नमस्ते और सीमा पर चौथे व्याख्यान में आपका स्वागत है,
इसलिए पिछले व्याख्यान में हमने अनंत सीमाओं के बारे में चर्चा की और फिर हमने
कार्यों के योग के संबंध में सीमाओं के कुछ गुणों को देखा और फिर हमने कार्यों के उत्पाद के साथ शुरुआत की तो चलिए मैं इसके साथ जारी रखता हूं
इसलिए पिछली बार हम इस प्रमेय पर रुके थे यदि x की f की सीमा अनंत है और x के g की सीमा
l है और मान लीजिए l गैर-शून्य है तो उत्पाद फ़ंक्शन की सीमा fx गुना gx यह है अनंत के बराबर अगर l धनात्मक है और यह ऋणात्मक अनंत है यदि l ऋणात्मक है तो मुझे l धनात्मक के मामले के लिए यह साबित करने दें कि l धनात्मक है तो हमें जो दिखाना है वह यह है कि
m को शून्य से बड़ा दिया जाए जिसकी हमें आवश्यकता है हमें डेल्टा सकारात्मक खोजने की जरूरत है जैसे कि मॉड एक्स माइनस ए डेल्टा एक्स से कम नहीं है, इसका मतलब यह होगा कि एफएक्स गुना जीएक्स एम से अधिक है,
इसलिए सबसे पहले हम जो जानते हैं वह यह है कि एक्स के जी की सीमा एक तक जा रही है एल के बराबर है लेने से और l सकारात्मक है
इसलिए epsilon को l बटा दो के बराबर लेने से जो सकारात्मक भी है हम एक डेल्टा पा सकते हैं मुझे डेल्टा 1 सकारात्मक लिखने दें जैसे कि mod x माइनस डेल्टा से कम 1 0 से अधिक इसका अर्थ है x का g घटा l पूर्ण मान में epsilon से कम है जो l बटा दो के बराबर है जिसका अर्थ है कि x का g x के
l बटा दो g से बड़ा है इस मामले में l बटा दो और तीन l बटा दो के बीच है लेकिन हमें x के केवल इस g की आवश्यकता है इसी तरह से l से दो से अधिक
इसलिए क्योंकि x की f की सीमा अनंत के बराबर है, डेल्टा 2 धनात्मक मौजूद है जैसे कि mod x ऋणात्मक डेल्टा दो से कम का अर्थ होगा कि x का f
आपके द्वारा लिए गए किसी भी धनात्मक संख्या m से अधिक है और फिर फिर से हम लिखेंगे कि यह एम क्या होना चाहिए उसके लिए यदि हम ऐसा लेते हैं यदि डेल्टा न्यूनतम डेल्टा एक और डेल्टा दो के बराबर है तो मॉड एक्स घटा डेल्टा से कम और 0 से अधिक इसका मतलब यह होगा कि x का एफएक्स गुना जी m से एक गुना l बटा दो से बड़ा है और हम जो चाहते हैं वह है t हैट यह m से बड़ा होना चाहिए
इसलिए हम m को एक गुना l बटा दो बराबर m चुनते हैं जिसका अर्थ है कि m एक को दो बार m बटा l के बराबर होना चाहिए,
इसलिए यदि मैं m एक को दो m बटा l चुनता हूं तो m एक गुना l से दो एम के बराबर है और यह कहता है कि एफएक्सडीएक्स एम से बड़ा है जब भी मॉड एक्स माइनस ए डेल्टा से कम होता है तो एफएक्सजीएक्स की सीमा अनंत के बराबर होती है इसी तरह हम शून्य से कम के लिए साबित कर सकते हैं तो मुझे उस हिस्से को छोड़ दें जो हम करेंगे देखें कि क्या होता है यदि l शून्य के बराबर है तो यह अधिक महत्वपूर्ण है
इसलिए प्रश्न क्या है यदि l शून्य के बराबर है तो क्या सीमा शून्य के बराबर है क्या यह अनंत है यह कुछ और है तो आइए पहले उदाहरण पर विचार
करें आइए हम fx को बराबर मान लें 1 बटा x वर्ग x 0 के बराबर नहीं है और x का g बराबर x वर्ग के बराबर है,
इसलिए इस मामले में यहां 0 पर x की f की सीमा x के g की अनंत सीमा है, यदि हम fx और gx को गुणा करते हैं तो यह शून्य के बराबर है।
सभी x के लिए एक के बराबर है शून्य के बराबर नहीं है
इसलिए fxgx की सीमा
t .
में एक के बराबर है उसका मामला तो यहाँ हम एक उदाहरण देखते हैं जहाँ fx की सीमा gx की अनंत सीमा शून्य है और उत्पाद की सीमा अब एक है यदि हम इसे x वर्ग से बदलते हैं तो यदि हम बदलते हैं तो मुझे
x का g बदलकर ऐसा लिखने दें किसी भी स्थिर समय x वर्ग में हम देखते हैं कि x का fx गुणा g तब c के बराबर होता है x के लिए शून्य के बराबर नहीं होता है और
इसलिए fx गुणा gx की सीमा स्थिर c के बराबर होती है,
इसलिए हम देखते हैं कि उत्पाद के लिए यदि कोई जा रहा है अनंत तक और दूसरा शून्य पर जा रहा है, सीमा को किसी भी वास्तविक संख्या के रूप में बनाया जा सकता है जिसे हम फिर से चाहते हैं देखते हैं कि क्या हम इसे अनंत बना सकते हैं क्या हम इसे अगला उदाहरण बना सकते हैं हम फिर से fx को एक के बराबर होने के लिए लेते हैं x का x वर्ग और g का x के बराबर होना है तो यहाँ फिर से x के f की सीमा x की g की अनंत सीमा शून्य है लेकिन fx गुणा dx x के लिए एक बटा x के बराबर होगा जो शून्य के बराबर नहीं है और फिर हम देखते हैं कि
इसलिए यदि हम fx गुणा gx के बाएं हाथ की सीमा की गणना करते हैं तो यह ऋणात्मक अनंत और दाहिने हाथ के बराबर है सीमा सकारात्मक अनंत है
इसलिए हम देखते हैं कि इस मामले में बाएं हाथ की सीमा और दाहिने हाथ की सीमाएं बराबर नहीं हैं और वे अनंत या शून्य अनंत हैं यदि मैं x घन के बराबर x वर्ग gx के बराबर fx लेता हूं तो सीमा की सीमा fx बार gxfx एक बटा x वर्ग है gx x घन है
इसलिए गुणनफल x है और यह सीमा 0 है
इसलिए अनंत समय की सीमा 0 यह 0 हो सकती है यह अनंत हो सकती है यह शून्य से अनंत हो सकती है यह कोई भी वास्तविक संख्या हो सकती है
इसलिए यह फिर से एक अनिश्चित रूप है निष्कर्ष अनंत काल 0 भी है और अनिश्चित रूप है और सीमा समस्या पर निर्भर करती है,

इसलिए आपको कभी भी सीमा को शून्य के बराबर लिखने की गलती नहीं करनी चाहिए क्योंकि एक फ़ंक्शन की सीमा शून्य है ठीक है आपके पास है यह देखने के लिए कि दूसरी सीमा परिमित है या नहीं दूसरी बात यह है कि यदि fx और gx दोनों की सीमा अनंत है तो हम कह सकते हैं कि उत्पाद की सीमा क्या है यदि x की f की सीमा अनंत है और x की g की सीमा है इसके अलावा o अनंत तो उत्पाद की सीमा अनंत है और दूसरी है यदि सीमा में से एक अनंत है और दूसरी ऋणात्मक अनंत है यदि x की f की सीमा अनंत है और x की g की सीमा ऋणात्मक अनंत है तो fx की सीमा gx गुणा ऋणात्मक अनंत है और आपके पास ऋणात्मक अनंत होने के लिए दोनों सीमाएं हो सकती हैं, फिर उत्पाद है उत्पाद की सकारात्मक अनंतता के बराबर होने की सीमा है, ऐसा

इसलिए है क्योंकि दो नकारात्मक संख्याओं का उत्पाद एक सकारात्मक संख्या देता है,

इसलिए इन चीजों का उपयोग करके आप फिर से साबित कर सकते हैं प्रतिगमन परिभाषा लेकिन उन्हें सहज रूप से स्पष्ट होना चाहिए क्योंकि यदि आपके पास एफएक्स और जीएक्स दोनों बड़ी सकारात्मक संख्या हैं तो उत्पाद को फिर से बड़ी सकारात्मक संख्या होनी चाहिए यदि एफएक्स में से एक बड़ी सकारात्मक संख्या है तो दूसरी बड़ी नकारात्मक संख्या है तो उत्पाद आपको देगा बड़ी ऋणात्मक संख्या है और यदि दोनों बड़ी ऋणात्मक संख्याएँ हैं तो गुणनफल बड़ी धनात्मक संख्या होगी

इसलिए यह प्रमेय केवल इतना ही बता रहा है कि समस्या यह है कि यदि आपके पास एक बड़ी नकारात्मक सकारात्मक संख्या है तो दूसरी एक छोटी सकारात्मक संख्या है, उस स्थिति में हम यह नहीं कह सकते हैं कि उत्पाद एक बड़ी सकारात्मक संख्या होगी या एक छोटी सकारात्मक संख्या होगी या यह कोई अन्य स्थिरांक होगा तो चलिए संक्षेप में बताते हैं हम सीमा रूपों को लिखेंगे

इसलिए यदि हमारे पास अनंत है तो एक सीमा अनंत है दूसरा कुछ स्थिर है तो यह हमेशा अनंत के बराबर होता है हमारे पास शून्य से अनंत और कोई स्थिरांक होता है तो वह शून्य से अनंत के बराबर होता है ध्यान दें कि ये सिर्फ यह कहने के लिए संकेतन हैं यदि एक फ़ंक्शन की सीमा अनंत है और दूसरा एक स्थिर है, तो यह योग अनंत है, इसी तरह एक फ़ंक्शन की सीमा ऋणात्मक अनंत है, दूसरे फ़ंक्शन की सीमा एक स्थिर है, तो सीमा ऋणात्मक अनंत अनंत और अनंत होनी चाहिए, यह अनंत घटा अनंत देता है फिर माइनस इनफिनिटी जो आपको माइनस इन्फिनिटी देगा और अगर मेरे पास इन्फिनिटी टाइम्स इनफिनिटी है तो यह इन्फिनिटी इन्फिनिटी के बराबर है माइनस इन्फिनिटी माइनस इन्फिनिटी माइनस इन्फिनिटी टाइम्स माइनस इन्फिनिटी इन्फिनिटी के बराबर है,

इसलिए इन मामलों में सीमाएँ निर्धारित हैं कि ये इसके बराबर होने के लिए दिए गए हैं, कुछ अनिश्चित रूप भी हमने देखे हैं कि इन्फिनिटी माइनस इनफिनिटी यह हम यह नहीं कह सकते कि यह समान रूप से शून्य गुना है अनंत यह एक अनिश्चित रूप है 0 बटा 0 यह हमने पहले देखा है कि यदि अंश और हर दोनों की सीमाएं 0 हैं तो भागफल की सीमा यह समस्या से समस्या पर निर्भर करती है यह एक वास्तविक संख्या हो सकती है या यह 0 या हो सकती है यह अनंत से अनंत अनंत हो सकता है जो फिर से एक अनिश्चित रूप है और बाद में हम कुछ और अनिश्चित रूप देखेंगे तो मुझे एक उदाहरण देना चाहिए जहां त्रिकोणमितीय कार्यों के लिए सीमा अनंत है, मुझे यकीन है कि आपने त्रिकोणमितीय कार्यों को देखा है,

इसलिए एक उदाहरण क्या है क्या हम कह सकते हैं कि x के टैन की सीमा pi के 2 तक पहुंचती है।

तो हम जानते हैं कि हम जानते हैं कि x का टैन साइन x बाय कॉस x भी साइन है।

पाई बटा 2 बराबर 1 है और पाई बटा 2 शून्य के बराबर है

इसलिए टैन पाई बटा टू अपरिभाषित है

इसलिए पीआई बटा टू का टैन परिभाषित नहीं है लेकिन एक्स के टैन को एक छोटे से अंतराल में परिभाषित किया गया है जिसमें पाई बटा दो है और

इसलिए यदि हम देखते हैं कि यह एक और चीज है जो हम जानते हैं कि एक्स का कॉस भी सकारात्मक है यदि एक्स 0 से पीआई तक 2 है और एक्स का कॉस नकारात्मक है यदि एक्स पीआई से दो से पीआई तक है तो शायद मैं कॉस का ग्राफ खींच सकता हूं x तो यह शून्य पर z है यह एक है क्योंकि x का ग्राफ इस तरह दिखता है कि आपके पास शून्य pi बटा दो है और फिर यह pi है

इसलिए x का cos of pi बटा दो शून्य है और जब आप अंतराल में होते हैं तो यह सकारात्मक होता है 0 से pi बटा 2 यह ऋणात्मक होता है जब आप pi से 2 से pi तक वास्तव में 3 pi बटा 2 होते हैं तो यह ऋणात्मक होता है

इसलिए इसलिए 1 की सीमा cos x के रूप में x बाईं ओर से pi से 2 तक जाती है 1 बटा कॉस x की हस्त सीमा यह धनात्मक अनंत के बराबर होगी और एक बटा कॉस x के दाहिने हाथ की सीमा यह ऋणात्मक अनंत और xa की ज्या सीमा के बराबर है टी पीआई बटा दो यह एक के बराबर है

इसलिए उत्पाद नियम से हम जानते हैं कि

इसलिए एक्स के तन की बाएं हाथ की सीमा अनंत के बराबर है और एक्स के तन की दाहिने हाथ की सीमा नकारात्मक अनंत के बराबर है यह आप भी देख सकते हैं एक्स के टैन के ग्राफ से जो इस पीआई पर 2 से परिभाषित नहीं है और 0 से जब आप पीआई से 2 तक जाते हैं तो यह अनंत तक जाता है फिर यह पीआई पर 0 होता है और इस तरफ यह इस तरह से पीआई पर 2 से जाता है यदि आप बायीं ओर से pi को 2 से आगे बढ़ाते हैं तो x का tan बड़ा और बड़ा धनात्मक वास्तविक संख्या बन जाता है,

इसलिए tan x अनंत तक जाता है क्योंकि x बाईं ओर से pi तक 2 से जाता है जबकि यदि आप pi को दाईं ओर से 2 से बढ़ाते हैं तो x का tan बड़ी और बड़ी ऋणात्मक संख्या हो जाती है

इसलिए टैन x की दाहिनी हाथ की सीमा pi बटा 2 पर टैन x की सीमा ऋणात्मक अनंत के बराबर होती है इसी तरह आप x cotangent x secant x और cosecant x की खाट के लिए लिख सकते हैं तो अगली बात मैं करूंगा इस बारे में बात करें कि अनंत सीमा पर अनंत और मील की सीमा से हमारा क्या मतलब है nus infinity तो मान लीजिए कि x का f एक ऐसा फलन है, जिसे m से अधिक x के लिए परिभाषित किया गया है या कुछ m धनात्मक है यदि इसे m से बड़े सभी x के लिए परिभाषित किया गया है तो हम अनंत पर x की f की सीमा के बारे में बात कर सकते हैं ,

इसलिए हम सीमा कहते हैं एक्स के एफ के रूप में एक्स अनंत के करीब पहुंचता है यह एल के बराबर है यदि कोई ईपीएसलॉन सकारात्मक दिया जाता है तो वहां एक सकारात्मक स्थिरांक मौजूद होता है एक सकारात्मक होता है जैसे कि एफएक्स माइनस एल का

मोड ईपीएसलॉन से कम होता है जब भी एक्स के से बड़ा होता है तो अनंत पर सीमा इसका सीधा सा मतलब है कि यह एक्स पर सीमा है अनंत के बराबर एक संख्या है यदि आप एक्स के एफ को मनमाने ढंग से एल के करीब बना सकते हैं जब भी एक्स बहुत बड़ा होता है तो यहां एल एक वास्तविक संख्या है
इसलिए इसी तरह हम एक्स के एफ की सीमा कहते हैं जैसे ही x ऋणात्मक अनंत तक पहुंचता है, वास्तविक संख्या के बराबर होता है यदि दिया गया एप्सिलॉन 0 से बड़ा है तो कुछ ऋणात्मक संख्या n मौजूद है जैसे कि n से कम x का अर्थ है f का x ऋणात्मक l पूर्ण मान में epsilon से कम है,
इसलिए चित्र इस तरह दिखता है ose हमारे पास यहाँ कुछ l है यह हमारा y बराबर l है और फिर अगर मैं कोई एप्सिलॉन चुनता हूं और फिर अगर मैं l घटाकर epsilon से l प्लस एप्सिलॉन लेता हूं और हम कहेंगे कि अनंत पर x की f की सीमा l के बराबर है यहाँ कुछ k मौजूद हैं जैसे कि जब भी x, x के kf से बड़ा हो, l माइनस एप्सिलॉन से l प्लस एप्सिलॉन के बीच होना चाहिए, तो यह k है और फ़ंक्शन यह कुछ इस तरह हो सकता है इस मामले में हम कहेंगे कि सीमा बराबर है इसी तरह ऋणात्मक अनंतता पर इसका मतलब है कि यदि आपके पास यह राशि n है, तो इससे पहले कि फ़ंक्शन को इस l के रूप में सही पहुंचना है,
इसलिए किसी भी एप्सिलॉन को देखते हुए आप इसे n चुन सकते हैं जैसे कि फ़ंक्शन का मान यहां कुछ भी हो सकता है।
इसका मतलब यह है कि अब कुछ उदाहरणों से देखते हैं तो एक यह है कि यदि हम x के बराबर fx लेते हैं और x की f की सीमा और x की f की सीमा के रूप में x अनंत तक जाती है तो मुझे इसे नहीं लिखना चाहिए तो चलिए मैं x का f बराबर एक बटा x लेता हूं तो सीमा क्या है x के f के रूप में x अनंतता के दावे में जाता है तो क्या होता है यदि आप fx को 1 बटा x के बराबर लेते हैं तो यदि आप x को एक बड़ा और बड़ा धनात्मक वास्तविक संख्या मानते हैं तो 1 बटा x छोटा और छोटा हो जाएगा, इसका मतलब है कि यदि आप कोई धनात्मक लेकिन छोटी धनात्मक वास्तविक संख्या लेते हैं, तो आप 1 बटा x को उससे छोटा बना सकते हैं ,
इसलिए x की f की यह सीमा शून्य के बराबर होनी चाहिए, आइए हम इसे सख्ती से साबित करने का प्रयास करें ताकि यह साबित हो सके कि हमें जो दिखाना है वह है कि किसी भी एप्सिलॉन को दिया जाए तो एप्सिलॉन को शून्य से बड़ा दिया जाए तो हमें ak को ऐसे खोजना होगा कि यदि x, k से बड़ा हो तो x का f एप्सिलॉन से कम हो,
इसलिए यदि हम k को एप्सिलॉन से 1 के बराबर लेते हैं तो x से बड़ा k बराबर 1 बटा एप्सिलॉन इसका तात्पर्य है कि fx जो कि एक बटा x है, को एप्सिलॉन से कम होना चाहिए जो कि fx माइनस जीरो का मॉड है
इसलिए x का f एक बटा x के बराबर है और माइनस ज़ीरो जो कि एक बटा x के बराबर है और क्योंकि हम x को एक धनात्मक संख्या k से बड़ा मान रहे हैं
इसलिए fx घटा शून्य यह कम है t हान एप्सिलॉन सभी x के लिए k से बड़ा है
इसलिए xx की f की अनंत तक जाने की सीमा शून्य के बराबर है इसी तरह एक बटा x की सीमा के रूप में x ऋणात्मक अनंत तक जाता है यह फिर से है 0 ध्यान दें कि यदि x एक ऋणात्मक वास्तविक संख्या है तो 1 ब x हमेशा ऋणात्मक होता है लेकिन फिर यह एक छोटा और छोटा ऋणात्मक हो जाता है
इसलिए यह एक ऋणात्मक वास्तविक संख्या बन जाता है लेकिन शून्य के बहुत करीब होता है
इसलिए यह भी सच है कि अब हम इन दो चीजों को मिलाते हैं ताकि परिभाषाओं को मिलाकर हमने देखा कि एक की परिभाषा है सीमा अनंत है और दूसरा अनंत पर सीमा है
इसलिए अनंत सीमा और अनंत पर सीमा की परिभाषाओं को मिलाकर
हम x की f की सीमा को परिभाषित कर सकते हैं क्योंकि x अनंत तक जा रहा है अनंत के बराबर हो सकता है यदि
शून्य से बड़ा कोई मीटर दिया गया हो तो कुछ मौजूद है k शून्य से बड़ा है जैसे कि x का f , सभी x के लिए m से बड़ा है, k से बड़ा है,
इसलिए हम कहते हैं कि अनंत पर x की f की सीमा अनंत है यदि x के किसी बड़े मान के लिए x का f का मान बड़ा s है इसी तरह हम अनंत पर सीमा को माइनस इनफिनिटी या लिमिट को नेगेटिव इनफिनिटी से इनफिनिटी के रूप में परिभाषित कर सकते हैं, इसी तरह कोई भी माइनस इनफिनिटी के बराबर अनंत तक जाने वाली लिमिट fxx को परिभाषित कर सकता है और लिमिट x को अनंत के बराबर fx के नेगेटिव इन्फिनिटी में जा रहा है और लिमिट x को जा रहा है एफएक्स की ऋणात्मक अनंतता ऋणात्मक अनंत के बराबर है, उदाहरण के लिए यदि हम एक्स के बराबर एक्स और एक्स के एफ की सीमा को अनंत तक ले जाते हैं तो यह एक्स के एफ की अनंत सीमा के बराबर है क्योंकि एक्स नकारात्मक अनंत तक जाता है यह बराबर है ऋणात्मक अनंत सही है क्योंकि हमारे पास x के बराबर fx है
इसलिए यदि x बड़ी धनात्मक संख्या है तो fx भी एक बड़ी धनात्मक संख्या है और यदि x का f यदि x एक बड़ी ऋणात्मक संख्या है तो x का f बड़ा ऋणात्मक संख्या है यदि हम g का मान लें x के बराबर x वर्ग तो यहाँ x के g की सीमा जैसे x अनंत के पास पहुँचती है यह अनंत के बराबर है और यह x की g की सीमा भी है क्योंकि x ऋणात्मक अनंत तक पहुँचता है लेकिन अनंत पर कुछ सीमा देखते हैं जो कि नहीं है सेंट तो
एक्स की साइन की प्रश्न सीमा के रूप में एक्स अनंत के बराबर पहुंचता है,
इसलिए याद रखें कि एक्स की साइन एक आवधिक कार्य है और किसी भी एम पीआई की साइन यह सभी पूर्णांक एम के लिए शून्य के बराबर है
और अगर हम कोई दो मीटर लेते हैं तो साइन पीआई प्लस पीआई दो तो यह सभी पूर्णांक एम के लिए फिर से एक के बराबर है
इसलिए अब अगर हम यहां देखें कि क्या होता है यदि एक्स की साइन की सीमा निर्धारित करने के लिए एक्स की साइन की सीमा निर्धारित करने के लिए हमें यह देखना है कि एक्स के रूप में इस फ़ंक्शन का क्या होता है बड़ा और बड़ा हो जाता है लेकिन हम जो देखते हैं वह यह है कि यह फ़ंक्शन आपके पास x के बराबर 0 pi और फिर 2 pi है और फिर यह सही दोहराता रहता है
इसलिए

आप x की साइन कितनी भी बड़ी लें, नकारात्मक एक और एक के बीच दोलन करता रहता है यह एक है यह माइनस वन है
 इसलिए इस मामले में चूंकि x की साइन
ऋणात्मक एक और एक के बीच दो pi लंबाई के किसी भी अंतराल में दोलन करती रहती है, हम देखते हैं कि x की साइन की सीमा x के रूप में अनंत तक पहुंचती है, यह मौजूद नहीं है,
 इसलिए यह एक उदाहरण है जहां सूचना पर कार्य की सीमा inity ठीक से मौजूद नहीं है
 इसलिए यहाँ कोई फर्क नहीं पड़ता कि आप l का कितना मूल्य लेते हैं, आप x को बड़ा चुनकर फ़ंक्शन को l माइनस एप्सिलॉन से l प्लस एप्सिलॉन के बीच नहीं बना सकते क्योंकि आप जानते हैं कि फ़ंक्शन नकारात्मक के बीच सभी मानों को ले जाएगा।
  और एक तो कोई फर्क नहीं पड़ता कि आप क्या चुनते हैं, यह एक्स के सभी बड़े मूल्यों के लिए एल के करीब रहने के करीब नहीं होगा,
 इसलिए एक्स की साइन की सीमा मौजूद नहीं है इसी तरह एक्स के कॉस की सीमा जैसे एक्स अनंत तक पहुंचती है कि भी मौजूद नहीं है इसी तरह xx की सीमा को अनंत तक पहुंचने के लिए फिर से कुछ गुण मौजूद नहीं हैं,
 इसलिए मान लें कि x की f की सीमा जैसे ही x अनंत तक पहुंचती है, l एक के बराबर है और xx के g की सीमा l दो के बराबर अनंत तक पहुंचती है जहां l एक और l   दो वास्तविक संख्याएं हैं तो
अनंत पर एफएक्स प्लस जीएक्स की सीमा एल एक प्लस एल दो के बराबर है,
 इसलिए यह एक बिंदु पर सीमा के लिए सिर्फ यह योग नियम है यदि सीमाएं सीमित हैं एल एक और एल दो तो योग की सीमा समारोह के सीमा l एक और l एक जोड़ l दो का योग है,
 इसलिए यह साबित किया जा सकता है जैसे हमने अन्य मामलों के लिए दिखाया है इसी तरह यदि हमारे पास x की f की सीमा l एक है और x की g की सीमा l दो है तो सीमा गुणनफल fx गुना dx बराबर है l एक गुना l दो भी भागफल के लिए हर शून्य नहीं होना चाहिए
 इसलिए यदि अनंत पर fx की सीमा l एक है और x के g की सीमा l दो के बराबर है जहां l 1   कोई भी वास्तविक संख्या है और l 2 एक गैर शून्य वास्तविक संख्या है l 2 ज़ेन rl दो शून्य के बराबर नहीं है तो fx बटा gx की सीमा l एक बटा l दो के बराबर है,
 इसलिए यहां l एक शून्य हो सकता है लेकिन l दो को करना होगा इस निष्कर्ष के लिए अब शून्य न हो
यदि सीमा l2 0 है तो हमें एक अनिश्चित रूप मिलता है
 इसलिए उदाहरण के लिए मुझे एक उदाहरण करने दें ताकि fx बराबर एक बटा x और gx बराबर 1 बटा x वर्ग हो, तो यहां x की सीमा जा रही है fx की
अनंतता, अनंत पर x के g की 0 सीमा है जो कि 0 भी है, fx की सीमा बटा gxfx बटा gx बराबर एक बटा है x को एक बटा x वर्ग से विभाजित किया जाता है,
 इसलिए यह x के बराबर है और
 इसलिए fx बटा gx की सीमा के रूप में x अनंत के करीब पहुंचता है, यह अनंत के बराबर है, लेकिन अगर मैं gx बटा fx को देखता हूं और यह किसी भी x के लिए एक बटा x के बराबर है शून्य करने के लिए
 इसलिए gx बटा fx की सीमा 0 के बराबर है और fx को एक स्थिरांक के बराबर x और gx को एक बटा x से विभाजित करने पर हम देखते हैं कि हमारे पास x की f की सीमा है क्योंकि x अनंत तक पहुंचता है 0 जो कि x के g की सीमा भी है क्योंकि x अनंत तक पहुंचता है और x के g द्वारा fx की सीमा आप देखते हैं कि इस मामले में x के g द्वारा fx स्थिर है
 इसलिए सीमा c के बराबर है
 इसलिए फिर से यह देता है यह अनिश्चित रूप कहता है यदि fx और gx की सीमा दोनों 0 हैं समान रूप से यदि दोनों अनंत हैं तो अनिश्चित रूप प्राप्त होंगे
 इसलिए शून्य से शून्य या अनंत द्वारा अनंत अनंत पर सीमा के लिए अनिश्चित रूप हैं और
इसी तरह यदि हमारे पास x की f की सीमा है x के g की अनंतता और सीमा ऋणात्मक अनंत है n हम सामान्य रूप से यह नहीं कह सकते हैं कि fx माइनस gx की सीमा क्या है
 इसलिए इन्फिनिटी माइनस इनफिनिटी यह भी एक अनिश्चित रूप है, शून्य गुना अनंत ठीक है तो हमने जो चर्चा की है वह है हमने अब तक की सीमा पर एक बिंदु पर चर्चा की है बाएं हाथ और दाहिने हाथ की सीमा हमने देखा है कि सीमा के वास्तविक संख्या होने का क्या अर्थ है l हमने कुछ उदाहरण भी देखे हैं जहां सीमाएं मौजूद नहीं हैं हमने देखा है कि अनंत या ऋण अनंत होने की सीमा के लिए इसका क्या अर्थ है
अब अनंत और शून्य अनंत ये संख्या नहीं हैं लेकिन हम कहते हैं कि अनंत के बराबर सीमाएँ यदि फ़ंक्शन को मनमाने ढंग से बड़ा और नकारात्मक अनंत बनाया जा सकता है यदि इसे मनमाने ढंग से छोटा बनाया जा सकता है तो इसे मनमाने ढंग से बड़ी ऋणात्मक संख्या बनाया जा सकता है तो हमने अनंत पर सीमा और नकारात्मक अनंत पर सीमा का अर्थ भी इन सभी अवधारणाओं को देखा
फ़ंक्शन के गुणों को निर्धारित करने में बहुत उपयोगी होते हैं जैसे कि फ़ंक्शन का ग्राफ खींचना यदि आप अनंत ऋणात्मक अनंत पर सीमाएं जानते हैं और जहां ली एमआईटी अनंत या नकारात्मक अनंत के बराबर है तो आप आसानी से फ़ंक्शन का ग्राफ खींच सकते हैं और फ़ंक्शन के बारे में कुछ गुणों को भी घटा सकते हैं,
 इसलिए अगले व्याख्यान में हम कैलकुलस में एक बहुत ही उपयोगी अवधारणाओं को परिभाषित करने के लिए सीमाओं का उपयोग करेंगे जो कि डेरिवेटिव की अवधारणा है फ़ंक्शन का और हम देखेंगे कि फ़ंक्शन के व्युत्पन्न की गणना कैसे करें इसका भौतिक महत्व क्या है और फिर हम डेरिवेटिव के कई अनुप्रयोगों को भी देखेंगे, हम निरंतर फ़ंक्शन को परिभाषित करने के लिए सीमाओं का उपयोग करेंगे और फिर निरंतर कार्यों के कुछ गुणों पर चर्चा करेंगे धन्यवाद