पिछले सात व्याख्यानों में व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यों पर पहले व्याख्यान में आपका स्वागत है हमने इस व्याख्यान से साइन एक्स कोसाइन एक्स कॉट एक्स टैन एक्स कोसेक एक्स और सेक एक्स जैसे त्रिकोणमितीय कार्यों पर चर्चा की, हम उनके व्युत्क्रम को परिभाषित करने जा रहे हैं और हम भी करेंगे इन प्रतिलोम फलनों के बीच की पहचानों पर चर्चा करें आइए हम साइन x के मामले को लें ताकि जैसा कि हम अपने पिछले व्याख्यानों से जानते हैं कि चिह्न x फलन का एक डोमेन है जो सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है और सीमा ऋण एक और प्लस के बीच की सभी संख्याएं हैं इसका एक अर्थ यह है कि यदि हम कोई वास्तविक मान x लेते हैं तो x का चिह्न निश्चित रूप से बंद अंतराल माइनस वन टू प्लस वन से संबंधित होगा, अगला प्रश्न यह है कि क्या हम साइन फ़ंक्शन के व्युत्क्रम फ़ंक्शन को परिभाषित कर सकते हैं,
इसलिए व्युत्क्रम फ़ंक्शन द्वारा मेरा क्या मतलब है कहने का तात्पर्य यह है कि यदि हम किसी भी y को घटाकर एक से जोड़ एक में लेते हैं तो सवाल यह है कि जब कोई अद्वितीय मौजूद होता है तो r से संबंधित एक अद्वितीय x मौजूद होता है
जैसे कि x की साइन बराबर होती है इस y के लिए
इसलिए यह मूल प्रश्न है जो हम पूछ रहे हैं
इसलिए स्पष्ट रूप से जाने देता है क्योंकि साइन एक्स जैसा कि हम जानते हैं कि यह एक आवधिक कार्य है यह सच नहीं है
इसलिए यहां इस स्लाइड पर मैंने लंबवत अक्ष पर पाप एक्स का ग्राफ तैयार किया है एक्स है क्षैतिज अक्ष पर और मान लें कि हमारे पास y आधे के बराबर है और हम उन सभी x का पता लगाने की कोशिश कर रहे हैं जैसे sin x आधा है तो हम क्या करते हैं कि हम यहां एक क्षैतिज रेखा खींचते हैं जो x अक्ष के समानांतर है और जो y अक्ष पर धनात्मक पक्ष पर आधे के विस्थापन पर है और फिर हम जो देखते हैं वह यह है कि x के कई मान हैं उदाहरण के लिए यह मान और यह मान यहाँ और यह मान x का यह मान है तो x के ये सभी मान ऐसे हैं कि x का चिह्न आधा के बराबर है और वास्तव में असीमित हैं
इसलिए इससे हम जानते हैं कि हम एक अद्वितीय x नहीं ढूंढ सकते हैं जैसे कि साइन x आधा के बराबर है और
इसलिए सामान्य रूप से ऐसा प्रतीत होता है कि यह होगा के व्युत्क्रम को परिभाषित करना कठिन हो साइन फ़ंक्शन हालांकि हम अभी भी इसके व्युत्क्रम को परिभाषित कर सकते हैं, इसके लिए हमें एक छोटा आह सरल उदाहरण लेने की आवश्यकता है,
इसलिए इस स्लाइड पर हमारे पास x वर्ग के बराबर फ़ंक्शन fx का एक प्लॉट है,
इसलिए y बराबर x वर्ग को ऊर्ध्वाधर अक्ष x पर प्लॉट किया गया है क्षैतिज अक्ष पर है और यह नीला बिंदीदार वक्र है जो x वर्ग के बराबर y के लिए वक्र है
इसलिए फ़ंक्शन f को सभी वास्तविक संख्याओं के सेट से सभी गैर ऋणात्मक वास्तविक संख्याओं के सेट तक परिभाषित किया जाता है जिसे मैं r प्लस से निरूपित करता हूं
अब जैसा कि आप यहां इस फ़ंक्शन की श्रेणी में y के किसी भी मान के लिए देख सकते हैं, तो आइए उदाहरण के लिए यह y बराबर एक है
इसलिए y बराबर एक के लिए हम देखते हैं कि x के दो मान हैं x बराबर है प्लस वन और फिर एक्स का एक और मान है जो एक्स बराबर माइनस वन है
इसलिए दोनों एक्स के बराबर माइनस वन और एक्स बराबर प्लस वन के लिए हमें y बराबर एक मिलता है और
इसलिए फिर कोई अद्वितीय एक्स नहीं है जैसे कि एफएक्स बराबर x वर्ग एक है क्योंकि इन दोनों के लिए x बराबर माइनस वन और प्लस एक हमें एक के बराबर y मिलता है और
इसलिए कोई अद्वितीय x नहीं है जिसका अर्थ है कि इस फ़ंक्शन के व्युत्क्रम को फिर से परिभाषित करना x वर्ग के बराबर है,
इसलिए एक सामान्य आह चाल यह है कि हम एक नए फ़ंक्शन f को प्रतिबंधित और परिभाषित करने का प्रयास करते हैं
जो पुराने फ़ंक्शन के समान है,
इसलिए हमारे पास अभी भी x वर्ग के बराबर fx होगा, लेकिन फिर हम इस फ़ंक्शन के डोमेन को सभी वास्तविक संख्याओं के सेट से सभी वास्तविक संख्याओं के सेट के सबसेट तक सीमित कर देंगे।
हम कहते हैं कि हम इस मामले में इस फ़ंक्शन f को इस निम्न उपसमुच्चय तक सीमित रखते हैं, हम कहते हैं कि हम इसे सभी के सेट तक सीमित रखते हैं
इसलिए हम इस सेट को लेते हैं जो कि 0 से सभी तक अनंत तक है,
इसलिए हम कहते हैं कि हम परिभाषित करते हैं एक नया फ़ंक्शन f प्राइम जो r प्लस से है,
इसलिए r प्लस अनिवार्य रूप
से शून्य से अनंत तक का अंतराल है,
इसलिए हम एक नया फ़ंक्शन f प्राइम को r प्लस से r प्लस तक परिभाषित करते हैं और x का f प्राइम फिर से x स्क्वायर राइट है
इसलिए f प्राइम फिर से है f अभाज्य x x वर्ग है जो समान है जैसा कि हमारे पास इसके पहले था कि डोमेन अब r से r प्लस तक सीमित कर दिया गया है, लेकिन इस प्रतिबंध को करने का लाभ सबसे पहले यह है कि डोमेन को r से r प्लस तक सीमित करके हम अभी भी देखते हैं कि पूरी रेंज फ़ंक्शन अभी भी वही है
इसलिए पहले इस फ़ंक्शन की सीमा पिछले फ़ंक्शन f r प्लस थी क्योंकि fx x वर्ग के बराबर है और चूंकि x वर्ग केवल गैर नकारात्मक हो सकता है, पिछले फ़ंक्शन की सीमा r प्लस थी, तब भी जब हम डोमेन को प्रतिबंधित करते हैं इस फ़ंक्शन का f से r तक r प्लस अब भी डोमेन r प्लस होगा क्योंकि सभी गैर ऋणात्मक संख्याएं इस नए फ़ंक्शन f प्राइम की सीमा में होंगी,
इसलिए हम जो देखते हैं वह यह है कि हमने डोमेन को इस तरह से प्रतिबंधित कर दिया है कि फ़ंक्शन की सीमा अभी भी वही है
इसलिए हम फ़ंक्शन की सीमा नहीं बदल रहे हैं, लेकिन महत्वपूर्ण बात यह है कि हमने यहां किया है कि डोमेन के इस प्रतिबंध को करने से अब हम जो देखते हैं वह यह है कि मैं प्लॉटी हूं इस फ़ंक्शन का ग्राफ लाल रंग में है,

इसलिए मैं अनिवार्य रूप से केवल क्षैतिज अक्ष के सकारात्मक पक्ष पर x वर्ग के बराबर fx के ग्राफ पर विचार करता हूं,
इसलिए लाल रंग में यह वक्र नए फ़ंक्शन f प्राइम के लिए ग्राफ है और अब यदि हम मान लेते हैं कि हम मान लेते हैं, तो यह y एक के बराबर है दो तीन यहां चार कहते हैं,
इसलिए यदि हम y को चार के बराबर लेते हैं और हम देखते हैं कि प्रतिबंधित डोमेन के साथ x का केवल एक अनूठा मान है जो है x 2 के बराबर है जिसके लिए f प्राइम x 4 के बराबर है वास्तव में y के लिए 1 के बराबर प्रतिबंधित फ़ंक्शन के लिए प्रतिबंधित डोमेन के साथ फ़ंक्शन f प्राइम के लिए केवल एक अनूठा समाधान होगा जो x बराबर प्लस वन है और ऐसा
इसलिए होता है क्योंकि हमने फ़ंक्शन के डोमेन को r से r प्लस तक सीमित कर दिया है और
इसलिए अब विशिष्टता है क्योंकि हम कोई अन्य y ले सकते हैं, हम इसे y ले सकते हैं उदाहरण के लिए मान लें कि यह y का कुछ मान है, यहां तक कि इस तार के लिए भ   यह अद्वितीय x है यह th .
है e अद्वितीय x ऐसा है कि x का f अभाज्य जो x वर्ग है , इस y के बराबर है और
इसलिए इस प्रतिबंधित फलन f अभाज्य के लिए अब इस f अभाज्य फलन के लिए व्युत्क्रम को अर्थपूर्ण रूप से परिभाषित करना संभव है।
आर प्लस से आर प्लस तक है और आर प्लस से संबंधित किसी भी वाई के लिए व्युत्क्रम होगा जी का वाई के वर्गमूल के बराबर होगा जहां यह वाई का सकारात्मक वर्गमूल है
इसलिए हम कई बार जी को परिभाषित करते हैं आप g भी लिखेंगे क्योंकि यह कई बार f प्राइम इनवर्स के रूप में लिखा जाता है
इसलिए हम इस सुपरस्क्रिप्ट का उपयोग
मूल फ़ंक्शन के नाम पर ah पर करते हैं जिसका व्युत्क्रम हम f प्राइम व्युत्क्रम को परिभाषित कर रहे हैं या कई बार लोग ऐसा नहीं लिखते हैं वे सिर्फ f प्राइम व्युत्क्रम लिखते हैं r प्लस 2 r प्लस और f प्राइम व्युत्क्रम y के लिए f प्राइम के डोमेन से संबंधित किसी भी y के लिए क्षमा करें, यहां एक प्राइम भूल गए f प्राइम व्युत्क्रम y के सकारात्मक वर्गमूल के बराबर है
इसलिए अब हम उसी विधि का उपयोग करने जा रहे हैं o   f फ़ंक्शन के डोमेन को प्रतिबंधित करना जैसे कि सीमा में परिवर्तन नहीं होता है, लेकिन फिर व्युत्क्रम को अर्थपूर्ण रूप से परिभाषित किया जाना चाहिए,
इसलिए यहां पूरी चाल फ़ंक्शन के डोमेन को प्रतिबंधित करना है, उदाहरण के लिए इस मामले में भी यदि हम कहते हैं डोमेन को r प्लस के बजाय r प्लस के बजाय प्रतिबंधित करें यदि हम डोमेन को कुछ अंतराल माइनस 2 से प्लस 2 कहने के लिए प्रतिबंधित करते हैं तो यह काम नहीं करेगा क्योंकि अगर हम डोमेन को माइनस टू से प्लस टू तक सीमित करते हैं तो रेंज इस फ़ंक्शन का केवल शून्य से होगा, तो हम कहते हैं कि हम इसे घटा दो से दो तक सीमित कर देते हैं,
इसलिए हम शून्य से दो से प्लस दो तक सीमित हैं तो फ़ंक्शन की सीमा केवल शून्य से चार दाईं ओर होगी जबकि की सीमा मूल फ़ंक्शन सभी गैर-ऋणात्मक संख्याओं का सेट था और यह शून्य से 4 तक की सीमा के समान नहीं है,
इसलिए यह एक सार्थक प्रतिबंध नहीं है क्योंकि हमें फ़ंक्शन के डोमेन को इस तरह से प्रतिबंधित करने का प्रयास करना चाहिए।
y कि परास में परिवर्तन नहीं होता है, रेंज अभी भी वही है
इसलिए अब हम इस तकनीक का उपयोग त्रिकोणमितीय कार्यों के डोमेन को प्रतिबंधित करने के लिए करेंगे ताकि हम उनके व्युत्क्रम को सार्थक रूप से परिभाषित कर सकें ताकि हम साइन x फ़ंक्शन के बराबर y पर वापस जा सकें और अब हम जानते हैं कि साइन एक्स फ़ंक्शन की सीमा माइनस वन और प्लस वन के बीच है और अगर हम यहां देखते हैं कि अगर हम प्रतिबंधित करते हैं तो आइए हम कहते हैं कि एह साइन एक्स फ़ंक्शन का डोमेन मान लें कि हम इसे माइनस पीआई से 2 तक सीमित कर देते हैं।

प्लस पीआई बाय 2।

इसलिए हम साइन एक्स फंक्शन के डोमेन
को बंद अंतराल माइनस पीआई बाय टू टू प्लस पीआई बाय टू तक सीमित करते हैं,
इसलिए इस प्रतिबंध को करने से हम देखते हैं कि प्रतिबंधित फ़ंक्शन के लिए वक्र होगा ठोस लाल वक्र जिसे मैं अब आकर्षित करने जा रहा हूं,
इसलिए यह ऐसा होगा
इसलिए यह प्रतिबंधित साइन एक्स फ़ंक्शन के लिए वक्र है जहां डोमेन को माइनस पीआई से 2 से प्लस पीआई तक 2 तक सीमित कर दिया गया है और जैसा कि हम यहां बाद में भी देख सकते हैं यह प्रतिबंध सभी आह ते वह संभावित मान हैं क्योंकि यदि हम इस वक्र का अनुसरण करने का प्रयास करते हैं तो उदाहरण के लिए यहां यह शून्य से एक है और फिर जब हम इस दिशा में जाते हैं तो पाप x के मान शून्य से एक से शून्य तक लगातार जाते हैं और फिर आगे यदि हम आह की ओर जाते हैं शून्य से प्लस वन तक और
इसलिए इस प्रतिबंध के बाद भी साइन एक्स फ़ंक्शन की सीमा अभी भी माइनस वन से प्लस वन है इसके अतिरिक्त जो हम यह भी देखते हैं कि यदि हम y का कोई मान माइनस वन से प्लस वन में लेते हैं तो हम कहते हैं कि हम इस y को यहाँ लेते हैं
इसलिए y माइनस हाफ के बराबर है
इसलिए यदि हम y को माइनस हाफ के बराबर लेते हैं तो हम देखते हैं कि इस प्रतिबंधित डोमेन में x का केवल एक यूनिक वैल्यू है जैसे कि x का साइन माइनस हाफ के बराबर है क्योंकि जैसा कि आप इस प्रतिबंधित डोमेन में देख सकते हैं, यह साइन एक्स फ़ंक्शन जब इस डोमेन तक सीमित है, तो यह x का सख्ती से एकरस रूप से बढ़ता हुआ कार्य है और
इसलिए किसी भी y के लिए जिसे हम इस श्रेणी में घटाकर एक से प्लस वन में लेते हैं, वहां एक अद्वितीय मूल्य होगा ओ इस अंतराल में x का fxa अद्वितीय मान इस प्रकार है कि x का चिह्न इस y के बराबर होगा, उदाहरण के लिए हम यहां देखते हैं कि y के लिए माइनस आधा के लिए x का यह मान बराबर है

इसलिए x का यह मान माइनस 30 के बराबर है डिग्री या माइनस पीआई 6 से अधिक है और
इसलिए हम कहते हैं कि साइन
इसलिए हमारे पास माइनस पीआई बटा 6 की साइन माइनस हाफ के बराबर है और यहां से हम लिखते हैं कि माइनस हाफ का साइन व्युत्क्रम माइनस पीआई बटा छह है,
इसलिए अब हमने प्रतिबंधित कर दिया है साइन फंक्शन का डोमेन माइनस पीआई बटा टू और प्लस पाई बाय टू के बीच के अंतराल तक हम इसके व्युत्क्रम को विशिष्ट और सार्थक रूप से परिभाषित करने की स्थिति में हैं
इसलिए इस ग्राफ में हम साइन इनवर्स फंक्शन को प्लॉट करने जा रहे हैं जिसका डोमेन इंटरवल होगा माइनस वन और प्लस वन के बीच का बंद अंतराल और सीमा स्पष्ट रूप से माइनस पीआई बाय टू और प्लस पीआई बाय टू के बीच का बंद अंतराल होगा यहां एह साइन एक्सएक्स बनाम साइन एक्स वैल्यू की एक तालिका है जो हमें इस ग्राफ को प्लॉट करने में मदद करेगी ताकि चलो आह एम के साथ शुरू करो इनस वन तो हम जानते हैं कि
इसलिए यह हमें ज्ञात है कि माइनस पीआई बटा टू की साइन माइनस वन के बराबर है,
इसलिए यहां से हम कह सकते हैं कि माइनस वन का साइन व्युत्क्रम माइनस पाई के बराबर है,
इसलिए माइनस वन का साइन व्युत्क्रम y का साइन इनवर्स माइनस वन के बराबर है तो y बराबर माइनस वन यहां है और माइनस वन का साइन व्युत्क्रम माइनस पीआई बटा टू माइनस पीआई बटा टू यहां खत्म हो गया है
इसलिए हमारे पास अनिवार्य रूप से यह बिंदु है
इसलिए यह माइनस 1 है और यह है माइनस पीआई बटा 2
इसलिए माइनस 1 का साइन व्युत्क्रम माइनस पीआई बटा 2 है,
इसलिए हमारे पास मूल रूप से ग्राफ पर यह बिंदु है
और फिर आह आगे बढ़ते हुए हमारे पास माइनस पीआई की साइन 3 है तो माइनस पीआई की साइन 3 जो माइनस की साइन है साठ डिग्री तीन बटा दो का माइनस वर्गमूल के बराबर है और वहां से हम लिख सकते हैं कि माइनस रूट थ्री बटा टू का साइन व्युत्क्रम माइनस पाई बटा 3 है
इसलिए y का साइन इनवर्स माइनस रूट 3 बटा 2 के बराबर है,
इसलिए यह 4 यूनिट है और माइनस रूट 3 बटा 2 लगभग 0 है माइनस ज़ीरो पॉइंट आठ सिक्स तो यह लगभग होगा यहां कहीं और फिर माइनस पाई थ्री तो यह माइनस पाई बटा टू है तो इसका दो तिहाई माइनस पीआई बटा थ्री होगा क्योंकि यह छह यूनिट है यह कहीं यहां होगा और
इसलिए यह ग्राफ पर वह बिंदु है जो हमें मिलता है इसी तरह इस ग्राफ से हम यह भी दिखा सकते हैं कि माइनस आह का साइन व्युत्क्रम, आह का साइन व्युत्क्रम , दो का एक बटा वर्गमूल, साइन के व्युत्क्रम के बराबर होगा।
दो का एक बटा वर्गमूल शून्य से शून्य दशमलव सात है जो कि यहां कहीं है और शून्य से चार गुणा इसका आधा है जो कहीं वहां है तो यह और यह यहां मिलने जा रहा है और फिर शून्य से पीआई की साइन 6 जो शून्य से 30 है डिग्री माइनस हाफ है और माइनस हाफ यहां है माइनस पीआई बटा सिक्स इस चीज का एक तिहाई है जो यहां खत्म हो गया है
इसलिए हमें इस तरह का एक और पॉइंट मिलता है और निश्चित रूप से एह साइन इनवर्स ऑफ जीरो होगा जो कि यहां एक सममित रूप से समान चीज होगी पर y के सकारात्मक मानों के लिए ah pos तो ah के लिए यह बिंदु होगा क्योंकि एक का माइनस साइन व्युत्क्रम का साइन व्युत्क्रम pi बटा दो के बराबर होता है और फिर जोड़ 3 बटा 2 के लिए हमारे पास रूट 3 बटा 2 का साइन व्युत्क्रम pi बटा के बराबर होता है 3 जो यहाँ है तो यह और फिर यह हमें यह बिंदु मिलेगा और इसी तरह पीआई ओवर फोर के लिए हम इस बिंदु को प्राप्त करने जा रहे हैं और फिर छह से अधिक पाई के लिए हमारे पास यह बिंदु है
इसलिए यदि हम इन सभी बिंदुओं को जोड़ते हैं तो हम प्राप्त करें तो यह बिंदीदार लाल वक्र y के साइन व्युत्क्रम के लिए ग्राफ है इसी तरह cos y के लिए भी आह हम देखते हैं कि यदि हम कॉस फ़ंक्शन के डोमेन को प्रतिबंधित नहीं करते हैं तो इसका कारण यह है कि क्योंकि यह एक आवधिक कार्य है, क्या होगा क्या यह है कि संपूर्ण वास्तविक रेखा के रूप में डोमेन के साथ हम इसके व्युत्क्रम को सार्थक रूप से परिभाषित नहीं कर सकते हैं क्योंकि y का कोई भी मान जो हम इस कॉस फंक्शन की सीमा में लेते हैं, वहाँ x के कई अलग-अलग मान होंगे , जिसके लिए cos x उस y के बराबर होगा लेकिन हम देखते हैं कि अगर हम प्रतिबंधात्मक कहते हैं यदि हम कोज्या फलन को कोसाइन फलन के प्रान्त को 0 से pi तक के अंतराल तक सीमित रखते हैं, तो हम केवल 0 से pi तक पर विचार करते हैं,
इसलिए 0 से pi के बीच के बंद अंतराल को pi करने के लिए यदि हम वास्तविक रेखा के इस उपसमुच्चय तक कॉस फ़ंक्शन को इस आह तक सीमित करें,
फिर कॉस फ़ंक्शन का ग्राफ इस तरह होगा और फिर से हम जो देखते हैं वह यह है कि साइन फ़ंक्शन के मामले की तरह ही यह पूरी रेंज कवर की जाती है, भले ही हम डोमेन को 0 से pi तक सीमित करें जब इस 0 से pi अंतराल तक सीमित हो तो 1 और माइनस 1 के बीच सभी मान 1 और माइनस 1 के बीच होते हैं क्योंकि यह लाल वक्र 1 और माइनस 1 के बीच निरंतर होता है,
इसलिए हम कर सकते हैं यहां एक से शुरू करें और जैसे ही हम वक्र के साथ जाते हैं, हम पीआई पर शून्य के मान तक दो से पहुंच जाते हैं और फिर और नीचे हम शून्य से एक तक जाते हैं जब एक्स पीआई के बराबर होता है, यहां तक कि कॉस के डोमेन को सीमित करके भ   0 से pi करने के लिए कार्य पूरी रेंज है अभी भी वही आगे जो हम देखते हैं वह यह है कि यदि हम y का कोई मान लेते हैं, तो हम कहते हैं कि हम y को बराबर लेते हैं ताकि हम यहाँ आधा कहें तो y के लिए आधे के बराबर यदि हम मूल ah cos फ़ंक्शन को देखें जिसका डोमेन था संपूर्ण वास्तविक रेखा तो हमारे यहां x के कई अलग-अलग मान होंगे और फिर यहां एक और मान और यहां एक और मान समान रूप से यहां और यहां भी और इतने असीम रूप से x के कई मान होंगे जिसके लिए cos x आधे के बराबर है लेकिन जब हम डोमेन को प्रतिबंधित करते हैं ज़ीरो टू पाई जो हम देखेंगे वह यह है कि एक्स का केवल एक मान है एक्स का एक अनूठा मूल्य जो

इस मामले में इस उदाहरण में यह
तीन या साठ डिग्री से पीआई है क्योंकि साठ डिग्री का आधा बराबर है और
इसलिए क्या हम देखते हैं कि यह सिर्फ y के लिए सच नहीं है आधे के बराबर हम अंतराल में कोई अन्य y लेते हैं आह घटा एक से प्लस एक जो कि लागत फ़ंक्शन की सीमा है जो हम देखेंगे कि इसमें हमेशा एक अद्वितीय x होगा इस प्रतिबंधित डोमेन में जैसे कि o f कि x इस y के बराबर होगा और निश्चित रूप से यह स्पष्ट रूप से स्पष्ट भी है क्योंकि जैसा कि हम इस फ़ंक्शन को देख सकते हैं क्योंकि इस डोमेन तक सीमित होने पर 0 से 0 तक pi तक सीमित होने पर ग्राफ़ नीरस रूप से घट रहा है और
इसलिए किसी भी मान के लिए y जो हम लेते हैं वह हमेशा इस अंतराल में एक अद्वितीय x होगा और
इसलिए कॉस फ़ंक्शन का व्युत्क्रम अब विशिष्ट रूप से परिभाषित किया जा सकता है, मेरा मतलब अर्थपूर्ण रूप से परिभाषित किया गया है, जैसे कि साइन फ़ंक्शन के लिए हमारे पास माइनस वन से प्लस तक कॉस फ़ंक्शन का व्युत्क्रम है।
एक डोमेन है और रेंज बंद अंतराल 0 से पीआई है और फिर यहां हमारे पास मूल्यों की एक तालिका है , जैसा कि हमने साइन फंक्शन के लिए किया था,
इसलिए हमारे पास पीआई के बराबर माइनस वन है और
इसलिए कॉस विलोम है माइनस वन, y के बराबर होगा
इसलिए कॉस व्युत्क्रम y के बराबर माइनस वन है यहां पीआई के बराबर होगा,
इसलिए हमारे पास ग्राफ पर यह बिंदु है और फिर हम यहां लेते हैं तो यहां हमारे पास थ्री पीआई ओवर का कॉस है चार बराबर है से तीन पीआई बटा चार के बराबर है माइनस वन बटा दो का वर्गमूल और यहां से हमें जो मिलता है वह यह है कि कॉस व्युत्क्रम माइनस एक बटा दो का वर्गमूल तीन पीआई बटा चार के बराबर होगा
इसलिए माइनस एक तो वाई बराबर माइनस वन ओवर स्क्वेयर रूट टू टू यहां कहीं आह है और थ्री पीआई बाय फोर मूल रूप से तीन चौथाई है
इसलिए यह नौ यूनिट है
इसलिए तीन क्वार्टर होंगे कहीं छह और तीन चौथाई यूनिट तीन चार पांच छह और कहीं तो हमारे पास जो बिंदु है वह ग्राफ़ पर यह बिंदु है

और इसी तरह जब हम आगे बढ़ते हैं तो हम देखते हैं कि ah cos x बराबर माइनस हाफ के लिए जब x बराबर दो pi बटा तीन होता है और
इसलिए कॉस व्युत्क्रम माइनस हाफ सो कॉस व्युत्क्रम का y बराबर माइनस हाफ तो y बराबर माइनस हाफ यहां है
इसलिए कॉस माइनस हाफ का व्युत्क्रम दो पाई बटा तीन के बराबर होगा जो कि ah का दो तिहाई है जो इस पूरे रेंज के बराबर है जो छह ah छोटे वर्ग के बराबर है ताकि यहां आ जाए तो अब तक हमें मिल गया है कॉस व्युत्क्रम वक्र का यह हिस्सा जो मैं एक बिंदीदार रेखा के साथ दिखा रहा हूं और फिर आगे हम जानते हैं कि पीआई का दो गुणा शून्य है और
इसलिए शून्य का कॉस व्युत्क्रम दो से पीआई होगा
इसलिए शून्य का उलटा होगा पीआई बटा दो है इस पूरी रेंज का आधा हिस्सा जो यहां कहीं होगा
और फिर एक समान आह सममित होगा, आप y के सकारात्मक मूल्यों पर इस रेखा के बारे में वक्र जानते हैं , उदाहरण के लिए हम जानते हैं कि 0 का कॉस 1 है और
इसलिए 1 का कॉस व्युत्क्रम होगा 0 हो तो यह यहाँ पर कौन सा बिंदु है और आइए हम एक और बिंदु लेते हैं
इसलिए pi बटा तीन हम जानते हैं कि साठ डिग्री का cos जो pi बटा तीन है, आधा दाएं के बराबर है
इसलिए आधे का प्रतिलोम pi बटा तीन होगा
इसलिए cos y बराबर आधा का व्युत्क्रम यहाँ है
इसलिए y का व्युत्क्रम आधा है, pi बटा 3 pi बटा 3 यहाँ है
इसलिए हमारे पास यह बिंदु है
इसलिए वक्र कुछ इस तरह दिखेगा
तो यह cos के लिए वक्र है उलटा कार्य तो इसी तरह हमारे पास अन्य त्रिकोण है मीट्रिक फ़ंक्शन और हर जगह हमें एक ही समस्या है कि यदि हम पूरे डोमेन को देखते हैं जैसा कि हमने पिछले व्याख्यान में परिभाषित किया था, तो उलटा अर्थपूर्ण रूप से परिभाषित करना मुश्किल होगा और
इसलिए हमें डोमेन को प्रतिबंधित करना होगा उदाहरण के लिए टैन फ़ंक्शन के लिए पीआई बटा 2 के विषम गुणजों को छोड़कर डोमेन सभी वास्तविक संख्याएं हैं , इसका कारण यह है कि पीआई बटा 2 के विषम गुणकों पर टैन फ़ंक्शन असीमित हो जाता है,
इसलिए यह एक्स अक्ष पर टैन फ़ंक्शन का ग्राफ है, हमारे पास x ऊर्ध्वाधर अक्ष का टैन है x और नीला बिंदीदार वक्र टैन x फ़ंक्शन है और जैसा कि हम देख सकते हैं कि यह फिर से एक आवधिक कार्य है जो इसे pi के साथ दोहराता है और
इसलिए हम जो कर सकते हैं वह यह है कि यदि हम टैन फ़ंक्शन के डोमेन को
माइनस pi के बीच के अंतराल तक सीमित रखते हैं टू प्लस पाई बाय टू तो यहां हमें क्लोज्ड इंटरवल लेना होगा
इसलिए ओपन इंटरवल को माफ करना होगा क्योंकि
इसलिए यह ओपन इंटरवल है ओपन इंटरवल को एक गोल ब्रैकेट और क्लोज्ड के साथ दर्शाया गया है बंद अंतराल के लिए हम एक वर्ग ब्रैकेट लेते हैं,
इसलिए यदि हम डोमेन को इस खुले अंतराल तक सीमित रखते हैं, तो खुले अंतराल को लेने का कारण यह है कि टैन फ़ंक्शन माइनस पीआई पर दो और प्लस पीआई दो से असीमित हो जाएगा,
इसलिए हमें बचना होगा वे दो बिंदु तो माइनस पाई बाय टू और प्लस पाई बाय टू के बीच के अन्य सभी बिंदु टैन फ़ंक्शन का प्रतिबंधित

डोमेन होगा और जब हम टैन फ़ंक्शन को उस डोमेन तक सीमित करते हैं तो प्रतिबंधित टैन फ़ंक्शन के लिए वक्र बन जाता है मैं इसे दिखा रहा हूं लाल वक्र के साथ लाल वक्र जैसा कि अब हम देख सकते हैं कि सबसे पहले लाल वक्र माइनस इनफिनिटी से प्लस इनफिनिटी तक टैन फ़ंक्शन की पूरी श्रृंखला को कवर करने जा रहा है,
इसलिए समय फ़ंक्शन के डोमेन को इस तक सीमित करके भी माइनस पीआई बटा 2 और प्लस पीआई बटा 2 के बीच खुला अंतराल जो हम देखते हैं वह यह है कि रेंज अभी भी पहले की तरह ही रहती है जो सभी वास्तविक संख्याओं का सेट है, हालांकि दिलचस्प बात यह है कि यदि हम लेते हैं क्योंकि हम देखते हैं कि यह लाल वक्र एक नीरस रूप से बढ़ता हुआ वक्र है और
इसलिए यह स्पष्ट है कि यदि हम y के किसी भी मान में y के किसी भी मान को टैन फ़ंक्शन की सीमा में लेते हैं तो y का कोई वास्तविक मान क्या है हम देखेंगे कि इस अंतराल में हमेशा एक्स का एक अनूठा मूल्य होगा शून्य से पीआई दो से प्लस पीआई बटा दो में एक्स का अद्वितीय मूल्य होगा जैसे कि एक्स का तन उस वाई के बराबर होगा
इसलिए फिर से तन के लिए फ़ंक्शन यह स्पष्ट है कि डोमेन को माइनस पीआई द्वारा 2 से प्लस पीआई बटा 2 के बीच खुले अंतराल तक सीमित करके टैन फ़ंक्शन के व्युत्क्रम को विशिष्ट रूप से परिभाषित किया जा सकता है,
इसलिए इस स्लाइड पर हम फिर से साइन और कोसाइन फ़ंक्शन की तरह प्लॉट करते हैं टैन फ़ंक्शन के व्युत्क्रम का ग्राफ ताकि हम देख सकें कि टैन व्युत्क्रम फ़ंक्शन का डोमेन सभी वास्तविक संख्याओं का सेट है , पाठ्यक्रम की सीमा माइनस पीआई बटा टू और प्लस पाई बाय टू के बीच खुला अंतराल है जैसा कि यहां दिखाया गया है और आइए अब ग्राफ बनाने का प्रयास करें
इसलिए जैसा कि हम यहां मूल्यों की इस तालिका से देख सकते हैं कि सबसे पहले 0 का टैन 0 है
इसलिए हम जानते हैं कि 0 का टैन 0 है और इससे यह पता चलता है कि शून्य का टैन व्युत्क्रम शून्य के बराबर होगा
इसलिए y का टैन व्युत्क्रम बराबर होगा शून्य करने के लिए तो y के बराबर तन व्युत्क्रम शून्य के बराबर है
इसलिए इस ग्राफ में हमारे पास y क्षैतिज अक्ष पर प्लॉट किया गया है और y का टैन व्युत्क्रम ऊर्ध्वाधर अक्ष पर प्लॉट किया गया है
इसलिए y शून्य के बराबर यह बिंदु है और tan में tan है शून्य का व्युत्क्रम भी शून्य है
इसलिए हमारे पास यह बिंदु तन व्युत्क्रम के ग्राफ पर है तो हम देखते हैं कि पाई बटा छह का आह तन एक जड़ तीन से अधिक है और
इसलिए एक बटा मूल तीन का तन व्युत्क्रम
पीआई बटा छह के बराबर होगा
इसलिए टैन एक बटा रूट थ्री का व्युत्क्रमानुपाती होता है,
इसलिए एक बटा रूट थ्री है आह यहां कहीं और होना चाहिए,
इसलिए यह y बराबर 1 बटा रूट 3 है और टैन इनवर्स फंक्शन का मान और y बराबर 1 बटा रूट 3, pi के बराबर होगा 6 तक जो इस पूरी रेंज का एक तिहाई है जो यहां कहीं होगा s कहीं न कहीं और फिर निश्चित रूप से हम जानते हैं कि 4 बटा पाई का टैन 1 है और चूंकि टैन ऑफ पाई के टैन बटा 4 बराबर 1 यह इस प्रकार है कि 1 का टैन व्युत्क्रम pi बटा 4 के बराबर होगा
इसलिए y का टैन व्युत्क्रम एक के लिए pi बटा चार pi होगा
इसलिए y बराबर एक यहाँ है और pi बटा चार यहाँ है
इसलिए हमारे पास यह बिंदु ग्राफ़ पर दाईं ओर है और इसी तरह हम अन्य बिंदुओं को भी प्लॉट कर सकते हैं
इसलिए हमें जो कुछ मिलेगा वह कुछ है इस तरह से वक्र लेकिन ध्यान दें कि तन व्युत्क्रम का मान y के रूप में होगा क्योंकि y का मान अनंत तक जाता है क्योंकि यह बड़ा हो जाता है और
y के सकारात्मक मूल्यों के लिए सकारात्मक पक्ष पर टैन व्युत्क्रम का मान y के रूप में जाता है इन्फिनिटी टैन व्युत्क्रम y दो से pi पर जाएगा, लेकिन कभी भी pi बटा दो के बराबर नहीं होगा, यह अभिसरण होगा जैसा कि आप देख सकते हैं कि यह ग्राफ ah की ओर जा रहा है,
इसलिए यह लंबवत अक्ष के मान से संबंधित रेखा है जो लंबवत पर मान है अक्ष के बराबर pi बटा दो
इसलिए यह बिंदीदार वक्र कभी भी इससे आगे नहीं जाएगा a h ठोस लाल रेखा और इसी तरह ऋणात्मक पक्ष पर भी इस तालिका का उपयोग करके हम ऋणात्मक पक्ष को y के ऋणात्मक मानों के लिए वक्र बना सकते हैं और यहाँ तक कि जो वक्र मिलेगा वह कुछ इस प्रकार है, यहाँ तक कि यहाँ हमारे पास यह रेखा है जो है जो टैन व्युत्क्रम y से मेल खाती है जो ऊर्ध्वाधर अक्ष पर माइनस pi बटा 2 से मेल खाती है और जैसे ही y माइनस इनफिनिटी में जाता है,
इसलिए यदि हम इस दिशा में जाते हैं तो क्या होता है कि ग्राफ जाएगा जैसा कि आप यहां से देख सकते हैं कि ग्राफ जाएगा माइनस पीआई बटा 2 के इस मान के करीब और करीब, लेकिन कभी भी इससे अधिक नहीं होगा , वास्तव में टैन व्युत्क्रम y कभी भी माइनस पीआई बटा 2 के बराबर नहीं होगा।
इसी तरह कोटेंजेंट फ़ंक्शन के लिए भी कि हमारे यहां कोटेंजेंट फ़ंक्शन है, कोर्टेक्स फ़ंक्शन कुछ भी नहीं है 1 ओवर टैन एक्स तो जो एक है या हम इसे कॉस एक्स ओवर पाप एक्स पाप एक्स के रूप में भी लिख सकते हैं,
इसलिए कोटैंजेंट एक्स एक्स के साइन के ऊपर कॉस एक्स के बराबर है और
इसलिए आप जो देखेंगे वह यह है कि जब भी एक्स एक पूर्णांक एक पूर्णांक गुणक होता है पाई का कभी भी x, x की pi का एक पूर्णांक गुणज नहीं होता है, 0 होता है और
इसलिए x के लिए x का कोटेंगेंट, pi का पूर्णांक गुणज होता है, अच्छी तरह से परिभाषित नहीं होता है और यह इस ग्राफ से स्पष्ट है जहां हमने x को क्षैतिज अक्ष पर और x के खाट पर प्लॉट किया है।
ऊर्ध्वाधर अक्ष हम देख सकते हैं कि पीआई के पूर्णांक गुणकों पर उदाहरण के लिए एक्स के बराबर शून्य या एक्स के बराबर पीआई या दो पीआई हम देखते हैं कि ग्राफ या तो प्लस इन्फिनिटी या माइनस इन्फिनिटी में जाता है,
इसलिए यह अनबाउंड राइट हो जाता है और यही कारण है कि जब खाट फ़ंक्शन का डोमेन परिभाषित किया गया है, इसे इस तरह परिभाषित किया गया है ताकि हम डोमेन के लिए इस सेट को छोड़कर सभी वास्तविक मानों पर विचार कर सकें और यह सेट ठीक वही

है जो पीआई के सभी पूर्णांक गुणकों से हमारा मतलब है,
 इसलिए यह तार का डोमेन सेट है फ़ंक्शन और निश्चित रूप से सीमा सभी वास्तविक संख्याओं का सेट होगी क्योंकि तार फ़ंक्शन शून्य से अनंत और प्लस अनंत के बीच सभी वास्तविक मूल्यों को ले जाएगा और निश्चित रूप से यह पीआई के साथ आवधिक भी है
 इसलिए कोट एक्स एक आवधिक कार्य है आह pi तो cot x, pi के खाट के बराबर है और xi का मतलब है कि यदि आप केवल उसी डोमेन पर विचार करते हैं जिसे यहां परिभाषित किया
गया है, तो जीवा फ़ंक्शन के व्युत्क्रम को परिभाषित करना मुश्किल होगा y का कोई भी मान जो हम यहां लेते हैं, हम कहते हैं कि हम इसे y लें तो यह y के बराबर तीन बटा दो से मेल खाता है
इसलिए x के कई अलग-अलग मान होंगे x के कई अलग-अलग मान जिसके लिए x का खाट इस मान तीन बटा 2 के बराबर होगा और
 इसलिए कोई अद्वितीय x नहीं है और
 इसलिए इस डोमेन के साथ खाट फ़ंक्शन के व्युत्क्रम को सार्थक रूप से परिभाषित नहीं किया जा सकता है और
 इसलिए हमें फिर से कॉर्ड फ़ंक्शन के डोमेन को प्रतिबंधित करना होगा,
 इसलिए हम क्या करते हैं कि हम डोमेन को 0 से pi तक इस अंतराल तक सीमित रखते हैं,
इसलिए हम इस अंतराल को 0 से pi तक ले जाते हैं।
  लेकिन हम बिंदु 0 और पीआई शामिल नहीं कर सकते हैं क्योंकि तार समारोह असीमित है, यह इन दो अंत बिंदुओं पर अच्छी तरह से परिभाषित नहीं है
 इसलिए हम 0 से पीआई के बीच खुले अंतराल लेते हैं और तार समारोह के डोमेन को इस खुले int तक सीमित करते हैं erval जब हम इसे प्रतिबंधित करते हैं तो हम जो देखते हैं वह यह है कि इस खुले अंतराल 0 से पीआई तक सीमित तार समारोह की वक्र अब मैं लाल ठोस लाल वक्र के साथ चित्रित कर रहा हूं और अब यह देखना बहुत आसान है कि प्रतिबंधित करने के बाद भी खाट फ़ंक्शन का डोमेन खुले अंतराल 0 से पीआई तक जो हम देखते हैं वह यह है कि सीमा अभी भी शून्य से अनंत से प्लस अनंत तक है,
 इसलिए डोमेन को इस से प्रतिबंधित करने के बाद भी कॉर्ड फ़ंक्शन की सीमा अभी भी सभी वास्तविक संख्याओं का सेट है।

खुला अंतराल 0 से pi तक और दूसरी बात यह भी देखना बहुत आसान है कि यहाँ ठोस वक्र एकरसता से घट रहा है और
 इसलिए यदि हम जीवा फलन के परास में कोई y लेते हैं तो यदि हम कोई y लेते हैं तो हम यहाँ ay लेते हैं,
 इसलिए हम इसे y लें तो यह y ah माइनस थ्री बटा टू है
 इसलिए यदि हम कोई y लेते हैं तो एक अद्वितीय x होगा जो यहां है जो कॉर्ड फ़ंक्शन के इस प्रतिबंधित डोमेन में होगा जैसे कि x का खाट इस y के बराबर होगा
 इसलिए यह सच होगा f   या y का कोई भी मान जो आप लेते हैं और यह बहुत स्पष्ट भी है क्योंकि यह कॉर्ड फ़ंक्शन एक निरंतर कार्य है, यह इस प्रतिबंधित डोमेन में एक निरंतर कार्य है और इसके अतिरिक्त यह एकरस रूप से घट रहा है और
 इसलिए कॉर्ड फ़ंक्शन को इस डोमेन तक सीमित कर रहा है।
 हमें इसके व्युत्क्रम को सार्थक रूप से परिभाषित करने में सक्षम होना चाहिए,
 इसलिए हम फिर से खाट व्युत्क्रम फ़ंक्शन के लिए ग्राफ को प्लॉट करने का प्रयास करते हैं जिसका डोमेन सभी वास्तविक संख्याओं का सेट होगा और सीमा अब कॉर्ड फ़ंक्शन का प्रतिबंधित डोमेन होगा जो कि खुला अंतराल है शून्य से पीआई के बीच अब हम जानते हैं कि आइए यहां से शुरू करें हम जानते हैं कि पाई बटा दो का खाट शून्य के बराबर है और
 इसलिए शून्य का खाट प्रतिलोम पीआई बटा दो के बराबर होगा
 इसलिए y का प्रतिलोम शून्य के बराबर है तो y के बराबर शून्य यहाँ है, pi बटा दो के बराबर होगा
 इसलिए pi बटा दो यहाँ है
 इसलिए हमें cot व्युत्क्रम y के ग्राफ पर यह बिंदु मिलता है,
 इसलिए यहाँ ग्राफ़ में हमारे पास y क्षैतिज अक्ष पर प्लॉट किया गया है और सह y का प्रतिलोम y का प्रतिलोम ऊर्ध्वाधर अक्ष पर प्लॉट किया जाएगा इसी तरह हमारे पास तीन से अधिक pi की खाट है जो तीन के वर्गमूल पर एक के बराबर है और
 इसलिए तीन के वर्गमूल के एक के ऊपर का खाट प्रतिलोम pi बटा तीन के बराबर होगा
 इसलिए एक का खाट प्रतिलोम ओवर एह थ्री का वर्गमूल कहीं होगा और पीआई ओवर थ्री कहीं है तो यह कहीं होगा और फिर जैसा कि हम इस बिंदु को यहां प्राप्त करेंगे ,
 इसलिए यह दो से अधिक पाई थी यह तीन से अधिक पाई के बराबर है और फिर जैसे-जैसे हम y को और अधिक सकारात्मक मूल्यों तक बढ़ाते हैं,
 इसलिए हम इस दिशा में यहां जा रहे हैं
, उदाहरण के लिए , ah 3 के वर्गमूल का खाट प्रतिलोम 6 से pi होगा,
 इसलिए जैसे-जैसे हम y बढ़ाते हैं, हम देखेंगे कि खाट प्रतिलोम है घटेगा और शून्य की ओर जाएगा
 इसलिए खाट उलटा तो यहाँ से हम जो देखते हैं वह यह है कि तीन के वर्गमूल का खाट प्रतिलोम pi बटा छह है
 इसलिए तीन का वर्गमूल यहाँ कहीं होगा और pi बटा 6 कहीं है तो pi   यह यह है पीआई 6.

 इसलिए हम इस बिंदु को वक्र पर प्राप्त करते हैं,
 इसलिए अनिवार्य रूप से हमारे पास जो कुछ भी है वह हमने प्लॉट किया है और यह इस तरह जाएगा लेकिन मान जैसे कि y अनंत खाट में जाता है व्युत्क्रम y शून्य की ओर जाएगा लेकिन यह कभी नहीं होगा शून्य के बराबर हो और फिर y के नकारात्मक मूल्यों के

लिए हम देखेंगे कि एक समान प्रकार का वक्र होगा और जिसे हम खाट x के नकारात्मक मूल्यों को देखकर खींचा जा सकता है, उदाहरण के लिए यहां से हम क्या करेंगे देखें कि आह खाट माइनस 1 का प्रतिलोम उदाहरण के लिए तीन पीआई बटा चार के बराबर होगा
इसलिए माइनस एक यहां खत्म हो गया है और थ्री पीआई बटा फोर होगा तो यह छह यूनिट है
इसलिए तीन पीआई बटा चार साढ़े चार यूनिट सही होगा तो यह कहीं और कहीं होगा तो यह y बराबर शून्य से एक है और यह मान यहां तीन पीआई चार से अधिक है और फिर आह आगे के लिए और भी अधिक नकारात्मक मूल्यों के लिए जो हम देखेंगे वह यह है कि खाट उलटा का मूल्य फ़ंक्शन pi की ओर जाएगा
इसलिए अब हम अंदर जा रहे हैं इस दिशा के रूप में हम मूल्य बनाते हैं तो यह इस कॉलम में y का मान है क्योंकि y अधिक से अधिक नकारात्मक हो जाता है
इसलिए शून्य से एक से घटाकर तीन का वर्गमूल y अधिक नकारात्मक हो जाता है, यह x जा रहा है पाई की ओर तो हमारे पास क्या होगा तो यह आह है
इसलिए यह पीआई है
इसलिए यह वक्र बिंदीदार वक्र कुछ इस तरह से जाएगा,
इसलिए हमारे पास अंत में y के खाट के लिए लाल बिंदीदार वक्र है ताकि y अधिक से अधिक नकारात्मक खाट उलटा हो जाए y pi की ओर प्रवृत्त होगा लेकिन हमेशा pi से कम होगा वास्तव में यह कभी भी pi के बराबर नहीं होगा अगला फ़ंक्शन ah cosecant function है
इसलिए x का cosecant function है जैसा कि हम जानते हैं कि x की 1 oversine के रूप में परिभाषित किया गया है और यह भी है एक आवर्त फलन त्रिकोणमितीय फलन है और क्योंकि यह x की ज्या से 1 अधिक है, इसे अर्थपूर्ण रूप से परिभाषित नहीं किया जाएगा जब भी sin x शून्य के बराबर होता है,
इसलिए जब भी x , x के pi cosecant का एक पूर्णांक गुणज होता है, अर्थपूर्ण रूप से परिभाषित नहीं होता है और
इसलिए का डोमेन कोसेकेंट फ़ंक्शन पीआई के पूर्णांक गुणकों को छोड़कर सभी वास्तविक संख्याओं का सेट है,
इसलिए यह कोसेकेंट एक्स का डोमेन है और जो सीमा हम देखते हैं वह यह है कि क्योंकि कोसेकेंट एक्स साइन एक्स पर 1 है और साइन एक्स की सीमा सभी है माइनस 1 और प्लस 1 के बीच का मान क्या होगा कि साइन एक्स के ऊपर 1 अंतराल माइनस 1 से प्लस 1 तक के सभी मानों को ले जाएगा और यह इस ग्राफ से बहुत स्पष्ट है जहां हमारे पास क्षैतिज अक्ष पर x है और हमारे पास है ऊर्ध्वाधर अक्ष पर x का कोसेकेंट जैसा कि हम देख सकते हैं कि नीला बिंदीदार वक्र माइनस वन और प्लस वन के बीच कभी भी कोई मान नहीं लेगा और ऐसा
इसलिए है क्योंकि यह साइन एक्स के ऊपर एक है और पाप एक्स माइनस वन और प्लस के बीच मान लेता है एक और
इसलिए कोसेकेंट फ़ंक्शन की सीमा इस श्रेणी को छोड़कर सभी वास्तविक संख्याओं का समूह है,
शून्य से 1 से प्लस 1 तक और
इसलिए अब क्योंकि यह अभी भी आवधिक है क्योंकि हम देख सकते हैं कि यह अभी भी एक आवधिक कार्य है कोसेकेंट एक्स एक आवधिक कार्य है एक्स अगर हमारे पास है ई इसे डोमेन के रूप में हम अभी भी कोसेकेंट फ़ंक्शन के व्युत्क्रम को सार्थक रूप से परिभाषित नहीं कर सकते हैं और
इसलिए हमें कोसेकेंट फ़ंक्शन के डोमेन को प्रतिबंधित करने की आवश्यकता है जैसा कि हमने अन्य पिछले त्रिकोणमितीय कार्यों के लिए किया है,
इसलिए इस मामले में एक संभावित विकल्प यह है कि हम विचार करें इंटरवल माइनस पीआई बटा 2 से प्लस पाई बटा 2 पॉइंट 0 को छोड़कर ।

इसलिए हम कोसेकेंट फंक्शन के डोमेन को बंद इंटरवल माइनस पीआई बाय टू प्लस प्लस पाई बाय टू तक सीमित करने जा रहे हैं, लेकिन पॉइंट जीरो को छोड़कर क्योंकि x के बराबर है x का शून्य कोसेकेंट अर्थपूर्ण रूप से परिभाषित नहीं है क्योंकि यह अब तक असंबद्ध हो जाता है,
इसलिए अब तक इस सेट या वास्तविक रेखा के इस उपसमुच्चय के लिए कोसेकेंट फ़ंक्शन को प्रतिबंधित करके प्रतिबंधित कोसेकेंट फ़ंक्शन का ग्राफ़ प्रतिबंधित कोसेकेंट फ़ंक्शन का ग्राफ कुछ इस तरह दिखाई देगा I मैं इसे यहां ठोस लाल वक्र के साथ खींच रहा हूं और जैसा कि हम देख सकते हैं कि कोसेकेंट फ़ंक्शन के डोमेन को इस अंतराल तक सीमित करके भी हम देखते हैं कि सभी r प्रतिबंधित कोसेकेंट फ़ंक्शन की आयु अभी भी वही है जो शून्य से एक से प्लस वन को छोड़कर सभी वास्तविक मान है क्योंकि यह किसी भी तरह से शून्य से एक से अधिक के बीच मेरा कोई मूल्य नहीं ले सकता है, लेकिन मूल्यों की इस सीमा के अलावा यह अन्य सभी संभावित मूल्यों को लेता है क्योंकि माइनस पाई बाय 2 और 0 के बीच के अंतराल के लिए अगर हम यहां से शुरू करते हैं तो यहां पर यह वैल्यू माइनस वन है और अगर हम इस तरह जाते हैं तो हम देखते हैं कि कर्व निरंतर है और माइनस एक से शुरू हो रहा है।
यह माइनस इनफिनिटी तक सभी तरह से जाता है और इसी तरह अगर हम यहां से शुरू करते हैं तो यह मान प्लस वन है और अगर हम इस तरह जाते हैं तो वक्र फिर से निरंतर होता है और यह मान से एक से अनंत तक जाता है
इसलिए हमारे पास मूल्य हैं एक से अनंत तक और फिर माइनस 1 से माइनस इनफिनिटी तक, जो मूल रूप से एक ही रेंज है,
इसलिए डोमेन को वास्तविक रेखा के इस सबसेट तक सीमित करके भी
कोसेकेंट फ़ंक्शन की सीमा अभी भी समान है वही है और इसके अतिरिक्त आह हम यह भी देखते हैं कि यदि हम कोई y लेते हैं तो आइए हम इस श्रेणी सेट में कोई y लेते हैं तो हम कहते हैं कि हम y के इस विशेष मान को यहां लेते हैं,
इसलिए y का यह मान दो बिंदु पांच से मेल खाता है तो यह ah है तो यह y दो दशमलव पांच के बराबर है

इसलिए इस ah के लिए हम जो देखते हैं वह यह है कि x का बिल्कुल एक अनूठा मान है जो यहां इस प्रकार है कि इस x का कोसेकेंट यह मान 2.
5 के बराबर है और निश्चित रूप से यह मान प्रतिबंधित डोमेन में निहित है यदि हमने डोमेन को प्रतिबंधित नहीं किया होता तो कई अन्य मान होते, उदाहरण के लिए x का यह मान या उदाहरण के लिए x का यह मान या x का यह मान
इसलिए असीम रूप से कई अन्य x मान होते x का ऐसा है कि x का कोसेकेंट 2.
5 होगा और
इसलिए कोई अद्वितीय मान नहीं है, लेकिन जब हम डोमेन को इस अंतराल तक सीमित करते हैं तो हम देखते हैं कि इस श्रेणी में y के किसी भी मान के लिए हमेशा एक अद्वितीय x होगा रेस्ट्रीक में एक अद्वितीय x टेड डोमेन ऐसा है कि उस x का कोसेकेंट y के मान के बराबर होगा और
इसलिए फिर से इस प्रतिबंध को करने से हमें कोसेकेंट फ़ंक्शन के व्युत्क्रम को सार्थक रूप से परिभाषित करने में सक्षम होना चाहिए जो मेरे पास इस स्लाइड में इसे यहां प्लॉट करने का प्रयास करेंगे और यह ठीक उसी तरह किया जा सकता है जैसा हम अन्य कार्यों के लिए दूसरे के लिए कर रहे हैं और मैं इसे जल्दी से आपको दिखाऊंगा कि यह कैसा दिखता है
इसलिए यह फिर से ऐसा दिखता है तालिका का उपयोग करके हम साजिश कर सकते हैं ताकि हमारे पास क्या हो क्या हमारे पास क्षैतिज अक्ष पर y है और ऊर्ध्वाधर अक्ष पर y का कोसेकेंट व्युत्क्रम है, कोसेकेंट व्युत्क्रम फ़ंक्शन का डोमेन कोसेकेंट फ़ंक्शन की सीमा होगी,
इसलिए कोसेकेंट व्युत्क्रम फ़ंक्शन का डोमेन अंतराल माइनस एक को छोड़कर सभी वास्तविक संख्याएं हैं से प्लस वन और कोसेकेंट व्युत्क्रम फ़ंक्शन की सीमा कोसेकेंट फ़ंक्शन का संशोधित या प्रतिबंधित डोमेन होगा जिसे हमने पिछली स्लाइड पर देखा था जो कि बंद अंतराल माइनस पीआई टू टू टू बिंदु शून्य को छोड़कर दो से अधिक पाई और फिर मूल्यों की इस तालिका का उपयोग करके हम यहां लाल वक्र के माध्यम से यहां हैं और यहां कोसेकेंट उलटा फ़ंक्शन का ग्राफ है और जैसा कि हम देख सकते हैं कि जैसे y अधिक से अधिक सकारात्मक हो जाता है मान कोसेकेंट व्युत्क्रम
शून्य के इस मान की ओर जाएगा,
इसलिए यहां यह वक्र लाल वक्र हमेशा सकारात्मक पक्ष पर क्षैतिज अक्ष से ऊपर होगा और y के नकारात्मक मानों के लिए लाल वक्र हमेशा क्षैतिज अक्ष के नीचे होगा,
इसलिए मेरा मतलब है वक्र और इसी तरह सेकेंट फ़ंक्शन में एक समान समस्या होगी और सेकेंट फ़ंक्शन के लिए भी हमें दूसरे त्रिकोणमितीय कार्यों की तरह अर्थपूर्ण रूप से सेकेंट फ़ंक्शन के व्युत्क्रम को परिभाषित करने की आवश्यकता है, हमें इसके डोमेन को भी प्रतिबंधित करना होगा क्योंकि x का ah secant बराबर है x का एक ओवर कॉस और हम जानते हैं कि x का cos शून्य होता है जब भी x , pi बटा दो का एक विषम गुणज होता है,
इसलिए secant फ़ंक्शन के डोमेन सेट को सभी सेट o के रूप में परिभाषित किया जाता है f सभी वास्तविक संख्याएँ , pi के विषम गुणकों को छोड़कर दो से दो क्योंकि pi के विषम गुणकों पर x के दो सेकंड अच्छी तरह से परिभाषित नहीं हैं जैसा कि इस ग्राफ से भी देखा जा सकता है जहाँ हमारे पास क्षैतिज अक्ष पर x और ऊर्ध्वाधर अक्ष पर x का छेदक है।
और जो हम देखते हैं वह फिर से सेकेंट फ़ंक्शन भी आवधिक है और जैसा कि हम देख सकते हैं कि रेंज यह है कि क्योंकि एक्स का सेकेंट एक ओवर कॉस एक्स है और कॉस एक्स माइनस वन और प्लस वन के बीच है तो क्या होता है कि सेकेंड की सीमा फ़ंक्शन संपूर्ण वास्तविक रेखा है जो कि माइनस वन और प्लस वन के बीच के अंतराल को छोड़कर यहां संपूर्ण ऊर्ध्वाधर अक्ष है,
इसलिए यह सीमा है और अन्य त्रिकोणमितीय कार्यों की तरह ही हमें फिर से वही समस्या है क्योंकि सेकेंडरी फ़ंक्शन इस डोमेन के साथ आवधिक है इसके साथ एक डोमेन के रूप में हम व्युत्क्रम को सार्थक रूप से परिभाषित नहीं कर सकते हैं और
इसलिए हमें सेकेंट फ़ंक्शन के डोमेन को भी प्रतिबंधित करने की आवश्यकता है,
इसलिए हम जो करते हैं वह यह है कि हम डोमेन को 0 और पीआई के बीच प्रतिबंधित करते हैं
इसलिए हम r लेते हैं प्रतिबंधित डोमेन शून्य से पीआई के बीच बंद अंतराल होने के लिए, लेकिन जैसा कि हम देख सकते हैं कि हमारे पास बिंदु x बराबर pi बटा दो नहीं होना चाहिए और इसका कारण यह है कि x के बराबर pi x के दो सेकंड के बराबर है ठीक से परिभाषित नहीं है,
इसलिए संशोधित डोमेन 0 से पीआई अंतराल होगा, बिंदु पीआई को 2 से छोड़कर और सेकेंड फ़ंक्शन का ग्राफ तब होगा जो मैं लाल वक्र के साथ चित्रित कर रहा हूं,
इसलिए यह सेकेंड फ़ंक्शन का ग्राफ होगा जब डोमेन इस अंतराल x तक 2 से pi पर प्रतिबंधित है और जैसा कि हम देख सकते हैं कि डोमेन के इस प्रतिबंध के बाद भी पूरी रेंज अभी भी वही है, यह अभी भी सभी वास्तविक मान है , अंतराल माइनस 1 से प्लस 1 को छोड़कर,
इसलिए सभी मान हैं माइनस 1 से प्लस 1 को छोड़कर और हम जो देखते हैं वह यह है कि यदि हम y का कोई मान लेते हैं तो हम हमेशा ऐसा कर सकते हैं यदि हम y का कोई मान लेते हैं तो x का एक अद्वितीय मान होगा जैसे कि x का सेकेंड बराबर है y और x का वह मान इस अंतराल में होगा और
इसलिए इस प्रतिबंध से हम अर्थपूर्ण रूप से सेकेंट फ़ंक्शन के व्युत्क्रम को परिभाषित कर सकते हैं जिसे मैं यहां परिभाषित कर रहा हूं,
इसलिए इस ग्राफ पर हमारे पास क्षैतिज अक्ष पर y है और लंबवत अक्ष पर सेकेंट व्युत्क्रम प्लॉट किया गया है और जैसा कि हम देख सकते हैं कि हम फिर से जा रहे हैं x बनाम secant x के लिए तालिका मानों का उपयोग करें , secant उलटा फ़ंक्शन इस से परिभाषित किया गया है कि यह डोमेन होगा जो मूल रूप से secant फ़ंक्शन की श्रेणी है और secant उलटा फ़ंक्शन की सीमा secant का प्रतिबंधित डोमेन होगा फ़ंक्शन जो 0 से pi है , बिंदु pi बटा 2 को छोड़कर।
यह वही है जो हमें इस व्याख्यान में मिलता है हमने शुरू में त्रिकोणमितीय कार्यों के व्युत्क्रम को परिभाषित करने का प्रयास किया था,

लेकिन हम तुरंत एक समस्या में पड़ गए क्योंकि त्रिकोणमितीय कार्य आह हैं उनमें से अधिकांश आवधिक हैं और
 इसलिए उनके डोमेन की सामान्य परिभाषा के साथ उनके व्युत्क्रम को सार्थक रूप से परिभाषित करना मुश्किल है
और फिर हम क्या देखते हैं डब्ल्यू यह था कि यदि हम इन कार्यों के डोमेन को सीमित करते हैं तो हम उनके व्युत्क्रम को सार्थक रूप से परिभाषित कर सकते हैं,
 इसलिए अगली कक्षा में हम इन सभी को परिभाषित करने और इन 6 व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यों के बीच बहुत सारी पहचान और संबंधों को परिभाषित करने का प्रयास करेंगे जिन्हें हमने आज की कक्षा में परिभाषित किया है।
  आपको धन्यवाद