હેલો અને મર્યાદા પરના ચોથા વ્યાખ્યાનમાં આપનું સ્વાગત છે
તેથી છેલ્લા લેક્ચરમાં આપણે અનંત મર્યાદાઓ વિશે ચર્ચા કરી અને પછી આપણે ફંક્શનના સરવાળાના સંદર્ભમાં મર્યાદાના કેટલાક ગુણધર્મો જોયા
અને પછી આપણે ફંક્શનના ઉત્પાદનથી શરૂઆત કરી,
તેથી ચાલો હું તેની સાથે ચાલુ રાખું છું
તેથી છેલ્લી વખતે આપણે આ પ્રમેય પર અટકીએ છીએ જો x ની f ની મર્યાદા અનંત a છે અને x ની g ની મર્યાદા l છે અને ધારો કે l બિન-શૂન્ય છે તો ઉત્પાદન કાર્યની મર્યાદા fx ગુણ્યા gx છે જો l સકારાત્મક હોય તો અનંતની બરાબર અને જો l નકારાત્મક હોય તો આ નકારાત્મક અનંત છે,
તેથી ચાલો હું l હકારાત્મકના કિસ્સામાં આ સાબિત કરું ,
તેથી ધારો કે l સકારાત્મક છે તો આપણે શું બતાવવાનું છે તે એ છે કે
શૂન્ય કરતાં m મોટો આપીએ.
માટે આપણે ડેલ્ટા પોઝીટીવ શોધવાની જરૂર છે જેમ કે મોડ x માઈનસ એ ડેલ્ટા x કરતા ઓછો એ a ની બરાબર નથી આનો અર્થ એ થશે કે fx ગણો gx m કરતા મોટો છે
તેથી સૌ પ્રથમ તો આપણે જાણીએ છીએ કે xx ની g ની મર્યાદા a સુધી જાય છે l ની બરાબર છે લેવાથી અને l સકારાત્મક છે
તેથી એપ્સીલોન લેવાથી l બાય બે કહો જે પણ ધન છે આપણે ડેલ્ટા શોધી શકીએ છીએ ચાલો હું ડેલ્ટા 1 પોઝિટિવ લખીશ કે મોડ x માઈનસ એ ડેલ્ટા 1 કરતા ઓછો 0 કરતા મોટો આનો અર્થ x ઓછા l નિરપેક્ષ મૂલ્યમાં એપ્સીલોન કરતાં ઓછું છે જે l બાય બે જેટલું છે જે સૂચવે છે કે x નું g એ l બાય બે g કરતાં x મોટું છે આ કિસ્સામાં l બાય બે અને ત્રણ l બાય બેની વચ્ચે છે પરંતુ આપણને ફક્ત આ g ની જરૂર છે l કરતાં બે બાય બે
તેથી વધુ એ જ રીતે કારણ કે x ની f ની મર્યાદા અનંતની બરાબર છે ત્યાં ડેલ્ટા 2 ધન અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે મોડ x માઈનસ એ ડેલ્ટા બે કરતાં ઓછું સૂચવે છે કે તમે જે પણ ધન સંખ્યા m એક લો છો તેના કરતાં xનો f મોટો છે અને પછી ફરીથી આપણે લખીશું કે આ m વન શું હોવું જોઈએ તે માટે જો આપણે આમ લઈએ તો ડેલ્ટા ઓછામાં ઓછા ડેલ્ટા વન અને ડેલ્ટા ટુના બરાબર હોય તો મોડ x માઈનસ એ ડેલ્ટા કરતા ઓછી અને 0 કરતા વધારે આનો અર્થ એ થશે કે x ની fx ગુણ્યા g m કરતાં એક ગુણ્યા l બાય બે અને આપણે જે જોઈએ છે તે t છે ટોપી આ m કરતાં મોટી હોવી જોઈએ
તેથી અમે m એક ગુણ્યા l બાય બે બરાબર m પસંદ કરીએ છીએ જેનો અર્થ છે કે m એક બરાબર બમણું m બાય l હોવો જોઈએ
તેથી જો હું m એકને બે m બાય l પસંદ કરું તો m એક વખત l બાય બે એ m ની બરાબર છે અને આ કહે છે કે fxdx m કરતા મોટો હોય છે જ્યારે પણ mod x માઈનસ a ડેલ્ટા કરતા ઓછી હોય તો
fxgx ની મર્યાદા અનંત જેટલી હોય છે તેવી જ રીતે આપણે l શૂન્ય કરતા ઓછા માટે સાબિત કરી શકીએ છીએ
તેથી ચાલો હું આગળનો ભાગ છોડી દઈએ.
જો l શૂન્ય ની બરાબર હોય તો શું થાય છે તે જુઓ
તેથી આ વધુ મહત્વનું છે
તેથી પ્રશ્ન કરો કે જો l શૂન્ય ની બરાબર છે તો શૂન્ય ની બરાબર મર્યાદા છે શું તે અનંતતા છે તે બીજું કંઈક છે તો ચાલો આપણે પ્રથમ ઉદાહરણ ધ્યાનમાં લઈએ તો ચાલો fx ને બરાબર ગણીએ 1 બાય x ચોરસ x 0 ની બરાબર નથી અને x નું g બરાબર x ચોરસ કહેવું છે
તેથી આ કિસ્સામાં અહીં 0 પર x ની f ની મર્યાદા એ x ના g ની અનંત મર્યાદા છે શૂન્ય સાથે પણ જો આપણે fx અને gx આનો ગુણાકાર કરીએ તો બધા x માટે એક સમાન છે શૂન્ય બરાબર નથી
તેથી fxgx ની મર્યાદા
t માં એક સમાન છે તેનો કેસ
તેથી અહીં આપણે એક ઉદાહરણ જોઈએ છીએ જ્યાં fx ની મર્યાદા છે gx ની અનંત મર્યાદા શૂન્ય છે અને ઉત્પાદનની મર્યાદા હવે એક છે જો આપણે આને x ચોરસથી બદલીએ તો જો આપણે બદલીએ તો મને
x નું g બદલીને લખવા દો કોઈપણ અચલ વખત x ચોરસ માટે આપણે જોઈએ છીએ કે x ની fx ગુણ્યા g પછી x માટે c બરાબર છે x શૂન્યની બરાબર નથી અને
તેથી fx ગુણ્યા gx ની મર્યાદા સ્થિર c ની બરાબર છે
તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે ઉત્પાદન માટે જો એક જઈ રહ્યું છે અનંત સુધી અને બીજી એક શૂન્ય થઈ રહી છે તે મર્યાદા કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા બનાવી શકાય છે જે આપણે ફરીથી જોઈએ છે ચાલો જોઈએ કે શું આપણે તેને અનંત બનાવી શકીએ છીએ શું આપણે તેને આગળનું ઉદાહરણ લઈએ છીએ આપણે ફરી એકની બરાબર fx લઈએ છીએ xનો ચોરસ અને xનો g એ x ની બરાબર છે
તેથી અહીં ફરીથી x ની f ની મર્યાદા છે x ની g ની અનંત મર્યાદા શૂન્ય છે પણ fx ગુણ્યા dx એ x માટે x ની બરાબર શૂન્ય નથી અને પછી આપણે જોઈએ છીએ કે
તેથી જો આપણે fx ગુણ્યા gx ની ડાબી બાજુની મર્યાદાની ગણતરી કરીએ તો તે નકારાત્મક અનંત અને જમણા હાથની બરાબર છે મર્યાદા હકારાત્મક અનંત છે
તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે આ કિસ્સામાં ડાબા હાથની મર્યાદાઓ અને જમણા હાથની મર્યાદાઓ પણ સમાન નથી અને તે અનંત અથવા બાદબાકી અનંત છે જો હું x ક્યુબ કહેવા માટે fx બરાબર એક બાય x ચોરસ gx બરાબર લઉં
તો તેની મર્યાદા fx ગુણ્યા gxfx એક x ચોરસ gx x ધન છે

તેથી ઉત્પાદન x છે અને આ મર્યાદા 0 છે
તેથી અનંત ગુણ્યા 0 ની મર્યાદા 0 તે 0 હોઇ શકે છે તે અનંત હોઇ શકે છે તે ઓછા અનંત હોઇ શકે છે તે કોઇપણ વાસ્તવિક સંખ્યા હોઇ શકે છે
તેથી આ ફરીથી એક અનિશ્ચિત સ્વરૂપ છે નિષ્કર્ષ અનંત ગુણ્યા 0 એ પણ છે અને અનિશ્ચિત સ્વરૂપ છે અને મર્યાદા સમસ્યા પર આધાર રાખે છે
તેથી તમારે ક્યારેય મર્યાદાને શૂન્યની બરાબર લખવાની ભૂલ ન કરવી જોઇએ કારણ કે તમારી પાસે એક કાર્યની મર્યાદા શૂન્ય અધિકાર છે બીજી મર્યાદા મર્યાદિત છે કે નહીં તે જોવા માટે બીજી બાબત એ છે કે જો fx અને gx બંનેની મર્યાદા અનંત છે તો આપણે કહી શકીએ કે ઉત્પાદનની મર્યાદા શું છે
તેથી જો x ની f ની મર્યાદા અનંત છે અને x ની g ની મર્યાદા છે અલ્સ o અનંત પછી ઉત્પાદનની મર્યાદા અનંત છે અને બીજી એક છે જો મર્યાદામાંથી એક અનંત છે અને બીજી નકારાત્મક અનંત છે જો x ની f ની મર્યાદા અનંત છે અને x ની g ની મર્યાદા નકારાત્મક અનંત છે તો fx ગુણ્યા gx ની મર્યાદા ઋણ અનંત છે અને તમારી પાસે ઋણ અનંતની બંને મર્યાદા હોઇ શકે છે પછી ફરીથી ઉત્પાદન એ છે કે ઉત્પાદનની મર્યાદા હકારાત્મક અનંતની સમાન હોય છે આ કારણ છે કે બે નકારાત્મક સંખ્યાઓનું ઉત્પાદન એક સકારાત્મક સંખ્યા આપે છે
તેથી તમે ફરીથી આ વસ્તુઓનો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરી શકો છો રીગ્રેસ વ્યાખ્યા પરંતુ તે સાહજિક રીતે સ્પષ્ટ હોવી જોઇએ કારણ કે જો તમારી પાસે fx અને gx બંને મોટી ધન સંખ્યા છે તો ઉત્પાદન ફરીથી મોટી ધન સંખ્યા હોવી જોઇએ જો fx માંથી એક મોટી ધન સંખ્યા છે બીજી મોટી નકારાત્મક સંખ્યા છે તો ઉત્પાદન તમને આપશે.
મોટી ઋણ સંખ્યા અને જો બંને મોટી ઋણ સંખ્યાઓ હોય તો ગુણાંક મોટી ધન સંખ્યા હશે
તેથી આ પ્રમેય જે કહી રહ્યું છે તે જ છે પરંતુ સમસ્યા એ છે કે જો તમારી પાસે એક મોટી નેગ પોઝિટિવ નંબર હોય તો બીજી એક નાની ધન સંખ્યા હોય તે કિસ્સામાં અમે કહી શકતા નથી કે ઉત્પાદન મોટી ધન સંખ્યા હશે કે નાની ધન સંખ્યા હશે અથવા તે કોઈ અન્ય સ્થિરાંક હશે
તેથી ચાલો સારાંશ આપીએ.
આપણે મર્યાદા સ્વરૂપો લખીશું
તેથી જો આપણી પાસે અનંત છે તો એક મર્યાદા અનંત છે બીજી અમુક સ્થિરતા છે તો આ હંમેશા અનંતની સમાન છે આપણી પાસે માઈનસ અનંત વત્તા કોઇપણ સ્થિરાંક છે તો તે માઇનસ અનંતની બરાબર છે નોંધ કે આ માત્ર કહેવા માટે સંકેતો છે જો એક ફંકશનની મર્યાદા અનંત છે તો બીજી અચળ c છે તો આ સરવાળો અનંત છે તેવી જ રીતે એક ફંક્શનની મર્યાદા એ બીજા ફંક્શનની ઋણ અનંત મર્યાદા છે,
તો તે મર્યાદા ઋણ અનંત અનંત વત્તા અનંત હોવી જોઇએ આ અનંતતાને બાદ કરે છે અનંત પછી માઈનસ ઈન્ફિનિટી જે તમને માઈનસ ઈન્ફિનિટી આપશે અને જો મારી પાસે અનંત ગુણ્યા અનંત છે તો તે અનંત ગુણ્યા અનંત ગુણ્યા બાદ અનંતની બરાબર છે ઇઝ માઇનસ ઇન્ફિનિટી બાદબાકી અનંત ટાઇમ્સ માઇનસ ઇન્ફિનિટી ટાઇમ ઇનફિનિટી સમાન છે
તેથી આ કેસોમાં મર્યાદાઓ નિર્ધારિત છે આને સમાન તરીકે આપવામાં આવે છે કેટલાક અનિશ્ચિત સ્વરૂપો આપણે જોયા છે કે અનંત બાદબાકી અનંત આ આપણે કહી શકતા નથી કે તે સમાન રીતે શૂન્ય વખત શું છે અનંત આ એક અનિશ્ચિત સ્વરૂપ પણ છે 0 બાય 0 આ આપણે અગાઉ જોયું છે કે જો અંશ અને છેદ બંનેની મર્યાદા 0 હોય તો ભાગલાની મર્યાદા આ સમસ્યાથી સમસ્યા સુધી આધાર રાખે છે તે વાસ્તવિક સંખ્યા હોઇ શકે છે અથવા તે 0 હોઇ શકે છે અથવા તે અનંત દ્વારા અનંત અનંત હોઇ શકે છે જે ફરીથી એક અનિશ્ચિત સ્વરૂપ છે અને પછીથી આપણે કેટલાક વધુ અનિશ્ચિત સ્વરૂપો જોશું
તેથી
હું ત્રિકોણમિતિ વિધેયો માટે મર્યાદા ક્યાં છે તેનું એક ઉદાહરણ આપું છું મને ખાતરી છે કે તમે ત્રિકોણમિતિ વિધેયો જોયા હશે
તેથી એક ઉદાહરણ શું છે શું આપણે કહી શકીએ કે x ની તન મર્યાદા x 2 દ્વારા પાઇ સુધી પહોંચે છે.

તેથી આપણે જે જાણીએ છીએ તે એ છે કે આપણે જાણીએ છીએ કે x નું ટેન સાઈન x બાય cos x પણ છે pi બાય 2 બરાબર 1 અને pi ની cos 2 બાય શૂન્ય બરાબર
તેથી tan pi બાય બે અવ્યાખ્યાયિત છે
તેથી pi નું tan બે બાય બે વ્યાખ્યાયિત નથી પરંતુ x નું tan એ નાના અંતરાલમાં વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે જેમાં pi બાય બે હોય અને
તેથી જો આપણે આ બીજી એક વસ્તુ જોઇએ છીએ જે આપણે જાણીએ છીએ તે એ છે કે
જો x 0 થી pi બાય 2 હોય તો x ની cos ધન છે અને x ની cos ઋણ છે જો x pi માંથી બે બાય pi જમણે હોય તો કદાચ હું cos નો ગ્રાફ દોરી શકું x એટલે તે શૂન્ય પર z છે તે xને કારણે એક છે આલેખ એવું લાગે છે કે તમારી પાસે શૂન્ય પાઇ બાય બે છે અને પછી આ પાઇ છે
તેથી x ની cos of pi બાય બે શૂન્ય છે અને જ્યારે તમે અંતરાલમાં હોવ ત્યારે તે ધન છે 0 થી pi બાય 2 સુધી તે ઋણ છે જ્યારે તમે pi માંથી 2 બાય pi સુધી હકીકતમાં 3 pi બાય 2 સુધી તે ઋણ છે
તેથી તેથી 1 બાય cos x તરીકે x ની મર્યાદા ડાબેથી ડાબેથી 2 દ્વારા pi પર જાય છે cos x દ્વારા 1 ની હાથ મર્યાદા આ હકારાત્મક અનંતની બરાબર હશે અને cos x દ્વારા એકની જમણી બાજુની મર્યાદા આ નકારાત્મક અનંતની બરાબર છે અને xa ની સાઈનની મર્યાદા t pi બાય બે આ એકની બરાબર છે
તેથી ઉત્પાદનના નિયમ દ્વારા આપણે જાણીએ છીએ કે
તેથી x ના tan ની ડાબી બાજુની મર્યાદા આ અનંતની બરાબર છે અને x ના tan ની જમણી બાજુની મર્યાદા નકારાત્મક

અનંતની બરાબર છે આ તમે પણ જોઈ શકો છો.

x ના tan ના ગ્રાફમાંથી જે આ pi પર 2 દ્વારા વ્યાખ્યાયિત થયેલ નથી અને 0 થી જેમ તમે pi પર 2 દ્વારા જાઓ છો તે અનંતમાં જાય છે પછી ફરીથી તે pi પર 0 છે અને આ બાજુ તે આ રીતે જાય છે

તેથી pi પર 2 દ્વારા જમણે જો તમે ડાબી બાજુથી 2 દ્વારા pi સુધી પહોંચો છો તો x ની તન મોટી અને મોટી ધન વાસ્તવિક સંખ્યા બને છે

તેથી tan x અનંતમાં જાય છે કારણ કે x ડાબી બાજુથી 2 દ્વારા pi પર જાય છે જ્યારે જો તમે જમણી બાજુથી 2 દ્વારા pi સુધી પહોંચો છો તો x ની તન મોટી અને મોટી ઋણ સંખ્યા બને છે

તેથી tan x ની મર્યાદા tan x ની જમણી બાજુની મર્યાદા pi પર 2 બાય ઋણ અનંત સમાન છે તેવી જ રીતે તમે x કોટેન્જેન્ટ x સેકન્ટ x અને કોસેકન્ટ x બરાબર માટે લખી શકો છો

તેથી આગળની વસ્તુ હું કરીશ તેના વિશે વાત એ છે કે અનંત પર અનંત મર્યાદા અને mi દ્વારા અમારો અર્થ શું છે nus અનંતતા

તેથી ધારો કે x નું f એ એક ફંક્શન છે જે m કરતા મોટા

x માટે

અથવા અમુક m ધન માટે વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે જો તે m કરતા મોટા x માટે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે તો આપણે અનંત પર x ની f ની મર્યાદા વિશે વાત કરી શકીએ

તેથી આપણે મર્યાદા કહી શકીએ x ના f ની જેમ x અનંતની નજીક આવે છે તે l બરાબર છે જો કોઈ એપ્સીલોન પોઝિટિવ આપવામાં આવે તો ત્યાં એક પોઝિટિવ કોન્સ્ટન્ટ અસ્તિત્વમાં છે ત્યાં એક પોઝિટિવ છે જેમ કે fx માઈનસનો મોડ l જ્યારે પણ x k કરતાં મોટો હોય ત્યારે આ એપ્સીલોન કરતા ઓછી હોય છે

તેથી અનંત પર મર્યાદા રાખો ફક્ત એનો અર્થ એ છે કે આ અનંતની બરાબર x પરની મર્યાદા છે એ એક સંખ્યા છે l જો તમે x ની f ની મનસ્વી રીતે l ની નજીક બનાવી શકો છો જ્યારે પણ x ખૂબ મોટો હોય તો અહીં l એ વાસ્તવિક સંખ્યા છે

તેથી તે જ રીતે આપણે x ની f ની મર્યાદા કહીએ છીએ જેમ x ઋણ અનંતની નજીક પહોંચે છે તે લા વાસ્તવિક સંખ્યાની બરાબર છે જો એપ્સિલન 0 કરતા મોટો આપવામાં આવે તો ત્યાં કેટલીક ઋણ સંખ્યા n અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે x n કરતાં ઓછી એ સૂચવે છે કે x ઓછા l નું સંપૂર્ણ મૂલ્ય એપ્સીલોન કરતાં ઓછું છે

તેથી ચિત્ર આ supp જેવું લાગે છે અહી આપણી પાસે અમુક l છે આ આપણું y બરાબર l છે અને પછી જો હું કોઈપણ એપ્સીલોન પસંદ કરું અને પછી જો હું l માઈનસ એપ્સીલોન ને l વત્તા એપ્સીલોન લઈશ અને આપણે કહીશું કે અનંત પર x ની f ની મર્યાદા

પૂરી પાડવામાં આવેલ l બરાબર છે અહીં કેટલાક k અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે જ્યારે પણ x એ x ના kf કરતા મોટો હોય ત્યારે l માઈનસ એપ્સીલોન થી l વત્તા એપ્સીલોન વચ્ચે હોવો જોઈએ

તેથી આ k છે અને કાર્ય તે કંઈક આના જેવું હોઈ શકે છે આ કિસ્સામાં આપણે કહીશું કે મર્યાદા બરાબર છે l એ જ રીતે ઋણ અનંત પરનો અર્થ એ છે કે જો તમારી પાસે આ સરવાળો છે કે આ n પહેલાં ફંક્શનને આ l તરીકે યોગ્ય રીતે સંપર્ક કરવો પડશે

તેથી કોઈપણ એપ્સિલન જોતાં તમે આ n પસંદ કરી શકો છો જેથી ફંક્શનની કિંમત અહીં આની વચ્ચે કંઈપણ હોઈ શકે.

આનો અર્થ એ છે કે હવે આપણે કેટલાક ઉદાહરણો દ્વારા જોઈએ તો એક એ છે કે જો આપણે x ની બરાબર fx લઈએ અને x ની f ની મર્યાદા કેટલી છે અને x ની f ની મર્યાદા શું છે કારણ કે x અનંતમાં જાય છે, ચાલો હું આ લખીશ નહીં તો ચાલો હું x નું f બરાબર એક બાય x લઉં છું તો મર્યાદા શું છે x નું f x તરીકે અનંતતાના દાવા પર જાય છે

તેથી જો તમે 1 બાય x ની બરાબર fx લો તો શું થશે પછી જો તમે x ને મોટી અને મોટી ધન વાસ્તવિક સંખ્યા તરીકે લો તો 1 બાય x નાનો અને નાનો જમણો થશે જેથી તેનો અર્થ એ થાય કે જો તમે કોઈપણ સકારાત્મક છતાં નાની હકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યા લો છો તો તમે 1 બાય x તેના કરતા નાની બનાવી શકો છો

તેથી x ની f ની આ મર્યાદા શૂન્યની બરાબર હોવી જોઈએ, ચાલો આપણે તેને સખત રીતે સાબિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જેથી આ સાબિત કરવા માટે આપણે શું બતાવવાનું છે.

કે જે કોઈપણ એપ્સીલોન આપેલ છે

તેથી શૂન્ય કરતા મોટો એપ્સીલોન આપીએ તો આપણે ak શોધવાનું છે કે જો x k કરતા મોટો હોય તો x નો f એપ્સીલોન કરતા ઓછી હોય

તેથી જો આપણે k લઈએ તો એપ્સીલોન દ્વારા 1 બરાબર હોય તો x તેના કરતા મોટો k બરાબર 1 બાય એપ્સીલોન આ સૂચવે છે કે fx જે એક બાય x છે તે એપ્સીલોન કરતા ઓછી હોવો જોઈએ

જે fx માઈનસ શૂન્યનો મોડ છે

તેથી x નું f એક બાય x અને માઈનસ શૂન્ય જે એક બાય x બરાબર છે અને કારણ કે આપણે x ને ધન સંખ્યા k કરતા મોટી માની રહ્યા છીએ

તેથી fx ઓછા શૂન્ય આ t ઓછું છે બધા x માટે હેન એપ્સીલોન k કરતાં મોટા છે

તેથી xx ની f ની મર્યાદા શૂન્ય સમાન છે તે જ રીતે x એ એક બાય x ની મર્યાદા છે કારણ કે x નકારાત્મક અનંત પર જાય છે આ ફરીથી 0 છે નોંધ કરો કે જો x નકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યા છે તો 1 બાય x હંમેશા નકારાત્મક હોય છે પરંતુ પછી તે નાનું અને નાનું ઋણ બને છે

તેથી તે aa નેગેટિવ વાસ્તવિક સંખ્યા બને છે પરંતુ શૂન્યની ખૂબ નજીક છે

તેથી આ પણ સાચું છે હવે ચાલો આપણે આ બે વસ્તુઓને જોડીએ

તેથી વ્યાખ્યાઓને જોડીએ

તેથી આપણે જોયું કે એકની વ્યાખ્યા છે.

મર્યાદા એ અનંત છે અને બીજી એક એ અનંતની મર્યાદા છે
તેથી અનંતની મર્યાદા અને અનંતની મર્યાદાને જોડીને
આપણે x ની f ની મર્યાદાને વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ છીએ કારણ કે x અનંતમાં જઇને અનંતની બરાબર થશે જો કોઈ પણ m શૂન્ય કરતાં મોટો આપવામાં આવે તો ત્યાં કેટલાક અસ્તિત્વમાં છે.
k શૂન્ય કરતા મોટો જેમ કે x નો f m કરતા મોટો છે બધા x માટે k કરતાં મોટો છે
તેથી અમે કહીએ છીએ કે અનંત પર x ની f ની મર્યાદા અનંત છે જો x ની કોઇપણ મોટી કિંમત માટે x ના f ની કિંમત મોટી s હોય તે જ રીતે આપણે અનંત પરની મર્યાદાને માઇનસ અનંત તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ છીએ અથવા ઋણ અનંતની મર્યાદાને અનંત તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ છીએ તેવી જ રીતે કોઇ પણ મર્યાદા fxx ને અનંતમાં જતી મર્યાદાને માઇનસ અનંતની બરાબર વ્યાખ્યાયિત કરી શકે છે અને મર્યાદા xને fx ની નકારાત્મક અનંતતા પર જઇને અનંતની બરાબર અને મર્યાદા xને અનંતની સમાન વ્યાખ્યા કરી શકે છે.
ઋણ અનંતની સમાન fx ની ઋણ અનંતતા
તેથી ઉદાહરણ તરીકે જો આપણે x ની f ની x બરાબર x ની અને x ની f ની મર્યાદા જેમ x અનંતમાં જાય છે તે x ની f ની અનંત મર્યાદાની બરાબર છે કારણ કે x ઋણ અનંતમાં જાય છે તે બરાબર છે ઋણ અનંત અધિકાર કારણ કે આપણી પાસે x ની બરાબર fx છે
તેથી જો x મોટી ધન સંખ્યા હોય તો fx એ પણ મોટી ધન સંખ્યા છે અને જો x ની f જો x મોટી નકારાત્મક સંખ્યા હોય તો x ની f મોટી નકારાત્મક સંખ્યા છે જો આપણે g નું g લઇએ x બરાબર x ચોરસ છે તો અહીં x ની g ની મર્યાદા x અનંતની નજીક આવે છે તે અનંતની બરાબર છે અને આ પણ x ની g ની મર્યાદા છે કારણ કે x નકારાત્મક અનંતની નજીક પહોંચે છે પરંતુ ચાલો અનંત પર અમુક મર્યાદા જોઇએ જે એક્ઝી નથી st તો
x ની સાઇન કહેવાની પ્રશ્ન મર્યાદા જેમ કે x અનંતની નજીક પહોંચે છે
તેથી યાદ કરો કે x ની સાઇન એ સામયિક કાર્ય છે અને કોઇપણ m pi ની સાઇન આ બધા પૂર્ણાંક m માટે શૂન્યની બરાબર છે અને જો આપણે કોઇપણ બે m લઇએ તો તેની સાઇન pi વત્તા pi બાય બે પછી આ બધા પૂર્ણાંક m માટે ફરીથી એક બરાબર છે તેથી હવે જો આપણે અહીં જોઇએ કે જો x ની સાઇન x ની સાઇનની મર્યાદા નક્કી કરવા માટે જો શું થાય તો શું થાય છે તે જોવાનું છે કે x તરીકે આ કાર્યનું શું થાય છે મોટા અને મોટા થાય છે પરંતુ આપણે જે જોઇએ છીએ તે એ છે કે આ ફંક્શન તમારી પાસે x બરાબર 0 pi અને પછી 2 pi છે અને પછી આ બરાબર પુનરાવર્તન કરવાનું ચાલુ રાખે છે
તેથી તમે x ની સાઇન ગમે તેટલી મોટી લો તો પણ ઋણ એક અને એક વચ્ચે ઓસીલેટ થતું રહે છે આ એક છે આ માઇનસ વન છે
તેથી આ કિસ્સામાં x ની સાઇન
બે પાઇ લંબાઇના કોઇપણ અંતરાલમાં ઋણ એક અને એક વચ્ચે ઓસીલેટ થતી રહેતી હોવાથી આપણે જોઇએ છીએ કે x ની સાઇનની મર્યાદા x અનંતની નજીક આવે છે તે અસ્તિત્વમાં નથી
તેથી આ એક ઉદાહરણ છે જ્યાં inf પર કાર્યની મર્યાદા inity બરાબર અસ્તિત્વમાં નથી
તેથી અહીં તમે l નું ગમે તે મૂલ્ય લો તો પણ તમે l માઇનસ એપ્સીલોન થી l વત્તા એપ્સીલોન વચ્ચેનું x પસંદ કરીને ફંક્શનને મોટું બનાવી શકતા નથી કારણ કે તમે જાણો છો કે ફંક્શન નકારાત્મક એક વચ્ચેના તમામ મૂલ્યો લેશે અને એક તો તમે ગમે તે l પસંદ કરો છો તે x ના તમામ મોટા મૂલ્યો માટે l ની નજીક રહેવા માટે નજીક રહેશે નહીં
તેથી જ x ની સાઇનની મર્યાદા એ જ રીતે અસ્તિત્વમાં નથી x ની cos ની મર્યાદા જેમ x અનંતની નજીક આવે છે તે જ રીતે અસ્તિત્વમાં નથી તેવી જ રીતે xx ની નજીક આવતી અનંતતાની મર્યાદા પણ અસ્તિત્વમાં નથી કેટલીક ગુણધર્મો ફરીથી અસ્તિત્વમાં નથી
તેથી ધારો
કે x ની f ની મર્યાદા જેમ x અનંતની નજીક આવે છે તે l એકની બરાબર છે અને xx ની g ની મર્યાદા l બેની બરાબર અનંતની નજીક પહોંચે છે જ્યાં l એક અને l બે વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે તો
અનંત પર fx વત્તા gx ની મર્યાદા l એક વત્તા l બે બરાબર છે
તેથી એક બિંદુ પરની મર્યાદા માટે આ સરવાળોનો નિયમ છે a જો મર્યાદા મર્યાદિત l એક અને l બે હોય તો સરવાળાની મર્યાદા કાર્યનું l એક અને l એક વત્તા l બે ની મર્યાદાઓનો સરવાળો છે
તેથી આ સાબિત કરી શકાય છે જેમ આપણે અન્ય કિસ્સાઓ માટે બતાવ્યું છે તેવી જ રીતે જો આપણી પાસે x ની f ની મર્યાદા l એક છે અને x ની g ની મર્યાદા l બે છે તો તેની મર્યાદા ઉત્પાદન fx ગુણ્યા dx બરાબર છે l એક ગુણ્યા l બે પણ ભાગ માટે છેદ શૂન્ય ન હોવો જોઇએ
તેથી જો અનંત પર fx ની મર્યાદા l એક છે અને x ની g ની મર્યાદા l બે બરાબર છે જ્યાં l 1 કોઇપણ વાસ્તવિક સંખ્યા છે અને l 2 એ શૂન્ય સિવાયની વાસ્તવિક સંખ્યા છે l 2 zen rl બે શૂન્યની બરાબર નથી તો gx દ્વારા fx ની મર્યાદા l એક બાય l બે બરાબર છે
તેથી અહીં l એક શૂન્ય હોઇ શકે છે પરંતુ l બે છે આ નિષ્કર્ષ માટે શૂન્ય ન બનો હવે જો મર્યાદા l2 0 હોય તો આપણને એક અનિશ્ચિત સ્વરૂપ મળે છે
તેથી ઉદાહરણ તરીકે ચાલો હું એક ઉદાહરણ કરું જેથી fx બરાબર એક બાય x અને gx બરાબર 1 બાય x ચોરસ કહેવા માટે અહીં x ની મર્યાદા જતી રહે છે fx ની અનંતતા એ અનંત પર x ની g ની 0 મર્યાદા છે તે પણ 0 છે fx ની મર્યાદા gxfx બાય gx બાય એક બરાબર છે xને એક વડે x ચોરસ વડે ભાગ્યા
તેથી આ x બરાબર છે અને
તેથી x અનંતની નજીક આવતા જ fxની મર્યાદા gx એ અનંતની બરાબર છે પણ જો હું gx ને fx વડે જોઉં અને આ કોઇપણ x

શૂન્ય સમાન માટે એક બાય x બરાબર છે શૂન્ય સુધી
તેથી fx દ્વારા gx ની મર્યાદા 0 ની બરાબર છે અને fx બરાબર લઈને x અને gx બરાબર એક વડે xનો ભાગાકાર કહેવા માટે આપણે જોઈએ છીએ કે આપણી પાસે x ની f ની મર્યાદા છે કારણ કે x અનંતની નજીક આવે છે 0 જે x ની g ની મર્યાદા પણ છે કારણ કે x અનંતની નજીક આવે છે અને x ના g દ્વારા fx ની મર્યાદા તમે જુઓ છો કે x ના g દ્વારા fx આ કિસ્સામાં સ્થિર c છે
તેથી મર્યાદા c બરાબર છે
તેથી ફરીથી આ આપે છે તે અનિશ્ચિત સ્વરૂપ કહે છે જો fx અને gx ની મર્યાદા બંને 0 સમાન હોય તો જો બંને અનંત હોય તો અનિશ્ચિત સ્વરૂપો મળશે
તેથી શૂન્ય બાય શૂન્ય અથવા અનંત બાય અનંત એ અનંતની મર્યાદા માટે અનિશ્ચિત સ્વરૂપો છે
તેવી જ રીતે જો આપણી પાસે x ની f ની મર્યાદા હોય તો અનંતતા અને x ની g ની મર્યાદા ઋણ અનંત છે n આપણે સામાન્ય રીતે કહી શકતા નથી કે fx ઓછા gx ની મર્યાદા શું છે
તેથી અનંત ઓછા અનંતતા આ પણ અનિશ્ચિત સ્વરૂપ છે અને શૂન્ય ગુણ્યા અનંત બરાબર છે
તેથી આપણે જે ચર્ચા કરી છે તે આપણે અત્યાર સુધીની મર્યાદાઓ એક બિંદુએ ડાબા હાથ અને જમણા હાથની મર્યાદા પર ચર્ચા કરી છે.
અમે જોયું છે કે મર્યાદા વાસ્તવિક સંખ્યા હોવાનો અર્થ શું છે 1 અમે કેટલાક ઉદાહરણો પણ જોયા છે જ્યાં મર્યાદા અસ્તિત્વમાં નથી, અમે જોયું છે કે મર્યાદા અનંત અથવા ઓછા અનંત હોવાનો અર્થ શું છે હવે અનંત અને ઓછા અનંત આ સંખ્યા નથી પરંતુ આપણે કહીએ છીએ કે મર્યાદા અનંતની બરાબર છે જો ફંક્શનને મનસ્વી રીતે મોટું બનાવી શકાય અને ઋણ અનંતને મનસ્વી રીતે નાનું બનાવી શકાય તો તેને મનસ્વી રીતે મોટી ઋણ સંખ્યા બનાવી શકાય તો આપણે અનંત પર મર્યાદા અને ઋણ અનંત પર મર્યાદાનો અર્થ આ તમામ ખ્યાલો પણ જોયો.
ફંક્શનના પ્રોપર્ટીઝ નક્કી કરવા માટે ખૂબ જ ઉપયોગી છે
જેમ કે ફંક્શનનો ગ્રાફ દોરવા જો તમે અનંત નકારાત્મક અનંતની મર્યાદા જાણો છો અને જ્યાં li   mit એ અનંત અથવા ઋણ અનંત સમાન છે પછી તમે સરળતાથી ફંક્શનનો ગ્રાફ દોરી શકો છો અને ફંક્શન વિશે ચોક્કસ ગુણધર્મો પણ કાઢી શકો છો
તેથી આગામી લેક્ચરમાં આપણે કેલ્ક્યુલસમાં ખૂબ જ ઉપયોગી વિભાવનાઓને વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે મર્યાદાનો ઉપયોગ કરીશું જે ડેરિવેટિવ્ઝના ખ્યાલો છે.
ફંક્શનનું અને આપણે જોઈશું કે ફંક્શનના ડેરિવેટિવની ગણતરી કેવી રીતે કરવી તેનું ભૌતિક મહત્વ શું છે અને પછી આપણે ડેરિવેટિવ્સના ઘણા એપ્લિકેશનો પણ જોઇશું અમે સતત ફંક્શનને વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે મર્યાદાઓનો ઉપયોગ કરીશું અને પછી સતત ફંક્શનના કેટલાક ગુણધર્મોની ચર્ચા કરીશું.