

హలో మరియు పరిమితులపై నాల్గవ ఉపన్యాసానికి స్వాగతం కాబట్టి గత ఉపన్యాసంలో మేము అనంతమైన పరిమితుల గురించి చర్చించాము మరియు తరువాత మేము ఫంక్షన్ల మొత్తానికి సంబంధించి పరిమితుల యొక్క కొన్ని లక్షణాలను పరిశీలించాము మరియు తరువాత మేము ఫంక్షన్ల ఉత్పత్తితో ప్రారంభించాము.

నేను దానితో కొనసాగుతాను కాబట్టి చివరిసారిగా మేము ఈ సిద్ధాంతంలో x యొక్క f యొక్క పరిమితి అనంతం a మరియు x యొక్క g యొక్క పరిమితి 1 అయితే మరియు 1 సున్నా అని అనుకుందాం, అప్పుడు ఉత్పత్తి ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి fx సార్లు gx ఇది 1 సానుకూలంగా ఉంటే అనంతానికి సమానం మరియు 1 ప్రతికూలంగా ఉంటే ఇది ప్రతికూల అనంతం కాబట్టి నేను 1 పాజిటివ్ విషయంలో దీనిని రుజువు చేస్తాను కాబట్టి 1 పాజిటివ్ అని అనుకోండి, అప్పుడు మనం చూపించాల్సినది ఏమిటంటే, సున్నా కంటే m పెద్దదిగా ఇవ్వాలి.

మనం

డెల్టా పాజిటివ్ని కనుగొనాలి అంటే $\text{mod } x$ మైనస్ డెల్టా x కంటే తక్కువ ఉంటే అది fx సార్లు gx m కంటే ఎక్కువ అని సూచిస్తుంది కాబట్టి ముందుగా మనకు తెలిసినది ఏమిటంటే xx g యొక్క పరిమితి a కి వెళుతుంది 1 కి సమానం తీసుకోవడం ద్వారా మరియు 1 పాజిటివ్గా ఉంటుంది కాబట్టి ఎల్తో సమానంగా చెప్పాలంటే ఎల్తో సమానంగా ఎప్పిలాన్ తీసుకోవడం ద్వారా అది కూడా పాజిటివ్గా ఉంటుంది, డెల్టా 1 పాజిటివ్ని వ్రాయనివ్వండి, అంటే $\text{mod } x$ మైనస్ డెల్టా 1 కంటే తక్కువ 0 కంటే ఎక్కువ ఇది x మైనస్ గ్రాని సూచిస్తుంది 1 సంపూర్ణ విలువలో ఎల్ ఎప్పిలాన్ కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, ఇది ఎల్తో రెండుతో సమానం, అంటే g యొక్క x

1 కంటే రెండు gx కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది, ఈ సందర్భంలో 1 రెండు మరియు మూడు 1 ద్వారా రెండు మధ్య ఉంటుంది, అయితే మనకు ఈ gx మాత్రమే అవసరం.

x యొక్క f యొక్క పరిమితి అనంతానికి సమానం కనుక డెల్టా 2 పాజిటివ్ ఉంది కాబట్టి $\text{mod } x$ మైనస్ డెల్టా రెండు కంటే తక్కువ ఉంటే x యొక్క f అనేది

మీరు తీసుకున్న ధనాత్మక సంఖ్య m ఒకటి కంటే ఎక్కువ అని సూచిస్తుంది.

డెల్టా కనిష్టంగా డెల్టా ఒకటి మరియు డెల్టా రెండుకు సమానం అయితే,

$\text{mod } x$ మైనస్ డెల్టా కంటే తక్కువ మరియు 0 కంటే ఎక్కువ ఉంటే, ఇది x యొక్క fx సార్లు g అని సూచిస్తుంది.

m కంటే ఒక రెండిటికి 1 కంటే ఎక్కువ మరియు మనకు కావలసినది t ఇది m కంటే ఎక్కువగా ఉండాలి కాబట్టి మనం m ఒక రెట్లు 1 ని m కి రెండుగా ఎంచుకుంటాము అంటే m ఒకటి 1 ద్వారా రెండు సార్లు m కి సమానంగా ఉండాలి

కాబట్టి నేను m ఒకటి నుండి రెండు m by 1 అని ఎంచుకుంటే m ఒక సార్లు 1 ద్వారా రెండు m కి సమానం మరియు ఇది

$\text{mod } x$ మైనస్ a డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉన్నప్పుడల్లా $fxdx$ m కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందని ఇది చెబుతుంది కాబట్టి $fxgx$ యొక్క పరిమితి

అనంతానికి సమానం అదే విధంగా మనం 1 సున్నా కంటే తక్కువ అని నిరూపించవచ్చు కాబట్టి నేను ఆ భాగాన్ని దాటవేద్దాం 1 సున్నాకి సమానం అయితే ఏమి జరుగుతుందో చూడండి కాబట్టి ఇది చాలా ముఖ్యమైనది కాబట్టి ప్రశ్నించండి 1 సున్నాకి సమానం అయితే సున్నాకి సమానమైన పరిమితి అది అనంతమా అది వేరేది కాదా కాబట్టి మనం మొదట ఉదాహరణగా పరిశీలిద్దాం fx సమానం అని తీసుకుందాం 1 ద్వారా x చతురస్రం x 0 కి సమానం కాదు మరియు x యొక్క g అనేది x స్క్వేర్ అని చెప్పడానికి సమానం కాబట్టి ఇక్కడ 0 వద్ద f యొక్క f యొక్క పరిమితి 0 వద్ద x యొక్క అనంత పరిమితి x యొక్క అనంతం పరిమితి మనం fx మరియు gx ని గుణిస్తే కూడా సున్నాకి సమానం x అన్నింటికి ఒకదానికి సమానం కాబట్టి సున్నాకి సమానం కాదు కాబట్టి $fxgx$ పరిమితి t లో ఒకదానికి సమానం అతని కేసు కాబట్టి ఇక్కడ మనం fx యొక్క పరిమితి gx యొక్క అనంతమైన పరిమితి సున్నా మరియు ఉత్పత్తి యొక్క పరిమితి ఇప్పుడు ఒక ఉదాహరణను చూస్తాము మరియు మనం దీన్ని x స్క్వేర్ ద్వారా మార్చినట్లయితే ఇప్పుడు x యొక్క g మార్చడం ద్వారా వ్రాయనివ్వండి

ఏదైనా స్థిరమైన సమయాల x చతురస్రానికి x యొక్క fx సార్లు g అప్పుడు x కోసం c కి సమానం అని మనం చూస్తాము x సున్నాకి సమానం కాదు కాబట్టి fx సార్లు gx యొక్క పరిమితి స్థిరమైన c కి సమానం కాబట్టి మనం ఉత్పత్తి కోసం ఒకరు వెళుతున్నట్లయితే అది చూస్తాము అనంతానికి మరియు మరొకటి సున్నాకి వెళుతుంది, పరిమితిని మనకు కావలసిన ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్యగా మార్చవచ్చు, దానిని మనం అనంతంగా చేయగలమో లేదో చూద్దాం, దానిని మనం తదుపరి ఉదాహరణగా మార్చగలమా, మనం మళ్ళీ fx ని ఒకదానికి సమానంగా తీసుకుంటాము x చతురస్రం మరియు x యొక్క g x తో సమానంగా ఉండాలి కాబట్టి ఇక్కడ మళ్ళీ x యొక్క f యొక్క పరిమితి x యొక్క g యొక్క అనంత పరిమితి సున్నా అయితే fx సార్లు dx సున్నాకి సమానం కాదు x కోసం x ద్వారా ఒకదానికి సమానంగా ఉంటుంది ఆపై మనం దానిని చూస్తాము కాబట్టి మనం fx సార్లు gx యొక్క ఎడమ చేతి పరిమితిని లెక్కించినట్లయితే ఇది ప్రతికూల అనంతం మరియు కుడి చేతికి సమానం పరిమితి సానుకూల అనంతం కాబట్టి ఈ సందర్భంలో ఎడమ చేతి పరిమితులు మరియు కుడి చేతి పరిమితులు సమానంగా ఉండవు మరియు అవి అనంతం లేదా మైనస్ అనంతం అని నేను x క్యూబ్ అని చెప్పడానికి సమానమైన x స్క్వేర్ gx కి సమానం అయితే పరిమితి fx సార్లు $gxfx$ అనేది x స్క్వేర్ ద్వారా ఒకటి gx x క్యూబ్ కాబట్టి ఉత్పత్తి x మరియు ఈ పరిమితి 0

కాబట్టి అనంత సమయాల పరిమితి 0 అది 0 కావచ్చు ఇది అనంతం కావచ్చు ఇది మైనస్ అనంతం కావచ్చు ఇది ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య కావచ్చు కాబట్టి ఇది మళ్ళీ అనిశ్చిత రూపం ముగింపు అనంతం సార్లు 0 కూడా మరియు అనిర్దిష్ట రూపం మరియు పరిమితి

సమస్యపై ఆధారపడి ఉంటుంది కాబట్టి మీరు పరిమితిని సున్నాకి సమానంగా వ్రాయడాన్ని తప్పు చేయకూడదు, ఎందుకంటే ఒక ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి మీకు సున్నా మాత్రమే.

ఇతర పరిమితి పరిమితమైనదా కాదా అనేది మరొక విషయం ఏమిటంటే, $f(x)$ మరియు $g(x)$ రెండింటి పరిమితి అనంతం అయితే, x యొక్క f యొక్క పరిమితి అనంతం మరియు x యొక్క g యొక్క పరిమితి అయితే, ఉత్పత్తి యొక్క పరిమితి ఏమిటో మనం చెప్పగలం.

అల్లు 0 అనంతం అప్పుడు ఉత్పత్తి

యొక్క పరిమితి అనంతం మరియు మరొకటి పరిమితిలో ఒకటి అనంతం మరియు మరొకటి ప్రతికూల అనంతం అయితే $f(x)$ యొక్క పరిమితి అనంతం మరియు $g(x)$ యొక్క పరిమితి ప్రతికూల అనంతం అయితే $f(x)$ సార్లు $g(x)$ పరిమితి ప్రతికూల అనంతం మరియు మీరు రెండు పరిమితులను నెగెటివ్ ఇన్నిటిగా కలిగి ఉండవచ్చు, ఆపై మళ్ళీ ఉత్పత్తి

అనేది సానుకూల అనంతానికి సమానమైన పరిమితిని కలిగి ఉంటుంది, ఎందుకంటే రెండు ప్రతికూల సంఖ్యల ఉత్పత్తి సానుకూల సంఖ్యను ఇస్తుంది కాబట్టి మీరు ఈ విషయాలను మళ్ళీ ఉపయోగించి నిరూపించవచ్చు రిగ్రెస్ డెఫినిషన్ అయితే అవి ఆకారంగా స్పష్టంగా ఉండాలి, ఎందుకంటే మీకు $f(x)$ మరియు $g(x)$ రెండూ పెద్ద ధనాత్మక సంఖ్య అయితే, $f(x)$ లో ఒకటి పెద్ద ధనాత్మక సంఖ్య అయితే మరొకటి పెద్ద ప్రతికూల సంఖ్య అయితే ఉత్పత్తి మళ్ళీ పెద్ద సానుకూల సంఖ్యగా ఉండాలి.

పెద్ద ప్రతికూల సంఖ్య మరియు రెండూ పెద్ద ప్రతికూల సంఖ్యలైతే, ఉత్పత్తి పెద్ద సానుకూల సంఖ్య అవుతుంది కాబట్టి ఈ సిద్ధాంతం చెబుతున్నదంతా సమస్య ఏమిటంటే, మీకు ఒకటి పెద్ద నెగ్ పాజిటివ్ సంఖ్య అయితే మరొకటి చిన్న సానుకూల సంఖ్య అయితే ఆ ఉత్పత్తి పెద్ద ధనాత్మక సంఖ్య లేదా చిన్న సానుకూల సంఖ్య లేదా అది వేరే స్థిరంగా ఉంటుందా అని మేము చెప్పలేము కాబట్టి సంగ్రహిద్దాం.

మేము పరిమితి ఫారమ్లను వ్రాస్తాము కాబట్టి మనకు అనంతం ఉంటే ఒక పరిమితి అనంతం మరొకటి కొంత స్థిరంగా ఉంటుంది, ఇది ఎల్లప్పుడూ అనంతానికి సమానం, మనకు మైనస్ అనంతం మరియు ఏదైనా స్థిరాంకం ఉంటుంది, అది మైనస్ అనంతానికి సమానం, ఇవి కేవలం సంజ్ఞామానం అని చెప్పాలి ఒక ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి అనంతం అయితే మరొకటి స్థిరం c అయితే ఈ మొత్తం అనంతం అదే విధంగా ఒక ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి ప్రతికూల అనంతం మరొక ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి స్థిరంగా ఉంటుంది, అప్పుడు పరిమితి ప్రతికూల అనంతం అనంతం ప్లస్ అనంతం అయి ఉండాలి, ఇది

అనంతం మైనస్ అనంతాన్ని ఇస్తుంది అప్పుడు మైనస్ ఇన్నిటి మీకు మైనస్ ఇన్నిటిని ఇస్తుంది మరియు నాకు ఇన్నిటి టైమ్స్ ఇన్నిటి ఉంటే ఇది ఇన్నిటి ఇన్నిటి టైమ్స్ మైనస్ ఇన్నిటికి సమానం మైనస్ ఇన్నిటి మైనస్ ఇన్నిటి టైమ్స్ మైనస్ ఇన్నిటి ఈక్వల్ టు ఇన్నిటి కాబట్టి ఈ సందర్భాలలో పరిమితులు నిర్ణీతమైనవి వీటికి సమానం అని కూడా కొన్ని అనిర్దిష్ట రూపాలు మనం చూశాము అనంతం మైనస్ అనంతం ఇది ఇదే సున్నా సార్లు అని మనం చెప్పలేము అనంతం ఇది ఒక అనిర్దిష్ట రూపం కూడా 0 బై 0 ఇది మనం ఇంతకు ముందు చూశాము, న్యూమరేటర్ మరియు హారం రెండూ పరిమితులు 0 అయితే, గుణకం యొక్క పరిమితి సమస్య నుండి సమస్య వరకు ఆధారపడి ఉంటుంది అది వాస్తవ సంఖ్య కావచ్చు లేదా అది 0 కావచ్చు లేదా ఇది అనంతం ద్వారా అనంతం కావచ్చు, అది మళ్ళీ అనిశ్చిత రూపం మరియు తరువాత మనం మరొకన్ని అనిర్దిష్ట రూపాలను చూస్తాము కాబట్టి త్రికోణమితి ఫంక్షన్లకు పరిమితి అనంతం అనేదానికి ఒక ఉదాహరణ ఇస్తాను, మీరు త్రికోణమితి ఫంక్షన్లను చూసారని నేను ఖచ్చితంగా అనుకుంటున్నాను కాబట్టి ఒక ఉదాహరణ ఏమిటి x pi ని 2కి చేరుకునేటప్పుడు మనం x యొక్క టాన్ పరిమితిని చెప్పగలమా.

కాబట్టి మనకు తెలిసిన విషయమేమిటంటే, మనకు తెలిసిన విషయమేమిటంటే, x యొక్క టాన్ సైన్ x బై కాస్ x కూడా సైన్ ఆఫ్ అని మనకు తెలుసు π బై 2 1కి సమానం మరియు కాస్ ఆఫ్ 2 సున్నాకి సమానం కాబట్టి టాన్ పై బై టూ నిర్వచించబడలేదు కాబట్టి టాన్ ఆఫ్ టూ టూ నిర్వచించబడలేదు కాస్ x యొక్క టాన్ రెండు ద్వారా పైని కలిగి ఉన్న చిన్న విరామంలో నిర్వచించబడుతుంది మరియు అలా అయితే మనకు తెలిసిన మరో విషయం ఏమిటంటే, x 0 నుండి π వరకు 2కి ఉంటే x యొక్క \cos కూడా సానుకూలంగా ఉంటుంది మరియు x π నుండి π నుండి π కి కుడివైపు ఉంటే x యొక్క \cos ప్రతికూలంగా ఉంటుంది కాబట్టి నేను కాస్ యొక్క గ్రాఫ్ను గీయవచ్చు x కాబట్టి ఇది సున్నా వద్ద z , ఇది ఒకటి ఎందుకంటే x గ్రాఫ్ ఇలా కనిపిస్తుంది మీరు రెండు ద్వారా సున్నా పైని కలిగి ఉంటారు మరియు ఇది π కాబట్టి ఇది π కాబట్టి x రెండు బై కాస్ సున్నా మరియు మీరు విరామంలో ఉన్నప్పుడు ఇది సానుకూలంగా ఉంటుంది 0 నుండి π నుండి 2 వరకు మీరు π నుండి 2 నుండి π వరకు ఉన్నప్పుడు అది ప్రతికూలంగా ఉంటుంది, వాస్తవానికి 3π by 2 వరకు ఇది ప్రతికూలంగా ఉంటుంది కాబట్టి x 1 బై కాస్ x పరిమితి ఎడమవైపు నుండి 2 ద్వారా π కి వెళ్తుంది.

చేతి పరిమితి 1 by $\cos x$ ఇది పాజిటివ్ ఇన్నిటికి సమానం మరియు $\cos x$ ద్వారా ఒకదాని కుడి చేతి పరిమితి ప్రతికూల అనంతానికి సమానం మరియు x యొక్క సైన్ పరిమితి t π రెండు ద్వారా ఇది ఒకదానికి సమానం కాబట్టి ఉత్పత్తి నియమం ప్రకారం x యొక్క ఎడమ చేతి పరిమితి అనంతానికి సమానం మరియు x యొక్క టాన్ యొక్క కుడి చేతి పరిమితి ప్రతికూల అనంతానికి సమానం అని మనకు తెలుసు, మీరు దీన్ని కూడా చూడవచ్చు

ఈ pi వద్ద 2 ద్వారా నిర్వచించబడని x యొక్క టాన్ గ్రాఫ్ నుండి మరియు మీరు 2 ద్వారా piకి వెళ్లినప్పుడు అది అనంతానికి వెళుతుంది, ఆపై మళ్ళీ pi వద్ద 0 ఉంటుంది మరియు ఈ వైపు అది ఈ విధంగా ఉంటుంది కాబట్టి pi వద్ద 2 ద్వారా ఉంటుంది మీరు ఎడమ నుండి 2 ద్వారా piని చేరుకున్నట్లయితే, అప్పుడు x యొక్క టాన్ పెద్దదిగా మరియు పెద్ద సానుకూల వాస్తవ సంఖ్యగా మారుతుంది కాబట్టి x ఎడమ నుండి 2 ద్వారా piకి వెళ్లినప్పుడు tan x అనంతానికి వెళుతుంది, అయితే మీరు piని కుడి నుండి 2 ద్వారా చేరుకుంటే x యొక్క టాన్ పెద్దది మరియు పెద్ద ప్రతికూల సంఖ్య అవుతుంది కాబట్టి టాన్ x యొక్క పరిమితి 2 ద్వారా టాన్ x యొక్క కుడి చేతి పరిమితి 2 ద్వారా ప్రతికూల అనంతానికి సమానం అదే విధంగా మీరు cot of x cotangent x secant x మరియు cosecant x సరే కాబట్టి తదుపరి విషయం నేను చేస్తాను దాని గురించి మాట్లాడటం అనేది అనంతం మరియు mi వద్ద అనంతమైన పరిమితుల వద్ద పరిమితి అంటే ఏమిటి nus ఇన్నింటి కాబట్టి x యొక్క f అనేది m కంటే ఎక్కువ x కోసం నిర్వచించబడిన ఒక ఫంక్షన్ అనుకుందాం లేదా m కంటే పెద్దది అయిన అన్నింటికీ నిర్వచించబడితే కొంత m పాజిటివ్ అని భావించండి, అప్పుడు మనం అనంతం వద్ద x యొక్క f యొక్క పరిమితి గురించి మాట్లాడవచ్చు కాబట్టి మనం పరిమితి అని చెప్పవచ్చు. x యొక్క f యొక్క f x అనంతాన్ని సమీపిస్తున్నప్పుడు ఇది 1 కి సమానం ఏదైనా ఎప్పిలాన్ పాజిటివ్ ఇచ్చినట్లయితే అక్కడ ధనాత్మక స్థిరాంకం ఉంది ak పాజిటివ్ అంటే fx యొక్క మోడ్ మైనస్ 1 ఇది ఎప్పిలాన్ కంటే తక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి x k కంటే పెద్దది కాబట్టి అనంతం వద్ద పరిమితం చేయండి x చాలా పెద్దది అయినప్పుడల్లా మీరు x యొక్క f ని ఏకపక్షంగా 1 కి దగ్గరగా ఉండేలా చేయగలిగితే, ఇది x వద్ద ఉన్న పరిమితి అనంతం అని ఒక సంఖ్య 1 అని అర్థం. ఎప్పిలాన్ 0 కంటే పెద్దదిగా ఇచ్చినట్లయితే x ప్రతికూల అనంతం లా వాస్తవ సంఖ్యకు సమానం, కొంత ప్రతికూల సంఖ్య n ఉంది అంటే n కంటే తక్కువ x మైనస్ 1 యొక్క fని సూచిస్తుంది, సంపూర్ణ విలువలో ఎప్పిలాన్ కుడి కంటే తక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి చిత్రం ఈ సెల్ కనిపిస్తుంది ose మనకు ఇక్కడ కొంత 1 ఉంది, ఇది ఎల్కీ సమానమైన మా y , ఆపై నేను ఏదైనా ఎప్పిలాన్ని ఎంచుకుంటే, ఆపై నేను 1 మైనస్ ఎప్పిలాన్ని 1 ప్లస్ ఎప్పిలాన్కి తీసుకుంటే మరియు అనంతం వద్ద x యొక్క f పరిమితి అందించిన 1కి సమానం అని చెబుతాము ఇక్కడ కొన్ని k ఉన్నాయి అంటే x యొక్క kf కంటే x పెద్దది అయినప్పుడల్లా 1 మైనస్ ఎప్పిలాన్ నుండి 1 ప్లస్ ఎప్పిలాన్ మధ్య ఉండాలి కాబట్టి ఇది k మరియు ఫంక్షన్ ఇలా ఉంటుంది ఈ సందర్భంలో మనం పరిమితి సమానం అని చెబుతాము అదే విధంగా నెగెటివ్ ఇన్నింటి వద్ద 1 అంటే మీ దగ్గర ఈ మొత్తం n ఉంటే దీనికి ముందు n ఫంక్షన్ ఈ 1ని సరిగ్గా చేరుకోవాలి కాబట్టి ఏదైనా ఎప్పిలాన్ ఇచ్చినట్లయితే మీరు ఈ n ని ఎంచుకోవచ్చు అంటే ఫంక్షన్ విలువ ఇక్కడ ఏదైనా కావచ్చు దీని అర్థం ఇప్పుడు కొన్ని ఉదాహరణల ద్వారా చూద్దాం కాబట్టి ఒకటి మనం xకి సమానమైన fxని తీసుకుంటే మరియు x యొక్క f యొక్క పరిమితి మరియు x యొక్క f యొక్క పరిమితి ఏమిటి మరియు x అనంతానికి వెళుతుంది ah నేను దీన్ని వ్రాయను కాబట్టి వీలు నేను x యొక్క fని x ద్వారా ఒకదానికి సమానంగా తీసుకుంటాను కాబట్టి పరిమితి ఎంత x యొక్క f యొక్క x ఇన్నింటి క్లెయిమ్కి వెళుతుంది కాబట్టి మీరు fxని 1 బై x కి సమానంగా తీసుకుంటే ఏమి జరుగుతుంది, మీరు xని పెద్ద మరియు పెద్ద సానుకూల వాస్తవ సంఖ్యగా తీసుకుంటే అప్పుడు 1 బై x చిన్నదిగా మరియు చిన్నదిగా మారుతుంది కాబట్టి దీని అర్థం మీరు ఏదైనా ధనాత్మకమైనప్పటికీ చిన్న ధనాత్మక వాస్తవ సంఖ్యను తీసుకుంటే, మీరు 1 బై xని దాని కంటే చిన్నదిగా చేయవచ్చు కాబట్టి x యొక్క f యొక్క ఈ పరిమితి సున్నాకి సమానంగా ఉండాలి కాబట్టి దానిని కఠినంగా నిరూపించడానికి ప్రయత్నిద్దాం, దీన్ని నిరూపించడానికి మనం చూపించాల్సింది ఏమిటంటే ఏదైనా ఎప్పిలాన్ ఇచ్చినట్లయితే, సున్నా కంటే పెద్ద ఎప్పిలాన్ ఇవ్వబడనివ్వండి, అప్పుడు మనం akని కనుక్కోవాలి అంటే x k కంటే పెద్దది అయితే x యొక్క f ఎప్పిలాన్ కంటే తక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి మనం k తీసుకుంటే ఎప్పిలాన్ ద్వారా 1కి సమానం అయితే x పెద్దది ఎప్పిలాన్ ద్వారా k 1కి సమానం అంటే fx 1 ద్వారా x ఎప్పిలాన్ కంటే తక్కువగా ఉండాలి, అది fx మైనస్ సున్నా యొక్క మోడ్ అయినందున x యొక్క f అనేది x మరియు మైనస్ సున్నా అంటే x ద్వారా ఒకదానికి సమానం మరియు ఎందుకంటే మేము సానుకూల సంఖ్య k కంటే xని పెద్దదిగా తీసుకుంటున్నాము కాబట్టి fx మైనస్ సున్నా ఇది తక్కువ t han epsilon అన్ని x k కంటే పెద్దది కాబట్టి xx యొక్క f పరిమితి అనంతానికి వెళ్లే పరిమితి సున్నాకి సమానం అదే విధంగా x x ప్రతికూల అనంతానికి వెళుతుంది కాబట్టి ఇది మళ్ళీ 0 గమనిక x ప్రతికూల వాస్తవ సంఖ్య అయితే 1 ద్వారా x ఎల్లప్పుడూ ప్రతికూలంగా ఉంటుంది, కానీ అది చిన్న మరియు చిన్న ప్రతికూలంగా మారుతుంది కాబట్టి ఇది aa ప్రతికూల వాస్తవ సంఖ్య అవుతుంది కానీ సున్నాకి చాలా దగ్గరగా ఉంటుంది కాబట్టి ఇది కూడా నిజం కాబట్టి ఇప్పుడు మనం ఈ రెండు విషయాలను మిళితం చేద్దాం కాబట్టి నిర్వచనాలను కలపడం ద్వారా మనం ఒకటి చూశాము. పరిమితి అనంతం మరియు మరొకటి అనంతం వద్ద పరిమితి కాబట్టి అనంతమైన పరిమితి మరియు అనంతం వద్ద పరిమితి యొక్క నిర్వచనాలను కలపడం ద్వారా మనం x యొక్క f యొక్క పరిమితిని x అనంతానికి వెళ్లడం అనంతానికి సమానం అని నిర్వచించవచ్చు, ఒకవేళ సున్నా కంటే ఏదైనా m పెద్దగా ఇచ్చినట్లయితే, కొన్ని ఉన్నాయి సున్నా కంటే k పెద్దది అంటే x యొక్క f అన్నింటికీ m కంటే పెద్దది x k కంటే పెద్దది కాబట్టి మేము అనంతం వద్ద x యొక్క f యొక్క పరిమితి అనంతం

అని అంటాము ఒకవేళ x యొక్క ఏదైనా పెద్ద విలువ కోసం x యొక్క f విలువ పెద్దది s అదే విధంగా మనం అనంతం వద్ద పరిమితిని మైనస్ అనంతంగా నిర్వచించవచ్చు లేదా ప్రతికూల అనంతం వద్ద పరిమితిని అనంతంగా నిర్వచించవచ్చు అదేవిధంగా మైనస్ అనంతానికి సమానమైన అనంతానికి వెళ్లే fx పరిమితిని నిర్వచించవచ్చు మరియు x అనంతానికి సమానమైన fx యొక్క ప్రతికూల అనంతానికి వెళ్లే పరిమితిని మరియు x వెళ్లే పరిమితిని పరిమితం చేయవచ్చు.

ప్రతికూల అనంతానికి సమానమైన fx యొక్క ప్రతికూల అనంతం కాబట్టి ఉదాహరణకి మనం x యొక్క x కి సమానం మరియు x యొక్క f యొక్క పరిమితిని x అనంతంలోకి తీసుకుంటే, ఇది x యొక్క x యొక్క అనంత పరిమితికి సమానం, ఇది x ప్రతికూల అనంతానికి వెళుతుంది కాబట్టి ఇది సమానం ప్రతికూల అనంతం సరైనది ఎందుకంటే మనకు x కి సమానమైన fx ఉంటుంది కాబట్టి x పెద్ద సానుకూల సంఖ్య అయితే fx కూడా పెద్ద ధనాత్మక సంఖ్య మరియు x యొక్క f x పెద్ద ప్రతికూల సంఖ్య అయితే, మనం g తీసుకుంటే f యొక్క x పెద్ద ప్రతికూల సంఖ్య x x చతురస్రానికి సమానం అయితే ఇక్కడ x యొక్క g పరిమితి x అనంతానికి సమానం ఇది అనంతానికి సమానం మరియు ఇది కూడా x యొక్క g యొక్క పరిమితి ఎందుకంటే x ప్రతికూల అనంతాన్ని చేరుకుంటుంది, కానీ అనంతం వద్ద కొంత పరిమితిని చూద్దాం, అది నిష్క్రమించదు st కాబట్టి సైన్ ఆఫ్ x అని చెప్పడానికి ప్రశ్న పరిమితి x అనంతానికి సమానం కాబట్టి x యొక్క సైన్ ఒక ఆవర్తన ఫంక్షన్ మరియు ఏదైనా m pi యొక్క సైన్ ఇది అన్ని పూర్ణాంకాల m మరియు సైన్ యొక్క అన్ని పూర్ణాంకానికి సున్నాకి సమానం మరియు మనం ఏదైనా రెండు m తీసుకుంటే సైన్.

pi ఫ్లస్ pi by two అప్పుడు ఇది అన్ని పూర్ణాంకాల m కి మళ్ళీ ఒకదానికి సమానం కాబట్టి ఇప్పుడు మనం ఇక్కడ చూస్తే, x సైన్ యొక్క పరిమితిని నిర్ణయించడానికి x సైన్ ఉంటే ఏమి జరుగుతుందో మనం చూడాలి అంటే ఈ ఫంక్షన్కి x ga ఏమి జరుగుతుంది పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారుతుంది, కానీ మేము చూసేది ఏమిటంటే, ఈ ఫంక్షన్ మీకు 0 pi మరియు తర్వాత 2 pi కి సమానంగా ఉంటుంది మరియు ఇది సరిగ్గా పునరావృతమవుతుంది కాబట్టి

మీరు x యొక్క సైన్ ఎంత పెద్దదిగా తీసుకున్నా ప్రతికూలమైనది మరియు ఇది ఒకటి మధ్య డేలనం చేస్తూనే ఉంటుంది.

ఇది మైనస్ ఒకటి కాబట్టి ఈ సందర్భంలో x యొక్క సైన్ నెగెటివ్ ఒకటి మరియు ఒకటి రెండు pi నిడివిలో ఏదైనా విరామంలో డేలనం చేస్తూనే ఉంటుంది కాబట్టి x యొక్క సైన్ పరిమితి x అనంతం సమీపిస్తున్నప్పుడు ఇది ఉనికిలో లేదని మనం చూస్తాము కాబట్టి ఇది ఒక ఉదాహరణ inf వద్ద ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి $inity$ సరిగ్గా లేదు కాబట్టి ఇక్కడ మీరు 1 యొక్క ఏ విలువను తీసుకున్నా మీరు ఫంక్షన్ 1 మైనస్ ఎప్పిలార్ నుండి 1 ఫ్లస్ ఎప్పిలార్ మధ్య ఉండేలా చేయలేరు, x పెద్దదిగా ఉండేలా ఎంచుకోవడం ద్వారా ఫంక్షన్ ప్రతికూల విలువల మధ్య అన్ని విలువలను తీసుకుంటుందని మీకు తెలుసు. మరియు ఒకటి కాబట్టి మీరు ఏది ఎంచుకున్నా అది x యొక్క అన్ని పెద్ద విలువలకు 1 కి దగ్గరగా ఉండదు, అందుకే x యొక్క సైన్ పరిమితి x యొక్క కాస్ యొక్క పరిమితిని కలిగి ఉండదు, అలాగే x అనంతాన్ని సమీపిస్తున్నప్పుడు అలాగే ఉనికిలో లేదు అదే విధంగా xx సమీపించే అనంతం యొక్క పరిమితి కాస్ మళ్ళీ ఉనికిలో లేదు కాబట్టి x యొక్క f యొక్క పరిమితి x చేరినప్పుడు అనంతం 1 వన్కి సమానం మరియు xx యొక్క g పరిమితి అనంతం 1 రెండుకి సమానం, ఇక్కడ 1 వన్ మరియు 1 రెండు వాస్తవ సంఖ్యలు అప్పుడు fx మరియు gx యొక్క పరిమితి అనంతం వద్ద 1 వన్ ఫ్లస్ 1 టూకి సమానం కాబట్టి ఇది పరిమితులు 1 వన్ మరియు 1 రెండు అయితే ఒక పాయింట్ వద్ద పరిమితి కోసం ఈ మొత్తం నియమం మాత్రమే అప్పుడు మొత్తం పరిమితి ఫంక్షన్ యొక్క ఎల్ వన్ మరియు ఎల్ వన్ ఫ్లస్ ఎల్ టూ అనే పరిమితుల మొత్తం ఉంటుంది, కాబట్టి

మనకు x యొక్క f యొక్క పరిమితి 1 ఒకటి మరియు x యొక్క g యొక్క పరిమితి 1 రెండు ఉన్నట్లయితే, అదే విధంగా ఇతర సందర్భాలలో చూపినట్లుగా ఇది నిరూపించబడుతుంది.

ఉత్పత్తి fx సార్లు dx సమానం 1 ఒక రెట్లు 1 రెండు కూడా గుణకం కోసం హారం సున్నా కాకూడదు కాబట్టి అనంతం వద్ద fx పరిమితి 1 ఒకటి మరియు x యొక్క g పరిమితి 1 రెండుకు సమానం అయితే 1 1 ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య మరియు 1 2 అనేది సున్నా కాని వాస్తవ సంఖ్య 1 2 zen $r1$ రెండు సున్నాకి సమానం కాదు అప్పుడు gx ద్వారా fx పరిమితి 1 ఒకటికి 1 రెండుకి సమానం కాబట్టి ఇక్కడ 1 ఒకటి సున్నా కావచ్చు కానీ 1 రెండు చేయాలి ఇప్పుడు ఈ ముగింపు కోసం సున్నా కాకుండా ఉండు పరిమితి 12 0 అయితే మనకు ఒక అనిర్దిష్ట రూపం వస్తుంది కాబట్టి ఉదాహరణకి నేను ఒక ఉదాహరణ చేస్తాను కాబట్టి నేను ఒక ఉదాహరణ చేస్తాను కాబట్టి fx ఒకదానితో ఒకటి చెప్పడానికి మరియు gx 1 బై x స్క్వేర్కి సమానం కాబట్టి ఇక్కడ x యొక్క పరిమితి ఉంటుంది fx యొక్క అనంతం అనేది అనంతం వద్ద x యొక్క g యొక్క 0 పరిమితి, అది కూడా 0 అంటే gx ద్వారా gx ద్వారా fx యొక్క పరిమితి ఒకదానితో సమానం x ని x స్క్వేర్తో భాగించండి కాబట్టి ఇది x కి సమానం మరియు x అనంతాన్ని సమీపించే కొద్దీ fx ని gx తో పరిమితి చేస్తుంది, అయితే నేను gx ని fx ద్వారా చూస్తే మరియు ఇది ఏదైనా x నాల్ ఈక్వల్కి సమానం సున్నాకి కాబట్టి fx ద్వారా gx యొక్క పరిమితి 0 కి సమానం మరియు fx ని x తో భాగించబడిన స్థిరాంకం మరియు gx ని ఒకదానితో సమానం అని చెప్పడానికి సమానమైన fx ని తీసుకోవడం ద్వారా x సమీపించే కొద్దీ మనకు f x పరిమితి ఉందని చూస్తాము అనంతం సమానం 0 , ఇది x అనంతాన్ని సమీపిస్తున్నప్పుడు x యొక్క g యొక్క పరిమితి మరియు x యొక్క g ద్వారా fx యొక్క పరిమితి ఈ సందర్భంలో fx ద్వారా g యొక్క

x స్థిరమైన c అని మీరు చూస్తారు కాబట్టి పరిమితి c కుడికి సమానం కాబట్టి ఇది మళ్ళీ ఇస్తుంది fx మరియు gx పరిమితి రెండూ 0 అయితే అదే విధంగా రెండూ అనంతం అయితే అనిర్దిష్ట రూపాలను పొందుతాయి కాబట్టి సున్నా ద్వారా సున్నా లేదా అనంతం ద్వారా అనంతం అనంతం వద్ద పరిమితులకు అనిర్దిష్ట రూపాలు అలాగే మనకు f పరిమితి ఉంటే x ఉంటుంది x యొక్క g యొక్క అనంతం మరియు పరిమితి ప్రతికూల అనంతం n మనం సాధారణంగా చెప్పలేము fx మైనస్ జిఎక్స్ పరిమితి అంటే ఇన్నింటి మైనస్ ఇన్నింటి ఇది కూడా అనిర్దిష్ట రూపం కూడా సున్నా సార్లు అనంతం సరే కాబట్టి మనం చర్చించుకున్నది ఇప్పటివరకు పరిమితులపై ఎడమ చేతి మరియు కుడి చేతి పరిమితుల వద్ద చర్చించాము.

పరిమితి వాస్తవ సంఖ్యగా ఉండటమంటే ఏమిటో మనం చూశాము 1 పరిమితులు లేని కొన్ని ఉదాహరణలను కూడా చూశాము, పరిమితి అనంతం లేదా మైనస్ అనంతం అంటే ఏమిటో మనం చూశాము ఇప్పుడు అనంతం మరియు మైనస్ అనంతం ఇవి సంఖ్య కాదు మేము ఫంక్షన్ ను ఏకపక్షంగా పెద్దదిగా చేయగలిగితే అనంతానికి సమానమైన పరిమితులు మరియు ప్రతికూల అనంతాన్ని ఏకపక్షంగా చిన్నదిగా చేయగలిగితే దానిని ఏకపక్షంగా పెద్ద ప్రతికూల సంఖ్యగా మార్చవచ్చు, అప్పుడు మేము అనంతం వద్ద పరిమితి మరియు ప్రతికూల అనంతం వద్ద పరిమితి అనే అర్థాన్ని కూడా చూశాము.

మీకు ఇన్నింటి నెగటివ్ ఇన్నింటి వద్ద పరిమితులు తెలిస్తే ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్ ను గీయడం వంటి ఫంక్షన్ యొక్క లక్షణాలను నిర్ణయించడంలో చాలా ఉపయోగకరంగా ఉంటాయి.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$ అనేది ఇన్నింటి లేదా నెగటివ్ ఇన్నింటికి సమానం, అప్పుడు మీరు ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్ ను సులభంగా గీయవచ్చు మరియు ఫంక్షన్ గురించి కొన్ని లక్షణాలను కూడా తీసివేయవచ్చు, కాబట్టి తదుపరి ఉపన్యాసంలో మేము ఉత్పన్నాల భావనలైన కాలిక్యులస్ లో చాలా ఉపయోగకరమైన భావనలను నిర్వచించడానికి పరిమితులను ఉపయోగిస్తాము.

ఫంక్షన్ యొక్క డెరివేటివ్ ని ఎలా లెక్కించాలో చూద్దాం మరియు దాని భౌతిక ప్రాముఖ్యత ఏమిటో మేము చూస్తాము మరియు ఉత్పన్నాల యొక్క అనేక అనువర్తనాలను కూడా చూస్తాము, అలాగే మేము నిరంతర ఫంక్షన్ ను నిర్వచించడానికి పరిమితులను ఉపయోగిస్తాము మరియు నిరంతర ఫంక్షన్ ల యొక్క కొన్ని లక్షణాలను చర్చిస్తాము ధన్యవాదాలు