणून आपल्याकडे आलेखावर हा बिंदू आहे ठीक आहे आणि नंतर आपण येथे घेऊ म्हणजे येथे आपल्याकडे तीन π ओव्हरची $\cos$ आहे चार समान आहे दोनच्या चौरसमूळावर तीन π चा कॉस बरोबर आहे

आणि दोनच्या

वर्गमूळावर वजा एकचा कॉस व्युत्क्रम दोनच्या चौरसमूळावर तीन π बरोबर असेल तर वजा एक म्हणजे y बरोबर दोनचे वजा एक ओव्हर स्केअर रूट इथे कुठेतरी आहे आहे आणि तीन पाई बाय चार हे मुळात तीन चतुर्थांश आहे म्हणून हे नऊ एकक आहे म्हणून तीन चतुर्थांश असेल कुठेतरी सहा आणि तीन चतुर्थांश एकक तीन चार पाच सहा आणि कुठेतरी तिकडे आपल्याकडे आलेखावर हा बिंदू आहे

आणि त्याचप्रमाणे $\sin$ हा बिंदू आहे जेव्हा आपण आणखी पुढे जातो तेव्हा आपण पाहतो की $\sin x$ साठी वजा अर्धा असतो तेव्हा x दोन π बाय तीन असतो आणि म्हणून $\cos$

वजा अर्ध्याचा $\cos$ inverse

so $\cos$ inverse of $\cos y$ समान वजा अर्धा

त्यामुळे y समान वजा अर्धा येथे आहे

त्यामुळे वजा अर्ध्याचा व्यस्त दोन π बाय तीन असेल जो $\sin$ च्या दोन तृतीयांश आहे ही संपूर्ण श्रेणी जी सहा $\sin$ लहान चौरसाच्या बरोबरीची आहे म्हणून ती येथे येते आतापर्यंत आम्ही मिळवले आहे कॉस व्युत्क्रम वक्राचा हा भाग जो मी एका ठिपक्या रेषेने दाखवत आहे आणि पुढे आपल्याला माहित आहे की π चा $\cos$ by two हा शून्य आहे आणि म्हणून शून्याचा $\cos$ inverse हा π by two असेल

त्यामुळे शून्याचा $\cos$ inverse π by two असेल.

या संपूर्ण श्रेणीचा अर्धा भाग जो येथे कुठेतरी असेल आणि नंतर y च्या धनात्मक मूल्यांसाठी या रेषेबद्दल तुम्हाला वक्र माहित असलेला समान $\sin$ सममित असेल, उदाहरणार्थ, आम्हाला माहित आहे की 0 चा $\cos$ 1 आहे आणि म्हणून $\cos$ 1 चा व्यस्त असेल 0 असेल तर येथे हा बिंदू कोणता आहे आणि आपण आणखी एक बिंदू घेऊ म्हणजे π तीन ने आपल्याला माहित आहे की साठ अंशांचा $\cos$ जो π बाय तीन आहे तो अर्धा उजव्या बरोबर आहे म्हणून अर्ध्याचा $\cos$ व्युत्क्रम π by तीन असेल

त्यामुळे $\cos$ येथे y चा व्युत्क्रम अर्धा बरोबर आहे म्हणून $\cos y$ चा व्युत्क्रम अर्धा बरोबर π 3 π बाय 3 येथे आहे म्हणून आपल्याकडे हा बिंदू आहे

त्यामुळे वक्र असे काहीतरी दिसेल

म्हणून $\cos$ साठी ही वक्र आहे व्युत्क्रम फंक्शन त्याचप्रमाणे आपल्याकडे दुसरा त्रिकोण आहे मेट्रिक फंक्शन्स आणि सर्वत्र आपल्याला समान समस्या आहे की आपण मागील लेक्चर्समध्ये परिभाषित केल्याप्रमाणे संपूर्ण डोमेन पाहिल्यास व्यस्त अर्थपूर्णपणे परिभाषित करणे कठीण होईल आणि म्हणून आपल्याला डोमेन मर्यादित करावे लागेल उदाहरणार्थ टॅन फंक्शनसाठी डोमेन म्हणजे π च्या 2 च्या विषम गुणाकार वगळता सर्व वास्तविक संख्या आहेत याचे कारण असे आहे की π च्या 2 च्या विषम पटीत टॅन फंक्शन अमर्यादित होते म्हणून हा x अक्षावरील $\tan$ फंक्शनचा आलेख आहे आपल्याजवळ x हा अनुलंब अक्ष चा टॅन आहे x आणि निळे ठिपके असलेले वक्र हे $\tan x$ फंक्शन आहे आणि जसे आपण पाहू शकतो की हे पुन्हा एक नियतकालिक फंक्शन आहे ते π सह पुनरावृत्ती होते आणि म्हणून आपण काय करू शकतो की आपण टॅन फंक्शनचे डोमेन

वजा π मधील अंतरापर्यंत मर्यादित केले तर दोन ते अधिक π बाय दोन म्हणून येथे आपल्याला बंद मध्यांतर घ्यावे लागेल त्यामुळे हे खुले मध्यांतर क्षमस्व असेल कारण हे खुले मध्यांतर आहे खुल्या मध्यांतरांना गोलाकार कंसाने सूचित केले जाते आणि बंद क्लोज्ड इंटरव्हलसाठी आपण चौरस ब्रॅकेट घेतो

त्यामुळे जर आपण डोमेनला या ओपन इंटरव्हलपर्यंत मर्यादित केले तर ओपन इंटरव्हल घेण्याचे कारण म्हणजे टॅन फंक्शन उणे π बाय टू आणि प्लस π बाय टू वर अमर्यादित होईल

त्यामुळे आपल्याला टाळावे लागेल.

ते दोन बिंदू म्हणजे उणे π बाय दोन आणि अधिक π बाय दोन मधील इतर सर्व बिंदू हे टॅन फंक्शनचे प्रतिबंधित डोमेन असतील आणि जेव्हा आपण टॅन फंक्शनला त्या डोमेनवर प्रतिबंधित करतो तेव्हा प्रतिबंधित टॅन फंक्शनचा वक्र बनतो मी ते यासह दाखवत आहे लाल वक्र सह

त्यामुळे लाल वक्र जसे आपण आता पाहू शकतो सर्व प्रथम लाल वक्र टॅन फंक्शनची संपूर्ण श्रेणी वजा अनंत ते प्लस अनंतापर्यंत कव्हर करणार आहे

त्यामुळे वेळ फंक्शनचे डोमेन मर्यादित करून देखील वजा π by 2 आणि plus π by 2 मधील खुला अंतराल आपण पाहतो की श्रेणी अजूनही समान राहते जी सर्व वास्तविक संख्यांचा संच आहे, तथापि असे घडते ही मनोरंजक गोष्ट आहे जर आपण घेतले कारण आपण पाहतो की हा लाल वक्र नीरसपणे वाढणारा वक्र उजवीकडे आहे आणि म्हणून हे स्पष्ट आहे की जर आपण टॅन फंक्शनच्या श्रेणीतील y च्या कोणत्याही मूल्यामध्ये y चे कोणतेही मूल्य घेतले तर y चे कोणतेही वास्तविक मूल्य काय असेल? आपण पाहणार आहोत की या मध्यांतरात x चे एक अद्वितीय मूल्य असेल वजा π बाय दोन ते अधिक π बाय दोन तेथे x चे अनन्य मूल्य असेल जसे की x चा टॅन y च्या बरोबर असेल म्हणून पुन्हा टॅनसाठी फंक्शन हे स्पष्ट आहे की डोमेनला उणे π बाय 2 ते अधिक π बाय 2 मधील ओपन इंटरव्हलपर्यंत मर्यादित ठेवून टॅन फंक्शनचा व्युत्क्रम अनन्यपणे परिभाषित केला जाऊ शकतो म्हणून या स्लाईडवर आपण पुन्हा साइन आणि कोसाइन फंक्शन प्रमाणेच प्लॉट करतो.

टॅन फंक्शनच्या व्युत्क्रमाचा आलेख म्हणजे टॅन इन्व्हर्स फंक्शनचा डोमेन हा सर्व वास्तविक संख्यांचा संच आहे, अर्थातच श्रेणी म्हणजे वजा π by two आणि अधिक π by two मधील खुला अंतराल येथे दाखवल्याप्रमाणे आहे आणि आता आलेख प्लॉट करण्याचा प्रयत्न करूया म्हणून आपण येथे मूल्यांच्या सारणीवरून पाहू शकतो की प्रथम 0 चा टॅन 0 आहे,

त्यामुळे आपल्याला माहित आहे की 0 चा टॅन 0 आहे आणि त्यावरून असे समजते की शून्याचा टॅन व्युत्क्रम शून्य असेल तर y समानाचा टॅन व्युत्क्रम असेल शून्य ते y चा टॅन व्युत्क्रम शून्याच्या बरोबरीचा आहे

त्यामुळे या आलेखामध्ये y हा क्षैतिज अक्षावर प्लॉट केलेला आहे आणि y चा $\tan$ व्युत्क्रम उभ्या अक्षावर प्लॉट केलेला आहे

त्यामुळे y शून्याच्या बरोबरीचा हा बिंदू आहे आणि टॅनमध्ये टॅन आहे शून्याचा व्युत्क्रम देखील शून्य आहे

त्यामुळे टॅन व्युत्क्रमाच्या आलेखावर हा बिंदू आहे, तर आपण पाहतो की π चा $\sin$ by six हा एक ओव्हर रूट तीन आहे आणि म्हणून एक ओव्हर रूट तीनचा $\tan$ व्युत्क्रम π by सिसच्या बरोबर असेल.

एक ओव्हर रूट तीन चा टॅन व्युत्क्रम

त्यामुळे एक ओव्हर रूट थ्री आहे $\sin$ हे इथे कुठेतरी असावे म्हणजे हे y बरोबर 1 ओव्हर रूट 3 आणि टॅन इन्व्हर्स फंक्शनचे मूल्य

आणि y 1 ओव्हर रूट 3 चे मूल्य π बरोबर असेल 6 पर्यंत जे या संपूर्ण श्रेणीचा एक तृतीयांश आहे जे येथे कुठेतरी असेल s असेल तिथे कुठेतरी आणि नंतर नक्कीच आपल्याला माहित आहे की π चा टॅन 4 बाय 1 आहे आणि टॅन ऑफ असल्याने टॅन ऑफ π चा टॅन 4 बाय 1 बरोबर आहे, त्यानंतर 1 चा टॅन व्युत्क्रम π च्या 4 बाय बरोबर असेल

त्यामुळे y चा टॅन व्युत्क्रम एक ते π बाय चार π असेल

त्यामुळे y बरोबर एक येथे आहे आणि π बाय चार येथे आहे

त्यामुळे आपल्याकडे हा बिंदू आलेखावर उजवीकडे आहे आणि त्याचप्रमाणे आपण इतर बिंदू देखील प्लॉट करू शकतो

त्यामुळे आपल्याला काय मिळेल.

याप्रमाणे वक्र करा परंतु लक्षात ठेवा की

y ची किंमत जसजशी y ला जाईल तसतसे $\tan$ व्युत्क्रमाचे मूल्य y कडे जाईल तसतसे y चे मूल्य अनंताकडे जाईल कारण ते मोठे आणि मोठे होईल y च्या धनात्मक मूल्यांसाठी धनात्मक बाजूच्या $\tan$ व्युत्क्रमाचे मूल्य y वर जाईल इन्फिनिटी टॅन व्युत्क्रम y पाई दोन बाय दोन वर जाईल परंतु दोन बाय पाई बरोबर कधीच होणार नाही तो एकत्र होईल कारण हा आलेख ah च्या दिशेने जात आहे म्हणून ही रेषा अनुलंब अक्षाच्या मूल्याशी संबंधित आहे अक्ष π च्या बरोबरीने दोन बाय दोन

त्यामुळे हा ठिपका असलेला वक्र कधीही या a च्या पुढे जाणार नाही h घन लाल रेषा आणि त्याचप्रमाणे ऋण बाजूवर देखील या सारणीचा वापर करून आपण y च्या ऋण मूल्यांसाठी ऋण बाजूची वक्र काढू शकतो आणि येथेही वक्र प्राप्त होईल असे काहीतरी आहे त्यामुळे येथेही आपल्याकडे ही रेषा आहे जी आहे.

जे $\tan$ व्युत्क्रम y शी संबंधित आहे जे उभ्या अक्षावर वजा π 2 बाय 2 शी संबंधित आहे आणि जसे y वजा अनंताकडे जाते, जर आपण या दिशेने गेलो तर काय होईल की आलेख जाईल जसे आपण येथून पाहू शकता की आलेख जाईल वजा π च्या या मूल्याच्या 2 च्या जवळ आणि जवळ आहे परंतु प्रत्यक्षात $\tan$ व्युत्क्रम y कधीही वजा π by 2 च्या बरोबरीचा होणार नाही.

त्याचप्रमाणे $\cotangent$ फंक्शनसाठी देखील की आपल्याकडे कॉटॅक्स फंक्शन आहे याशिवाय दुसरे काहीही नाही 1 ओव्हर $\tan x$ म्हणजे $\cot x$ आहे किंवा आपण त्याला $\cos x$ ओव्हर $\sin x$ $\sin x$ असे देखील लिहू शकतो म्हणून $\cos x$ बरोबर x च्या $\sin x$ वर $\cos x$ बरोबर आहे

आणि म्हणून आपण पहाल की x जेव्हा एक गुणाकार असतो तेव्हा पूर्णांक गुणक असतो π whe चे कधीही x हा x च्या π sine चा पूर्णांक गुणक आहे 0 आहे आणि म्हणून x साठी x चा सहस्पर्शी π चा पूर्णांक गुणाकार आहे हे नीट परिभाषित केलेले नाही आणि हे या आलेखावरून स्पष्ट होते जेथे आपण क्षैतिज अक्षावर x प्लॉट केला आहे आणि x चा कॉट वर आहे.

उभ्या अक्षावर आपण पाहू शकतो की π च्या पूर्णांक गुणाकारांवर, उदाहरणार्थ x समान शून्य किंवा x समान π किंवा दोन π आपण पाहतो की आलेख एकतर अधिक अनंत किंवा वजा अनंताकडे जातो म्हणून तो अमर्याद उजवा बनतो आणि म्हणूनच जेव्हा कॉट फंक्शनचे डोमेन परिभाषित केले आहे ते अशा प्रकारे परिभाषित केले आहे जेणेकरून आपण डोमेनसाठी या संचाशिवाय सर्व वास्तविक मूल्ये विचारात घेऊ शकतो आणि हा संच आपल्याला π च्या सर्व पूर्णांक गुणाकारांनी तंतोतंत समजतो म्हणून हा जीवाचा डोमेन संच आहे फंक्शन आणि अर्थातच श्रेणी सर्व वास्तविक संख्यांचा संच असेल कारण जीवा फंक्शन वजा अनंत आणि अधिक अनंत मधील सर्व ah वास्तविक मूल्ये घेईल आणि अर्थातच ते π सह नियतकालिक देखील आहे म्हणून $\cot x$ हे नियतकालिक फंक्शन आहे π so $\cot x$ हे π plus च्या $\cot$ च्या बरोबरीचे आहे आणि π म्हणजे जर तुम्ही येथे परिभाषित केलेल्या समान डोमेनचा विचार केला

तर जीवा फंक्शनच्या व्युत्क्रमाची व्याख्या करणे कठीण होईल, y चे कोणतेही मूल्य आपण येथे घेतो ते सांगूया.

हे y घ्या म्हणजे हे तीन बाय दोन च्या y च्या बरोबरीचे असेल तर x ची अनेक भिन्न मूल्ये असतील x ची अनेक भिन्न मूल्ये असतील ज्यासाठी x ची खाट तीन बाय 2 या मूल्याच्या बरोबरीची असेल आणि म्हणून कोणतेही अद्वितीय x नाही आणि म्हणून या डोमेनसह कॉट फंक्शनचा व्युत्क्रम अर्थपूर्णपणे परिभाषित केला जाऊ शकत नाही आणि म्हणून आपल्याला पुन्हा जीवा फंक्शनचे डोमेन मर्यादित करावे लागेल म्हणून आपण काय करू या डोमेनला 0 ते π पर्यंत मर्यादित करतो म्हणून आपण हे अंतराल 0 ते π घेतो.

परंतु आम्ही बिंदू 0 आणि π समाविष्ट करू शकत नाही कारण जीवा फंक्शन अमर्यादित आहे ते या दोन टोकाच्या बिंदूवर चांगले परिभाषित केलेले नाही म्हणून आम्ही 0 ते पाई दरम्यानचे ओपन इंटरव्हल घेतो आणि जीवा फंक्शनचे डोमेन या ओपन इंटरव्हल मर्यादित ठेवतो.

erval जेव्हा आपण त्यास प्रतिबंधित करतो तेव्हा आपल्याला असे दिसते की जीवा फंक्शनची वक्र या खुल्या अंतराल 0 ते π पर्यंत मर्यादित आहे आता मी येथे लाल घन लाल वक्रसह जे रेखाटत आहे ते बनते आणि आता हे पाहणे खूप सोपे आहे की प्रतिबंधित केल्यानंतरही कॉट फंक्शनचे डोमेन ओपन इंटरव्हल 0 ते पाई पर्यंत आपण जे पाहतो ते असे आहे की रेंज अजूनही वजा अनंत ते प्लस अनंतापर्यंत आहे

त्यामुळे जीवा फंक्शनची श्रेणी डोमेनला यापासून मर्यादित केल्यानंतरही सर्व वास्तविक संख्यांचा संच आहे ओपन इंटरव्हल 0 ते पाई आणि दुसरे म्हणजे हे पाहणे खूप सोपे आहे की येथे घन वक्र नीरसपणे कमी होत आहे आणि म्हणून जर आपण जीवा फंक्शनच्या श्रेणीमध्ये कोणतेही y घेतले तर आपण y घेतले तर आपण येथे ay घेऊ.

हे y घ्या म्हणजे हा y आहे आह उणे तीन बाय दोन म्हणून जर आपण कोणतेही y घेतले तर येथे एक अद्वितीय x असेल जो जीवा फंक्शनच्या या प्रतिबंधित डोमेनमध्ये असेल जसे की x ची खाट या y च्या समान असेल हे खरे असेल f किंवा तुम्ही घेतलेले y चे कोणतेही मूल्य आणि ते देखील खूप स्पष्ट आहे कारण हे जीवा फंक्शन हे एक सतत कार्य आहे त्यात ते या प्रतिबंधित डोमेनमध्ये एक सतत कार्य आहे आणि त्याव्यतिरिक्त ते नीरसपणे कमी होत आहे आणि म्हणून जीवा कार्य या डोमेनवर प्रतिबंधित करून आपण त्याचे व्युत्क्रम अर्थपूर्णपणे परिभाषित करू शकलो पाहिजे म्हणून आपण पुन्हा कॉट इनव्हर्स फंक्शनसाठी आलेख प्लॉट करण्याचा प्रयत्न करू ज्याचे डोमेन सर्व वास्तविक संख्यांचा संच असेल आणि श्रेणी आता जीवा फंक्शनचे प्रतिबंधित डोमेन असेल जे ओपन इंटरव्हल आहे.

शून्य ते पाई दरम्यान आता आपल्याला माहित आहे की आपण येथून सुरुवात करू या आपल्याला माहित आहे की π चा कॉट बाय टू शून्य बरोबर आहे आणि म्हणून शून्याचा कॉट व्युत्क्रम पाई बाय दोन इतका असेल तर y चा कॉट व्युत्क्रम शून्य बरोबर y समान येथे शून्य हे π च्या बरोबरीचे दोन बाय दोन असेल तर π द्वारे दोन येथे आहे

त्यामुळे आपल्याला हा बिंदू $\cot$ व्युत्क्रम y च्या आलेखावर मिळतो म्हणून येथे आलेखामध्ये y हा क्षैतिज अक्षावर प्लॉट केलेला आहे आणि सह y चा संबंधित कॉट व्युत्क्रम उभ्या अक्षावर प्लॉट केला जाईल त्याचप्रमाणे आपल्याकडे तीनच्या वर π चा कॉट तीनच्या वर्गमूळावर एक बरोबर आहे आणि म्हणून तीनच्या वर्गमूळावर एकाचा कॉट व्युत्क्रम तीनच्या वर π बरोबर असेल तर एकाचा कॉट व्युत्क्रम π वर तीन चे वर्गमूळ कुठेतरी असेल आणि π वरील तीन इथे कुठेतरी असेल तर ते तिथे कुठेतरी असेल आणि मग आपल्याला हा बिंदू इथे मिळेल म्हणून हे आहे म्हणजे हे π ओव्हर दोन हे π ओव्हर थ्रीच्या समान आहे आणि मग जसजसे आपण y ला अधिक सकारात्मक मूल्यांमध्ये वाढवतो

त्यामुळे आपण येथे या दिशेने जात आहोत

, उदाहरणार्थ $\pi/3$ च्या वर्गमूळाचा $\cot$ व्युत्क्रम हा

$\pi/6$ ने असेल, म्हणून आपण y वाढवत असताना आपल्याला ते $\cot$ उलटे दिसेल.

कमी होईल आणि शून्याकडे जाईल

त्यामुळे कॉट व्युत्क्रम, इथून टेबलवरून आपण जे पाहतो ते असे की तीनच्या वर्गमूळाचे कॉट व्युत्क्रम हे π बाय सहा म्हणजे तीनचे वर्गमूळ इथे कुठेतरी असेल आणि π बाय 6 कुठेतरी असेल तर π हा π आहे 6 ने.

त्यामुळे आपल्याला हा बिंदू वक्र वर बरोबर मिळतो

त्यामुळे मूलतः आपल्याकडे जे आहे ते आपण प्लॉट केले आहे आणि ते असे जाईल परंतु y चे मूल्य अनंत कॉट व्युत्क्रम y कडे जाईल परंतु ते कधीही होणार नाही शून्य उजवीकडे बरोबरी करा आणि नंतर y च्या ऋण मूल्यांसाठी आपण जे पाहणार आहोत ते समान प्रकारचे वक्र असेल आणि जे आपल्याला $\cot x$ ची नकारात्मक मूल्ये पाहून काढले जाऊ शकते, उदाहरणार्थ येथून आपण काय करू हे पहा की

वजा 1 चा $\pi/2$ व्युत्क्रम उदाहरणार्थ तीन π वरील चार असेल

त्यामुळे येथे वजा एक संपला आहे आणि तीन π पेक्षा चार असेल तर हे सहा एकक आहे

त्यामुळे चार पेक्षा तीन π बरोबर साडेचार एकक असेल तर ते इथे कुठेतरी कुठेतरी असेल म्हणजे हे y उणे एक बरोबर आहे आणि हे मूल्य येथे तीन π पेक्षा चार आहे आणि नंतर आणखी नकारात्मक मूल्यांसाठी अह फॉर ऑन आहे

ते म्हणजे कॉट इनव्हर्सचे मूल्य फंक्शन π कडे जाईल म्हणून आता आपण आत जात आहोत ही दिशा म्हणजे जसे आपण मूल्य बनवतो तसे या स्तंभातील y वर y चे मूल्य आहे कारण y अधिकाधिक ऋण होत जाते

त्यामुळे वजा एक ते वजा तीनचे वर्गमूळ y हे अधिक ऋण होते म्हणून हे x चे मूल्य जात आहे π कडे तर आपल्याकडे काय असेल तर हे $\pi/2$ आहे तर हा π आहे

त्यामुळे हा वक्र ठिपका असलेला वक्र असे काहीतरी जाईल

त्यामुळे शेवटी y च्या कॉट व्युत्क्रमासाठी लाल ठिपके असलेला वक्र y अधिकाधिक नकारात्मक कॉट व्युत्क्रम होतो y हा π कडे कल असेल पण नेहमी π पेक्षा कमी असेल खरं तर ते π च्या बरोबरीचे कधीच होणार नाही पुढील फंक्शन $\pi/2$ फंक्शन आहे

त्यामुळे x चे $\csc$ फंक्शन $\csc$ आहे जसे आपल्याला माहित आहे की x च्या $\sin$ वर 1 म्हणून परिभाषित केले आहे

आणि ते देखील आहे नियतकालिक फंक्शन त्रिकोणमितीय फंक्शन आणि ते x च्या 1 ओव्हर साइन असल्यामुळे जेव्हा जेव्हा $\sin x$

शून्य असेल तेव्हा ते अर्थपूर्णपणे परिभाषित केले जाणार नाही म्हणून जेव्हा जेव्हा x हा x च्या $\pi/2$ $\csc$ चा पूर्णांक गुणक असतो तेव्हा अर्थपूर्णपणे परिभाषित केले जात नाही आणि म्हणून त्याचे डोमेन $\csc$ फंक्शन हा π च्या पूर्णांक गुणाकार वगळता सर्व वास्तविक संख्यांचा संच आहे म्हणजे ते $\csc x$ चे डोमेन आहे आणि आपण ज्या श्रेणीसाठी पाहतो ते असे आहे कारण $\csc x \sin x$ वर 1 आहे आणि $\sin x$ ची श्रेणी सर्व आहे उणे 1 आणि अधिक 1 मधील मूल्ये म्हणजे काय होईल की 1 ओव्हर साइन x अंतराल वजा 1 ते अधिक 1 च्या बाहेरील सर्व मूल्ये घेईल.

आणि हे या आलेखावरून अगदी स्पष्ट आहे जिथे आपल्याकडे क्षैतिज अक्षावर x आहे आणि आपल्याकडे आहे उभ्या अक्षावर x चा कोसेकंट जसे आपण पाहू शकतो निळा ठिपका असलेला वक्र वजा एक आणि अधिक एक मधील मूल्य कधीच घेणार नाही आणि हे असे आहे कारण ते साइन x वर एक आहे आणि $\sin x$ ही वजा एक आणि अधिक मधील मूल्ये घेते एक आणि म्हणून $\csc$ फंक्शनची श्रेणी ही

श्रेणी वजा 1 ते अधिक 1 वगळता सर्व वास्तविक संख्यांचा संच आहे आणि म्हणून आता ते अजूनही नियतकालिक आहे कारण आपण पाहू शकतो की ते अद्याप एक नियतकालिक कार्य आहे $\csc x$ चे नियतकालिक कार्य आहे x आमच्याकडे असल्यास e हे डोमेन म्हणून आम्ही अजूनही $\csc$ फंक्शनच्या व्युत्क्रमाला अर्थपूर्णपणे परिभाषित करू शकत नाही आणि म्हणून आम्हाला $\csc$ फंक्शनचे डोमेन मर्यादित करणे आवश्यक आहे जसे की आम्ही इतर मागील त्रिकोणमितीय फंक्शन्ससाठी केले आहे म्हणून या प्रकरणात एक संभाव्य निवड म्हणजे आम्ही विचार करू मध्यांतर वजा $\pi/2$ ते अधिक $\pi/2$ बिंदू 0 वगळता.

म्हणून आपण $\csc$ फंक्शनचे डोमेन बंद अंतराल वजा $\pi/2$ to plus $\pi/2$ पर्यंत मर्यादित ठेवणार आहोत पण बिंदू शून्य वगळता कारण x समान x चे शून्य $\csc$ अर्थपूर्णपणे परिभाषित केलेले नाही कारण ते अमर्यादित झाले आहे म्हणून आत्तापर्यंत $\pi/2$ हे $\csc$ फंक्शन या सेटवर किंवा रिस्ट्रिक्टेड $\csc$ फंक्शनच्या या उपसेटला मर्यादित करून प्रतिबंधित $\csc$ फंक्शनचा आलेख असा काहीतरी दिसेल म्हणून मी मी ते येथे घन लाल वक्र सह रेखाटत आहे आणि

जसे आपण पाहू शकतो की कोसेकंट फंक्शनचे डोमेन या मध्यांतरापर्यंत मर्यादित ठेवून देखील आपण पाहू शकतो की सर्व आर प्रतिबंधित कोसेकंट फंक्शनची अँज अजूनही तीच गोष्ट आहे जी वजा एक ते अधिक एक वगळता सर्व वास्तविक मूल्ये आहेत कारण ते माझे वजा एक ते अधिक एक दरम्यानचे कोणतेही मूल्य घेऊ शकत नाही परंतु मूल्यांच्या या श्रेणीव्यतिरिक्त ते इतर सर्व संभाव्य मूल्ये घेते.

कारण उणे पाई 2 आणि 0 मधील मध्यांतरासाठी जर आपण गेलो तर आपण येथून सुरुवात केली तर येथे ही व्हॅल्यू वजा एक आहे आणि जर आपण असे गेलो तर आपण पाहतो की वक्र सतत आहे आणि वजा एक पासून सुरू होतो ते उणे अनंतापर्यंत सर्व मार्गाने जाते आणि त्याचप्रमाणे जर आपण येथून सुरुवात केली तर हे मूल्य अधिक एक आहे आणि जर आपण असे गेलो तर वक्र पुन्हा सतत राहील आणि ते मूल्यापासून अनंतापर्यंत जाते म्हणून आपल्याकडे मूल्ये आहेत एक ते अनंत आणि नंतर उणे 1 वरून अनंतापर्यंत जाणे जे मुळात समान श्रेणी आहे म्हणून डोमेनला वास्तविक रेषेच्या या उपसंचासाठी मर्यादित करून देखील cosecant फंक्शनची श्रेणी अजूनही तशीच आहे ती अजूनही आहे ains सारखेच आहे आणि शिवाय आपण हे देखील पाहतो की जर आपण कोणतेही y घेतले तर आपण या श्रेणीतील कोणतेही y घेऊ या म्हणून आपण असे म्हणू की आपण येथे y चे हे विशिष्ट मूल्य घेतो

त्यामुळे y चे हे मूल्य दोन बिंदू पाचशी संबंधित आहे तर हे आहे आहे तर हे y दोन बिंदू पाच च्या बरोबरीचे आहे तर या ah साठी आपण जे पाहतो ते म्हणजे x चे एक अद्वितीय मूल्य आहे जे येथे आहे की या x चे cosecant हे मूल्य 2.

5 आहे आणि अर्थातच हे मूल्य प्रतिबंधित डोमेनमध्ये आहे जर आपण डोमेन प्रतिबंधित केले नसते तर इतर अनेक मूल्ये असती उदाहरणार्थ x चे हे मूल्य किंवा उदाहरणार्थ x चे हे मूल्य किंवा x चे हे मूल्य त्यामुळे इतर अनेक x मूल्ये असती.

x चे जसे की x चे cosecant 2.

5 असते आणि म्हणून असे कोणतेही अद्वितीय मूल्य नसते परंतु जेव्हा आपण डोमेनला या अंतरापर्यंत मर्यादित ठेवतो तेव्हा आपण पाहतो की या श्रेणीतील y च्या कोणत्याही मूल्यासाठी नेहमीच एक अद्वितीय x असेल प्रतिबंधातील एक अद्वितीय x ted डोमेन असे की त्या x चा cosecant y च्या y च्या बरोबरीचा असेल आणि म्हणून पुन्हा हे निर्बंध करून आपण cosecant फंक्शनच्या व्युत्क्रमाची अर्थपूर्ण व्याख्या करू शकू जे माझ्याकडे या स्लाइडमध्ये प्लॉट करण्याचा प्रयत्न करू.

आम्ही इतर फंक्शन्ससाठी जे करत आहोत त्याप्रमाणेच हे केले जाऊ शकते

आणि ते कसे दिसते ते मी तुम्हाला त्वरीत दाखवीन, मग ते

पुन्हा कसे दिसते ते टेबल वापरून आम्ही प्लॉट करू शकतो जेणेकरून आमच्याकडे काय आहे.

आपल्याकडे क्षैतिज अक्षावर y आहे आणि उभ्या अक्षावर y चा cosecant व्युत्क्रम आहे, cosecant inverse function चे डोमेन cosecant फंक्शनची श्रेणी असेल

त्यामुळे cosecant inverse function चे डोमेन मध्यांतर वजा एक वगळता सर्व वास्तविक संख्या आहेत ते प्लस वन आणि cosecant व्युत्क्रम फंक्शनची श्रेणी सुधारित किंवा cosecant फंक्शनचे प्रतिबंधित डोमेन असेल जे आपण मागील स्लाइडवर पाहिले होते जे बंद अंतराल वजा π by two to बिंदू शून्य वगळता अधिक π द्वारे दोन आणि नंतर पुन्हा मूल्यांच्या या सारणीचा वापर करून आपण लाल वक्र द्वारे येथे आणि येथे cosecant व्युत्क्रम कार्याचा आलेख काय आहे आणि जसजसे y अधिकाधिक सकारात्मक होत जाईल तसतसे आपण ah पाहू शकतो.

cosecant व्युत्क्रम

शून्याच्या या मूल्याकडे जाईल

त्यामुळे येथे हा वक्र लाल वक्र नेहमी

धनात्मक बाजूने आडव्या अक्षाच्या वर असेल आणि y च्या ऋणात्मक मूल्यांसाठी लाल वक्र नेहमी आडव्या अक्षाच्या खाली असेल

त्यामुळे माझा अर्थ हा भाग आहे वक्र आणि त्याचप्रमाणे सेकंट फंक्शनमध्येही अशीच समस्या असेल आणि सेकंट फंक्शनसाठी देखील आपल्याला इतर त्रिकोणमितीय फंक्शन्सप्रमाणेच सेकंट फंक्शनचा व्युत्क्रम परिभाषित करावा लागेल कारण आपल्याला त्याचे डोमेन

देखील मर्यादित करावे लागेल कारण x चे ah secant समान आहे x च्या $\cos$ वर एक आणि आपल्याला माहित आहे की x ची $\cos$ शून्य असते जेव्हा x हा π चा दोन बाय दोनचा विषम गुणाकार असतो म्हणून secant फंक्शनचा डोमेन सेट सर्व संच o म्हणून परिभाषित केला जातो f π चा विषम गुणाकार दोन बाय दोन वगळता सर्व वास्तविक संख्या कारण π च्या विषम पटीत x च्या दोन सेकंटची व्याख्या योग्य प्रकारे केली जात नाही हे या आलेखावरून देखील पाहिले जाऊ शकते जिथे आपल्याकडे क्षैतिज अक्षावर x आणि अनुलंब अक्षावर x आहे आणि आपण पुन्हा जे पाहतो ते secant फंक्शन देखील नियतकालिक आहे आणि आपण पाहू शकतो की श्रेणी ही आहे कारण x चा secant $\cos x$ वर एक आहे आणि $\cos x$ हा उणे एक आणि अधिक एक च्या दरम्यान आहे

त्यामुळे काय होते ते secant ची श्रेणी आहे फंक्शन ही संपूर्ण रिल अल रेषा आहे जी येथे वजा एक आणि अधिक एक मधील मध्यांतर वगळता संपूर्ण अनुलंब अक्ष आहे म्हणजे ही श्रेणी आहे आणि इतर त्रिकोणमितीय फंक्शन्सप्रमाणेच आपल्याला पुन्हा समान समस्या आहे कारण सेकंट फंक्शन या डोमेनसह नियतकालिक आहे यासह डोमेन म्हणून आपण व्युत्क्रमाची अर्थपूर्ण व्याख्या करू शकत नाही आणि म्हणून आपल्याला सेकंट फंक्शनचे डोमेन देखील प्रतिबंधित करणे आवश्यक आहे म्हणून आपण काय करू की आपण डोमेन 0 आणि π दरम्यान मर्यादित करतो

म्हणून आपण r घेतो.

मर्यादित डोमेन हे शून्य ते π मधले बंद मध्यांतर आहे परंतु जसे आपण पाहू शकतो की आपल्याकडे x समान बिंदू x बरोबर π बाय दोन नसावा आणि त्याचे कारण म्हणजे x बरोबर π x च्या दोन सेकंटच्या बरोबरीने ते अमर्यादित आहे योग्यरित्या परिभाषित केलेले नाही

त्यामुळे सुधारित डोमेन 0 ते π अंतराल असेल बिंदू $\pi/2$ बाय शिवाय आणि सेकंट फंक्शनचा आलेख नंतर मी लाल वक्र सह रेखाटतो तोच असेल

त्यामुळे हा सेकंट फंक्शनचा आलेख असेल जेव्हा डोमेन या अंतराल $x \in [0, \pi]$ द्वारे 2 पर्यंत मर्यादित आहे आणि आपण संपूर्ण श्रेणी पाहू शकतो जरी डोमेनचे हे निर्बंध अजूनही समान आहे तरीही मध्यांतर वजा 1 ते अधिक 1 वगळता सर्व वास्तविक मूल्ये आहेत त्यामुळे सर्व मूल्ये आहेत तेथे उणे 1 ते अधिक 1 वगळता आणि आपण हे देखील पाहतो की जर आपण y चे कोणतेही मूल्य घेतले तर आपण नेहमी करू शकतो म्हणून जर आपण y चे कोणतेही मूल्य घेतले तर x चे एक अद्वितीय मूल्य असेल जसे की x चे सेकंट समान असेल y आणि x चे मूल्य या मध्यांतरात असेल आणि त्यानंतर या निर्बंधाद्वारे आपण सेकंट फंक्शनच्या व्युत्क्रमाची अर्थपूर्ण व्याख्या करू शकतो जे मी येथे परिभाषित करत आहे,

त्यामुळे या आलेखावर आपल्याकडे क्वैटिज अक्षावर y आहे आणि सेकंट व्युत्क्रम हे उभ्या अक्षावर प्लॉट केलेले आहे आणि जसे आपण पाहू शकतो की आपण पुन्हा पुढे जात आहोत.

x विरुद्ध सेकंट x साठी टेबल मूल्यांचा वापर करा **secant** व्युत्क्रम फंक्शन वरून परिभाषित केले आहे हे डोमेन असेल जे मुळात **secant** फंक्शनची श्रेणी आहे आणि **secant inverse function** ची श्रेणी **secant** चे प्रतिबंधित डोमेन असेल फंक्शन जे पॉइंट $\pi/2$ बाय 2 वगळता 0 ते π आहे.

हेच आपल्याला मिळते म्हणून या लेखरमध्ये आपण सुरुवातीला

त्रिकोणमितीय फंक्शन्सचा व्युत्क्रम परिभाषित करण्याचा प्रयत्न केला होता परंतु आम्हाला लगेच समस्या आली कारण त्रिकोणमितीय फंक्शन्स $\sin$ आहेत त्यापैकी बहुतेक सर्व नियतकालिक आहेत आणि म्हणून त्यांच्या डोमेनच्या त्यांच्या सामान्य व्याख्येसह त्यांचे व्युत्क्रम अर्थपूर्णपणे परिभाषित करणे कठीण आहे आणि नंतर आपण काय करतो w असे होते की जर आपण या फंक्शन्सचे डोमेन मर्यादित केले तर आपण त्यांचे व्युत्क्रम अर्थपूर्णपणे परिभाषित करू शकतो म्हणून पुढील वर्गात आपण हे सर्व घेऊ आणि आजच्या वर्गात परिभाषित केलेल्या या 6 व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्समधील अनेक ओळख आणि संबंध परिभाषित करण्याचा आणि सिद्ध करण्याचा प्रयत्न

करू.

तुमचे आभार