नमस्कार आणि मर्यादांवरील चौथ्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, म्हणून शेवटच्या व्याख्यानात आपण अमर्याद मर्यादांबद्दल चर्चा केली आणि नंतर फंक्शन्सच्या बेरजेच्या संदर्भात मर्यादांचे काही गुणधर्म पाहिले
आणि नंतर फंक्शन्सच्या गुणाकाराने सुरुवात केली.

मी ते पुढे चालू ठेवतो म्हणून शेवटच्या वेळी आपण या प्रमेयावर थांबलो जर x ची f ची मर्यादा अनंत a असेल आणि x ची g ची मर्यादा l असेल आणि समजा l शून्य नसले तर उत्पादन कार्याची मर्यादा fx गुणा gx आहे l पॉझिटिव्ह असल्यास अनंताच्या बरोबरीचे
आणि जर l नकारात्मक असेल तर हे ऋणात्मक अनंत आहे, तर मी l पॉझिटिव्हच्या बाबतीत हे सिद्ध करतो, म्हणून l पॉझिटिव्ह आहे असे गृहीत धरू, मग आपल्याला काय दाखवायचे आहे ते म्हणजे शून्यापेक्षा मोठे m दिले पाहिजे.

यासाठी आपल्याला डेल्टा पॉझिटिव्ह शोधणे आवश्यक आहे जसे की mod x उणे डेल्टा x पेक्षा कमी a च्या समान नाही याचा अर्थ fx पट gx m पेक्षा मोठा आहे बरोबर आहे म्हणून सर्वप्रथम आपल्याला माहित आहे की xx ची g मर्यादा a वर जात आहे l च्या बरोबरीचे आहे घेतल्याने आणि l पॉझिटिव्ह आहे म्हणून एप्सिलॉन घेतल्याने l बरोबर दोन असे म्हणायचे जे पॉझिटिव्ह देखील आहे आपण डेल्टा शोधू शकतो मला डेल्टा 1 पॉझिटिव्ह असे लिहू द्या की मॉड x उणे डेल्टा 1 पेक्षा कमी 0 पेक्षा मोठे याचा अर्थ g चा x वजा आहे l परिपूर्ण मूल्य एप्सिलॉन पेक्षा कमी आहे जे l बाय दोन च्या बरोबरीचे आहे ज्याचा अर्थ आहे x चा
g l x च्या दोन g पेक्षा मोठा आहे या प्रकरणात l बाय दोन आणि तीन l बाय दोन दरम्यान आहे परंतु आपल्याला फक्त x चे हे g आवश्यक आहे l पेक्षा दोन ने मोठे तर त्याचप्रमाणे कारण x ची f ची मर्यादा अनंताच्या बरोबरीची असल्याने तेथे डेल्टा 2 पॉझिटिव्ह आहे जसे की mod x उणे डेल्टा दोन पेक्षा कमी म्हणजे x चा f x ची संख्या m एक यापेक्षा मोठी आहे आणि नंतर पुन्हा आपण लिहू की हा m वन काय असावा म्हणून जर आपण असे घेतले तर डेल्टा किमान डेल्टा एक आणि डेल्टा टू समान असेल तर mod x उणे डेल्टा पेक्षा कमी आणि 0 पेक्षा जास्त म्हणजे x च्या fx गुणिले g.

m पेक्षा एक पट l दोनने मोठे आहे आणि आपल्याला t पाहिजे आहे टोपी हे m पेक्षा मोठे असावे म्हणून आपण m एक गुणिले l दोन बरोबर m निवडतो याचा अर्थ m एक बरोबर दुप्पट m बाय l असे निवडले तर जर मी m एक दोन m ने l असे निवडले तर m एक पट l बाय दोन हे m च्या बरोबरीचे आहे आणि हे असे म्हणते की जेव्हाही mod x उणे a डेल्टापेक्षा कमी असेल तेव्हा fxdx m पेक्षा मोठा असतो

त्यामुळे fxgx
ची मर्यादा अनंताच्या बरोबरीची असते त्याचप्रमाणे आपण l शून्यापेक्षा कमी असल्याचे सिद्ध करू शकतो,
म्हणून मला तो भाग वगळू द्या पुढील भाग आपण करू l शून्याच्या बरोबरीचे असल्यास काय होते ते पहा, हे अधिक महत्त्वाचे आहे, तर प्रश्न करा की l शून्याच्या बरोबरीची मर्यादा म्हणजे शून्याच्या बरोबरीची मर्यादा आहे का ते अनंत आहे का ते दुसरे काहीतरी आहे, तर प्रथम उदाहरणाचा विचार करूया fx च्या बरोबरीचे घेऊ.

1 बाय x स्क्वेअर x 0 च्या बरोबर नाही आणि x चा g हा x स्क्वेअरच्या बरोबरीचा आहे म्हणून या प्रकरणात x ची f ची मर्यादा 0 वर x ची अनंत मर्यादा आहे x च्या g ची शून्य ही मर्यादा देखील आपण fx आणि gx याचा गुणाकार केला तर सर्व x साठी एक समान शून्य नाही म्हणून fxgx ची मर्यादा
t मध्ये एक आहे त्याचे केस म्हणून येथे आपण उदाहरण पाहतो जेथे fx ची मर्यादा जी x ची अनंत मर्यादा शून्य आहे आणि उत्पादनाची मर्यादा आता एक आहे जर आपण याला x वर्गाने बदलले तर x चे g बदलून मला लिहू द्या कोणत्याही स्थिर गुणा x वर्गासाठी आपण पाहतो की x चा fx गुणिले g नंतर x साठी c बरोबर x बरोबर शून्य नाही आणि म्हणून fx गुणा gx ची मर्यादा स्थिर c च्या बरोबरीची आहे म्हणून आपण पाहतो की एक जात असल्यास उत्पादनासाठी अनंतापर्यंत आणि दुसरी शून्यावर जाणार आहे ही मर्यादा आपल्याला हवी असलेली कोणतीही वास्तविक संख्या बनवता येते, आपण ती अनंत
बनवू शकतो का ते पाहू या x चा चौरस आणि x चा x x च्या बरोबरीचा असेल तर येथे पुन्हा x ची f ची मर्यादा x च्या g ची अनंत मर्यादा शून्य आहे परंतु fx गुणा dx एक x x साठी x बरोबर शून्य असेल आणि नंतर आपण ते पाहू.

म्हणून जर आपण fx गुणा gx च्या डाव्या हाताच्या मर्यादेची गणना केली तर हे ऋण अनंत आणि उजव्या हाताच्या समान आहे मर्यादा ही धनात्मक अनंत आहे म्हणून आपण पाहतो की या प्रकरणात डाव्या हाताच्या मर्यादा आणि उजव्या हाताच्या मर्यादा समान नाहीत आणि त्या अनंत किंवा वजा अनंत आहेत जर मी x क्यूबच्या बरोबर एक x चौरस gx समान घेतले
तर त्याची मर्यादा fx गुणा gxfx एक x चौरस gx x घन आहे म्हणून उत्पादन x आहे आणि ही मर्यादा 0 आहे
म्हणून अनंत गुणांची मर्यादा 0 ती 0 असू शकते ती अनंत असू शकते ती अनंतता वजा असू शकते ती कोणतीही वास्तविक संख्या असू शकते म्हणून ही पुन्हा एक अनिश्चित फॉर्म आहे निष्कर्ष अनंत गुणा 0 देखील आहे आणि अनिश्चित फॉर्म आहे आणि मर्यादा
योग्य समस्येवर अवलंबून आहे म्हणून तुम्ही कधीही मर्यादा शून्य बरोबर लिहिण्याची चूक करू नका कारण एका फंक्शनची मर्यादा शून्य आहे.

दुसरी मर्यादा मर्यादित आहे की नाही हे पाहण्यासाठी दुसरी गोष्ट म्हणजे जर fx आणि gx या दोन्हींची मर्यादा अनंत असेल तर आपण गुणाकाराची मर्यादा काय आहे असे म्हणू शकतो,
जर x ची f ची मर्यादा अनंत असेल आणि x ची g मर्यादा असेल तर als o अनंत तर उत्पादनाची मर्यादा अनंत आहे आणि दुसरी एक आहे जर मर्यादांपैकी एक अनंत असेल आणि दुसरी ऋण अनंत असेल जर x ची f ची मर्यादा अनंत असेल आणि x च्या g ची मर्यादा ऋण अनंत असेल तर fx गुणा gx ची मर्यादा ऋण अनंत आहे आणि तुमच्याकडे ऋण अनंत असण्याची दोन्ही मर्यादा असू शकतात मग पुन्हा उत्पादन म्हणजे उत्पादनाची मर्यादा सकारात्मक असीमतेच्या बरोबरीची असते कारण दोन ऋण संख्यांचे उत्पादन एक सकारात्मक संख्या देते
त्यामुळे तुम्ही या गोष्टी पुन्हा वापरून सिद्ध करू शकता रीग्रेस व्याख्या पण ती अंतर्ज्ञानाने स्पष्ट असली पाहिजे कारण जर तुमच्याकडे fx आणि gx दोन्ही मोठ्या धन संख्या असतील तर उत्पादन पुन्हा मोठी धन संख्या असणे आवश्यक आहे जर fx पैकी एक मोठी धन

संख्या असेल तर दुसरी मोठी ऋण संख्या असेल तर उत्पादन तुम्हाला देईल.
मोठी ऋण संख्या आणि जर दोन्ही मोठ्या ऋण संख्या असतील तर गुणाकार मोठी धन संख्या असेल म्हणजे हे प्रमेय सांगत आहे पण समस्या अशी आहे की जर तुमच्याकडे एक मोठी नकारात्मक सकारात्मक संख्या असेल तर दुसरी एक लहान धन संख्या असेल अशा बाबतीत आम्ही हे सांगू शकत नाही की उत्पादन मोठी सकारात्मक संख्या असेल की लहान धन संख्या असेल किंवा ती आणखी काही स्थिर असेल तर चला थोडक्यात सांगूया.
आपण मर्यादा फॉर्म लिहू म्हणजे जर आपल्याकडे अनंत असेल तर एक मर्यादा अनंत आहे दुसरी काही स्थिरता असेल तर हे नेहमी अनंताच्या समान असते आपल्याकडे वजा अनंत अधिक कोणताही स्थिरांक असतो तर ते वजा अनंताच्या बरोबरीचे असते लक्षात ठेवा की हे सांगण्यासाठी फक्त नोटेशन आहेत जर एका फंक्शनची मर्यादा अनंत असेल तर दुसरी स्थिरता c असेल तर ही बेरीज अनंत आहे त्याचप्रमाणे एका फंक्शनची मर्यादा ही दुसऱ्या फंक्शनची ऋण अनंत मर्यादा आहे तर ती मर्यादा ऋणात्मक अनंत अनंत आणि अनंत असणे आवश्यक आहे यामुळे अनंत वजा अनंतता मिळते नंतर वजा अनंत जो तुम्हाला वजा अनंत देईल आणि जर माझ्याकडे अनंत गुणा अनंत असेल तर ते अनंत गुणा अनंत गुणा वजा अनंताच्या समान आहे वजा अनंत आहे वजा अनंत गुणा वजा अनंत गुणा वजा अनंत हे अनंताच्या बरोबरीचे आहे
त्यामुळे या प्रकरणांमध्ये मर्यादा निर्धारीत आहेत या बरोबरीसाठी दिल्या जातात तसेच काही अनिश्चित रूपे आपण पाहिली आहेत की अनंत वजा अनंतता हे आपण असेच म्हणू शकत नाही की ते शून्य गुणाप्रमाणे आहे अनंत हे एक अनिश्चित स्वरूप देखील आहे 0 बाय 0 हे आपण पूर्वी पाहिले आहे की जर अंश आणि भाजक या दोन्ही मर्यादा 0 असतील तर भागाची मर्यादा ही समस्या प्रत्येक समस्येवर अवलंबून असते ती वास्तविक संख्या असू शकते किंवा ती 0 असू शकते किंवा हे इन्फिनिटी अनफिनिटी बाय इन्फिनिटी असू शकते जे पुन्हा एक अनिश्चित रूप आहे आणि नंतर आपण आणखी काही अनिश्चित फॉर्म पाहू, म्हणून मी त्रिकोणमितीय फंक्शन्ससाठी मर्यादा कुठे आहे याचे एक उदाहरण देतो मला खात्री आहे की तुम्ही त्रिकोणमितीय फंक्शन्स पाहिली आहेत म्हणून एक उदाहरण काय आहे x च्या टॅनची मर्यादा x पाई 2 च्या जवळ आल्यावर आपण म्हणू शकतो का.
तर आपल्याला हे माहित आहे की x चा टॅन sine x by cos x देखील sine आहे pi by 2 हे 1 च्या बरोबरीचे आहे आणि pi चा cos by 2 हे शून्याच्या बरोबरीचे आहे
त्यामुळे tan pi by two हे अपरिभाषित आहे
त्यामुळे tan चा pi by two ची व्याख्या केली जात नाही परंतु x चा tan एका छोट्या अंतराने परिभाषित केला जातो ज्यामध्ये pi by two असतात आणि
त्यामुळे जर आपण हे पाहतो की आपल्याला आणखी एक गोष्ट माहित आहे ती म्हणजे x ची cos देखील सकारात्मक आहे जर x 0 ते pi by 2 असेल तर x ची cos ऋण असेल तर x pi वरून दोन बाय पाई बरोबर असेल तर कदाचित मी cos चा आलेख काढू शकतो.
x म्हणजे शून्यावर z आहे तो x मुळे एक आहे कारण आलेख असे दिसते की आपल्याकडे शून्य pi बाय दोन आहे आणि नंतर हा pi आहे
त्यामुळे x cos ची cos pi by two शून्य आहे आणि जेव्हा तुम्ही मध्यांतरात असता तेव्हा ते सकारात्मक असते 0 ते pi बाय 2 ते ऋण असते जेव्हा तुम्ही pi वरून 2 बाय पाई असाल तेव्हा खरं तर 3 pi बाय 2 पर्यंत ते ऋण असते म्हणून म्हणून 1 बाय cos x ची मर्यादा डावीकडून 2 बाय पाई वर जाते 1 बाय cos x ची हात मर्यादा ही धनात्मक अनंताच्या बरोबरीची असेल आणि cos x ची एकाची उजव्या हाताची मर्यादा ही ऋणात्मक अनंताच्या बरोबरीची आहे आणि xa च्या साइनची मर्यादा आहे t pi by two हे एक बरोबर आहे म्हणून उत्पादन नियमानुसार आपल्याला माहित आहे की
x च्या tan ची डाव्या हाताची मर्यादा ही अनंततेच्या बरोबरीची आहे आणि x च्या tan ची उजव्या हाताची मर्यादा ऋणात्मक अनंताच्या बरोबरीची आहे हे तुम्ही देखील पाहू शकता.
x च्या टॅनच्या आलेखावरून जो या pi वर 2 ने परिभाषित केलेला नाही आणि 0 वरून तुम्ही pi वर 2 ने जाता तेव्हा ते अनंताकडे जाते मग पुन्हा ते pi वर 0 आहे आणि या बाजूने ते बरोबर जाते
त्यामुळे pi वर 2 ने जर तुम्ही पाई कडे डावीकडून 2 ने पोहोचलात तर x ची टॅन मोठी आणि मोठी धनात्मक वास्तविक संख्या बनते
त्यामुळे tan x अनंताकडे जातो कारण x डावीकडून 2 ने pi वर जातो तर उजवीकडून 2 ने pi वर गेल्यास
x चा टॅन होतो मोठी आणि मोठी ऋण संख्या बनते
त्यामुळे tan x ची मर्यादा tan x ची उजव्या हाताची मर्यादा pi वरील 2 by ऋणात्मक अनंताच्या समान आहे त्याचप्रमाणे तुम्ही x cotangent x secant x आणि cosecant x ok साठी लिहू शकता
त्यामुळे पुढील गोष्ट मी करेन बद्दल बोला आपण मर्यादा आणि अनंत मर्यादा येथे अनंत आणि mi म्हणजे काय nus infinity म्हणून समजा x चा f हे m पेक्षा मोठ्या x साठी परिभाषित केलेले फंक्शन आहे किंवा m पेक्षा मोठ्या
x साठी
काही m पॉझिटिव्ह हे फंक्शन आहे तर m पेक्षा मोठ्या x साठी परिभाषित केले आहे तर आपण x च्या f च्या मर्यादेबद्दल अनंतावर बोलू शकतो म्हणून आपण मर्यादा म्हणतो x च्या f चा x जेव्हा अनंताच्या जवळ येतो तेव्हा हे l च्या बरोबर असते जर कोणतेही एप्सिलॉन पॉझिटिव्ह दिले तर तेथे एक पॉझिटिव्ह स्थिरांक अस्तित्वात आहे तेथे ak पॉझिटिव्ह आहे जसे की fx वजा चे मोड l जेव्हा x k पेक्षा मोठा असेल तेव्हा हे एप्सिलॉनपेक्षा कमी असते म्हणून अनंतावर मर्यादा घाला फक्त याचा अर्थ असा की ही x ची मर्यादा अनंताच्या बरोबरीची आहे l ही संख्या आहे l जर तुम्ही x चा f अनियंत्रितपणे l च्या जवळ आणू शकता जेव्हा जेव्हा x खूप मोठा असतो तेव्हा येथे l ही वास्तविक संख्या आहे म्हणून त्याचप्रमाणे आपण x ची f ची मर्यादा म्हणतो 0 पेक्षा मोठा एप्सिलॉन दिल्यास x ऋण अनंताच्या जवळ येतो तेव्हा ला वास्तविक संख्येच्या बरोबरीने काही ऋण संख्या n अस्तित्वात असते जसे की x n पेक्षा कमी म्हणजे f चा x वजा l निरपेक्ष मूल्यामध्ये एप्सिलॉन पेक्षा कमी असतो

त्यामुळे चित्र या supp सारखे दिसते ose आमच्याकडे काही l आहे इथे हे आमचे y बरोबर l आहे आणि मग मी कोणतेही एप्सिलॉन निवडले आणि नंतर मी l वजा एप्सिलॉन ला l प्लस एप्सिलॉन घेतले आणि आम्ही म्हणू की अनंतावर x ची f ची मर्यादा l प्रदान केली आहे येथे काही k अस्तित्वात आहे जसे की जेव्हा जेव्हा x हा x च्या kf पेक्षा मोठा असेल तेव्हा l उणे एप्सिलॉन ते l अधिक एप्सिलॉन दरम्यान असावा म्हणून हे k आहे आणि कार्य हे असे काहीतरी असू शकते या प्रकरणात आपण म्हणू की मर्यादा समान आहे त्याचप्रमाणे ऋण अनंतावर l म्हणजे जर तुमच्याकडे ही बेरीज असेल तर
या n आधी
फंक्शनने या l कडे बरोबर जावे, म्हणून कोणतेही एप्सिलॉन दिल्यास तुम्ही हे n निवडू शकता जेणेकरून फंक्शनचे मूल्य येथे काहीही असू शकते.
याचा अर्थ असा आहे की आता आपण काही उदाहरणे पाहू या, तर एक म्हणजे आपण fx बरोबर x घेतले तर x च्या f ची मर्यादा किती आहे आणि x ची f ची मर्यादा काय आहे कारण x अनंतात जातो अहो मी हे लिहू देत नाही.
मी x चा f एक x बरोबर घेतो तर मर्यादा काय आहे x च्या f चा x म्हणून x अनंत हक्कावर जातो तर काय होईल जर तुम्ही fx ला 1 बाय x बरोबर घेतले तर जर तुम्ही x ही मोठी आणि मोठी सकारात्मक वास्तविक संख्या घेतली तर 1 बाय x हा उजवीकडे लहान आणि लहान होईल म्हणजे जर तुम्ही कोणतीही धनात्मक असली तरी लहान धनात्मक वास्तविक संख्या घेतली तर तुम्ही 1 बाय x त्यापेक्षा लहान बनवू शकता
त्यामुळे x ची f ची ही मर्यादा शून्य इतकी असली पाहिजे, तर आपण ती कठोरपणे सिद्ध करण्याचा प्रयत्न करूया म्हणजे हे सिद्ध करण्यासाठी आपल्याला काय दाखवायचे आहे.
की कोणतेही एप्सिलॉन दिले तर शून्यापेक्षा मोठे एप्सिलॉन दिले तर आपल्याला ak शोधावे लागेल की जर x k पेक्षा मोठा असेल तर x चा f एप्सिलॉनपेक्षा लहान असेल तर जर आपण k घेतला तर एप्सिलॉनच्या 1 च्या बरोबरीने x पेक्षा मोठा असेल.
k च्या बरोबरी 1 बाय एप्सिलॉन याचा अर्थ असा होतो की fx जो एक बाय x आहे तो एफएक्स वजा शून्याचा मोड असलेल्या एप्सिलॉनपेक्षा कमी असला पाहिजे म्हणून x चा f एक बाय x आणि शून्य शून्य म्हणजे x x च्या बरोबरीचा आहे आणि कारण आपण x ला धन संख्या k पेक्षा मोठा मानत आहोत
त्यामुळे fx वजा शून्य हे t कमी आहे हान एप्सिलॉन सर्व x साठी k पेक्षा मोठा आहे म्हणून xx ची f ची मर्यादा अनंतात जाण्याइतकी शून्य आहे त्याचप्रमाणे x ची मर्यादा एक बाय x ऋणात्मक अनंताकडे जाते हे पुन्हा 0 आहे लक्षात घ्या की जर x ही ऋण वास्तविक संख्या असेल तर 1 by x ही नेहमी ऋण असते पण नंतर ती लहान आणि लहान ऋण होते
त्यामुळे ती aa ऋण वास्तविक संख्या बनते परंतु शून्याच्या अगदी जवळ असते
त्यामुळे हे देखील खरे आहे आता आपण या दोन गोष्टी एकत्र करू या
त्यामुळे व्याख्या एकत्र करून आपण पाहिले की एक ही व्याख्या आहे.
मर्यादा ही अनंत आहे आणि दुसरी ही अनंताची मर्यादा आहे
त्यामुळे अनंत मर्यादा आणि अनंतावरील मर्यादा यांची व्याख्या एकत्र केल्यास x ची मर्यादा x ची मर्यादा अशी परिभाषित करू शकतो x अनंताकडे जाणे अनंताच्या बरोबरीचे असेल तर
शून्यापेक्षा मोठे कोणतेही m दिले तर तेथे काही अस्तित्वात आहेत.
k शून्यापेक्षा मोठे जसे की x चा f m पेक्षा मोठा आहे सर्व x साठी k पेक्षा मोठा आहे म्हणून आम्ही म्हणतो की अनंतावर x च्या f ची मर्यादा अनंत आहे जर x च्या कोणत्याही मोठ्या मूल्यासाठी x च्या f चे मूल्य मोठे s असेल त्याचप्रमाणे आपण अनंतावरील मर्यादा वजा अनंत किंवा ऋण अनंताची मर्यादा अनंत अशी परिभाषित करू शकतो त्याचप्रमाणे एक मर्यादा fxx अनंताकडे जाणारी मर्यादा वजा अनंताच्या बरोबरीने परिभाषित करू शकतो आणि मर्यादा x fx च्या नकारात्मक अनंताकडे जाणारा fx अनंताच्या बरोबरीची आणि मर्यादा x ला जाणे.
fx ची ऋणात्मक अनंतता ऋणात्मक अनंताच्या बरोबरीची आहे, उदाहरणार्थ आपण x च्या x च्या बरोबरीचे f आणि x ची f ची मर्यादा x अनंतावर गेल्यास x च्या f च्या अनंत मर्यादेइतकी x नकारात्मक अनंताकडे जाते म्हणून x च्या अनंत मर्यादेच्या बरोबरीचे आहे.
ऋण अनंत बरोबर कारण आपल्याकडे x च्या समान fx आहे म्हणून जर x मोठी धन संख्या असेल तर fx ही देखील मोठी धन संख्या आहे आणि जर x ची f जर x मोठी ऋण संख्या असेल तर x चा f मोठी ऋण संख्या असेल तर आपण g घेतले तर x बरोबर x चौरस असेल तर येथे x ची g ची मर्यादा x अनंतापर्यंत पोहोचल्यावर ही अनंततेच्या बरोबरीची आहे आणि ही x ची g मर्यादा देखील आहे कारण x नकारात्मक अनंताच्या जवळ जातो परंतु अनंतावर काही मर्यादा पाहू या जी exi होत नाही st म्हणून x च्या sine म्हणण्याची प्रश्नमर्यादा x अनंततेच्या बरोबरीने पोहोचते तेव्हा आठवते की x ची साइन हे नियतकालिक फंक्शन आहे आणि कोणत्याही m pi ची sine ही सर्व पूर्णांक m साठी शून्य आहे
आणि आपण कोणतेही दोन m घेतल्यास त्याची साइन आहे pi plus pi by two नंतर हे सर्व पूर्णांक m साठी पुन्हा एक च्या बरोबरीचे आहे
म्हणून आता आपण येथे पाहिले तर x ची sine ची मर्यादा ठरवण्यासाठी x ची sine घेतल्यास काय होते हे आपल्याला पहावे लागेल ते म्हणजे x म्हणून या फंक्शनचे काय होते मोठे आणि मोठे होत जाते परंतु आपण हे पाहतो की या फंक्शनमध्ये तुमच्याकडे x बरोबर 0 pi आणि नंतर 2 pi आहे आणि नंतर हे बरोबर पुनरावृत्ती होत राहते, म्हणून
तुम्ही x ची साइन कितीही मोठी असली तरीही नकारात्मक एक आणि एक दरम्यान दोलन होत राहते.
हे वजा एक आहे म्हणून या प्रकरणात x ची साइन दोन pi लांबीच्या कोणत्याही अंतराने
ऋण एक आणि एक दरम्यान दोलन करत राहिल्याने आपण पाहतो की x च्या साइनची मर्यादा x अनंताच्या जवळ येत नाही म्हणून हे एक उदाहरण आहे जेथे inf वर कार्य मर्यादा inity बरोबर अस्तित्वात नाही

त्यामुळे तुम्ही l चे कोणतेही मूल्य घेतले तरीही तुम्ही l वजा एप्सिलॉन ते l अधिक एप्सिलॉन दरम्यानचे फंक्शन x ला निवडून मोठे बनवू शकत नाही कारण तुम्हाला माहिती आहे की फंक्शन नकारात्मक एक मधील सर्व मूल्ये घेईल आणि एक म्हणून तुम्ही l काहीही निवडले तरी ते x च्या सर्व मोठ्या मूल्यांसाठी l च्या जवळ राहणे शक्य होणार नाही
त्यामुळे x च्या साइनची मर्यादा त्याचप्रमाणे x च्या cos ची मर्यादा अस्तित्वात नाही कारण x अनंततेच्या जवळ येते.
तसेच अस्तित्त्वात नाही त्याचप्रमाणे xx जवळ येणा-या अनंताची मर्यादा देखील अस्तित्वात नाही काही गुणधर्म पुन्हा अस्तित्त्वात नाहीत म्हणून समजा x ची f ची मर्यादा x अनंताच्या बरोबरीने l एक आणि xx च्या g ची मर्यादा l दोनच्या बरोबरीने अनंतापर्यंत पोहोचते जेथे l एक आणि l दोन वास्तविक संख्या आहेत तर
अनंतावर fx अधिक gx ची मर्यादा l एक अधिक l दोन समान आहे म्हणून एका बिंदूवरील मर्यादेसाठी हा फक्त हा बेरीज नियम आहे a जर मर्यादा मर्यादित l एक आणि l दोन असतील तर बेरीजची मर्यादा कार्याचे l एक आणि l एक अधिक l दोन या मर्यादेची बेरीज आहे म्हणून हे सिद्ध केले जाऊ शकते जसे आपण इतर प्रकरणांसाठी दाखवले आहे त्याचप्रमाणे जर आपल्याकडे x ची f ची मर्यादा l एक असेल आणि x च्या g ची मर्यादा l दोन असेल तर मर्यादा उत्पादन fx गुणा dx समान आहे l एक गुणिले l दोन देखील भागासाठी भाजक शून्य नसावा म्हणून जर fx ची मर्यादा l एक असेल आणि x ची मर्यादा l दोन असेल तर l 1 असेल कोणतीही वास्तविक संख्या आहे आणि l 2 ही शून्य नसलेली वास्तविक संख्या आहे l 2 zen rl दोन शून्य बरोबर नाही तर fx बाय gx ची मर्यादा l एक बाय l दोन बरोबर आहे म्हणून येथे l एक शून्य असू शकतो परंतु l दोन असणे आवश्यक आहे या
निष्कर्षासाठी शून्य नसावे.
fx ची अनंतता ही अनंतावर x ची g ची 0 मर्यादा आहे जी 0 देखील आहे fx ची मर्यादा gxfx by gx च्या बरोबरीची आहे x ला एक ने x वर्गाने भागले म्हणजे हे x च्या बरोबरीचे आहे आणि
म्हणून x अनंताच्या जवळ आल्यावर fx ची gx ची मर्यादा ही अनंततेच्या बरोबरीची आहे परंतु मी gx द्वारे fx पाहिल्यास आणि कोणत्याही x शून्यासाठी हे एक x बरोबर आहे शून्यावर म्हणून fx ची gx ची मर्यादा ही 0 च्या बरोबरीची आहे आणि fx समान घेऊन एक स्थिरांक भागिले x आणि gx समान ने x ने भागिले तर आपण पाहतो की
x ची f मर्यादा आहे कारण x अनंताच्या जवळ येतो 0 ही जी x च्या g ची मर्यादा देखील आहे जसे x अनंताच्या जवळ येत आहे आणि x च्या g च्या fx ची मर्यादा आपण पहात आहे की x च्या g च्या fx या प्रकरणात स्थिर c आहे
त्यामुळे मर्यादा c च्या बरोबर आहे म्हणून पुन्हा हे देते जर fx आणि gx ची मर्यादा दोन्ही 0 असेल तर ते अनिश्चित फॉर्म म्हणतात जर दोन्ही अनंत असतील तर अनिश्चित रूपे मिळतील म्हणून शून्य बाय शून्य किंवा अनंत बाय अनंत हे अनंताच्या मर्यादेसाठी अनिश्चित रूपे आहेत त्याचप्रमाणे जर आपल्याकडे x ची f मर्यादा असेल तर x च्या g ची अनंतता आणि मर्यादा ऋणात्मक अनंत आहे n fx वजा gx ची मर्यादा काय आहे हे आपण सर्वसाधारणपणे सांगू शकत नाही
त्यामुळे अनंत वजा अनंत हे देखील एक अनिश्चित स्वरूप आहे तसेच शून्य गुणा अनंत ठीक आहे, मग आपण चर्चा केली आहे की आपण आतापर्यंतच्या मर्यादा डाव्या हाताच्या आणि उजव्या हाताच्या मर्यादेवर चर्चा केल्या आहेत.

वास्तविक संख्या असण्याची मर्यादा म्हणजे काय हे आपण पाहिले आहे l आपण काही उदाहरणे देखील पाहिली आहेत जिथे मर्यादा अस्तित्वात नाहीत l आपण पाहिले आहे की मर्यादा अस्तित्वात आहे किंवा अनंत अनंत आहे याचा अर्थ काय आहे
आता अनंत आणि वजा अनंत ही संख्या नाहीत परंतु आपण म्हणतो की मर्यादा अनंताच्या बरोबरीची आहे जर फंक्शन अनियंत्रितपणे मोठे केले जाऊ शकते आणि ऋण अनंत हे अनियंत्रितपणे लहान केले जाऊ शकते तर ते अनियंत्रितपणे मोठे ऋण संख्या बनवता येते, तर आपण अनंतावर मर्यादा आणि ऋण अनंतावर मर्यादा या सर्व संकल्पना देखील पाहिल्या.
फंक्शनचे गुणधर्म ठरवण्यासाठी खूप उपयुक्त आहेत जसे की फंक्शनचा आलेख काढणे जर तुम्हाला अनंत ऋणात्मक अनंताची मर्यादा आणि कुठे li mit हे अनंत किंवा ऋण अनंताच्या बरोबरीचे आहे तर तुम्ही फंक्शनचा आलेख सहज काढू शकता आणि फंक्शनबद्दल काही गुणधर्म देखील काढू शकता
त्यामुळे पुढील लेक्चरमध्ये आपण मर्यादा वापरून कॅल्क्युलसमधील अतिशय उपयुक्त संकल्पना परिभाषित करू जे डेरिव्हेटिव्हच्या संकल्पना आहेत फंक्शनचे आणि आपण फंक्शनचे व्युत्पन्न कसे मोजायचे ते पाहू त्याचे भौतिक महत्त्व काय आहे आणि नंतर आपण डेरिव्हेटिव्हजचे बरेच अनुप्रयोग देखील पाहू आपण सतत फंक्शन परिभाषित करण्यासाठी मर्यादा वापरू आणि नंतर सतत फंक्शन्सच्या काही गुणधर्मांवर चर्चा करू धन्यवाद