

வணக்கம், வரம்புகள் பற்றிய நான்காவது விரிவுரைக்கு வருக, எனவே கடந்த விரிவுரையில் எல்லையற்ற வரம்புகளைப் பற்றி விவாதித்தோம், பின்னர் செயல்பாடுகளின் கூட்டுத்தொகையைப் பொறுத்து வரம்புகளின் சில பண்புகளைப் பார்த்தோம், பின்னர் செயல்பாடுகளின் தயாரிப்புடன் தொடங்கினோம்.

நான் அதைத் தொடர்கிறேன், எனவே கடந்த முறை இந்த தேற்றத்தில்  $x$  இன்  $f$  இன் எல்லையற்ற  $a$  மற்றும்  $x$  இன்  $g$  இன் வரம்பு  $l$  ஆக இருந்தால் மற்றும்  $l$  பூஜ்ஜியமாக இல்லை என்று வைத்துக்கொள்வோம், பின்னர் தயாரிப்பு செயல்பாட்டின் வரம்பு  $fx$  மடங்கு  $gx$  இது  $l$  நேர்மறையாக இருந்தால் முடிவிலிக்கு சமம் மற்றும்  $l$  எதிர்மறையாக இருந்தால் இது எதிர்மறை முடிவிலி, எனவே  $l$  நேர்மறை விஷயத்தில் இதை நிரூபிக்கிறேன், எனவே  $l$  நேர்மறை என்று வைத்துக்கொள்வோம், பின்னர் நாம் காட்ட வேண்டியது என்னவென்றால், பூஜ்ஜியத்தை விட  $m$  பெரியதாக இருக்க வேண்டும்.

டெல்டா பாசிட்டிவ் என்பதை நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும், அதாவது மோட்  $x$  மைனஸ் டெல்டா  $x$  ஐ விட குறைவாக இருந்தால், இது எஃப்எக்ஸ் மடங்கு ஜிஎக்ஸ் மீ ஐ விட அதிகமாக இருப்பதைக் குறிக்கும், எனவே முதலில் நமக்குத் தெரிந்த விஷயம் என்னவென்றால், ஜி வரம்பு  $xx$  க்கு செல்கிறது.

$l$  க்கு சமம் எடுத்தல் மற்றும்  $l$  நேர்மறை எனவே எப்சிலாளை எடுத்துக் கொண்டால்  $l$  என்று இரண்டால் சொல்லலாம், அதுவும் நேர்மறை டெல்டா  $l$  பாசிட்டிவ் என்று நாம் எழுதலாம் டெல்டா  $l$  பாசிட்டிவ், மோட்  $x$  கழித்தல் டெல்டா  $l$  ஐ விட குறைவாக  $0$  ஐ விட பெரியது இது  $x$  மைனஸின்  $g$  ஐக் குறிக்கிறது முழு மதிப்பில்  $l$  என்பது எப்சிலாளை விட குறைவாக உள்ளது, இது  $l$  ஆல் இரண்டிற்கு சமம், இது  $g$  இன்  $x$  ல்

இரண்டு கிராம்  $x$  ஐ விட பெரியது, இந்த விஷயத்தில்  $l$  இரண்டு மற்றும் மூன்று  $l$  ஆல் இரண்டு இடையே உள்ளது, ஆனால் நமக்கு இந்த  $g$   $x$  மட்டுமே தேவை.

$x$  இன்  $f$  இன் வரம்பு முடிவிலிக்கு சமமாக இருப்பதால் டெல்டா  $2$  பாசிட்டிவ் உள்ளது, அதாவது மோட்  $x$  மைனஸ் டெல்டா இரண்டைக் காட்டிலும் குறைவாக இருந்தால், நீங்கள் எடுக்கும் நேர்மறை எண்ணை விட  $x$  இன்  $f$  பெரியது என்று அர்த்தம்.

டெல்டா ஒன்று மற்றும் டெல்டா இரண்டின் குறைந்தபட்ச டெல்டாவுக்கு சமமாக இருந்தால், டெல்டாவை

விட குறைவாகவும்,  $0$  ஐ விட அதிகமாகவும்  $\text{mod } x$  மைனஸ் இருந்தால்,  $x$  இன்  $fx$  மடங்கு  $g$  என்பதை மீண்டும் எழுதுவோம்.

$m$  ஐ விட ஒரு முறை  $l$  இரண்டு மடங்கு அதிகம் மற்றும் நாம் விரும்புவது  $t$  இது  $m$  ஐ விட அதிகமாக இருக்க வேண்டும், எனவே  $m$  ஐ ஒரு முறை  $l$  ஆல் இரண்டு சமமாக  $m$  ஐ தேர்வு செய்கிறோம், அதாவது  $m$  ஒன்று  $l$  by  $l$  க்கு இரண்டு மடங்கு சமமாக இருக்க வேண்டும், எனவே  $m$  ஒன்றை  $l$  மூலம் இரண்டு  $m$  ஆக இருக்க வேண்டும் என்று நான் தேர்வு செய்தால்  $m$  ஒரு முறை  $l$  மூலம் இரண்டு சமம்  $m$  மற்றும் இது

$\text{mod } x \text{ minus } a$  டெல்டாவை விட குறைவாக இருக்கும் போதெல்லாம்  $fxdx$   $m$  ஐ விட அதிகமாக இருக்கும் என்று கூறுகிறது, எனவே  $fxgx$  இன் வரம்பு முடிவிலிக்கு சமம் அதே போல் பூஜ்ஜியத்தை விட  $l$  குறைவாக இருப்பதை நிரூபிக்கலாம், எனவே அந்த பகுதியை அடுத்ததை தவிர்க்கலாம்.

$l$  பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமமாக இருந்தால் என்ன நடக்கும் என்பதைப் பார்க்கவும், இது மிகவும் முக்கியமானது, எனவே  $l$  என்பது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான வரம்பு பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான வரம்பு முடிவிலியா என்று கேள்வி எழுப்புங்கள், எனவே முதலில் உதாரணத்தைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

$l$  ஆல்  $x$  சதுரம்  $x$  என்பது  $0$  க்கு சமமாக இல்லை மற்றும்  $x$  இன்  $g$  என்பது  $x$  சதுரம் என்று சொல்வதற்கு சமம் எனவே இங்கே  $x$  இன்  $f$  இன் வரம்பு  $0$  இல்  $x$  இன் முடிவிலி வரம்பு  $x$  மற்றும்  $gx$  ஐப் பெருக்கினால் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் அனைத்து  $x$  க்கும் ஒன்றுக்கு சமம் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் இல்லை எனவே  $fxgx$  வரம்பு

$t$  இல் ஒன்றுக்கு சமம் அவரது வழக்கு எனவே இங்கே நாம்  $fx$  இன் வரம்பு ஜிஎக்ஸ் இன் இன்ஃபினிட்டி வரம்பு பூஜ்ஜியம் மற்றும் தயாரிப்பின் வரம்பு ஒன்று இப்போது இதை  $x$  சதுரமாக மாற்றினால்,  $x$  இன்  $g$  ஐ மாற்றி எழுதலாம்.

எந்த மாறிலி நேரங்கள்  $x$  சதுரத்திற்கு  $x$  இன்  $fx$  மடங்கு  $g$  என்பது பின்னர்  $c$  க்கு சமம்  $x$  பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இல்லை, எனவே  $fx$  முறை  $gx$  இன் வரம்பு மாறிலி  $c$  க்கு சமம் என்று பார்க்கிறோம்.

முடிவிலிக்கு மற்றும் மற்றொன்று பூஜ்ஜியத்திற்கு செல்கிறது, வரம்பை எந்த உண்மையான எண்ணாக வேண்டுமானாலும் மாற்றலாம், அதை முடிவிலியாக மாற்ற முடியுமா என்று பார்ப்போம், அதை அடுத்த உதாரணம் மூலம் மீண்டும் எஃப்எக்ஸ் மூலம் ஒன்றிற்கு சமமாக எடுக்கலாம்  $x$  சதுரம் மற்றும்  $x$  இன்  $g$   $x$  க்கு சமமாக இருக்க வேண்டும், எனவே இங்கே மீண்டும்  $x$  இன்  $f$  இன் வரம்பு  $x$  இன்  $g$  இன் முடிவிலி வரம்பு பூஜ்ஜியம் ஆனால்  $fx$  முறை  $dx$  ஆனது  $x$  க்கு ஒன்றுக்கு சமமாக இருக்கும் எனவே  $fx$  முறை  $gx$  இன் இடது கை வரம்பைக் கணக்கிட்டால், இது எதிர்மறை முடிவிலி மற்றும் வலது கைக்கு சமம் வரம்பு நேர்மறை முடிவிலி எனவே இந்த விஷயத்தில் இடது கை வரம்புகள் மற்றும் வலது கை வரம்புகள் சமமாக இல்லை என்பதையும், அவை முடிவிலி அல்லது மைனஸ் முடிவிலியாக இருப்பதையும் நான்  $x$  சதுர  $gx$  க்கு சமமாக  $x$  க்யூப் என்று கூறுவதற்கு சமமாக  $fx$  எடுத்தால், வரம்பு  $fx$  முறை  $gx^2$  என்பது  $x$  சதுரம்  $gx$  என்பது  $x$  கனசதுரம் எனவே தயாரிப்பு  $x$  மற்றும் இந்த வரம்பு  $0$  எனவே முடிவிலி முறைகளின் வரம்பு  $0$  அது  $0$  ஆகலாம் அது முடிவிலியாக இருக்கலாம் அது மைனஸ் முடிவிலியாக இருக்கலாம் இது எந்த உண்மையான எண்ணாகவும் இருக்கலாம்.

மீண்டும் ஒரு நிச்சயமற்ற வடிவ முடிவு முடிவிலி முறை  $0$  மற்றும் நிச்சயமற்ற வடிவம் மற்றும் வரம்பு சிக்கலைப் பொறுத்தது.

மற்ற வரம்பு வரையறுக்கப்பட்டதா இல்லையா என்பதைப் பார்க்க,  $fx$  மற்றும்  $gx$  இரண்டின் வரம்பும் எல்லையற்றதாக இருந்தால்,  $x$  இன் வரம்பு முடிவிலி மற்றும்  $x$  இன்  $g$  இன் வரம்பு என்றால், உற்பத்தியின் வரம்பு என்ன என்று சொல்லலாம்.

மேலும்  $0$  முடிவிலி பின்னர் உற்பத்தியின் வரம்பு முடிவிலி, மற்றொன்று வரம்பில் ஒன்று முடிவிலி மற்றும் மற்றொன்று எதிர்மறை முடிவிலி என்றால்  $x$  இன் எல்லை முடிவிலி மற்றும்  $g$  இன்  $g$  இன் வரம்பு எதிர்மறை முடிவிலி பின்னர்  $fx$  நேரங்களின் வரம்பு  $gx$  எதிர்மறை முடிவிலி மற்றும் எதிர்மறை முடிவிலியாக இரு வரம்புகளையும் நீங்கள் வைத்திருக்கலாம், பின்னர் மீண்டும் தயாரிப்பு என்பது நேர்மறை முடிவிலிக்கு சமமான வரம்பைக் கொண்டுள்ளது, ஏனெனில் இரண்டு எதிர்மறை எண்களின் தயாரிப்பு நேர்மறை எண்ணைக் கொடுக்கிறது, எனவே இந்த விஷயங்களை மீண்டும் நீங்கள் பயன்படுத்தி நிரூபிக்க முடியும் பின்னடைவு வரையறை ஆனால் அவை உள்ளூர்வுடன் தெளிவாக இருக்க வேண்டும், ஏனென்றால் உங்களிடம்  $fx$  மற்றும்  $gx$  இரண்டும் பெரிய நேர்மறை எண்ணாக இருந்தால், அந்த தயாரிப்பு மீண்டும் பெரிய நேர்மறை எண்ணாக இருக்க வேண்டும்.

பெரிய எதிர்மறை எண் மற்றும் இரண்டும் பெரிய எதிர்மறை எண்களாக இருந்தால், தயாரிப்பு பெரிய நேர்மறை எண்ணாக இருக்கும்,

அதனால் இந்த தேற்றம் கூறுகிறது.

பிரச்சனை என்னவென்றால், உங்களிடம் ஒன்று பெரிய நேர்மறை எண்ணாக இருந்தால் மற்றொன்று சிறிய நேர்மறை எண்ணாக இருந்தால், அந்த தயாரிப்பு பெரிய நேர்மறை எண்ணாக இருக்குமா அல்லது சிறிய நேர்மறை எண்ணாக இருக்குமா அல்லது வேறு ஏதாவது மாறிலியாக இருக்குமா என்று சொல்ல முடியாது, எனவே சுருக்கமாகக் கூறுவோம்.

நாம் வரம்பு படிவங்களை எழுதுவோம், எனவே நம்மிடம் முடிவிலி இருந்தால் ஒரு வரம்பு முடிவிலி மற்றொன்று சில நிலையானது, இது எப்பொழுதும் முடிவிலிக்கு சமம், மைனஸ் முடிவிலி மற்றும் எந்த மாறிலியும் இருந்தால் அது கழித்தல் முடிவிலிக்கு சமம், இவை வெறும் குறியீடாகும் என்பதைக் குறிப்பிடவும்.

ஒரு செயல்பாட்டின் வரம்பு முடிவிலியாக இருந்தால் மற்றொன்று ஒரு மாறிலி  $c$ , இந்த தொகை முடிவிலி அதே போல் ஒரு செயல்பாட்டின் வரம்பு எதிர்மறை முடிவிலி மற்றொரு செயல்பாட்டின் வரம்பு ஒரு மாறிலி, பின்னர் வரம்பு எதிர்மறை முடிவிலி முடிவிலி மற்றும் முடிவிலியாக இருக்க வேண்டும் இது முடிவிலியை கழித்தல் முடிவிலியை அளிக்கிறது பின்னர் மைனஸ் இன்ஃபினிட்டி உங்களுக்கு மைனஸ் இன்ஃபினிட்டியை கொடுக்கும் மற்றும் என்னிடம் முடிவிலி முறை முடிவிலி இருந்தால் இது முடிவிலி முடிவிலி முறை கழித்தல் முடிவிலிக்கு சமம் மைனஸ் இன்ஃபினிட்டி மைனஸ் இன்ஃபினிட்டி டைம்ஸ் மைனஸ் இன்ஃபினிட்டி என்பது முடிவிலிக்கு சமம் எனவே இந்தச் சமயங்களில் வரம்புகள் நிர்ணயிக்கப்பட்டவை இவை இதற்குச் சமமாக இருக்கக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் சில நிச்சயமற்ற வடிவங்களை நாம் பார்த்திருப்போம்.

முடிவிலி இதுவும்  $0$  ஆல்  $0$  வரையிலான ஒரு நிச்சயமற்ற வடிவமாகும், இது எண் மற்றும் வகுப்பின் வரம்புகள் இரண்டும்  $0$  ஆக இருந்தால், கோட்பாட்டின் வரம்பு சிக்கலில் இருந்து சிக்கலைப் பொறுத்தது

அது உண்மையான எண்ணாக இருக்கலாம் அல்லது 0 ஆக இருக்கலாம் அல்லது இது முடிவிலியால் முடிவிலியாக இருக்கலாம், அது மீண்டும் ஒரு நிச்சயமற்ற வடிவமாகும், பின்னர் இன்னும் சில நிச்சயமற்ற வடிவங்களைக் காண்போம், எனவே முக்கோணவியல் சார்புகளுக்கான எல்லை முடிவிலி என்பதற்கு ஒரு உதாரணம் தருகிறேன், எனவே நீங்கள் முக்கோணவியல் செயல்பாடுகளைப் பார்த்திருப்பீர்கள் என்று நான் நம்புகிறேன் x ஆனது  $\pi$  ஐ 2 ஆல் நெருங்கும் போது x இன் டானின் வரம்பை நாம் கூறலாமா.

அதனால் நமக்குத் தெரிந்த விஷயம் என்னவென்றால், x இன் டான் என்பது சைன் x ஆல் காஸ் x ஆல் சைன் ஆஃப் ஆகும்.

பை 2 ஆல் 1 க்கு சமம் மற்றும் பையின் காஸ் பை 2 பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் எனவே டான் பை இரண்டால் வரையறுக்கப்படவில்லை எனவே பையின் டான் இரண்டு வரையறுக்கப்படவில்லை ஆனால் எக்ஸ் டான் என்பது பை இரண்டாகக் கொண்ட ஒரு சிறிய இடைவெளியில் வரையறுக்கப்படுகிறது.

நமக்குத் தெரிந்த மற்றொரு விஷயம் என்னவென்றால், x 0 இலிருந்து  $\pi$  வரை 2 ஆக இருந்தால் x இன் cos நேர்மறையாகவும், x  $\pi$  லிருந்து  $\pi$  க்கு 2 ஆகவும் இருந்தால் x இன் காஸ் எதிர்மறையாகவும் இருக்கும், எனவே நான் cos இன் வரைபடத்தை வரையலாம்.

x எனவே இது பூஜ்ஜியத்தில் z ஆக உள்ளது, இது x என்பதன் காரணமாக இது ஒன்றுதான், நீங்கள் இரண்டு மூலம் பூஜ்ஜிய பையைப் பெற்றுள்ளீர்கள், பின்னர் இது  $\pi$  ஆக உள்ளது, எனவே x இன் காஸ் பை இரண்டு ஆல் பூஜ்ஜியம் மற்றும் நீங்கள் இடைவெளியில் இருக்கும்போது அது நேர்மறையாக இருக்கும் 0 லிருந்து  $\pi$  வரை 2 வரை அது எதிர்மறையானது நீங்கள்  $\pi$  இலிருந்து 2 க்கு  $\pi$  ஆக இருக்கும் போது உண்மையில்  $3\pi$  by 2 வரை அது எதிர்மறையாக இருக்கும் எனவே

x ஆல் x ஆனது  $\pi$  க்கு இடதுபுறத்தில் இருந்து 2 ஆல் செல்கிறது.

கை வரம்பு 1 ஆல் cos x இது நேர்மறை முடிவிலிக்கு சமமாக இருக்கும் மற்றும் cos x இன் வலது கை வரம்பு எதிர்மறை முடிவிலிக்கு சமம் மற்றும் xa இன் சைனின் வரம்பு t  $\pi$  by two இது ஒன்றுக்கு சமம் எனவே தயாரிப்பு விதியின்படி x இன்

இடது கை வரம்பு முடிவிலிக்கு சமம் என்பதை அறிவோம் இந்த பையில் 2 ஆல் வரையறுக்கப்படாத டான் x இன் வரைபடத்திலிருந்து நீங்கள் 2 ஆல்  $\pi$  க்கு செல்லும்போது அது முடிவிலிக்கு செல்கிறது, பின்னர் மீண்டும் அது 0 இல்  $\pi$  ஆகவும், இந்தப் பக்கம் இது போலவே  $\pi$  இல் 2 ஆகவும் செல்கிறது.

நீங்கள்  $\pi$  ஐ இடமிருந்து 2 ஆல் அணுகினால், x இன் டான் பெரிதாகவும் பெரிய நேர்மறை எண்ணாகவும் மாறும், எனவே டான் x முடிவிலிக்கு செல்கிறது, x இடதுபுறத்தில் இருந்து 2 ஆல் பைக்கு செல்கிறது, அதே சமயம் நீங்கள்  $\pi$  ஐ வலமிருந்து 2 ஆல் அணுகினால்

x இன் டான் பெரிய மற்றும் பெரிய எதிர்மறை எண்ணாக மாறும், எனவே டான் x இன் வலது கை வரம்பு டான் x இன் பையில் 2 ஆல் எதிர்மறை முடிவிலிக்கு சமம் அதே போல் நீங்கள் காட் ஆஃப் x கோட்டான்ஜென்ட் x செகண்ட் x மற்றும் கோசெகண்ட் x சரி, அடுத்த விஷயம் நான் செய்வேன் பேசுவது என்பது முடிவிலி மற்றும்  $\pi$  இல் உள்ள முடிவிலி வரம்புகள் என்பதன் அர்த்தம் என்ன nus infinity எனவே x இன் f என்பது m ஐ விட பெரிய x க்கு வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு செயல்பாடு அல்லது m ஐ விட

x பெரிய அனைத்திற்கும் வரையறுக்கப்பட்டால் சில m நேர்மறை என்று வைத்துக் கொள்வோம்.

x இன் f இன் x இன்ஃபினிட்டியை நெருங்கும் போது இது 1 க்கு சமம் ஏதேனும் எப்சிலான் பாசிட்டிவ் கொடுக்கப்பட்டால் அங்கு நேர்மறை மாறிலி உள்ளது ak பாசிட்டிவ் அதாவது fx மைனஸ் 1 இன் மோட் எப்சிலானை விட குறைவாக இருக்கும் போது x k ஐ விட பெரியதாக இருக்கும் எனவே முடிவிலியில் வரம்பிடவும் x மிகப் பெரியதாக இருக்கும் போதெல்லாம் x இன் f ஐ தன்னிச்சையாக 1 க்கு அருகில் இருக்கும்படி செய்ய முடிந்தால், இது x இல் உள்ள வரம்பு முடிவிலிக்கு சமம் என்பது ஒரு எண் 1

ஆகும் x நெருங்கும் போது எதிர்மறை முடிவிலி 0 ஐ விட பெரிய எப்சிலான் கொடுக்கப்பட்டால் உண்மையான எண்ணுக்கு சமம் சில எதிர்மறை எண்கள் n உள்ளது, அதாவது n ஐ விட குறைவானது x மைனஸ் 1 இன் எஃப் ஐக் குறிக்கிறது முழு மதிப்பில் எப்சிலானை விட குறைவாக இருப்பதால் படம் இந்த சப் போல் தெரிகிறது ose எங்களிடம் சில எல் உள்ளது, இது எல் க்கு சமமான நமது y ஆகும், பின்னர் நான் ஏதேனும் எப்சிலானைத் தேர்வுசெய்தால், பின்னர் நான் எல் மைனஸ் எப்சிலானை எல் பிளஸ் எப்சிலானுக்கு எடுத்துக் கொண்டால்,

முடிவிலியில்  $x$  இன்  $f$  இன் வரம்பு, வழங்கப்பட்ட  $l$  க்கு சமம் என்று கூறுவோம்.

இங்கே சில  $k$  உள்ளது, அதாவது  $x$  இன்  $kf$  ஐ விட பெரியதாக இருக்கும் போதெல்லாம்  $l$  மைனஸ் எப்சிலோனுக்கும்  $l$  plus epsilonக்கும் இடையில் இருக்க வேண்டும், எனவே இது  $k$  மற்றும் செயல்பாடு இப்படி இருக்கலாம் இந்த விஷயத்தில் வரம்பு சமம் என்று கூறுவோம்.

இதேபோல் எதிர்மறை முடிவிலியில்  $l$  என்றால், உங்களிடம் இந்த கூட்டுத்தொகை இருந்தால் இதற்கு முன்  $n$  செயல்பாடு இந்த  $l$  ஐ சரியாக அணுக வேண்டும், எனவே எந்த எப்சிலனையும் கொடுக்கப்பட்டால் நீங்கள் இதை  $n$  ஐ தேர்வு செய்யலாம், அதாவது செயல்பாட்டின் மதிப்பு இங்கே எதுவும் இருக்கலாம் இதைத்தான் இப்போது சில எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் பார்ப்போம், எனவே ஒன்று நாம்  $x$  க்கு சமமான  $fx$  மற்றும்  $x$  இன்  $f$  இன் வரம்பு மற்றும்  $x$  இன்  $x$  இன் வரம்பு முடிவிலிக்கு செல்லும் போது  $x$  இன் வரம்பு என்ன என்று எடுத்துக் கொண்டால் ஆஹா இதை எழுத வேண்டாம்.

நான்  $x$  இன்  $f$  ஐ  $x$  க்கு சமமாக எடுத்துக்கொள்கிறேன்,

அதனால் வரம்பு என்ன  $x$  இன்  $f$  இன்  $x$  இன்ஃபினிட்டி க்ளெய்மைக்கு செல்கிறது, எனவே நீங்கள்  $fx$  ஐ  $1$  ஆல்  $x$  க்கு சமமாக எடுத்துக் கொண்டால் என்ன நடக்கும், நீங்கள்  $x$  ஐ பெரிய மற்றும் பெரிய நேர்மறை உண்மையான எண்ணாக எடுத்துக் கொண்டால்,  $1$  ஆல்  $x$  சிறியதாகவும் சிறியதாகவும் மாறும், அதாவது நீங்கள் ஏதேனும் நேர்மறை என்றாலும் சிறிய நேர்மறை உண்மையான எண்ணை எடுத்துக் கொண்டால், அதை விட சிறியதாக  $1$  ஆல்  $x$  ஐ உருவாக்கலாம், எனவே  $x$  இன்  $f$  இன் வரம்பு பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இருக்க வேண்டும், அதை கடுமையாக நிரூபிக்க முயற்சிப்போம், இதை நிரூபிக்க நாம் காட்ட வேண்டியது என்னவென்றால் எந்த எப்சிலோனைக் கொடுத்தாலும், பூஜ்ஜியத்தை விட பெரிய எப்சிலோனைக் கொடுக்க வேண்டும், எனவே  $ak$  ஐக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும், அதாவது  $k$  ஐ விட  $x$  பெரியதாக இருந்தால்,  $x$  இன்  $x$  எப்சிலானை விட குறைவாக இருக்கும், எனவே  $k$  ஐ எப்சிலானால்  $1$  க்கு சமமாக எடுத்துக் கொண்டால்  $x$  ஐ விட பெரியது  $k$  க்கு சமம்  $1$  ஆல் எப்சிலான்,

இது  $x$  ஆல்  $x$  என்பது எப்சிலானைக் காட்டிலும் குறைவாக இருக்க வேண்டும் என்பதைக் குறிக்கிறது .

நேர்மறை எண்ணான  $k$  ஐ விட  $x$  பெரியதாக இருக்கிறோம் எனவே  $fx$  மைனஸ் பூஜ்ஜியம் இது  $t$  குறைவாக இருக்கும்  $han$  epsilon அனைத்து  $x$   $k$  ஐ விட பெரியது எனவே முடிவிலிக்கு செல்லும்  $xx$  இன்  $f$  இன் வரம்பு பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் அதே

போல்  $x$  எதிர்மறை முடிவிலிக்கு செல்லும் போது  $x$  இன் வரம்பு பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம், இது மீண்டும்  $0$  குறிப்பு  $x$  எதிர்மறை உண்மையான எண்ணாக இருந்தால்  $1$  ஆல்  $x$  எப்பொழுதும் எதிர்மறையாக இருக்கும், ஆனால் அது ஒரு சிறிய மற்றும் சிறிய எதிர்மறையாக மாறும், எனவே அது  $aa$  எதிர்மறை உண்மையான எண்ணாக மாறும், ஆனால் பூஜ்ஜியத்திற்கு மிக அருகில் உள்ளது, எனவே இதுவும் உண்மைதான் இப்போது இந்த இரண்டு விஷயங்களையும் இணைப்போம், எனவே வரையறைகளை இணைப்பதன் மூலம் ஒன்றைப் பார்ப்போம்.

எல்லையற்ற வரம்பு மற்றும் முடிவிலியில் உள்ள வரம்பு ஆகியவற்றின் வரையறைகளை இணைத்து,  $x$  இன்  $f$  இன் வரம்பை  $x$  முடிவிலிக்கு செல்வது முடிவிலிக்கு சமமாக இருக்கும் என வரையறுக்கலாம்

பூஜ்ஜியத்தை விட  $k$  பெரியது, அதாவது  $x$  இன்  $f$  என்பது  $m$  ஐ விட பெரியது,  $k$  ஐ விட  $x$  பெரியது, எனவே முடிவிலியில்  $x$  இன்  $f$  இன் எல்லை முடிவிலி என்று சொல்கிறோம்,  $x$  இன் எந்த பெரிய மதிப்புக்கும்  $x$  இன்  $f$  மதிப்பு பெரியதாக இருந்தால் அதுபோலவே நாம் முடிவிலியில் உள்ள வரம்பை கழித்தல் முடிவிலி அல்லது எதிர்மறை முடிவிலியில் வரம்பு முடிவிலி என்று வரையறுக்கலாம் .

$fx$  இன் எதிர்மறை முடிவிலி எதிர்மறை முடிவிலிக்கு சமம் எனவே உதாரணமாக  $x$  இன்  $x$  க்கு சமமான  $x$  மற்றும்  $x$  இன்  $f$  இன் வரம்பை முடிவிலிக்கு சென்றால், இது  $x$  இன்  $x$  இன் முடிவிலி வரம்பிற்கு சமம் எதிர்மறை முடிவிலிக்கு இது சமம் எதிர்மறை முடிவிலி சரியானது, ஏனென்றால்  $x$  க்கு சமமான  $fx$  உள்ளது, எனவே  $x$  பெரிய நேர்மறை எண்ணாக இருந்தால்  $fx$  ஒரு பெரிய நேர்மறை எண் மற்றும்  $x$  என்றால்  $x$  ஒரு பெரிய எதிர்மறை எண்ணாக இருந்தால்,  $f$  இன்  $x$  என்பது பெரிய எதிர்மறை எண்ணாகும்.

$x$   $x$  க்கு சமம் சதுரம் பின்னர் இங்கே  $x$  இன்  $g$  வரம்பு  $x$  முடிவிலிக்கு சமம் இது முடிவிலிக்கு சமம் மற்றும்  $x$  எதிர்மறை முடிவிலியை அணுகுவதால் இது  $x$  இன்  $g$  இன் வரம்பு ஆகும், ஆனால் முடிவிலியில் சில வரம்புகள் வெளியேறாது.

எனவே  $x$  இன் சைன் என்று சொல்லும் கேள்வி வரம்பு,  $x$  இன்ஃபினிட்டியை நெருங்கும் போது,  $x$  இன் சைன் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட கால சார்பு மற்றும் எந்த  $m$   $pi$  இன் சைன் என்பதும் ,

இது அனைத்து முழு எண்  $m$  மற்றும் சைன் என்ற முழு எண்களுக்கும் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம்  $\pi$  கூட்டல்  $\pi$  ஐ இரண்டாகக் கூட்டினால், இது எல்லா முழு எண்  $m$  க்கும் மீண்டும் ஒன்றுக்கு சமம் எனவே இப்போது  $x$  இன் சைனின் வரம்பை நிர்ணயம் செய்ய  $x$  இன் சைன் என்றால் என்ன ஆகும் என்பதை இங்கே பார்த்தால் நாம் பார்க்க வேண்டியது என்னவென்றால், இந்த செயல்பாட்டிற்கு  $x$  ஆக என்ன நடக்கும்.

பெரிதாகவும் பெரியதாகவும் ஆகிறது, ஆனால் நாம் பார்ப்பது என்னவென்றால், இந்த செயல்பாடு உங்களிடம்  $x \in \mathbb{R}$  மற்றும்  $2\pi$  க்கு சமமாக உள்ளது, பின்னர் இது சரியாக மீண்டும் நிகழ்கிறது, எனவே நீங்கள் எவ்வளவு பெரிய  $x$  இன் சைனை எடுத்தாலும் எதிர்மறை ஒன்றுக்கும் ஒன்றுக்கும் இடையில் ஊசலாடுகிறது.

இது மைனஸ் ஒன்று எனவே இந்த விஷயத்தில்  $x$  இன் சைன் நெகடிவ் ஒன்றுக்கும் ஒன்றுக்கும் இடையில் இரண்டு  $\pi$  என்ற நீள இடைவெளியில் ஊசலாடுவதால்,  $x$  இன் சைனின் வரம்பு முடிவிலியை நெருங்கி வருவதால் இது இல்லை என்பதைக் காண்கிறோம், எனவே இது ஒரு எடுத்துக்காட்டு  $\inf$  இல் செயல்பாட்டின் வரம்பு  $\sup$  சரியாக இல்லை, எனவே இங்கே நீங்கள்  $1$  இன் எந்த மதிப்பை எடுத்துக் கொண்டாலும்,  $x$  ஐ பெரியதாகத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம்,  $1$  மைனஸ் எப்சிலோனுக்கும் எல் பிளஸ் எப்சிலோனுக்கும் இடையில் செயல்பாட்டைச் செய்ய முடியாது, ஏனெனில் செயல்பாடு எதிர்மறை ஒன்றிற்கு இடையே உள்ள அனைத்து மதிப்புகளையும் எடுக்கும் என்பது உங்களுக்குத் தெரியும்.

மற்றும் ஒன்று, நீங்கள் எதைத் தேர்வு செய்தாலும், அது  $x$  இன் அனைத்து பெரிய மதிப்புகளுக்கும்  $1$  க்கு நெருக்கமாக இருக்காது, அதனால்தான்  $x$  இன் சைன் வரம்பு,  $x$  முடிவிலியை நெருங்கும் போது  $x$  இன் காஸ் வரம்பு இல்லை.

$\cos$  நெருங்கும் முடிவிலியின் வரம்பு மீண்டும் இல்லை.

எனவே  $x$  இன்  $x$  இன்

வரம்பு முடிவிலியை எல்  $1$  க்கு சமம் என்றும்  $\cos$  இன் ஜியின் எல்லை முடிவிலியை எல் இரண்டுக்கு சமம் என்றும் கொள்வோம்.

இரண்டு உண்மையான எண்கள் பின்னர்  $f(x)$  மற்றும்  $g(x)$  இன் இன்ஃபினிட்டியின் வரம்பு  $1$  ஒன்று கூட்டல்  $1$  இரண்டுக்கு சமம் எனவே இது ஒரு புள்ளியில் வரம்புக்கு இந்த கூட்டு விதி மட்டுமே.

செயல்பாட்டின்  $1$  ஒன் மற்றும் எல் ஒன் பிளஸ் எல்  $\infty$  வரம்புகளின் கூட்டுத்தொகை, எனவே மற்ற நிகழ்வுகளுக்கு நாம் காட்டியது போல் இதையும் நிரூபிக்க முடியும்

$f(x)$  மடங்குகள்  $dx$  என்பது  $1$  க்கு சமம்  $1$  ஒரு முறை  $1$  இரண்டும், பங்குக்கு வகுக்கும் பூஜ்ஜியமாக இருக்கக்கூடாது முடிவிலியில்  $f(x)$  இன் வரம்பு  $1$  ஒன்று மற்றும்  $x$  இன்  $g$  வரம்பு  $1$  இரண்டுக்கு சமமாக இருந்தால்  $1 \leq 1$  எந்த உண்மையான எண்ணும் மற்றும்  $1 \leq 2$  என்பது பூஜ்ஜியமற்ற உண்மையான எண்  $1 \leq 2$   $\in \mathbb{R}$  இரண்டு பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் அல்ல,

பின்னர்  $g(x)$  இன்  $f(x)$  வரம்பு  $1$  ஒன்று  $1$  இரண்டுக்கு சமம் எனவே இங்கே  $1$  ஒன்று பூஜ்ஜியமாக இருக்கலாம் ஆனால்  $1$  இரண்டு வேண்டும் இப்போது இந்த முடிவுக்கு பூஜ்ஜியமாக இருங்கள்,  $1 \leq 2$  வரம்பு  $0$  என்றால், நாம் ஒரு நிச்சயமற்ற படிவத்தைப் பெறுகிறோம், எனவே

உதாரணத்திற்கு நான் ஒரு உதாரணத்தைச் செய்வேன், எனவே  $f(x)$  ஐ ஒன்றுக்கு  $x$  மற்றும்  $g(x)$  க்கு  $1/x$  சதுரத்திற்கு சமம் எனவே இங்கே  $x$  வரம்பு  $f(x)$

இன் முடிவிலி என்பது முடிவிலியில்  $x$  இன்  $g$  இன்  $0$  வரம்பு ஆகும், அதுவும்  $0$

$g(x)$  ஆல்  $g(x)$  மூலம்  $f(x)$  வரம்பு ஒன்றுக்கு சமம்  $x \times x$  சதுரத்தால் வகுக்கப்படுவதால் இது  $x$  க்கு சமம் எனவே  $x$  முடிவிலியை நெருங்கும் போது  $f(x)$  இன்  $g(x)$  வரம்பு முடிவிலிக்கு சமம் ஆனால் நான்  $g(x)$  ஐ  $f(x)$  ஆல் பார்த்தால் இது  $x$  க்கு சமமாக இருக்கும்.

பூஜ்ஜியத்திற்கு எனவே  $f(x)$  ஆல்  $g(x)$  வரம்பு  $0$  க்கு சமம் மற்றும்  $x$  ஆல் வகுக்கப்பட்ட ஒரு மாறிலியை  $x$  மற்றும்  $g(x)$  ஐ  $x$  ஆல்  $x$  ஐ சமமாகக் கூறுவதற்கு சமமாக  $f(x)$  ஐ

எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம்,  $x$  ஆனது முடிவிலிக்கு சமமாக வரும்போது  $x$  இன்  $f$  இன் வரம்பு இருப்பதைக் காண்கிறோம்.

$0$ , இது  $x$  முடிவிலியை நெருங்கும் போது  $x$  இன்  $g$  இன் வரம்பு மற்றும்  $x$  இன்  $g$  இன்  $f(x)$  வரம்பு ஆகும்.

எஃப்எக்ஸ் மற்றும் ஜிஎக்ஸ் வரம்பு இரண்டும்  $0$  ஆக இருந்தால், இரண்டும் முடிவிலியாக இருந்தால், நிச்சயமற்ற வடிவங்களைப் பெறலாம், எனவே பூஜ்ஜியத்தால் பூஜ்ஜியம் அல்லது முடிவிலியால் முடிவிலி என்பது முடிவிலியில் உள்ள வரம்புகளுக்கு நிச்சயமற்ற வடிவங்கள். முடிவிலி மற்றும்  $x$  இன்  $g$  வரம்பு எதிர்மறை முடிவிலி  $n \times f(x)$  மைனஸ்  $g(x)$  இன் வரம்பு என்ன

என்பதை நாம் பொதுவாக சொல்ல முடியாது, எனவே முடிவிலி கழித்தல் முடிவிலி இதுவும் ஒரு நிச்சயமற்ற வடிவமாகும், மேலும் பூஜ்ஜிய முறை முடிவிலி சரி, எனவே நாம் விவாதித்தது என்னவென்றால், நாம் இதுவரை ஒரு புள்ளியில் இடது கை மற்றும் வலது கை வரம்புகளைப் பற்றி விவாதித்தோம்.

வரம்பு உண்மையான எண்ணாக இருப்பதன் அர்த்தம் என்ன என்பதை நாங்கள் பார்த்தோம் 1 வரம்புகள் இல்லாத சில உதாரணங்களையும் பார்த்தோம், வரம்பு முடிவிலி அல்லது கழித்தல் முடிவிலி என்றால் என்ன என்பதைப் பார்த்தோம், இப்போது முடிவிலி மற்றும் கழித்தல் முடிவிலி இவை எண் அல்ல செயல்பாட்டை தன்னிச்சையாக பெரிதாக்க முடிந்தால் முடிவிலிக்கு சமமான வரம்புகள் என்று சொல்கிறோம், அதை தன்னிச்சையாக சிறியதாக மாற்றினால், அதை தன்னிச்சையாக பெரிய எதிர்மறை எண்ணாக மாற்றலாம், பின்னர் முடிவிலியில் வரம்பு மற்றும் எதிர்மறை முடிவிலியில் வரம்பு என்ற அர்த்தத்தையும் பார்த்தோம்.

செயல்பாட்டின் பண்புகளை தீர்மானிப்பதில் மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

mit என்பது முடிவிலி அல்லது எதிர்மறை முடிவிலிக்கு சமம், பின்னர் நீங்கள் செயல்பாட்டின் வரைபடத்தை எளிதாக வரையலாம் மற்றும் செயல்பாட்டைப் பற்றிய சில பண்புகளையும் கழிக்கலாம், எனவே அடுத்த விரிவுரையில் டெரிவேடிவ்களின் கருத்துகளான கால்குலஸில் மிகவும் பயனுள்ள கருத்துகளை வரையறுக்க வரம்புகளைப் பயன்படுத்துவோம்.

செயல்பாட்டின் வழித்தோன்றலை எவ்வாறு கணக்கிடுவது என்பதைப் பார்ப்போம், அதன் இயற்பியல் முக்கியத்துவம் என்ன என்பதை நாங்கள் பார்ப்போம், அதன் பிறகு டெரிவேடிவ்களின் பல பயன்பாடுகளைப் பார்ப்போம், தொடர்ச்சியான செயல்பாட்டை வரையறுக்க வரம்புகளைப் பயன்படுத்துவோம், பின்னர் தொடர்ச்சியான செயல்பாடுகளின் சில பண்புகளைப் பற்றி விவாதிப்போம் நன்றி