

అందరికీ హలో ఇది పరిమితులపై మూడవ ఉపన్యాసం, కాబట్టి చివరి ఉపన్యాసం చివరిలో చివరి ఉపన్యాసంలో మేము అనంతమైన పరిమితుల గురించి చర్చించడం ప్రారంభించాము కాబట్టి నేను దానితో కొనసాగుతాను కాబట్టి మనం అనంతమైన పరిమితులు అంటే ఏమిటో గుర్తుచేసుకుందాం.

ఏదైనా ధనాత్మక వాస్తవ సంఖ్య  $m$  ఇచ్చినట్లయితే  $x$  యొక్క  $f$  పరిమితి అనంతానికి సమానం అని నిర్వచనం చెబుతాము, అంటే  $x$  యొక్క  $\text{mod } k$  కంటే  $x$  మైనస్  $a$  తక్కువగా ఉన్నప్పుడల్లా  $x$  యొక్క  $f$   $m$  కంటే పెద్దదిగా ఉంటుంది డెల్టా కంటే  $x$  యొక్క  $f$  అనేది  $x$  ని తగినంతగా దగ్గరగా ఉండేలా చేయడం ద్వారా ఏకపక్షంగా పెద్దదిగా చేయవచ్చు.

కానీ  $a$ కి సమానంగా ఉండకూడదు కాబట్టి మనం దీనిని ఒక ఉదాహరణతో అర్థం చేసుకోవడానికి ప్రయత్నిద్దాం, ఉదాహరణకు  $x$  యొక్క  $f$   $1$  బై  $x$ కి సమానం.

చతురస్రం మరియు ఈ ఫంక్షన్  $0$ కి సమానమైన  $x$  వద్ద

నిర్వచించబడలేదు కానీ ఇది అన్ని  $x$  నాన్-సున్నాకి నిర్వచించబడింది కాబట్టి పరిమితి ఏమిటి అని అడుగుదాం కాబట్టి  $x$  సున్నాకి చేరుకున్నప్పుడు  $x$  యొక్క  $f$  యొక్క పరిమితి ఏమిటి కాబట్టి మనం చూసేది  $1$  బై  $x$  నేను  $x$ ని చాలా స్వీగా తీసుకుంటే చతురస్రం  $11$  ధనాత్మక లేదా ప్రతికూల వాస్తవ సంఖ్య అప్పుడు  $x$  స్క్వేర్ ద్వారా  $1$  పెద్ద ధన వాస్తవ సంఖ్య అవుతుంది కాబట్టి క్లెయిమ్  $x$  యొక్క  $f$  యొక్క పరిమితి  $x$   $0$ కి చేరుకునేటప్పుడు ఇది అనంతానికి సమానం మరియు మేము దానిని మా నిర్వచనాన్ని ఉపయోగించి నిరూపిస్తాము.

మనం చూపించవలసింది ఏమిటంటే, ఏదైనా  $m$  పాజిటివ్ ఇచ్చినట్లయితే మనం డెల్టాను కనుగొనాలి కాబట్టి సున్నా కంటే  $m$  ఎక్కువ ఇవ్వాలి కాబట్టి  $x$  మైనస్  $0$  మోడ్  $0$  కంటే పెద్దది మరియు డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉంటే  $0$  కంటే ఎక్కువ డెల్టాను కనుగొనాలి.

$f$  యొక్క  $x$  ఇప్పుడు  $m$  కంటే పెద్దదిగా ఉండాలి కాబట్టి  $x$  యొక్క  $f$  అంటే ఏమిటి, అయితే  $f$  యొక్క  $x$   $m$  కంటే పెద్దది అంటే దీని అర్థం మనం  $m$  కంటే  $x$  ద్వారా పెద్దదిగా ఉండాలనుకుంటున్నాము, ఇది  $x$  చదరపు  $1$  ద్వారా  $m$  కంటే తక్కువ అని వ్రాయడానికి సమానం మరియు ఇది

రూల్  $m$  ద్వారా ఒకటి కంటే తక్కువ  $\text{mod } x$ కి సమానం కాబట్టి మనం చూస్తాము కనుక

డెల్టాను  $m$  యొక్క వర్గమూలం ద్వారా  $1$ కి సమానంగా తీసుకుందాం ఎందుకంటే  $m$  సానుకూలంగా ఉంటుంది కాబట్టి నేను  $m$  యొక్క వర్గమూలాన్ని తీసుకోగలను కాబట్టి ఇది సానుకూలం ఇప్పుడు వాస్తవ సంఖ్య  $\text{mod } x$  డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉంటే మరియు  $x$  సున్నాకి సమానం కాకపోతే  $x$  చతురస్రం డెల్టా స్క్వేర్ కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, ఇది  $1$  ద్వారా  $m$ కి సమానం మరియు ఇది  $1$  ద్వారా  $x$  స్క్వేర్  $m$  కంటే ఎక్కువ అని సూచిస్తుంది, ఎందుకంటే  $x$   $0$ కి సమానం కాదు మరియు ఇది  $x$  యొక్క మా  $f$   $x$  అంటే  $\text{mod}$  అయితే  $m$  కంటే ఎక్కువ  $x$  డెల్టా కంటే తక్కువ మరియు  $x$  సున్నాకి సమానం కాదు కాబట్టి  $x$   $0$ కి చేరుకునేటప్పుడు  $1$  ద్వారా  $x$  చదరపు పరిమితి ఇది అనంతానికి సమానం అని ఇది రుజువు చేస్తుంది కాబట్టి మనం ఎడమ చేతి మరియు కుడి చేతి పరిమితిని నిర్వచించవచ్చు

అదేవిధంగా నిర్వచనంలో మనం ఎడమ చేతి లేదా కుడి చేతి పరిమితిని అనంతం అని

నిర్వచించవచ్చు అంటే  $x$  యొక్క మైనస్  $f$  కి వెళ్లే పరిమితి అనంతానికి సమానం లేదా వరుసగా  $x$  యొక్క పరిమితి  $x$  యొక్క ప్లస్  $f$ కి వెళ్తుంది.

ఏదైనా ధనాత్మక వాస్తవ సంఖ్య ఇచ్చినట్లయితే కుడి చేతి పరిమితి అనంతానికి సమానం  $m$  ఉంది డెల్టా ఉంది ఈ డెల్టా  $m$ పై ఆధారపడి ఉండవచ్చు ఇది సానుకూలంగా ఉంటుంది అంటే మనకు  $x$  ఉంటే ఎడమ చేతి పరిమితి కోసం మనం విరామం మాత్రమే చూస్తాము  $a$  కి ఎడమవైపు కాబట్టి  $x$   $a$  కంటే తక్కువ మరియు ఎక్కువ ఉంటే మైనస్ డెల్టా కంటే ఇది  $x$  యొక్క  $f$   $m$  కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందని మరియు కుడి చేతి పరిమితికి వరుసగా  $x$   $a$  కంటే పెద్దదిగా మరియు ప్లస్ డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉంటే  $x$  యొక్క  $f$   $m$  కంటే పెద్దదిగా ఉండాలి కాబట్టి ఉదాహరణకు  $f$  ఫంక్షన్ కోసం  $x$  యొక్క  $x$  సమానం  $1$  బై  $xx$   $0$ కి సమానం కాదు కుడి చేతి పరిమితి  $x$  సున్నాకి వెళ్తున్న పరిమితి  $x$   $x$  యొక్క  $f$  యొక్క సున్నాకి వెళ్లడం అనేది అనంతానికి సమానం ఎందుకు ఇది రుజువు కాబట్టి  $0$  కంటే  $m$  పెద్దది అయితే మనం డెల్టా పాజిటివ్ని కనుగొనాలి.

$x$   $0$  కంటే ఎక్కువ మరియు డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉన్నట్లయితే, ఇది  $x$  యొక్క

$f$ ని  $1$  ద్వారా  $x$ కి సమానంగా సూచిస్తుంది

కాబట్టి ఇది  $m$  కంటే ఎక్కువగా ఉండాలి కాబట్టి ఇక్కడ డెల్టా ఏది ఉండాలి కాబట్టి  $m$  వాస్తవ సంఖ్య ధనాత్మకం కనుక డెల్టా  $1$   $m$ కి సమానంగా ఉండనివ్వండి వాస్తవ సంఖ్య ఈ డెల్టా ధనాత్మక పరిమాణం మరియు  $x$  అనేది సున్నా కంటే పెద్దది మరియు డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉన్నట్లయితే, ఇది  $m$  ద్వారా ఒకదానికి సమానం అయినట్లయితే, ఒకదానితో ఒకటి  $x$   $m$  కంటే పెద్దది కనుక ఇది సున్నాకి  $x$ కి సున్నా వద్ద ఉన్న కుడి చేతి పరిమితి దీనికి సమానం అనంతం అదేవిధంగా మనం చెప్పే ప్రతికూల అనంతం అని పరిమితిని నిర్వచిస్తాము ఏదైనా ప్రతికూల పూర్ణాంకం ఇచ్చినట్లయితే  $x$  యొక్క  $f$  పరిమితి ప్రతికూల అనంతానికి సమానం కాబట్టి ఏదైనా  $n$  సున్నా కంటే తక్కువ ఉంటే డెల్టా పాజిటివ్ మళ్ళీ డెల్టా  $n$ పై ఆధారపడి ఉంటుంది అంటే  $x$  యొక్క  $f$  ఇచ్చిన ప్రతికూల సంఖ్య కంటే తక్కువగా ఉండాలి

సున్నా  $\text{mod } x$  మైనస్  $a$  డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉన్నప్పుడల్లా అలానే వ్రాస్తాను కాబట్టి మనం

$x$  యొక్క ఎడమ చేతి పరిమితిని మైనస్ అనంతానికి సమానం మరియు  $x$  యొక్క కుడి చేతి పరిమితిని ప్రతికూల అనంతానికి సమానంగా నిర్వచించవచ్చు కాబట్టి మనం మళ్ళీ ఉదాహరణ  $fx$  ని  $x$  ద్వారా ఒకదానికి సమానం చూద్దాం కాబట్టి సున్నా వద్ద ఉన్న  $x$  యొక్క ఈ  $f$  యొక్క కుడి చేతి పరిమితి అనంతానికి సమానం అని మనం చూశాము, కుడి చేతి గురించి ఏమిటి ఎడమ చేతి పరిమితి గురించి క్లెయిమ్ చేయండి కాబట్టి ఎడమవైపు క్లెయిమ్ చేయండి  $x$  యొక్క  $f$  యొక్క చేతి పరిమితి ప్రతికూల అనంతానికి సమానం, ఇది మళ్ళీ స్పష్టంగా ఉండాలి ఎందుకంటే  $x$  ప్రతికూల వాస్తవ సంఖ్య అయితే  $x$  ద్వారా 1 కూడా ప్రతికూలంగా ఉంటుంది మరియు మీరు  $x$ ని ప్రతికూల వాస్తవ సంఖ్యగా తీసుకుంటే అది 0కి దగ్గరగా ఉంటుంది.

1 బై  $x$  పెద్ద  $ne$  అవుతుంది గేటివ్ నంబర్ సరైనది కానీ కఠినంగా మేము నిరూపించాలనుకుంటే, సున్నా కంటే  $n$  తక్కువగా ఇవ్వబడనివ్వండి, అప్పుడు మీరు డెల్టాను కనుగొనవలసి ఉంటుంది, అలా అయితే నేను త్వరగా వ్రాస్తాను కాబట్టి డెల్టాను మైనస్ 1కి సమానం చేయడానికి డెల్టాను 1  $n$ తో సమానంగా తీసుకోండి అని మాకు డెల్టా అవసరం అని గమనించండి ధనాత్మక వాస్తవ సంఖ్య కాబట్టి  $n$  ద్వారా 1 నెగెటివ్ కాబట్టి మైనస్ 1 బై  $n$  ఇది సానుకూల వాస్తవ సంఖ్య మరియు  $n$  పెద్ద ప్రతికూల సంఖ్య అయితే ఈ డెల్టా ఇప్పుడు చిన్న ధనాత్మక వాస్తవ సంఖ్య అవుతుంది, ఒకవేళ డెల్టా మైనస్ 1 బై  $n$ కి సమానం అయితే అప్పుడు మనం  $n$   $x$   $\theta$  కి ఎడమ వైపున ఉంటే  $x$  అంటే 0 కంటే తక్కువ అయితే అది 0 మైనస్ డెల్టా కంటే ఎక్కువ అంటే మైనస్ డెల్టా కంటే  $x$  ఎక్కువ అని అంటే ఇది ప్లస్ 1కి సమానమైన మైనస్ డెల్టా కంటే  $x$  ఏది ఎక్కువ అని సూచిస్తుంది  $n$  ద్వారా సరే కాబట్టి మనకు ప్రతికూల సంఖ్య మరియు మైనస్ డెల్టా కంటే ఎక్కువ ఉంటే  $x$  అనేది 1 బై  $n$  కంటే ఎక్కువ అని గమనించండి, ఈ 1 బై  $n$  ఇది ప్రతికూలమైనది కాబట్టి ఇది మైనస్  $x$  మైనస్ 1 బై  $n$  కంటే తక్కువగా ఉంటుందని సూచిస్తుంది మరియు  $x$   $\theta$  కంటే తక్కువ మైనస్  $x$   $\theta$  కంటే ఎక్కువ మరియు ఇప్పుడు ఈ మైనస్  $x$   $\theta$  సానుకూలంగా ఉంటుంది కాబట్టి ఇది మైనస్  $n$  కంటే 1 బై మైనస్  $x$  ఎక్కువగా ఉండాలని సూచిస్తుంది మరియు ఇది 1 బై  $x$   $n$  కంటే తక్కువగా ఉండాలని సూచిస్తుంది కాబట్టి  $x$   $\theta$  కంటే తక్కువ మరియు మైనస్ డెల్టా కంటే ఎక్కువ అయితే  $x$  యొక్క  $f$  1 ద్వారా సమానం  $x$  ఇది  $n$  కంటే తక్కువ కాబట్టి  $x$  యొక్క ఎడమ చేతి పరిమితి మైనస్ ఇన్నిటికీ సమానం కాబట్టి ఇప్పుడు చూద్దాం కాబట్టి మనం ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి సానుకూల అనంతం లేదా ప్రతికూల అనంతం అని అర్థం ఏమిటో ఇప్పుడు చూద్దాం.

లక్షణాలు కాబట్టి ముందుగా మనకు  $fx$  మరియు  $gx$  ఉన్నాయని అనుకుందాం మరియు  $x$  యొక్క  $f$  యొక్క పరిమితి అనంతానికి సమానం మరియు  $a$  వద్ద  $x$  యొక్క  $g$  యొక్క పరిమితి కొంత  $l$ కు సమానం, ఇది వాస్తవ సంఖ్య అయిన తర్వాత

$fx$  యొక్క పరిమితి ఏమిటి ప్లస్  $gx$  కాబట్టి ఇది మళ్ళీ అనంతానికి సమానంగా ఉండాలి కాబట్టి మనకు రెండు ఫంక్షన్ల మొత్తం ఉంటే, ఒక ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి సానుకూల అనంతం మరియు మరొక ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి ఉనికిలో ఉండి మరియు పరిమితమైనట్లయితే, మొత్తం యొక్క పరిమితి అనంతంగా ఉండాలి కాబట్టి దీన్ని గుర్తుంచుకోవడానికి మనం  $a$  అని వ్రాయవచ్చు సంజ్ఞామానం మనకు ఏదైనా అనంతం ఉన్నట్లయితే మరియు  $a$  ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య అయితే ఇది అనంతానికి సమానం, కాబట్టి మనకు రూపం అనంతం మరియు వాస్తవ సంఖ్య యొక్క పరిమితి ఉన్నప్పుడల్లా అనంతంగా ఉండాలి మరియు ఇది చాలా స్పష్టంగా ఉండాలి మరియు రుజువు మనం చేయవలసి ఉంటుంది  $fx$  ప్లస్  $gx$  యొక్క పరిమితి అనంతానికి సమానం అని చూపిస్తుంది కాబట్టి సున్నా కంటే  $m$  ఎక్కువ ఇవ్వాలి అప్పుడు మనం డెల్టా పాజిటివ్ని కనుగొనాలి అంటే  $\text{mod } x$  మైనస్ డెల్టా కంటే తక్కువ మరియు  $x$  సమానం కాదు అంటే

$fx$  ప్లస్  $gx$  ఉండాలి  $m$  కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది, అయితే  $fx$  యొక్క పరిమితి అనంతం మరియు  $gx$  యొక్క పరిమితి  $l$  అని ఇవ్వబడింది కాబట్టి

ఈ పరిమితి యొక్క నిర్వచనం ప్రకారం

$x$  యొక్క  $g$  పరిమితి  $l$ కి సమానం కాబట్టి,  $\text{mod}$  లాగా కొంత డెల్టా ఒకటి ఉందని మనకు తెలుసు

$x$  మైనస్ డెల్టా 1 కంటే తక్కువ, ఇది  $x$  మైనస్ 1 యొక్క  $g$  యొక్క మోడ్ ఒకటి కంటే తక్కువగా ఉందని సూచిస్తుంది,

కాబట్టి మనం ఇక్కడ చేస్తున్నది 1కి సమానమైన ఎప్పిలాన్కు సమానమైన డెల్టా ఒక పాజిటివ్ని ఎంచుకోండి.

కాబట్టి మనకు తెలిసినది  $g$  యొక్క పరిమితి  $x$  యొక్క  $x$   $a$ కి వెళ్ళినప్పుడు సమానం  $a$   $l$  నుండి 1 వరకు ఏదైనా ఎప్పిలాన్ పాజిటివ్ ఇచ్చినట్లయితే, నేను డెల్టాను కనుగొనగలను, అంటే  $\text{mod } x$  మైనస్  $a$  డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉన్నప్పుడు మరియు  $x$   $x$  మైనస్ 1 యొక్క  $g$  యొక్క  $\text{mod}$ తో సమానంగా ఉండనప్పుడు ఎప్పిలాన్ కంటే తక్కువగా ఉండాలి కాబట్టి ప్రత్యేకంగా నేను ఎప్పిలాన్ని ఎంచుకున్నాను ఒకటిగా ఉండాలంటే  $\text{mod } gx$  మైనస్ 1 ఒకటి కంటే తక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి  $\text{mod } x$  మైనస్ డెల్టా కంటే తక్కువ సున్నా కంటే ఒకటి ఎక్కువ అంటే  $x$  యొక్క  $g$  అనేది 1 మైనస్ వన్ మరియు 1 ప్లస్ వన్ వద్ద ఉంటుంది కాబట్టి ఇది మనకు లభిస్తుంది కూడా మనకు ఇవ్వబడుతుంది  $x$  యొక్క  $f$  యొక్క పరిమితి  $x$  సమీపించేటటువంటి  $x$  యొక్క పరిమితి  $a$  అనంతానికి సమానం కాబట్టి ఏదైనా ధనాత్మక వాస్తవ సంఖ్య కోసం నేను  $x$  యొక్క వాస్తవ సంఖ్య కంటే  $x$  యొక్క  $f$  పెద్దదిగా చేయగలను కాబట్టి  $x$  యొక్క  $f$  ఎక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి డెల్టా 2 పాజిటివ్ ఉంది నేను ఇక్కడ  $m$  one అని వ్రాస్తాను మరియు నేను ఇది తరువాత వ్రాస్తాను కాబట్టి  $\text{mod } x$  మైనస్  $a$  డెల్టా రెండు కంటే తక్కువ మరియు సున్నా కంటే ఎక్కువ అయినప్పుడల్లా  $x$  యొక్క  $f$   $m$  ఒకటి కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి ఇప్పుడు ఏమి జరుగుతుందో మనం  $fx$  ప్లస్ని చూడాలి  $gx$  కాబట్టి మనం డెల్టాను కనిష్టంగా డెల్టా 1 మరియు డెల్టా 2 అని తీసుకుంటే అది మళ్ళీ

సానుకూలంగా ఉంటుంది  $ve$  పరిమాణం డెల్టా 1 మరియు డెల్టా 2 రెండూ పాజిటివ్గా ఉంటాయి కాబట్టి  $\text{mod } x$  మైనస్ డెల్టా కంటే తక్కువ మరియు సున్నా కంటే ఎక్కువ కాబట్టి ఇది  $fx$  ప్లస్  $gx$  అని సూచిస్తుంది కాబట్టి  $\text{mod } x$  మైనస్  $a$  డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, ఇది డెల్టా 2  $fx$  కంటే తక్కువగా ఉంటుంది.

$m$  1 మరియు  $\text{mod } x$  మైనస్  $a$  డెల్టా 1 కంటే తక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి 1 ద్వారా ఇది 1 ఇది 2 ద్వారా ఒక  $\text{mod } x$  అనేది మనకు తెలిసిన దానికంటే ఎక్కువ 1 మైనస్ ఒకటి కాబట్టి కానీ మనకు కావలసినది ఏమిటంటే, మనకు  $x$  యొక్క  $f$  ప్లస్  $g$  కావాలి  $x$  అనేది  $m$  కంటే ఎక్కువగా ఉండాలి, ఇక్కడ  $m$  ఇవ్వబడిన ధనాత్మక సంఖ్య కనుక ఇది 1 మరియు 2 ద్వారా ఇది  $m$ కి సమానం అని వ్రాద్దాం.

కాబట్టి మన  $m$  వన్  $m$  ఒకటి  $m$  ప్లస్ వన్ మైనస్ 1కి సమానం కాబట్టి నేను ఎంచుకుంటే  $m$  ఒకటి  $m$  ప్లస్ వన్ మైనస్ 1తో సమానంగా ఉండాలి, అప్పుడు  $\text{mod } x$  మైనస్  $a$  డెల్టా రెండు కంటే తక్కువగా ఉన్నప్పుడల్లా  $x$  యొక్క  $f$  ఈ  $m$  ఒకటి కంటే ఎక్కువగా ఉండేలా చేయవచ్చు కాబట్టి

$fx$  ప్లస్  $gx$  పరిమితి ఇది అనంతానికి సమానం కాబట్టి ఈ రిగ్రెస్ ప్రూఫ్ కొంచెం క్లిష్టంగా కనిపించవచ్చని నేను చెప్తాను,

అయితే మీరు  $fx$  యొక్క పరిమితిని అర్థం చేసుకోవాలి ఇన్నింటి అంటే మీరు  $fx$ ని మీకు కావలసినంత పెద్దదిగా మార్చుకోవచ్చు, అంటే  $x$ ని  $a$  దగ్గర తగినంతగా ఉండేలా ఎంచుకోవచ్చు మరియు  $x$  యొక్క  $g$  పరిమితి పరిమితమైనది కాబట్టి అది కొంత పరిమిత సంఖ్య దగ్గర ఉంటుంది కాబట్టి ఆ మొత్తాన్ని మళ్ళీ పెద్దదిగా చేయవచ్చు.

మీకు కావలసింది అదే విధంగా రెండు పరిమితులు అనంతం అయితే ఏమి జరుగుతుందో అడుగుదాం కాబట్టి  $x$  యొక్క పరిమితి

అనంతానికి సమానం మరియు  $x$  యొక్క  $g$  పరిమితి కూడా అనంతం అయితే మళ్ళీ  $fx$  ప్లస్  $gx$  పరిమితి ఇది అవుతుంది ఇన్నింటికి సమానం మళ్ళీ రుజువు సున్నా కంటే  $m$  ఎక్కువ ఇవ్వాలి, అప్పుడు నేను త్వరగా వ్రాస్తాను కాబట్టి సున్నా కంటే ఒకటి ఎక్కువ డెల్టా ఉంది మరియు సున్నా కంటే రెండు పెద్ద డెల్టా ఉంది అంటే  $\text{mod } x$  మైనస్ డెల్టా కంటే తక్కువ సున్నా కంటే ఒకటి ఎక్కువ ఇది  $f$ ని సూచిస్తుంది  $x$  కంటే  $x$  ఎక్కువగా ఉంటుంది

మరియు  $\text{mod } x$  మైనస్  $a$  డెల్టా రెండు కంటే తక్కువగా ఉన్నట్లయితే,  $x$  యొక్క  $g$  పరిమితి కూడా అనంతం కనుక నేను దీని కోసం  $m$  కంటే 2 ద్వారా  $gx$ ని పెద్దదిగా చేయగలను మరియు తర్వాత

డెల్టాను మళ్ళీ సమానంగా తీసుకోండి కనిష్ట డెల్టా 1 డెల్టా 2 ఇది సానుకూలంగా ఉంటుంది, ఆపై  $\text{mod } x$  మైనస్ డెల్టా కంటే సున్నా కంటే తక్కువ, ఇది  $fx$  ప్లస్  $gx$  కంటే ఎక్కువ ఉండాలి అని సూచిస్తుంది  $fx$  ప్లస్  $gx$  అనేది  $m$  కంటే రెండు ప్లస్  $m$  బై రెండు, ఇది  $m$  కాబట్టి మొత్తం పరిమితి మళ్ళీ అనంతం ఇక్కడ అదేవిధంగా మీరు

$afx$ కి వెళ్ళే  $x$  యొక్క పరిమితి అనంతానికి సమానం అనుకోవచ్చు, అప్పుడు

$x$  యొక్క స్థిరమైన  $c$  సార్లు  $f$   $x$  కి వెళ్ళే పరిమితి గురించి నేను ఏమి చెప్పగలను అది అనంతానికి సమానం కాబట్టి మనం చూడబోయేది ఇదే సి పాజిటివ్ అయితే ఇది

నెగటివ్ ఇన్నింటికి సమానం సి 0 అయితే సి రెట్లు  $fx$  0 కాబట్టి వాస్తవానికి ఇది 0కి సమానం అయితే సి 0కి సమానం.

కాబట్టి ఇది ఎందుకు మొదటిది కేస్ ఒకటి సి పాజిటివ్ అయితే, 0 కంటే ఎక్కువ  $m$  ఇవ్వాలి, సి ద్వారా  $m$  కూడా పాజిటివ్గా ఉంటుంది కాబట్టి సి పాజిటివ్ కాబట్టి

ఎఫ్ఎక్స్ పరిమితి ఇన్నింటికి కాబట్టి డెల్టా పాజిటివ్ ఉంది కాబట్టి డెల్టా కంటే  $\text{mod } x$  మైనస్ తక్కువ డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, ఇది  $f$ ని సూచిస్తుంది  $c$  మరియు  $t$  ద్వారా ఈ సంఖ్య  $m$  కంటే  $x$  ఎక్కువ  $c$  సార్లు  $fx$  మళ్ళీ  $m$  కంటే ఎక్కువ అని సూచిస్తుంది, ఎందుకంటే  $c$  పాజిటివ్గా ఉంటుంది కాబట్టి  $c$  సార్లు  $fx$  పరిమితి అనంతానికి

సమానం అని అర్థం  $c$  ప్రతికూలంగా ఉంటే, అప్పుడు మనం  $m$  ద్వారా  $m$  అని వ్రాయలేము అది పాజిటివ్ కాదు కాబట్టి మైనస్  $c$  పాజిటివ్ అవుతుంది మరియు కనుక మనం కలిగి ఉంటే మరియు సున్నా కంటే తక్కువ

ఇచ్చినట్లయితే, నేను  $n$  ద్వారా  $n$  అని వ్రాస్తే, నేను  $n$  ను మైనస్  $c$ తో వ్రాస్తే, ఇది మళ్ళీ ప్రతికూలంగా ఉంటుంది, ఎందుకంటే  $n$  ప్రతికూలంగా ఉంటుంది మరియు మైనస్  $c$  సానుకూలంగా ఉంటుంది కాబట్టి  $n$  బై మైనస్  $c$  అనేది

ప్రతికూల వాస్తవ సంఖ్య అంటే  $n$  ద్వారా  $c$  ఇది ధనాత్మకంగా మారుతుంది కాబట్టి  $x$  యొక్క  $f$  యొక్క పరిమితి సానుకూల అనంతం మరియు  $n$  ద్వారా  $c$  సానుకూల వాస్తవ సంఖ్య అయినందున మనం 0 కంటే ఎక్కువ డెల్టాను

కనుగొనవచ్చు, అంటే  $\text{mod } x$  మైనస్ డెల్టా కంటే తక్కువ, ఇది  $x$  యొక్క  $f$ ని సూచిస్తుంది  $n$  ద్వారా  $n$  కంటే ఎక్కువ అని నేను చూపించాలిస్తుంది ఏమిటంటే  $c$  సార్లు  $fx$  పరిమితి ప్రతికూల అనంతం అంటే మనకు  $\text{mod } x$  మైనస్ డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉంటే  $c$  సార్లు  $fx$   $n$  కంటే తక్కువగా ఉంటుందని నేను చూపించాలి మైనస్  $n$

నుండి మైనస్ సి మరియు మైనస్ సి సానుకూలంగా ఉన్నందున మనం చేయవచ్చు రెండు వైపులా మైనస్  $c$ తో గుణించండి కాబట్టి  $x$  యొక్క మైనస్  $c$  రెట్లు  $f$  మళ్ళీ మైనస్  $c$  రెట్లు మైనస్  $n$  కంటే మైనస్  $c$  కంటే ఎక్కువ,

అంటే మైనస్  $cfx$  మైనస్  $n$  కంటే ఎక్కువ మరియు ఇది  $c$  సార్లు  $fx$  అని వ్రాయడానికి సమానం కాబట్టి  $fx$   $n$  కంటే తక్కువగా ఉంటుంది

$c$  సార్లు  $fx$  యొక్క నిర్వచన పరిమితి మైనస్ అనంతానికి సమానం మరియు  $c$  కోసం సున్నా  $c$  సార్లు  $fx$  యొక్క చివరి సందర్భం  $fx$  నిర్వచించబడిన అన్ని  $x$  కోసం సున్నాకి సమానం మరియు కాబట్టి  $x$  యొక్క  $c$  సార్లు  $f$  యొక్క పరిమితి సున్నాగా ఉండాలి పరిమితి  $fx$  ప్రతికూల అనంతం అయితే

పరిమితి సానుకూల అనంతం లేదా ప్రతికూల అనంతం అని చెప్పడానికి స్థిరాంకం సానుకూలంగా లేదా

ప్రతికూలంగా ఉందా అని ఇక్కడ మీరు జాగ్రత్తగా ఉండాలి నెగటివ్ ఇన్నింటికి సి పాజిటివ్ అయితే ఇది పాజిటివ్

ఇన్నింటి అవుతుంది సి నెగటివ్

అయితే 0 సి అయితే 0 ఒకే కాబట్టి మనకు ఎఫ్ఎక్స్ మరియు జిఎక్స్ మొత్తం ఉంటే పరిమితి అనంతమైనప్పటికీ పరిమితికి కొన్ని నియమాలు ఉన్నాయని మనం చూశాము.

మేము హా ఒక విషయం చూడలేదు కాబట్టి  $fx$  పరిమితి అనంతం మరియు  $g$  యొక్క  $x$  పరిమితి మైనస్ అనంతం అయితే  $fx$  ప్లస్  $gx$  పరిమితి గురించి మనం ఏమి చెప్పగలం కాబట్టి ఈ సందర్భంలో ఏమి జరుగుతోంది అంటే  $fx$  అనంతానికి చేరుకుంటుంది మరియు  $gx$  ప్రతికూల అనంతానికి చేరుకుంటుంది కాబట్టి ఇది ఇన్నింటి మైనస్ ఇన్నింటి రూపం కాబట్టి మీలో కొందరు ఇది ఇన్నింటికి వెళుతుందని ఊహించవచ్చు, ఇది మైనస్ ఇన్నింటికి వెళుతుంది కాబట్టి ఇన్నింటి మైనస్ ఇన్నింటి 0 అయితే అది నిజం కాదు కాబట్టి కొన్ని ఉదాహరణల ద్వారా చూద్దాం కాబట్టి ఉదాహరణలు ఒకటి ఎఫ్ఎక్స్ తీసుకుందాం.

$x$  స్క్వేర్ ద్వారా ఒకదానికి సమానం మరియు  $gx$  మైనస్ 1 బై  $x$  స్క్వేర్ రెండూ  $x$  నాన్-జిరో కోసం నిర్వచించబడ్డాయి, ఇక్కడ  $x$  0 కి చేరుకునేట్లు మన దగ్గర ఉన్నది  $fx$

యొక్క పరిమితిగా ఉంటుంది,  $x$  అనేది  $x$  యొక్క పరిమితి అనంతం మరియు  $x$  గా  $x$  యొక్క పరిమితి.

అప్రోచ్ 0 మైనస్ ఇన్నింటి ఎందుకంటే  $x$  యొక్క  $g$  మైనస్ 1 రెల్లు  $f$   $x$  మరియు మన మునుపటి విషయం ప్రకారం

, మనం గుణిస్తే ఈ మైనస్ 1 ప్రతికూల స్థిరాంకం కాబట్టి ఇది మైనస్ అనంతానికి వెళుతుంది, ఇప్పుడు  $fx$  ప్లస్  $gx$  ప్లస్  $gx$  గురించి ఏమిటి  $x$  చదరపు ప్లస్ మైనస్ వన్ బై  $x$  స్క్వేర్ అన్నింటికి సున్నా, ఇది 0 కుడికి సమానం కాదు కాబట్టి ఈ ఫంక్షన్ సున్నాని కలిగి ఉన్న విరామంలో ఒకేలా 0 ఉంటుంది కాబట్టి  $fx$  ప్లస్  $gx$  యొక్క పరిమితి సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఇది ఇలా ఉంటుందని మీరు భావించవచ్చు ఎల్లవేళలా నిజమే అయితే రెండవ ఉదాహరణ చూద్దాం ఇప్పుడు  $fx$  కి సమానమైన ఎఫ్ఎక్స్ చూద్దాం, నేను  $fx$  ని వన్ ప్లస్ వన్ బై  $x$  స్క్వేర్ కి సమానంగా తీసుకుంటాను మరియు  $gx$  అనేది మైనస్ వన్ బై  $x$  స్క్వేర్ కి సమానం మరియు రెండూ  $x$  కోసం నిర్వచించబడవు సున్నా కాబట్టి మనం  $x$  సున్నాకి చేరుకున్నప్పుడు  $x$  యొక్క  $f$  యొక్క పరిమితిని చూస్తే, ఇది మళ్ళీ మొదటి ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి, ఇది ఒకదానికి వెళుతుంది మరియు  $x$  స్క్వేర్ ద్వారా ఒకదాని పరిమితి అనంతం మరియు మనకు పరిమితి ఉంటే మనం చూశాము ఒక ఫంక్షన్ వాస్తవ సంఖ్య మరియు మరొకటి అనంతానికి వెళుతుంది, ఆపై మొత్తం మళ్ళీ అనంతం కాబట్టి ఇది  $x$  యొక్క  $g$  యొక్క అనంత పరిమితికి సమానం, ఇది మైనస్ అనంతం అయితే  $fx$  ప్లస్  $gx$  మరియు ఇక్కడ  $fx$  ప్లస్  $gx$  ఒకదానికి సమానం కాబట్టి  $x$  కాదు సున్నాకి సమానం కాబట్టి  $fx$  ప్లస్  $gx$  పరిమితి ఇక్కడ ఒకదానికి సమానం మరియు నేను దీన్ని ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్యకు మార్చినట్లయితే ఇక్కడ ఒకదాని గురించి ప్రత్యేకంగా ఏమీ లేదు కాబట్టి  $fx$  ని వన్ ప్లస్ వన్ బై  $x$  స్క్వేర్ కి సమానంగా తీసుకుంటే, మనం  $fx$  ని కొంత స్థిరమైన  $c$  ప్లస్ 1 బై  $x$  స్క్వేర్ కి సమానంగా తీసుకుంటాము.

ఇక్కడ  $c$  ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య ధనాత్మక ప్రతికూలం లేదా 0 అయితే  $fx$  ప్లస్  $gx$  యొక్క పరిమితి ఇక్కడ  $c$  కి సమానం కాబట్టి ఈ అనంతం మైనస్ అనంతం ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య  $c$  తీసుకోవచ్చు కాబట్టి ఈ అనంతం మైనస్ అనంతం అంటే అర్థం లేనిది ఏదైనా  $b$  చేయవచ్చు వాస్తవ సంఖ్య కూడా కాబట్టి ప్రశ్న అది అనంతం లేదా మైనస్ అనంతం కావచ్చు కాబట్టి సమాధానం మళ్ళీ అవును కాబట్టి మనం పరిగణలోకి తీసుకుంటే  $fx$  చూద్దాం మరియు  $gx$   $fx$  ప్లస్  $gx$  అనంతానికి సమానం అని చెప్పారు కాబట్టి నేను దీన్ని తీసుకుంటే చాలా సులభం అలా చేయడానికి నేను  $fx$  ని  $x$  స్క్వేర్ తో రెండుకి మరియు  $gx$  ని మైనస్ వన్ బై  $x$  స్క్వేర్ కి సమానంగా తీసుకుంటే, అప్పుడు  $fx$  ని సున్నా వద్ద పరిమితి  $fx$  ని ఇన్నింటి పరిమితి  $gx$  మైనస్ ఇన్నింటికి సమానం మరియు  $fx$  ప్లస్  $gx$  రెండు బై  $x$  స్క్వేర్ ప్లస్ మైనస్ వన్ బై  $x$  స్క్వేర్ ఇది  $x$  స్క్వేర్ ద్వారా ఒకటి కాబట్టి  $x$  స్క్వేర్ ద్వారా ఒకటి అనంతానికి చేరుకుంటుందని మనకు తెలుసు కాబట్టి  $x$  పరిమితి సున్నాకి వెళుతుంది  $fx$  ప్లస్  $gx$  ఇది  $x$  స్క్వేర్  $x$  సమీపించే సున్నా యొక్క పరిమితికి సమానం, ఇది అనంతానికి సమానం మరియు అదే విధంగా మనం తీసుకోవడం ద్వారా తీసుకుంటే  $fx$  ఈ క్వల్ వన్ బై  $x$  స్క్వేర్ మరియు  $gx$  ఈ క్వల్ మైనస్ టూ  $x$  స్క్వేర్ పరిమితి  $fx$  ప్లస్  $gx$  ఇది మైనస్ ఇన్నింటి అవుతుంది ఎందుకంటే ఇక్కడ  $fx$  ప్లస్  $gx$  అనేది మైనస్ వన్ బై  $x$  స్క్వేర్ పరిమితి  $fx$  మరియు  $x$  యొక్క  $g$  పరిమితి మైనస్ అనంతం కాబట్టి మనం చూసింది ఏమిటంటే, ఈ అనంతం మైనస్ అనంతం ఏదైనా తీసుకోవచ్చు కాబట్టి ముగింపు ఈ అనంతం మైనస్ అనంతం అనిర్దిష్ట నిమిషం రూపం, అంటే ఈ పరిమితి ఏమిటో మీరు ముందుగా నిర్ణయించలేరు కాబట్టి ఒకరు అనంతానికి వెళితే మరొకటి మైనస్ అనంతం ఇది సమస్య నుండి సమస్య వరకు ఆధారపడి ఉంటుంది, ఇది ఒక అనిర్దిష్ట రూపం మరియు ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య లేదా ప్లస్ లేదా మైనస్ అనంతం కావచ్చు కాబట్టి మనం అలాంటి పరిమితులను జాగ్రత్తగా వ్యవహరించాలి.

$r$  విషయమేమిటంటే, ఫంక్షన్ ఉత్పత్తికి సంబంధించిన లక్షణాలు సరే కాబట్టి కొన్ని  $a$  కి వెళ్ళే  $f$   $xx$  యొక్క పరిమితి అనంతానికి సమానం మరియు  $x$  యొక్క  $g$  యొక్క పరిమితి కొంత  $l$  కి సమానం, ఇది వాస్తవ సంఖ్య అయినప్పుడు పరిమితి గురించి నేను ఏమి చెప్పగలను యొక్క  $fx$  సార్లు  $g$  యొక్క  $x$  కాబట్టి మేము దీని యొక్క ప్రత్యేక సందర్భాన్ని చూశాము, ఇక్కడ  $g$  యొక్క  $x$  అనేది స్థిరమైన హక్కు కాబట్టి, పరిమితి సానుకూల అనంతమైన మైనస్ అనంతానికి లేదా సున్నాకి సమానమైనా స్థిరాంకం యొక్క గుర్తుపై ఆధారపడి ఉంటుందని మేము చూశాము.

ఇక్కడ మనం పొందేది ఏమిటంటే

, 1 పాజిటివ్ అయితే ఇది అనంతానికి సమానం మరియు 1 ప్రతికూలంగా ఉంటే ఇది ప్రతికూల అనంతానికి సమానం మరియు 1 0 అయితే ఏమి జరుగుతుందో కూడా అడుగుతాము కాబట్టి మనకు స్థిరమైన ఫంక్షన్ 0 ఉంటే ఇక్కడ స్థిరమైన సమయాలు  $f$   $x$  యొక్క 0 ఆ సందర్భంలో పరిమితి 0 కానీ  $x$  యొక్క  $g$  యొక్క పరిమితి సున్నా

అయితే అది మరింత క్లిష్టమైనది కాబట్టి

1 0కి సమానం అయితే ఏమిటని ప్రశ్నించండి కాబట్టి మేము ఈ ప్రశ్నలకు తదుపరి ఉపన్యాసంలో సమాధానం ఇస్తాము మరియు మేము కూడా చేస్తాము తదుపరి ఉపన్యాసంలో అనంతం వద్ద పరిమితుల గురించి తెలుసుకోండి ఆంక్ యు యు

Prutor@IIITK