

আগের সাতটি বক্তৃতায় বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের প্রথম বক্তৃতায় স্বাগতম।

আমরা সাইন x কোসাইন x কট x ট্যান x কোসেক x এবং সেক x এর মতো ত্রিকোণমিতিক ফাংশন নিয়ে আলোচনা করেছি।

এই ইনভার্স ফাংশনগুলির মধ্যে আইডেন্টিটিগুলি নিয়ে আলোচনা করুন, আসুন সাইন x এর ক্ষেত্রে ধরা যাক যাতে আমরা আমাদের পূর্ববর্তী লেকচারগুলি থেকে জানতে পারি সাইন x ফাংশনের একটি ডোমেন রয়েছে যা সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট এবং পরিসর হল বিয়োগ এক এবং প্লাসের মধ্যে সমস্ত সংখ্যা।

এর মানে হল যে যদি আমরা কোনো বাস্তব মান x নিই তাহলে x -এর চিহ্ন অবশ্যই বন্ধ অন্তর বিয়োগ এক থেকে প্লাস ওয়ানের অন্তর্গত হবে পরবর্তী প্রশ্ন হল আমরা কি সাইন ফাংশনের বিপরীত ফাংশনকে সংজ্ঞায়িত করতে পারি

তাই ইনভার্স ফাংশন দ্বারা আমি যা বলতে চাইছি বলতে গেলে আমরা যদি বিয়োগ এক থেকে প্লাস ওয়ানের সাথে সম্পর্কিত যেকোন y নিই প্রশ্নটি হল যখন একটি অনন্য থাকবে তখন r এর সাথে সম্পর্কিত একটি অনন্য x থাকবে যেমন x এর সাইনটি equ হবে $a1$ এই y এর জন্য

তাই এটি হল মৌলিক প্রশ্ন যা আমরা জিজ্ঞাসা করছি

তাই স্পষ্টতই চলুন কারণ সাইন x একটি পর্যায়ক্রমিক ফাংশন যা আমরা জানি এটি সত্য নয়

তাই এখানে এই স্লাইডে আমি উল্লম্ব অক্ষ x এর উপর $\sin x$ এর গ্রাফটি প্লট করেছি অনুভূমিক অক্ষের উপর এবং বলা যাক যে আমাদের কাছে y সমান অর্ধেক আছে এবং আমরা সেই সমস্ত x খুঁজে বের করার চেষ্টা করছি যেমন $\sin x$ অর্ধেকের সমান

তাই আমরা যা করব তা হল এখানে একটি অনুভূমিক রেখা আঁক যা x অক্ষের সমান্তরাল।

এবং যা y অক্ষের ধনাত্মক দিকে অর্ধেকের স্থানচ্যুতিতে এবং তারপরে আমরা যা দেখি তা হল x এর অনেকগুলি মান রয়েছে উদাহরণস্বরূপ এই মান এবং এই মান এখানে এবং এই মান x এর এই মান

তাই x এর এই সমস্ত মান এমন যে x এর চিহ্ন অর্ধেকের সমান এবং অসীমভাবে অনেকগুলি আসলে

তাই এটি থেকে আমরা জানি যে আমরা একটি অনন্য x খুঁজে পাচ্ছি না যেমন সাইন x অর্ধেকের সমান এবং

তাই এখন পর্যন্ত সাধারণভাবে দেখা যাচ্ছে যে এটি হবে এর বিপরীত সংজ্ঞায়িত করা কঠিন সাইন ফাংশন যদিও আমরা এখনও এর বিপরীত সংজ্ঞায়িত করতে পারি তার জন্য আমাদের একটি ছোট আহ সহজ উদাহরণ নিতে হবে

তাই এই স্লাইডে আমাদের কাছে ফাংশনের একটি প্লট আছে x বর্গক্ষেত্রের সমান fx

তাই x বর্গক্ষেত্রের y সমান উল্লম্ব অক্ষ x এ প্লট করা হয়েছে অনুভূমিক অক্ষের উপর রয়েছে এবং এটি হল নীল বিন্দুযুক্ত বক্ররেখা হল x বর্গক্ষেত্রের সমান y এর বক্ররেখা

তাই f ফাংশনটি সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট থেকে সমস্ত অঋণাত্মক বাস্তব সংখ্যার সেট পর্যন্ত সংজ্ঞায়িত করা হয় যা আমি r যোগ দ্বারা চিহ্নিত করি

এখন যেমন আপনি এখানে এই ফাংশনের রেঞ্জ y এর যেকোনো মান দেখতে পাচ্ছেন f

তাই আসুন উদাহরণ স্বরূপ ধরা যাক এটি এক এর y এর সমান

তাই y এর সমান এক এর জন্য আমরা দেখতে পাচ্ছি x এর দুটি মান আছে x এর সমান প্লাস ওয়ান এবং তারপরে x এর আরেকটি মান আছে যা x বিয়োগ ওয়ানের সমান

তাই x সমান বিয়োগ এক এবং x সমান প্লাস ওয়ানের জন্য আমরা y এর সমান পাই এবং

তাই আবার কোনো অনন্য x নেই যেমন fx এর সমান x বর্গক্ষেত্র এক কারণ এই উভয়ের জন্য x বিয়োগ এক এবং প্লাসের সমান একটি আমরা y এর সমান পাই এবং সেইজন্য কোন অনন্য x নেই যার মানে আবার এই ফাংশনটির বিপরীত সংজ্ঞায়িত করা fx x বর্গক্ষেত্রের সমান কঠিন বলে মনে হয়

তাই একটি সাধারণ আহ কৌশল হল

তাই আমরা একটি নতুন ফাংশন f সীমাবদ্ধ এবং সংজ্ঞায়িত করার চেষ্টা করি।

যা পুরানো ফাংশনের সমান

তাই আমাদের কাছে এখনও আছে আমাদের কাছে এখনও x বর্গক্ষেত্রের সমান fx থাকবে কিন্তু তারপরে আমরা এই ফাংশনের ডোমেন f সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট থেকে সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেটের উপসেটে সীমাবদ্ধ করব আসুন আমরা বলি যে আমরা এই ফাংশনটি f এই ক্ষেত্রে এই নিম্নলিখিত উপসেটে সীমাবদ্ধ রাখি

তাই আমরা বলি যে আমরা এটিকে সমস্ত সেটের মধ্যে সীমাবদ্ধ করি

তাই আমরা এই সেটটি নিই যা 0 থেকে সমস্ত পর্যন্ত অসীম পর্যন্ত

তাই আমরা বলি যে আমরা সংজ্ঞায়িত করি একটি নতুন ফাংশন f প্রাইম যা r প্লাস থেকে

তাই r প্লাস মূলত

শূন্য থেকে অসীম পর্যন্ত এই ব্যবধান

তাই আমরা r প্লাস থেকে r প্লাস পর্যন্ত একটি নতুন ফাংশন f প্রাইম সংজ্ঞায়িত করি এবং x এর f প্রাইম আবার x বর্গক্ষেত্র ডান

তাই f প্রাইম আবার f prime x হল x বর্গ যা একই যেমনটি আগে আমাদের ছিল ঠিক যে ডোমেইনটি এখন r থেকে r প্লাসে সীমাবদ্ধ করা হয়েছে তবে এই সীমাবদ্ধতা করার সুবিধা হল প্রথমত ডোমেনটিকে r থেকে r প্লাস পর্যন্ত সীমাবদ্ধ করার মাধ্যমে আমরা এখনও দেখতে পাচ্ছি যে ডোমেনের সম্পূর্ণ পরিসর ফাংশনটি এখনও একই আছে

তাই আগে এই ফাংশনের রেঞ্জটি পূর্ববর্তী ফাংশন f r প্লাস ছিল কারণ fx সমান x বর্গক্ষেত্র এবং যেহেতু x বর্গক্ষেত্র

শুধুমাত্র অ নেতিবাচক হতে পারে পূর্ববর্তী ফাংশনের পরিসীমা r প্লাস ছিল এমনকি এখন যখন আমরা ডোমেন সীমাবদ্ধ করি এই ফাংশনের f থেকে r প্লাস পর্যন্ত ডোমেইন এখনও r প্লাস হবে কারণ সমস্ত নন নেগেটিভ সংখ্যা এই নতুন ফাংশন f প্রাইম এর রেঞ্জের মধ্যে থাকবে

তাই আমরা যা দেখছি তা হল আমরা ডোমেনটিকে এমনভাবে সীমাবদ্ধ করেছি যে ফাংশনের পরিসীমা এখনও একই আছে
তাই আমরা ফাংশনের পরিসর পরিবর্তন করছি না তবে গুরুত্বপূর্ণ যে জিনিসটি আমরা এখানে করেছি তা হল ডোমেনের এই সীমাবদ্ধতাটি করার মাধ্যমে এখন আমরা যা দেখতে পাচ্ছি

তাই আমি প্লট করছি ng এই ফাংশনের গ্রাফটি লাল রঙে f prime

তাই আমি মূলত শুধুমাত্র অনুভূমিক অক্ষের ধনাত্মক দিকে x বর্গক্ষেত্রের সমান $f(x)$ এর গ্রাফ বিবেচনা করি

তাই লাল রঙের এই বক্ররেখাটি নতুন ফাংশন f প্রাইমের জন্য গ্রাফ এবং এখন যদি আমরা চলুন এর যেকোন মান নিই বলি আমরা নিই

তাই এটি y সমান এক দুই তিন ধরা যাক এখানে চার বলা যাক

তাই যদি আমরা y নিই চার এর সমান এবং আমরা যা দেখি তা হল সীমাবদ্ধ ডোমেনে x এর একটি মাত্র অনন্য মান আছে যা হল x এর সমান 2 যার জন্য f প্রাইম $x = 4$ এর সমান এমনকি সীমাবদ্ধ ফাংশনের জন্য y এর 1 এর জন্য সীমাবদ্ধ ডোমেনের সাথে f প্রাইম ফাংশনের জন্য শুধুমাত্র একটি অনন্য সমাধান থাকবে যা x সমান প্লাস ওয়ান এবং এটি ঘটছে কারণ আমরা ফাংশনের ডোমেনটি r থেকে r প্লাস পর্যন্ত সীমাবদ্ধ করেছি এবং

তাই এখন অনন্যতা রয়েছে কারণ আমরা অন্য যে কোনও y নিতে পারি আমরা এই y নিতে পারি উদাহরণ স্বরূপ বলা যাক এটি y এর কিছু মান

তাই এই তারের জন্যও এই অনন্য এক্স এই m e অনন্য x যেমন x এর f প্রাইম যা x বর্গক্ষেত্র এই y এর সমান এবং
তাই এই সীমাবদ্ধ ফাংশন f প্রাইমের জন্য এখন এই f প্রাইম ফাংশনের জন্য ইনভার্সকে অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করা সম্ভব হবে, আসুন আমরা বলি যে r প্লাস থেকে r প্লাস পর্যন্ত এবং r প্লাস এর সাথে সম্পর্কিত যেকোন y ah এর জন্য বিপরীত হবে y এর g হবে y এর বর্গমূলের সমান যেখানে এটি y এর ধনাত্মক বর্গমূল

তাই আমরা এভাবে অনেকবার g সংজ্ঞায়িত করি আপনি জিও লিখবেন যেহেতু এটি অনেকবার f প্রাইম ইনভার্স হিসাবে লেখা হয়েছে

তাই আমরা

আসল ফাংশনের নামের উপর ah এর উপর এই সুপারস্ক্রিপ্টটি ব্যবহার করি যার বিপরীতে আমরা f prime inverse সংজ্ঞায়িত করছি বা অনেক সময় লোকেরা এভাবে লিখতেও পারে না।

তারা শুধু লিখবে f প্রাইম ইনভার্স হল r প্লাস 2 r প্লাস থেকে এবং f প্রাইম ইনভার্স হল y এর f prime এর ডোমেনের অন্তর্গত যেকোন y এর জন্য f দুঃখিত একটি প্রাইম ভুলে গেছি এখানে $f(y)$ এর প্রাইম ইনভার্স y এর ধনাত্মক বর্গমূলের সমান

তাই এখন আমরা একই পদ্ধতি ব্যবহার করতে যাচ্ছি o f ফাংশনের ডোমেনকে সীমাবদ্ধ করা যাতে পরিসীমা পরিবর্তন না হয় তবে বিপরীতটি অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করা উচিত

তাই এখানে পুরো কৌশলটি হল ফাংশনের ডোমেনকে সীমাবদ্ধ করা উদাহরণস্বরূপ এই ক্ষেত্রেও যদি আমরা বলি ডোমেনটিকে সীমাবদ্ধ করুন এর পরিবর্তে r প্লাসের পরিবর্তে r প্লাসের পরিবর্তে যদি আমরা ডোমেনটিকে সীমাবদ্ধ করি যাতে আমরা কিছু ব্যবধান বিয়োগ 2 থেকে প্লাস 2 বলতে পারি তবে এটি কাজ করবে না কারণ যদি আমরা ডোমেনটিকে বিয়োগ 2 থেকে প্লাস 2-তে সীমাবদ্ধ করি তবে পরিসরটি এই ফাংশনটি শুধুমাত্র শূন্য থেকে চার পর্যন্ত হবে

তাই আসুন আমরা বলি যে আমরা এটিকে বিয়োগ 2 থেকে প্লাস 2 পর্যন্ত সীমাবদ্ধ রাখি

তাই আমরা বিয়োগ 2 থেকে প্লাস 2 পর্যন্ত সীমাবদ্ধ রাখি তাহলে ফাংশনের পরিসর হবে শুধুমাত্র শূন্য থেকে চার পর্যন্ত ডানদিকে যেখানে এর পরিসীমা আসল ফাংশনটি ছিল সমস্ত অ নেতিবাচক সংখ্যার সেট এবং এটি এই সীমার শূন্য থেকে 4 ডানদিকের সমান নয়

তাই এটি একটি অর্থপূর্ণ সীমাবদ্ধতা নয় কারণ আমাদের ফাংশনের ডোমেনটিকে এমন একটি ওয়ায়ে সীমাবদ্ধ করার চেষ্টা করা উচিত y যে পরিসরটি পরিবর্তিত হয় না পরিসীমা এখনও একই থাকে

তাই আমরা এখন ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের ডোমেনকে সীমাবদ্ধ করতে এই কৌশলটি ব্যবহার করব যাতে আমরা তাদের বিপরীতকে অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করতে পারি

তাই আমরা আবার সাইন এক্স ফাংশনের সমান y -এ ফিরে যাই এবং এখন আমরা জানি যে সাইন এক্স ফাংশনের রেঞ্জটি মাইনাস ওয়ান এবং প্লাস ওয়ানের মধ্যে রয়েছে এবং আমরা যদি এখানে দেখি তাহলে আমরা সীমাবদ্ধ করি তাহলে ah $\sin x$ ফাংশনের ডোমেনটি বলা যাক আমরা এটিকে বিয়োগ পাই থেকে 2 দ্বারা সীমাবদ্ধ করি প্লাস পাই 2 দ্বারা।

তাই আমরা সাইন এক্স ফাংশনের ডোমেনটিকে সীমাবদ্ধ করে

ব্যবধানে বদ্ধ ব্যবধানে বিয়োগ পাই দুই দ্বারা প্লাস পাই দুই দ্বারা

তাই এই সীমাবদ্ধতার দ্বারা আমরা দেখতে পাই যে সীমাবদ্ধ ফাংশনের বক্ররেখা হবে কঠিন লাল বক্ররেখা যা আমি এখন আঁকতে যাচ্ছি

তাই এটি হবে

তাই এটি সীমাবদ্ধ সাইন এক্স ফাংশনের জন্য বক্ররেখা যেখানে ডোমেইনটি বিয়োগ পাই 2 থেকে প্লাস পাই 2 দ্বারা সীমাবদ্ধ করা হয়েছে এবং আমরা এখানে পরেও দেখতে পাচ্ছি এই নিষেধাজ্ঞার সমস্ত আর্চ টি তার সম্ভাব্য মান রয়েছে কারণ যদি

আমরা এই বক্ররেখা অনুসরণ করার চেষ্টা করি তাহলে উদাহরণস্বরূপ এখানে এটি মাইনাস ওয়ান এবং তারপরে আমরা যখন এই দিকে যাই $\sin x$ এর মান ক্রমাগত মাইনাস ওয়ান থেকে শূন্যে চলে যায় এবং তারপরে আরও যদি আমরা আহের দিকে এগিয়ে যাই শূন্য থেকে প্লাস ওয়ান পর্যন্ত এবং

তাই এই সীমাবদ্ধতার পরেও সাইন এক্স ফাংশনের পরিসর এখনও মাইনাস ওয়ান থেকে প্লাস ওয়ানে রয়েছে উপরন্তু আমরা যা দেখতে পাই তা হল বিয়োগ এক থেকে প্লাস ওয়ানের রেঞ্জ y -এর কোনো মান নিলে

তাই আসুন আমরা বলি যে আমরা এখানে এই y নিই

তাই y সমান বিয়োগ অর্ধেক

তাই যদি আমরা y সমান বিয়োগ অর্ধেক নিই তবে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এই সীমাবদ্ধ ডোমেনে x এর একটি অনন্য মান রয়েছে যেমন x এর চিহ্নটি বিয়োগ অর্ধেকের সমান কারণ আপনি এই সীমাবদ্ধ ডোমেনে দেখতে পাচ্ছেন যে এই ডোমেনে সীমাবদ্ধ থাকাকালীন এই $\sin x$ ফাংশনটি কঠোরভাবে একঘেয়েভাবে x -এর ফাংশন বৃদ্ধি করে এবং

তাই এই পরিসরে যেকোন y যা আমরা বিয়োগ এক থেকে প্লাস ওয়ানে নিই সেখানে একটি অনন্য মান থাকবে এই ব্যবধানে x এর $\sin x$ অনন্য মান যেমন x এর চিহ্নটি এই y এর সমান হবে

তাই উদাহরণস্বরূপ আমরা এখানে দেখতে পাচ্ছি যে y এর বিয়োগের অর্ধেকের জন্য x এর এই মানটি সমান

তাই x এর এই মানটি বিয়োগ 30 এর সমান ডিগ্রী বা মাইনাস পাই 6 এর উপরে এবং

তাই আমরা বলি যে সাইন

তাই আমাদের কাছে মাইনাস পাই এর সাইন 6 বাই বাই সমান হল বিয়োগ অর্ধেক এবং এখান থেকে আমরা লিখি যে বিয়োগ অর্ধেকের সাইন ইনভার্স হল মাইনাস পাই ছয় দ্বারা

তাই এখন আমরা সীমাবদ্ধ করেছি সাইন ফাংশনের ডোমেনটি মাইনাস পাই বাই টু এবং প্লাস পাই বাই টু এর মধ্যে কাছাকাছি ব্যবধানে আমরা এর ইনভার্সকে অনন্য এবং অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করতে পারি

তাই এই গ্রাফে আমরা সাইন ইনভার্স ফাংশনটি প্লট করতে যাচ্ছি যার ডোমেন হবে ইন্টারভাল মাইনাস ওয়ান এবং প্লাস ওয়ানের মধ্যে বন্ধ ব্যবধান এবং পরিসীমা স্পষ্টতই মাইনাস পাই বাই টু এবং প্লাস পাই বাই টু এর মধ্যে বন্ধ ব্যবধান হবে এখানে $\sin^{-1} x$ বনাম $\sin x$ মানগুলির একটি টেবিল যা আমাদের এই গ্রাফটি প্লট করতে সাহায্য করবে

তাই আসুন $\sin^{-1} x$ দিয়ে শুরু করুন $\sin^{-1} 0$

তাই আমরা জানি যে

তাই এটা আমাদের জানা যে মাইনাস পাই এর সাইন দুই বাই এক বিয়োগ সমান

তাই এখান থেকে আমরা বলতে পারি যে মাইনাস ওয়ানের সাইন ইনভার্স সমান মাইনাস পাই ওভার টু এর সাইন ইনভার্স

তাই মাইনাস ওয়ানের সাইন ইনভার্স y এর সাইন ইনভার্স সমান বিয়োগ এক

তাই y সমান বিয়োগ এক এখানে এবং বিয়োগ এক এর সাইন ইনভার্স হল মাইনাস পাই বাই দুই মাইনাস পাই বাই টু এখানে

তাই আমাদের মূলত এই বিন্দুটি রয়েছে

তাই এটি মাইনাস 1 এবং এটি হল বিয়োগ পাই 2 দ্বারা

তাই সাইনটি বিয়োগ 1 এর সাইনটি 2 দ্বারা বিয়োগ হয়

তাই আমরা মূলত গ্রাফে এই বিন্দুটি রাখি

এবং তারপরে আরও এগিয়ে চললে আমাদের কাছে বিয়োগ পাই এর সাইন 3 দ্বারা

তাই বিয়োগ পাই এর সাইন 3 যা মাইনাসের সাইন ষাট ডিগ্রী সমান তিন ওভার দুই এর বিয়োগ বর্গমূলের সমান এবং সেখান থেকে আমরা লিখতে পারি যে বিয়োগ মূলের সাইন ইনভার্স তিন ওভার দুই এর বিয়োগ পাই 3 এর উপর

তাই y এর সাইন ইনভার্স বিয়োগ মূল 3 ও 2 এর সমান

তাই এটি 4 একক এবং বিয়োগ রুট 3 ওভার 2 প্রায় 0 বিয়োগ শূন্য পয়েন্ট আট ছয়

তাই এটি প্রায় হবে এখানে কোথাও $\pi/2$ এবং তারপর বিয়োগ পাই তিন দ্বারা

তাই এটি মাইনাস পাই বাই দুই

তাই এর দুই তৃতীয়াংশ মাইনাস পাই বাই তিন হবে যেহেতু এটি ছয় একক এটি এখানে কোথাও থাকবে এবং

তাই এই গ্রাফের বিন্দু যা আমরা পাই একইভাবে এই গ্রাফ থেকে আমরা এটাও দেখাতে পারি যে বিয়োগের সাইন ইনভার্স $\sin^{-1} x$ দুঃখিত সাইন ইনভার্স $\sin^{-1} x$ মাইনাস এক ওভার বর্গমূল দুই এর সাইন ইনভার্সের সমান হবে মাইনাস ওয়ানের সাইন ইনভার্সের মাইনাস ওয়ানের বর্গমূল দুই এর বিয়োগ পাই বাই চার মাইনাস হবে দুইটির এক ওভার বর্গমূল হল বিয়োগ শূন্য পয়েন্ট সাত যা এখানে কোথাও রয়েছে এবং বিয়োগ পাই বাই চার এর অর্ধেক যা সেখানে কোথাও আছে

তাই এটি এবং এটি এখানে মিলিত হবে এবং তারপর 6 দ্বারা বিয়োগ পাই এর সাইন যা মাইনাস 30 ডিগ্রী হল বিয়োগ অর্ধেক এবং বিয়োগ অর্ধেক এখানে মাইনাস পাই বাই ছয় এই জিনিসের এক তৃতীয়াংশ যা এখানে শেষ

তাই আমরা এইরকম আরেকটি বিন্দু পাব এবং অবশ্যই শূন্যের অহ সাইন ইনভার্স শূন্য হবে যা এখানে একটি প্রতিসমভাবে একই জিনিস থাকবে উপরে y এর ধনাত্মক মানের জন্য $\sin^{-1} x$

তাই $\sin^{-1} x$ -এর জন্য এই বিন্দুটি থাকবে কারণ এক-এর বিয়োগ সাইন ইনভার্সের সাইন ইনভার্সটি পাই দ্বারা দুই এর সমান এবং তারপর প্লাস রুট 3 বাই 2 এর জন্য আমাদের কাছে রুটের সাইন ইনভার্স আছে 3 বাই 2 এর সমান।

3 যা এখানে আছে

তাই এটি এবং তারপর এটি আমাদের এই পয়েন্ট পাবে এবং একইভাবে পাই চারের জন্য আমরা এখানে এই পয়েন্টটি পেতে যাচ্ছি এবং তারপরে ছয়ের উপরে পাই এর জন্য আমাদের এখানে এই পয়েন্টটি রয়েছে

তাই যদি আমরা এই সমস্ত বিন্দুগুলিকে যুক্ত করি

তাই এই ডটেড লাল বক্ররেখা হল y এর সাইন ইনভার্সের জন্য গ্রাফ একইভাবে $\cos y$ এর জন্যও আহ আমরা দেখতে পাচ্ছি যে যদি আমরা \cos ফাংশনের ডোমেইনকে সীমাবদ্ধ না করি তাহলে আবার কারণ হল কারণ এটি একটি পর্যায়ক্রমিক ফাংশন কি ঘটবে ডোমেইনটিকে সম্পূর্ণ বাস্তব রেখা হিসাবে আমরা অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করতে পারি না কারণ এই \cos ফাংশনের পরিসরে y এর যে কোনো মান আমরা নিই সেখানে x এর বিভিন্ন মান থাকবে যার জন্য $\cos x$ y এর সমান হবে কিন্তু আমরা যে দেখি যদি আমরা সীমাবদ্ধ বলি t ah ঠিক সাইন ফাংশনের মতো যদি আমরা কোসাইন ফাংশনকে সীমিত করি কোসাইন ফাংশনের ডোমেইনটিকে 0 থেকে π পর্যন্ত ব্যবধানে

তাই আমরা শুধুমাত্র 0 থেকে π থেকে বিবেচনা করি

তাই 0 থেকে π এর মধ্যে বন্ধ ব্যবধান 0 থেকে পাই যদি আমরা \cos ফাংশনটিকে এই ah- এ রিয়েল লাইনের এই সাবসেটের মধ্যে সীমাবদ্ধ করুন তাহলে \cos ফাংশনের গ্রাফটি এরকম হবে এবং আবার আমরা যা দেখছি তা হল সাইন ফাংশনের ক্ষেত্রে এই পুরো রেঞ্জটি কভার করা হয় যদিও আমরা কোসাইন ফাংশনের পরিসীমা পাই করার জন্য ডোমেইনটিকে 0-তে সীমাবদ্ধ করুন যখন এই 0 থেকে পাই ব্যবধানে সীমাবদ্ধ থাকে তখনও 1 এবং বিয়োগ 1 এর মধ্যে 1 এবং বিয়োগ 1 এর মধ্যে সমস্ত মান থাকে কারণ এই লাল বক্ররেখাটি 1 এবং বিয়োগ 1 এর মধ্যে অবস্থিত থাকে।

তাই আমরা করতে পারি এখান থেকে একটি থেকে শুরু করুন এবং বক্ররেখা ধরে চলতে চলতে আমরা পাই-তে শূন্যের মান দুটিতে পৌঁছাতে পারি এবং তারপরে আরও নীচে আমরা বিয়োগ এক পর্যন্ত যাই যখন x পাই এর সমান

তাই \cos -এর ডোমেইন সীমাবদ্ধ করেও ফাংশন 0 থেকে পাই সমগ্র পরিসীমা হয় তারপরও একইভাবে আমরা যা দেখতে পাই তা হল আমরা যদি y এর কোনো মান নিই তাহলে বলি আমরা y সমান নিতে পারি এখানে অর্ধেক বলা যাক

তাই y এর সমান অর্ধেক যদি আমরা মূল ah \cos ফাংশনটি দেখি যার ডোমেইন ছিল সম্পূর্ণ বাস্তব লাইন তাহলে আমাদের এখানে x এর বিভিন্ন মান থাকবে এবং তারপরে এখানে আরেকটি মান থাকবে এবং এখানে আরেকটি মান থাকবে একইভাবে আরেকটি মান এখানে এবং এখানেও এবং x এর অসীম অনেক মান যার জন্য $\cos x$ অর্ধেকের সমান কিন্তু যখন আমরা ডোমেইন সীমাবদ্ধ করি শূন্য থেকে পাই থেকে আমরা যা দেখব তা হল x এর একটি অনন্য মান x এর একমাত্র মান রয়েছে যা এই উদাহরণে এটি পাই বাই তিন বা ষাট ডিগ্রি কারণ ষাট ডিগ্রির \cos অর্ধেকের সমান এবং তাই কী আমরা দেখতে পাচ্ছি

তাই এটা ঠিক নয় y সমান অর্ধেকের জন্য আমরা অন্য কোনো y নিই ব্যবধানে ah মাইনাস ওয়ান থেকে প্লাস ওয়ান যা খরচ ফাংশনের পরিসীমা যা আমরা দেখব যে এতে সর্বদা একটি অনন্য x থাকবে এই সীমাবদ্ধ ডোমেইনে যেমন $\cos 0 = 1$ যে x এই y এর সমান হবে এবং অবশ্যই এটি দৃশ্যমানভাবে স্পষ্ট কারণ আমরা এই ফাংশনটি \cos ফাংশনটি দেখতে পারি যখন এই ডোমেইনে সীমাবদ্ধ থাকে যখন 0 থেকে 0 পর্যন্ত π থেকে সীমাবদ্ধ থাকে তখন গ্রাফটি একঘেয়েভাবে হ্রাস পায় এবং

তাই এর যে কোনও মানের জন্য y যা আমরা নিই এই ব্যবধানে সর্বদা একটি অনন্য x থাকবে এবং

তাই \cos ফাংশনের বিপরীতটি এখন অনন্যভাবে হতে পারে আমি বলতে চাচ্ছি অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত

তাই সাইন ফাংশনের মতো আমাদের কাছে বিয়োগ এক থেকে প্লাস পর্যন্ত \cos ফাংশনের বিপরীত রয়েছে একটি হল ডোমেইন এবং রেঞ্জ হল বন্ধ ব্যবধান 0 থেকে পাই এবং আবার এখানে আমাদের একটি মানের সারণী আছে

তাই আমরা সাইন ফাংশনের জন্য যেমনটি শুরু করি

তাই আমাদের কাছে পাই এর \cos আছে বিয়োগ এক এর সমান এবং

তাই \cos এর বিপরীত বিয়োগ এক y এর সমান হবে

তাই y এর বিপরীত বিয়োগ বিয়োগ এক এখানে পাই পাই এর সমান হবে

তাই আমাদের গ্রাফে এই বিন্দুটি ঠিক আছে এবং তারপরে এখানে নেওয়া যাক

তাই এখানে আমাদের তিনটি পাই ওভারের \cos আছে চার সমান দুই এর বর্গমূলের উপর তিন পাই এর \cos সমান দুই এর বর্গমূলের উপর এক বিয়োগ এবং এখান থেকে আমরা যা পাই তা হল দুই এর বর্গমূলের উপর বিয়োগ এক এর বিপরীত দুই এর

চারের উপর তিন পাই এর সমান হবে

তাই বিয়োগ এক

তাই y এর সমান বিয়োগ এক ওভার বর্গমূল দুই এর কোথাও ah এবং তিন পাই বাই চার মূলত তিন চতুর্থাংশ

তাই এটি নয়টি একক

তাই তিন চতুর্থাংশ হবে কোথাও ছয় এবং তিন চতুর্থাংশ একক তিন চার পাঁচ ছয় এবং কোথাও সেখানে

তাই আমাদের কাছে যে বিন্দুটি রয়েছে তা হল গ্রাফের এই বিন্দুটি

এবং একইভাবে ah যখন আমরা আরও এগিয়ে যাই তখন আমরা দেখতে পাই যে ah $\cos x$ এর সমান বিয়োগ অর্ধেক যখন x সমান দুই পাই বাই তিন এবং

তাই \cos

বিয়োগ অর্ধেক এর বিপরীত

তাই \cos এর বিপরীত y সমান বিয়োগ অর্ধেক

তাই y সমান বিয়োগ অর্ধেক এখানে

তাই বিয়োগ অর্ধেক এর বিপরীত দুই পাই বাই তিনের সমান হবে যা ah এর দুই তৃতীয়াংশ এই পুরো ব্যাপ্তি যা ছয় আহ ছোট বর্গক্ষেত্রের সমান

তাই এখানে আসে এ পর্যন্ত আমরা পেয়েছি \cos বিপরীত বক্ররেখার এই অংশটি যা আমি একটি বিন্দুযুক্ত রেখার সাথে দেখাচ্ছি এবং তারপরে আমরা জানি যে দুই দ্বারা পাই এর \cos শূন্য এবং

তাই শূন্যের বিপরীত বক্ররেখা দুই দ্বারা π হবে

তাই শূন্যের বিপরীত বক্ররেখা দুই দ্বারা π হবে এই সম্পূর্ণ পরিসরের অর্ধেক যা এখানে কোথাও থাকবে এবং তারপরে একটি অনুরূপ আহ সিমেন্ট্রিক থাকবে আপনি y এর ধনাত্মক মানের জন্য এই রেখা সম্পর্কে বক্ররেখা জানেন

তাই উদাহরণস্বরূপ আমরা জানি যে 0 এর \cos হল 1 এবং

তাই 1 এর বিপরীত \cos হবে 0 হবে

তাই এখানে এই বিন্দুটি কোনটি এবং আসুন আরও একটি বিন্দু নিই

তাই পাই তিন দ্বারা আমরা জানি যে ষাট ডিগ্রির \cos যা π বাই তিন অর্ধেক ডানের সমান

তাই অর্ধেকের বিপরীত \cos হবে π তিন দ্বারা

তাই \cos এখানে y এর বিপরীত অর্ধেক সমান

তাই y এর বিপরীত অর্ধেক এর সমান হল পাই দ্বারা 3 পাই দ্বারা 3 এখানে

তাই আমাদের এই বিন্দুটি রয়েছে

তাই বক্ররেখাটি এরকম কিছু দেখাবে

তাই এটি \cos এর জন্য বক্ররেখা বিপরীত ফাংশন

তাই একইভাবে আমাদের অন্য ত্রিকোণ আছে মেট্রিক ফাংশন এবং সর্বত্র আমাদের একই সমস্যা রয়েছে যে আমরা যদি পূর্ববর্তী লেকচারে সংজ্ঞায়িত করেছিলাম সেইভাবে পুরো ডোমেনটি যদি দেখি তবে বিপরীতটিকে অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করা কঠিন হবে এবং

তাই আমাদের ডোমেনটিকে সীমাবদ্ধ করতে হবে উদাহরণস্বরূপ ট্যান ফাংশনের জন্য ডোমেইন হল সব বাস্তব সংখ্যা ছাড়া পাই এর বিজোড় গুণিতক 2 দ্বারা ব্যতীত কারণ 2 দ্বারা π এর বিজোড় গুণে ট্যান ফাংশনটি সীমাহীন হয়ে যায়

তাই এটি হল x অক্ষের ট্যান ফাংশনের গ্রাফ আমাদের কাছে আছে x উল্লম্ব অক্ষের ট্যান x এবং নীল বিন্দুযুক্ত বক্ররেখা হল $\tan x$ ফাংশন এবং আমরা দেখতে পাচ্ছি এটি আবার একটি পর্যায়ক্রমিক ফাংশন এটি π এর সাথে পুনরাবৃত্তি হয় এবং

তাই আমরা যা করতে পারি তা হল যদি আমরা ট্যান ফাংশনের ডোমেনটিকে

বিয়োগ পাই এর মধ্যে ব্যবধানে সীমাবদ্ধ করি দুই থেকে প্লাস পাই দুই দ্বারা

তাই এখানে আমাদের বদ্ধ ব্যবধানটি নিতে হবে

তাই এটি দুঃখিত উন্মুক্ত ব্যবধানটি নেবে কারণ

তাই এটি খোলা ব্যবধান একটি বৃত্তাকার বন্ধনী এবং বদ্ধ ব্যবধান দ্বারা চিহ্নিত করা হয় বদ্ধ ব্যবধানের জন্য আমরা একটি বর্গাকার বন্ধনী নিই

তাই যদি আমরা ডোমেনটিকে এই খোলা ব্যবধানে সীমাবদ্ধ রাখি তাহলে খোলা ব্যবধান নেওয়ার কারণ হল ট্যান ফাংশনটি মাইনাস পাই বাই টু এবং প্লাস পাই দুই দ্বারা সীমাহীন হয়ে যাবে

তাই আমাদের এড়াতে হবে এই দুটি বিন্দু

তাই মাইনাস পাই বাই টু এবং প্লাস পাই বাই টু এর মধ্যে অন্য সব পয়েন্ট হবে ট্যান ফাংশনের সীমাবদ্ধ ডোমেন এবং যখন আমরা ট্যান ফাংশনটিকে সেই ডোমেনে সীমাবদ্ধ রাখি তখন সীমাবদ্ধ ট্যান ফাংশনের বক্ররেখা হয়ে যায় আমি এটি দিয়ে দেখাচ্ছি লাল বক্ররেখার সাথে

তাই লাল বক্ররেখা যা আমরা এখন দেখতে পাচ্ছি প্রথমত লাল বক্ররেখাটি ট্যান ফাংশনের সম্পূর্ণ পরিসরকে বিয়োগ ইনফিনিটি থেকে প্লাস ইনফিনিটি পর্যন্ত কভার করতে চলেছে

তাই এমনকি টাইম ফাংশনের ডোমেনকে এটিতে সীমাবদ্ধ করেও বিয়োগ পাই বাই 2 এবং প্লাস পাই বাই 2 এর মধ্যে খোলা ব্যবধান আমরা যা দেখি তা হল যে পরিসীমাটি এখনও আগের মতই রয়ে গেছে যা সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট তবে মজার জিনিসটি ঘটে তা হল যদি আমরা গ্রহণ করি কারণ আমরা দেখতে পাই যে এই লাল বক্ররেখাটি একটি একঘেয়েভাবে ক্রমবর্ধমান বক্ররেখা এবং

তাই এটি পরিষ্কার যে আমরা যদি ট্যান ফাংশনের পরিসরে y -এর যে কোনো মানের মধ্যে y -এর কোনো মান নিই, তাহলে y -এর কোনো বাস্তব মান কী হবে? আমরা দেখতে পাব যে এই ব্যবধানে সর্বদা x এর একটি অনন্য মান থাকবে পাই বিয়োগ দুই থেকে প্লাস পাই দ্বারা দুই সেখানে x এর অনন্য মান থাকবে যেমন x এর ট্যানটি y এর সমান হবে

তাই আবার ট্যানের জন্য ফাংশনটি স্পষ্ট যে ডোমেইনটিকে বিয়োগ পাই বাই 2 থেকে প্লাস পাই বাই 2 এর মধ্যে খোলা ব্যবধানে সীমাবদ্ধ করার মাধ্যমে ট্যান ফাংশনের বিপরীতটি অনন্যভাবে সংজ্ঞায়িত করা যেতে পারে

তাই এই স্লাইডে আমরা আবার সাইন এবং কোসাইন ফাংশনের মতোই আমরা প্লট করি ট্যান ফাংশনের ইনভার্সের গ্রাফ যাতে আমরা দেখতে পাই ট্যান ইনভার্স ফাংশনের ডোমেইন হল সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট, অবশ্যই পরিসীমা হল মাইনাস পাই বাই টু এবং প্লাস পাই বাই টু এর মধ্যে খোলা ব্যবধান যেমন এখানে দেখানো হয়েছে এবং আসুন এখন গ্রাফটি প্লট করার চেষ্টা করি

তাই আমরা এখানে মানের এই সারণী থেকে দেখতে পাচ্ছি যে প্রথমে 0 এর ট্যান হল 0

তাই আমরা জানি যে 0 এর ট্যান হল 0 এবং এর থেকে এটি অনুসরণ করে যে শূন্যের ট্যান ইনভার্স শূন্যের সমান হবে

তাই y সমান ট্যান ইনভার্স শূন্য থেকে

তাই y এর ট্যান বিপরীত শূন্যের সমান শূন্যের সমান

তাই এই গ্রাফে আমাদের y অনুভূমিক অক্ষের উপর প্লট করা হয়েছে এবং y এর ট্যান বিপরীত উল্লম্ব অক্ষের উপর প্লট করা হয়েছে

তাই y শূন্যের সমান এই বিন্দু এবং ট্যানে ট্যান শূন্যের ইনভার্সও শূন্য

তাই ট্যান ইনভার্সের গ্রাফে আমাদের এই বিন্দু আছে তাহলে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে পাই-এর ah ট্যান বাই ছয় এক ওভার রুট তিন এবং

তাই এক ওভার রুটের ট্যান ইনভার্স হবে পাই বাই ছয়ের সমান এক ওভার রুট তিনের ট্যান ইনভার্স

তাই এক ওভার রুট তিন ah এখানে কোথাও থাকা উচিত

তাই এটি y সমান 1 ওভার রুট 3 এবং ট্যান ইনভার্স ফাংশনের মান এবং 1 ওভার রুট 3 এর y সমান হবে π এর সমান 6 দ্বারা যা এই সমগ্র পরিসরের এক তৃতীয়াংশ যা এখানে কোথাও থাকবে s হবে কোথাও সেখানে এবং তারপর অবশ্যই আমরা জানি যে 4 দ্বারা π এর \tan হল 1 এবং যেহেতু \tan অফ যেহেতু 4 এর \tan এর \tan এর সমান 1 এটি অনুসরণ করে যে 1 এর \tan ইনভার্সটি π এর 4 দ্বারা সমান হবে

তাই y এর \tan বিপরীত একের সাথে পাই বাই চার পাই হবে

তাই y এর সমান এক এখানে এবং পাই বাই চার এখানে

তাই আমাদের এই বিন্দুটি গ্রাফের ডানদিকে রয়েছে এবং একইভাবে আমরা অন্যান্য বিন্দুগুলিও প্লট করতে পারি

তাই আমরা যা পাব তা হল কিছু এইরকম বক্ররেখা কিন্তু মনে রাখবেন যে ট্যান ইনভার্সের মান y -তে যাওয়ার সাথে সাথে y -এর মান অসীমতায় যাবে কারণ এটি y -এর ধনাত্মক মানের জন্য ধনাত্মক দিকের ট্যান ইনভার্সের মান যত বড় এবং বড় হবে।

ইনফিনিটি ট্যান ইনভার্স y দুই দ্বারা π এ যাবে কিন্তু কখনোই দুই দ্বারা π এর সমান হবে না এটি একত্রিত হবে কারণ আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে এই গ্রাফটি ah এর দিকে যাচ্ছে

তাই এটি উল্লম্ব অক্ষের মানের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ লাইন।

অক্ষ দুই দ্বারা π এর সমান

তাই এই বিন্দুযুক্ত বক্ররেখা কখনই এর বাইরে যাবে না h কঠিন লাল রেখা এবং একইভাবে ঋণাত্মক দিকেও এই টেবিলটি ব্যবহার করে আমরা y এর ঋণাত্মক মানের জন্য ঋণাত্মক দিকটি বক্ররেখা আঁকতে পারি এবং এখানেও যে বক্ররেখাটি পাওয়া যাবে তা এরকম কিছু

তাই এখানেও আমাদের এই লাইনটি রয়েছে যা হল যা ট্যান ইনভার্স y এর সাথে মিলে যায় যা উল্লম্ব অক্ষের 2 দ্বারা মাইনাস পাই এর সাথে মিলে যায় এবং y যেমন মাইনাস ইনফিনিটিতে যায়

তাই যদি আমরা এই দিকে যাই তাহলে কি হবে গ্রাফটি যাবে যেমন আপনি দেখতে পাচ্ছেন এখান থেকে গ্রাফটি যাবে 2 দ্বারা বিয়োগ পাই এর এই মানের কাছাকাছি এবং কাছাকাছি কিন্তু কখনই অতিক্রম করবে না যে আসলে ট্যান ইনভার্স y কখনই 2 দ্বারা বিয়োগ পাই এর সমান হবে না।

একইভাবে কোট্যাঞ্জেন্ট ফাংশনের জন্যও যে আমাদের এখানে কোটানজেন্ট ফাংশন রয়েছে কটেজ ফাংশন ছাড়া আর কিছুই নয় $\tan x$ এর উপরে 1 যা একটি বা আমরা এটিকে $\cos x$ ওভার $\sin x$ $\sin x$ হিসাবেও লিখতে পারি

তাই কোট্যাঞ্জেন্ট x এর সাইনের উপরে $\cos x$ এর সমান এবং

তাই আপনি যা দেখতে পাবেন তা হল যখনই x একটি গুণিতক একটি পূর্ণ সংখ্যা এর π কখনই x এর পাই সাইনের একটি পূর্ণসংখ্যা গুণিতক নয় 0 এবং

তাই x এর কোট্যাঞ্জেন্ট x এর জন্য π -এর পূর্ণসংখ্যা গুণিতক সঠিকভাবে সংজ্ঞায়িত করা যায় না এবং এটি এই গ্রাফ থেকে স্পষ্ট যেখানে আমরা অনুভূমিক অক্ষের উপর x এবং x এর খাট প্লট করেছি।

উল্লম্ব অক্ষে আমরা দেখতে পাই যে পাই এর পূর্ণসংখ্যা গুণে

তাই উদাহরণস্বরূপ x সমান শূন্য বা x সমান পাই বা দুই পাই আমরা দেখি যে গ্রাফটি হয় প্লাস ইনফিনিটি বা বিয়োগ ইনফিনিটিতে যায়

তাই এটি অসীম ডানে পরিণত হয় এবং সেই কারণেই যখন \cot ফাংশনের ডোমেনটি সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে এটি এইভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে যাতে আমরা ডোমেনের জন্য এই সেটটি ব্যতীত সমস্ত বাস্তব মান বিবেচনা করতে পারি এবং এই সেটটি আমরা পাই এর সমস্ত পূর্ণসংখ্যা গুণক দ্বারা সঠিকভাবে বোঝাতে পারি

তাই এটি জ্যার ডোমেন সেট ফাংশন এবং অবশ্যই পরিসরটি হবে সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট কারণ জ্যা ফাংশন বিয়োগ অসীম এবং প্লাস ইনফিনিটির মধ্যে সমস্ত ah বাস্তব মান গ্রহণ করবে এবং অবশ্যই এটি π এর সাথে পর্যায়ক্রমিক

তাই $\cot x$ একটি পর্যায়ক্রমিক ফাংশন ah সহ π সুতরাং $\cot x$ হল π এর \cot এর সমান এবং x মানে যদি আপনি এখানে সংজ্ঞায়িত একই ডোমেনটি বিবেচনা করেন তবে জ্যা ফাংশনের বিপরীত সংজ্ঞায়িত করা কঠিন হবে y এর যে কোনও মান এখানে আমরা নিই।

এই y ধরুন

তাই এটি y এর সমান তিন বাই দুই এর সাথে মিলবে

তাই x এর অনেকগুলি ভিন্ন মান থাকবে x এর অনেকগুলি ভিন্ন মানের যার জন্য x এর খাট এই মানের 3 দ্বারা 2 এর সমান হবে এবং

তাই কোন অনন্য x নেই এবং

তাই এই ডোমেনের সাথে \cot ফাংশনের বিপরীত অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করা যায় না এবং

তাই আমাদের আবার কর্ড ফাংশনের ডোমেনকে সীমাবদ্ধ করতে হবে

তাই আমরা যা করি তা হল আমরা ডোমেনটিকে এই ব্যবধান 0 থেকে π পর্যন্ত সীমাবদ্ধ রাখি

তাই আমরা এই ব্যবধানটি 0 থেকে পাই পর্যন্ত নিই।

কিন্তু আমরা বিন্দু 0 এবং পাই অন্তর্ভুক্ত করতে পারি না কারণ জ্যা ফাংশনটি সীমাহীন কারণ এটি এই দুটি শেষ বিন্দুতে ভালভাবে সংজ্ঞায়িত নয়

তাই আমরা 0 থেকে পাই এর মধ্যে খোলা ব্যবধান গ্রহণ করি এবং জ্যা ফাংশনের ডোমেনটিকে এই খোলা int-এ সীমাবদ্ধ করি erval যখন আমরা এটিকে সীমাবদ্ধ করি তখন আমরা যা দেখি তা হল এই খোলা ব্যবধান 0 থেকে পাই পর্যন্ত সীমিত জ্যা ফাংশনের বক্ররেখা এখন আমি এখানে লাল কঠিন লাল বক্ররেখার সাথে যা আঁকছি তা হয়ে গেছে এবং এটি সীমাবদ্ধ করার পরেও এখন দেখা খুব সহজ।

\cot ফাংশনের ডোমেইন খোলা ব্যবধান 0 থেকে π পর্যন্ত আমরা যা দেখি তা হল যে পরিসীমাটি এখনও বিয়োগ অসীম থেকে প্লাস ইনফিনিটি পর্যন্ত রয়েছে

তাই জ্যা ফাংশনের পরিসর এখনও ডোমেনকে এর থেকে সীমাবদ্ধ করার পরেও সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট।

খোলা ব্যবধান 0 থেকে পাই এবং দ্বিতীয়ত এটি দেখতে খুব সহজ যে এখানে কঠিন বক্ররেখা একঘেয়েভাবে হ্রাস পাচ্ছে এবং

তাই আমরা যদি জ্যা ফাংশনের পরিসরে কোন y নিই

তাই যদি আমরা কোন y নিই তাহলে এখানে ay নিই

তাই আমরা এই y নিন

তাই এই y হল ah বিয়োগ তিন বাই দুই

তাই যদি আমরা যেকোন y নিই সেখানে একটি অনন্য x থাকবে যা এখানে

জ্যা ফাংশনের এই সীমাবদ্ধ ডোমেনে থাকবে যাতে x এর \cot এই y এর সমান হবে এই সত্য হবে $\text{চ বা } y\text{-এর যে কোনো মান আপনি নেন এবং সেটাও খুব স্পষ্ট কারণ এই কর্ড ফাংশনটি একটি ক্রমাগত ফাংশন এটি এই সীমাবদ্ধ ডোমেনে একটি অবিচ্ছিন্ন ফাংশন এবং অতিরিক্তভাবে এটি একঘেয়েভাবে হ্রাস পাচ্ছে এবং}$

তাই এই ডোমেনে কর্ড ফাংশন সীমাবদ্ধ করে আমরা এর বিপরীতকে অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করতে সক্ষম হওয়া উচিত

তাই আমরা আবার \cot ইনভার্স ফাংশনের জন্য গ্রাফটি প্লট করার চেষ্টা করি যার ডোমেন হবে সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট এবং পরিসরটি হবে এখন জ্যা ফাংশনের সীমাবদ্ধ ডোমেন যা খোলা ব্যবধান।

শূন্য থেকে পাই এর মধ্যে এখন আমরা জানি যে এখান থেকে শুরু করা যাক আমরা জানি যে দুই দ্বারা পাই এর খাট শূন্যের সমান এবং

তাই শূন্যের খাটের বিপরীতটি পাই দ্বারা দুই এর সমান হবে

তাই y এর খাট বিপরীত শূন্যের সমান

তাই y এর সমান শূন্য এখানে দুই দ্বারা π এর সমান হবে

তাই পাই দ্বারা দুই এখানে

তাই আমরা \cot ইনভার্স y এর গ্রাফে এই বিন্দুটি পেয়েছি

তাই এখানে গ্রাফে আমাদের y অনুভূমিক অক্ষের উপর প্লট করা হয়েছে এবং co.

উল্লম্ব অক্ষের উপর y এর অনুরূপ খাট বিপরীত প্লট করা হবে একইভাবে আমাদের তিনটির উপরে π এর খাট আছে তিনের বর্গমূলের একের উপর এবং

তাই তিনের বর্গমূলের একের উপরে খাটের বিপরীত তিনের উপরে পাই সমান হবে

তাই একের বিপরীত ah over 3 এর বর্গমূল কোথাও থাকবে এবং π এর 3 এর উপরে এখানে কোথাও থাকবে

তাই এটি সেখানে কোথাও থাকবে এবং তারপরে আমরা যেমন এখানে এই বিন্দুটি পাব

তাই এই হল

তাই এইটি ছিল পাই ওভার দুই এটি সমান তিনের উপরে পাই এবং তারপর যখন আমরা y বাড়াই আরও ইতিবাচক মান

তাই আমরা এখানে এই দিকে যাচ্ছি

তাই উদাহরণ স্বরূপ ah 3 এর বর্গমূলের \cot ইনভার্স হবে 6 দ্বারা y বাড়ানোর সাথে সাথে আমরা দেখতে পাব সেই \cot বিপরীত কমে যাবে এবং শূন্যের দিকে যাবে

তাই কোট ইনভার্স

তাই এখান থেকে টেবিল থেকে আমরা যা দেখতে পাচ্ছি তা হল তিনের বর্গমূলের কোট ইনভার্স সমান পাই ছয়ের সমান

তাই তিনের বর্গমূল এখানে কোথাও হবে এবং পাই 6 দিয়ে কোথাও পাই।

এই হল এই পাই 6 দ্বারা।

তাই আমরা বক্ররেখায় এই বিন্দুটি পেয়েছিলাম

তাই মূলত আমাদের কাছে যা আছে তা আমরা প্লট করেছি এবং এটি এভাবেই যাবে কিন্তু y যতটা ইনফিনিটি কোট ইনভার্সে যাবে তার মান শূন্যের দিকে যাবে কিন্তু এটি কখনই হবে না শূন্য ডানের সমান হবে এবং তারপর y এর নেতিবাচক

মানগুলির জন্য আমরা যা দেখব তা হল একই ধরনের বক্ররেখা থাকবে এবং যা আমরা $\cot x$ এর ঋণাত্মক মান দেখে আঁকতে পারি, উদাহরণস্বরূপ এখান থেকে আমরা কী করব দেখুন

বিয়োগ 1 এর ah \cot inverse এর সমান হবে চারের উপরে তিন পাই

তাই বিয়োগ এখানে এক এবং চারের উপরে তিন পাই হবে

তাই এটি ছয় একক

তাই চারের উপরে তিন পাই হবে সাড়ে চার একক সুতরাং এটি এখানে কোথাও কোথাও থাকবে

তাই এটি y সমান বিয়োগ এক এবং এই মান এখানে তিন পাই চারের উপরে এবং তারপরে আরও বেশি নেতিবাচক মানগুলির জন্য আহ ফর অনের জন্য আমরা যা দেখব তা হল খাটের মান বিপরীত ফাংশন পাই এর দিকে যাবে

তাই এখন আমরা ভিতরে যাচ্ছি এই দিকটি যাতে আমরা এর মান তৈরি করি

তাই এই কলামে y -এর মান যেহেতু y আরও বেশি ঋণাত্মক হয়ে যায়

তাই বিয়োগ এক থেকে বিয়োগ তিনের বর্গমূল পর্যন্ত y যত বেশি ঋণাত্মক হয় এই x এর মানটি যাচ্ছে পাই এর দিকে

তাই আমাদের যা থাকবে

তাই এটি আহ

তাই এটি পাই

তাই এই বক্ররেখাটি ডটেড বক্ররেখা এরকম কিছু যাবে

তাই আমরা অবশেষে y এর \cot ইনভার্সের জন্য লাল ডটেড বক্ররেখা আছে যাতে y আরও বেশি করে ঋণাত্মক \cot inverse হয়ে যায় y পাই এর দিকে ঝাঁক থাকবে কিন্তু সর্বদা পাই থেকে কম হবে প্রকৃতপক্ষে এটি কখনই পাই এর সমান হবে না পরবর্তী ফাংশনটি $\operatorname{ah cosecant}$ ফাংশন

তাই x এর $\operatorname{cosecant}$ ফাংশন $\operatorname{cosecant}$ যেমন আমরা জানি x এর সাইন এর উপরে 1 হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে

এবং এটিও একটি পর্যায়ক্রমিক ফাংশন ত্রিকোণমিতিক ফাংশন এবং যেহেতু এটি x এর সাইনের 1 ওভার হয় এটি

অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত হবে না যখনই $\sin x$ শূন্যের সমান হয়

তাই x যখনই x এর π $\operatorname{cosecant}$ এর একটি পূর্ণসংখ্যা গুণিতক হয় তখন অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় না এবং

তাই এর ডোমেন $\operatorname{cosecant}$ ফাংশন হল π এর পূর্ণসংখ্যার গুণিতক ব্যতীত সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট যাতে এটি $\operatorname{cosecant} x$ এর ডোমেন এবং আমরা যে পরিসীমা দেখতে পাচ্ছি তা হল কারণ $\operatorname{cosecant} x \sin x$ এর উপরে 1 এবং $\sin x$ এর রেঞ্জটি হল সমস্ত বিয়োগ 1 এবং প্লাস 1 এর মধ্যে মানগুলি যা ঘটবে তা হল 1 ওভার সাইন এক্স সমস্ত মানকে বিয়োগ 1 থেকে প্লাস 1 এর বাইরের সমস্ত মান নিয়ে যাবে।

তাই এবং এই গ্রাফ থেকে এটি খুব স্পষ্ট যেখানে আমাদের অনুভূমিক অক্ষে x আছে এবং আমাদের আছে উল্লম্ব অক্ষে x এর $\operatorname{cosecant}$ যেমন আমরা দেখতে পাচ্ছি যে নীল বিন্দুযুক্ত বক্ররেখা কখনোই বিয়োগ এক এবং প্লাস ওয়ানের মধ্যে কোনো মান নেবে না এবং এর কারণ এটি সাইন x এর এক ওভার এবং $\sin x$ বিয়োগ এক এবং প্লাসের মধ্যে মান নেয় এক এবং সেইজন্য কোসেক্যান্ট ফাংশনের পরিসর হল

এই রেঞ্জ বিয়োগ 1 থেকে প্লাস 1 ছাড়া সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট এবং

তাই এখন যেহেতু এটি এখনও পর্যায়ক্রমিক হিসাবে আমরা দেখতে পাচ্ছি এটি এখনও একটি পর্যায়ক্রমিক ফাংশন

$\operatorname{cosecant} x$ এর একটি পর্যায়ক্রমিক ফাংশন x যদি আমাদের থাকে এটি ডোমেন হিসাবে আমরা এখনও কোসেক্যান্ট ফাংশনের বিপরীতকে অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করতে পারি না এবং

তাই আমাদের পূর্বের অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক ফাংশনগুলির জন্য যেমনটি করেছি কোসেক্যান্ট ফাংশনের ডোমেনটিকে সীমাবদ্ধ করতে হবে

তাই এই ক্ষেত্রে একটি সম্ভাব্য পছন্দ হল আমরা বিবেচনা করি ব্যবধান বিয়োগ π by 2 থেকে প্লাস π 2 দ্বারা বিন্দু 0 ছাড়া।

তাই আমরা $\operatorname{cosecant}$ ফাংশনের ডোমেইনকে সীমিত করতে যাচ্ছি বন্ধ ব্যবধানে বিয়োগ π by two to plus π by two কিন্তু বিন্দু শূন্য ছাড়া কারণ x এর সমান x এর শূন্য $\operatorname{cosecant}$ অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত নয় কারণ এটি সীমাহীন হয়ে গেছে

তাই এখন পর্যন্ত ah এই সেটে বা বাস্তব লাইনের এই উপসেটে কোসেক্যান্ট ফাংশন সীমাবদ্ধ করে সীমাবদ্ধ কোসেক্যান্ট ফাংশন সীমাবদ্ধ কোসেক্যান্ট ফাংশনের গ্রাফটি এরকম কিছু দেখাবে

তাই আমি আমি এখানে কঠিন লাল বক্ররেখা দিয়ে এটি আঁকছি এবং আমরা দেখতে পাচ্ছি এমনকি $\operatorname{cosecant}$ ফাংশনের ডোমেইনকে এই ব্যবধানে সীমাবদ্ধ করে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে সমস্ত r সীমাবদ্ধ কোসেক্যান্ট ফাংশনের পরিসীমা এখনও একই জিনিস যা মাইনাস ওয়ান থেকে প্লাস ওয়ান ব্যতীত সমস্ত বাস্তব মান কারণ এটি যেভাবেই হোক মাইনাস ওয়ান থেকে প্লাস ওয়ানের মধ্যে আমার কোনও মান নিতে পারে না তবে এই মানের সীমার বাইরে এটি অন্যান্য সমস্ত সম্ভাব্য মান নেয় কারণ বিয়োগ পাই 2 এবং 0 এর মধ্যে ব্যবধানের জন্য যদি আমরা যাই যদি আমরা এখান থেকে শুরু করি তাহলে এখানে এই মানটি হল মাইনাস ওয়ান এবং যদি আমরা এভাবে যাই তবে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে বক্ররেখাটি অবিচ্ছিন্ন এবং বিয়োগ এক থেকে শুরু হচ্ছে এটি বিয়োগ অসীম পর্যন্ত সমস্ত পথ যায় এবং একইভাবে যদি আমরা এখান থেকে শুরু করি তবে এই মানটি প্লাস ওয়ান হবে এবং যদি আমরা এভাবে যাই বক্ররেখা আবার অবিচ্ছিন্ন এবং এটি মান থেকে যায় এক থেকে অসীম পর্যন্ত যায়

তাই আমাদের মান আছে এক থেকে অসীম এবং তারপর বিয়োগ 1 থেকে বিয়োগ অসীম যা মূলত একই পরিসর

তাই বাস্তব লাইনের এই উপসেটে ডোমেইনকে সীমাবদ্ধ করেও $\operatorname{cosecant}$ ফাংশনের পরিসর এখনও একই থাকে ah এবং অতিরিক্ত ah আমরা এটাও দেখি যে আমরা যদি কোন y নিই তাহলে এই পরিসরের সেটে যেকোন y নিই

তাই আসুন আমরা বলি যে আমরা এখানে y এর এই বিশেষ মানটি নিই

তাই y এর এই মানটি দুই পয়েন্ট পাঁচের সাথে মিলে যায় সুতরাং এটি ah

তাই এটি y দুই পয়েন্ট পাঁচের সমান

তাই এই আহের জন্য আমরা যা দেখি তা হল x এর ঠিক একটি অনন্য মান রয়েছে যা এখানে এমন যে এই x এর cosecant এই মানটি 2.

5 এর সমান এবং অবশ্যই এটি মানটি সীমাবদ্ধ ডোমেনে রয়েছে যদি আমরা ডোমেনটিকে সীমাবদ্ধ না রাখতাম যে আরও অনেক মান থাকত যেমন x এর এই মান বা উদাহরণস্বরূপ x এর এই মান বা x এর এই মান

তাই অসীমভাবে অনেকগুলি ভিন্ন ভিন্ন x মান থাকত x -এর যেমন x এর cosecant 2.

5 হত এবং সেইজন্য কোনও অনন্য মান নেই কিন্তু আমরা যখন ডোমেনটিকে এই ব্যবধানে সীমাবদ্ধ করি তখন আমরা দেখতে পাই যে এই পরিসরে y -এর যে কোনও মানের জন্য সর্বদা একটি অনন্য x থাকবে।

রেস্ট্রিকে একটি অনন্য x ted ডোমেইন যেমন x এর cosecant হবে y এর মান y এর সমান এবং

তাই আবার এই সীমাবদ্ধতা করার মাধ্যমে আমরা অর্থপূর্ণভাবে cosecant ফাংশনের বিপরীতকে সংজ্ঞায়িত করতে সক্ষম হব

যা আমি এখানে এই স্লাইডে প্লট করার চেষ্টা করব এবং এটি ঠিক একইভাবে করা যেতে পারে যা আমরা অন্যান্য

ফাংশনগুলির জন্য অন্যের জন্য করছি এবং আমি দ্রুত আপনাকে দেখাব এটি কেমন দেখাচ্ছে

তাই এটি আবার কীভাবে দেখায় টেবিলটি ব্যবহার করে আমরা প্লট করতে পারি যাতে আমাদের যা আছে আমাদের কি

অনুভূমিক অক্ষে y আছে এবং উল্লম্ব অক্ষে y এর কোসেক্যান্ট ইনভার্স আছে কোসেক্যান্ট ইনভার্স ফাংশনের ডোমেনটি কোসেক্যান্ট ফাংশনের পরিসীমা হবে

তাই কোসেক্যান্ট ইনভার্স ফাংশনের ডোমেনটি একটি ব্যবধান বিয়োগ ছাড়া সমস্ত বাস্তব সংখ্যা প্লাস ওয়ান থেকে এবং

কোসেক্যান্ট ইনভার্স ফাংশনের পরিসর হবে কোসেক্যান্ট ফাংশনের পরিবর্তিত বা সীমাবদ্ধ ডোমেন যা আমরা আগের

স্লাইডে দেখেছি যা ক্লোজড ইন্টারভাল মাইনাস পাই দুই থেকে বিন্দু শূন্য ব্যতীত প্লাস পাই দুই দ্বারা এবং তারপর আবার এই মানের সারণীটি ব্যবহার করে আমরা লাল বক্ররেখার মাধ্যমে এখানে এবং এখানে cosecant ইনভার্স ফাংশনের গ্রাফটি কী

এবং আমরা দেখতে পাচ্ছি যে y এর সাথে ah যত বেশি ধনাত্মক হবে মান cosecant এর বিপরীত

শূন্যের এই মানের দিকে যাবে

তাই এখানে এই বক্ররেখা লাল বক্ররেখা সর্বদা ধনাত্মক দিকে অনুভূমিক অক্ষের উপরে থাকবে এবং y -এর ঋণাত্মক মানের জন্য লাল বক্ররেখা সর্বদা অনুভূমিক অক্ষের নীচে থাকবে

তাই আমি বলতে চাচ্ছি এই অংশটির বক্ররেখা এবং একইভাবে সেকেন্ট ফাংশনেরও একই রকম সমস্যা হবে এবং সেক্যান্ট ফাংশনের জন্যও আমাদের সেকেন্ট ফাংশনের বিপরীতকে অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করতে হবে

ঠিক অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মতো আমাদেরও এর ডোমেনকে সীমাবদ্ধ করতে হবে কারণ x এর ah সেক্যান্ট সমান x এর \cos এর এক ওভার এবং আমরা জানি যে x এর \cos শূন্য হয় যখনই x পাই এর বিজোড় গুণিতক দুই দ্বারা

তাই সেক্যান্ট ফাংশনের ডোমেন সেটটিকে সমস্ত সেট o হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় f দুই দ্বারা π এর বিজোড় গুণিতক ব্যতীত সমস্ত বাস্তব সংখ্যা কারণ x এর দুই সেকেন্ট দ্বারা π এর বিজোড় গুণিতকগুলি ভালভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় না

যেমনটি এই গ্রাফ থেকেও দেখা যায় যেখানে আমাদের অনুভূমিক অক্ষে x এবং উল্লম্ব অক্ষে x এর সেকেন্ট রয়েছে

এবং আমরা আবার যা দেখি তা হল সেক্যান্ট ফাংশনটিও পর্যায়ক্রমিক এবং আমরা যে পরিসরটি দেখতে পাচ্ছি তা হল কারণ x এর সেক্যান্টটি \cos x এর উপর এক এবং \cos x বিয়োগ এক এবং প্লাস ওয়ানের মধ্যে

তাই কি হয় তা হল সেক্যান্টের পরিসর ফাংশন হল সম্পূর্ণ বাস্তব রেখা যা এখানে মাইনাস ওয়ান এবং প্লাস ওয়ানের মধ্যবর্তী এই ব্যবধান ব্যতীত সম্পূর্ণ উল্লম্ব অক্ষ,

তাই এটি এই পরিসীমা এবং অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মতো আমাদের আবারও একই সমস্যা যে সেক্যান্ট ফাংশন এই ডোমেনের সাথে পর্যায়ক্রমিক।

এটিকে একটি ডোমেন হিসাবে আমরা অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করতে পারি না এবং

তাই আমাদের সেক্যান্ট ফাংশনের ডোমেনকেও সীমাবদ্ধ করতে হবে

তাই আমরা যা করি তা হল আমরা ডোমেনটিকে 0 এবং π এর মধ্যে সীমাবদ্ধ করি

তাই আমরা π গ্রহণ করি এস্ট্রিকটেড ডোমেন শূন্য থেকে পাই এর মধ্যে বন্ধ ব্যবধান হতে পারে কিন্তু আমরা দেখতে পাচ্ছি যে আমাদের বিন্দু x সমান π এর সাথে দুই বাই দুই হওয়া উচিত নয় এবং কারণ হল x এর সমান π এর x এর দুই সেকেন্ট দ্বারা এটি সীমাহীন সঠিকভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়নি

তাই পরিবর্তিত ডোমেনটি হবে 0 থেকে π ব্যবধান ব্যতীত বিন্দু $\pi/2$ এবং সেক্যান্ট ফাংশনের গ্রাফটি তখন হবে যা আমি লাল বক্ররেখা দিয়ে আঁকছি

তাই এটি সেক্যান্ট ফাংশনের গ্রাফ হবে যখন ডোমেন এই ব্যবধান x $\pi/2$ দ্বারা সীমাবদ্ধ এবং যেহেতু আমরা পুরো পরিসীমা দেখতে পাচ্ছি এমনকি ডোমেনের এই সীমাবদ্ধতার পরেও এটি এখনও একই ব্যবধান বিয়োগ 1 থেকে প্লাস 1 ব্যতীত

সমস্ত বাস্তব মান

তাই সমস্ত মান সেখানে বিয়োগ 1 থেকে প্লাস 1 বাদে এবং আমরা যা দেখি তা হল যে যদি আমরা y এর কোনো মান নিই

তাহলে আমরা সবসময় পারি

তাই আমরা যদি y এর কোনো মান নিই তাহলে x এর একটি অনন্য মান থাকবে যেমন x এর সেক্যান্ট সমান y এবং x

এর মান এই ব্যবধানে এবং সেখানে থাকবে এই সীমাবদ্ধতার দ্বারা আকরিক আমরা অর্থপূর্ণভাবে সেক্যান্ট ফাংশনের বিপরীতটিকে সংজ্ঞায়িত করতে পারি যা আমি এখানে সংজ্ঞায়িত করছি

তাই এই গ্রাফে আমাদের অনুভূমিক অক্ষের উপর y রয়েছে এবং সেক্যান্ট বিপরীতটি উল্লম্ব অক্ষের উপর প্লট করা হয়েছে এবং আমরা দেখতে পাচ্ছি যে আমরা আবার যাচ্ছি x বনাম সেকেন্ট x এর জন্য টেবিলের মান ব্যবহার করুন সেক্যান্ট ইনভার্স ফাংশনটি থেকে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে এটি এমন ডোমেন হবে যা মূলত সেক্যান্ট ফাংশনের পরিসর এবং সেক্যান্ট ইনভার্স ফাংশনের পরিসরটি সেক্যান্টের সীমাবদ্ধ ডোমেন হবে ফাংশন যা 0 থেকে পাই বিন্দু $\pi/2$ ব্যতীত।

আমরা যা পাই

তাই এই বক্তৃতায় আমরা প্রথমে

ত্রিকোণমিতিক ফাংশনগুলির বিপরীতকে সংজ্ঞায়িত করার চেষ্টা করেছিলাম কিন্তু আমরা অবিলম্বে একটি সমস্যায় পড়েছিলাম কারণ ত্রিকোণমিতিক ফাংশনগুলি আহ তাদের বেশিরভাগই পর্যায়ক্রমিক এবং

তাই তাদের ডোমেনের স্বাভাবিক সংজ্ঞার সাথে তাদের বিপরীতগুলিকে অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করা কঠিন এবং তারপরে আমরা কী করব w ছিল যদি আমরা এই ফাংশনগুলির ডোমেনকে সীমাবদ্ধ করি তবে আমরা তাদের বিপরীতগুলিকে অর্থপূর্ণভাবে সংজ্ঞায়িত করতে পারি

তাই পরবর্তী ক্লাসে আমরা এইগুলিকে সংজ্ঞায়িত করার এবং এই 6টি বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মধ্যে অনেকগুলি পরিচয় এবং সম্পর্ক প্রমাণ করার চেষ্টা করব যা আমরা আজকের ক্লাসে সংজ্ঞায়িত করেছি।

আপনাকে ধন্যবাদ