બધાને નમસ્તે મર્યાદાઓ પરનું આ ત્રીજું વ્યાખ્યાન છે
તેથી છેલ્લા વ્યાખ્યાનમાં આહ છેલ્લા પ્રવચનના અંતે અમે અનંત મર્યાદાઓ વિશે ચર્ચા કરવાનું શરૂ કર્યું
તેથી ચાલો હું તેને ચાલુ રાખું જેથી મને યાદ આવે કે અનંત મર્યાદાનો અમારો અર્થ શું છે
તેથી વ્યાખ્યા આપણે કહીએ છીએ કે x ની f ની મર્યાદા જેમ x a ની નજીક આવે છે તે અનંતની બરાબર છે જો કોઈપણ હકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યા m આપવામાં આવે તો ત્યાં એક ધન ડેલ્ટા અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે x નો f m કરતાં મોટો હોય જ્યારે 0 એ x ના મોડ કરતા ઓછો હોય ત્યારે a ઓછો હોય ડેલ્ટા કરતાં એટલે કે x નું f છે એ x ને a ની પૂરતી નજીક હોવા માટે પસંદ કરીને મનસ્વી રીતે મોટું બનાવી શકાય છે પરંતુ a ની બરાબર નથી
તેથી ચાલો આને ઉદાહરણ સાથે સમજવાનો પ્રયાસ કરીએ જેથી ઉદાહરણ તરીકે ધ્યાનમાં લો કે x નું f બરાબર 1 બાય x છે ચોરસ અને આ ફંક્શન x ની બરાબર 0 પર વ્યાખ્યાયિત નથી પરંતુ તે બધા x બિન-શૂન્ય માટે વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે ચાલો આપણે પૂછીએ કે મર્યાદા શું છે તો x ની f ની મર્યાદા શું છે
જ્યારે x શૂન્યની નજીક આવે છે તો આપણે જે જોઈએ છીએ તે 1 બાય x છે ચોરસ જો હું x ને ખૂબ જ sma માનું ll સકારાત્મક અથવા નકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યા પછી 1 બાય x ચોરસ મોટી સકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યા બને છે
તેથી દાવો એ છે કે x ની f ની મર્યાદા જેમ x 0 ની નજીક આવે છે તે અનંતની બરાબર છે અને અમે તેને અમારી વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરીશું
તેથી આમ આપણે જે બતાવવાનું છે તે એ છે કે કોઈપણ m પોઝિટિવ જોતાં આપણે ડેલ્ટા શોધવાનો છે
તેથી શૂન્ય કરતાં વધુ m આપીએ તો આપણે 0 કરતાં મોટો ડેલ્ટા શોધવાની જરૂર છે જેમ કે જો x માઈનસ 0 મોડ 0 કરતાં મોટો અને ડેલ્ટા કરતાં ઓછો હોય તો x નો f m કરતાં મોટો હોવો જોઈએ હવે x નું f શું છે, પરંતુ x નું f m કરતાં મોટું છે આનો અર્થ એ છે કે એક બાય x ચોરસ આપણે m કરતા મોટો બનવા માંગીએ છીએ
જે x ચોરસ 1 બાય m કરતા ઓછો છે તે લખવા બરાબર છે અને જે mod x ની સમકક્ષ છે મૂળ m દ્વારા એક કરતા ઓછા
તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે જો એમ હોય તો ચાલો આપણે ડેલ્ટાને 1 બાય m ના વર્ગમૂળની બરાબર ગણીએ કારણ કે m ધન છે હું m નું વર્ગમૂળ લઈ શકું છું
તેથી આ એક ધન છે વાસ્તવિક સંખ્યા હવે જો મોડ x ડેલ્ટા કરતા ઓછો હોય અને x શૂન્યની બરાબર ન હોય તો x ચોરસ ડેલ્ટા સ્ક્વેર કરતા ઓછો છે જે 1 બાય m બરાબર છે અને આનો અર્થ એ થાય છે કે 1 બાય x ચોરસ m કરતા મોટો છે કારણ કે x 0 ની બરાબર નથી અને આ આપણો xનો f છે જે xનો f m કરતાં મોટો છે જો મોડ x એ ડેલ્ટા કરતા ઓછો છે અને x એ શૂન્યની બરાબર નથી
તેથી આ સાબિત કરે છે કે
તેથી x 0 ની નજીક પહોંચતા 1 બાય x ચોરસની મર્યાદા આ અનંતની બરાબર છે જેથી આપણે જોયું કે આપણે ડાબા હાથ અને જમણા હાથની મર્યાદા વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ છીએ.
તેવી જ રીતે વ્યાખ્યામાં આપણે ડાબા હાથ અથવા જમણા હાથની મર્યાદાને અનંત તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ છીએ જેનો અર્થ એ થશે કે
તેથી આપણે કહીએ છીએ કે x ની મર્યાદા x ના ઓછા f પર જતી અનંતની બરાબર છે અથવા અનુક્રમે x ની મર્યાદા x ના વત્તા f પર જતી છે જે મતલબ કે જમણા હાથની મર્યાદા અનંતની બરાબર છે જો કોઈ સકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યા m આપવામાં આવે તો ત્યાં ડેલ્ટા અસ્તિત્વમાં છે આ ડેલ્ટા m પર આધાર રાખે છે આ સકારાત્મક છે જેમ કે જો આપણી પાસે ડાબા હાથની મર્યાદા માટે x હોય તો આપણે ફક્ત અંતરાલ જોઈ રહ્યા છીએ a ની ડાબી બાજુએ
તેથી જો x એ a કરતા ઓછો અને મોટો હોય માઈનસ ડેલ્ટા કરતાં આનો અર્થ એ હોવો જોઈએ કે x નો f m કરતા મોટો છે અને જમણા હાથની મર્યાદા માટે અનુક્રમે જો x a કરતા મોટો અને વત્તા ડેલ્ટા કરતા ઓછો હોય તો x નો f m કરતા મોટો હોવો જોઈએ
તેથી ઉદાહરણ તરીકે f ફંક્શન માટે ની x બરાબર 1 બાય xx 0 ની બરાબર નથી જમણા હાથની મર્યાદા મર્યાદા x શૂન્ય વત્તા x ની f ની અનંતતાની બરાબર છે શા માટે આનો પુરાવો m 0 કરતા મોટો હોવા દો આપણે ડેલ્ટા પોઝીટીવ શોધવો પડશે જેમ કે જો x 0 કરતા મોટો અને ડેલ્ટા કરતા ઓછો હોય તો તેનો અર્થ x ની f બરાબર 1 બાય x આ m કરતા મોટો હોવો જોઈએ
તેથી અહીં ડેલ્ટા શું હોવો જોઈએ
તેથી ડેલ્ટાને 1 બાય m બરાબર થવા દો કારણ કે m એ વાસ્તવિક સંખ્યા ધન છે વાસ્તવિક સંખ્યા આ ડેલ્ટા એક ધન જથ્થો છે અને પછી જો x શૂન્ય કરતા મોટો હોય અને ડેલ્ટા કરતા ઓછો હોય જે એક બાય m બરાબર હોય તો એક બાય x m કરતા મોટો હોય તેથી એક બાય xના શૂન્ય પર જમણા હાથની મર્યાદા આ બરાબર છે અનંત એ જ રીતે આપણે કહીએ છીએ કે નકારાત્મક અનંતની મર્યાદાને વ્યાખ્યાયિત કરીશું
x ની f ની મર્યાદા જેમ x a ની નજીક આવે છે તે ઋણ અનંતની બરાબર છે જો કોઈ પણ ઋણ પૂર્ણાંક આપવામાં આવે તો કોઈ પણ n શૂન્ય કરતા ઓછી હોય ત્યાં ડેલ્ટા પોઝિટિવ ફરીથી ડેલ્ટા n પર આધાર રાખે છે જેમ કે x નો f આપેલ નકારાત્મક સંખ્યા કરતા ઓછો હોવો જોઈએ જ્યારે પણ શૂન્ય મોડ x માઈનસ કરતા ઓછું હોય ત્યારે a ડેલ્ટા કરતા ઓછું હોય છે
તેથી ઉદાહરણ તરીકે હું એ જ રીતે લખું છું આપણે x ની f ની ડાબી બાજુની મર્યાદાને માઈનસ અનંતની બરાબર અને x ની f ની

જમણી બાજુની મર્યાદા નેગેટિવ અનંતની બરાબર વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ છીએ તો ચાલો આપણે ફરીથી ઉદાહરણ જોઈએ fx બરાબર એક બાય x
તેથી આપણે જોયું કે x ની આ f ની જમણી બાજુની મર્યાદા શૂન્ય પરની છે તે અનંતની બરાબર છે જમણા હાથ વિશે શું ડાબા હાથની મર્યાદા વિશે તો દાવો કરો કે ડાબી બાજુ છે x ની f ની હાથ મર્યાદા ઋણ અનંતની બરાબર છે તે ફરીથી સ્પષ્ટ હોવું જોઈએ

કારણ કે જો x નકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યા છે તો 1 બાય x પણ ઋણ છે અને જો તમે x ને નકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યા તરીકે લો છો જે 0 ની ખૂબ નજીક છે તો 1 બાય x એ મોટો ને હશે ગુણાત્મક સંખ્યા યોગ્ય છે પરંતુ જો આપણે સખત રીતે સાબિત કરવા માંગતા હોઈએ તો n શૂન્ય કરતા ઓછી આપવા દો તો તમારે ડેલ્ટા શોધવો પડશે કે જો એમ હોય તો મને ઝડપથી લખવા દો
તેથી ડેલ્ટાને માઈનસ 1 બાય n બાય n નોંધો કે આપણને ડેલ્ટાની જરૂર છે ધન વાસ્તવિક સંખ્યા
તેથી 1 બાય n એ ઋણ છે
તેથી ઓછા 1 બાય n આ એક સકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યા છે અને જો n મોટી ઋણ સંખ્યા હોય તો આ ડેલ્ટા નાની ધન વાસ્તવિક સંખ્યા હશે જો ડેલ્ટા 1 બાય n ની બરાબર હોય તો જો આપણે જો મારું x 0 ની ડાબી બાજુએ હોય તો તેનો અર્થ એ કે x 0 કરતા ઓછો છે પણ તે 0 માઇનસ ડેલ્ટા કરતા મોટો છે તેનો અર્થ એ છે કે x માઇનસ ડેલ્ટા કરતા મોટો છે આનો અર્થ એ થાય છે કે x માઇનસ ડેલ્ટા
કરતા શું મોટો છે જે વત્તા 1 ની બરાબર છે n દ્વારા ઠીક છે
તેથી જો આપણી પાસે x ને ઋણ સંખ્યા હોય અને માઇનસ ડેલ્ટા કરતા મોટી હોય તો x એ 1 બાય n કરતા મોટો છે, નોંધ કરો કે આ 1 બાય n છે આ ઋણ છે
તેથી આ સૂચવે છે કે ઓછા x એ ઓછા 1 બાય n કરતા ઓછા છે અને કારણ કે x 0 કરતા ઓછો છે x 0 કરતા મોટો છે અને હવે આ માઇનસ x થી છે s સકારાત્મક છે
તેથી આ સૂચવે છે કે 1 બાય માઇનસ x આ માઇનસ n કરતા મોટો હોવો જોઇએ અને જે સૂચવે છે કે 1 બાય x n કરતા ઓછો હોવો જોઇએ
તેથી જો x 0 કરતા ઓછો અને માઇનસ ડેલ્ટા કરતા મોટો હોય તો x નું f બરાબર 1 બાય x આ n કરતાં ઓછું છે
તેથી x ની f ની ડાબી બાજુની મર્યાદા માઇનસ અનંતની બરાબર છે તો ચાલો હવે જોઇએ
તેથી આપણે જોયું કે ફંક્શનની મર્યાદાનો અર્થ શું થાય છે તે હકારાત્મક અનંત અથવા નકારાત્મક અનંત છે હવે ચાલો આપણે કેટલાક જોઇએ ગુણધર્મો
તેથી પ્રથમ ધારો કે આપણી પાસે fx છે અને gx કાર્ય કરવાનું છે અને ધારો કે x ની f ની મર્યાદા અનંતની બરાબર છે અને a પર x ની g ની મર્યાદા અમુક l જેટલી છે જે વાસ્તવિક સંખ્યા છે તો
fx ની મર્યાદા કેટલી છે વત્તા gx
તેથી આ ફરીથી અનંતની બરાબર હોવું જોઇએ
તેથી જો આપણી પાસે બે ફંકશનનો સરવાળો હોય જ્યાં એક ફંકશનની સીમા ધન અનંત હોય અને બીજા ફંકશનની મર્યાદા અસ્તિત્વમાં હોય અને સીમિત હોય તો સરવાળાની મર્યાદા અનંત હોવી જોઇએ.

આ યાદ રાખવા માટે જેથી આપણે a તરીકે લખી શકીએ નોટેશન જો આપણી પાસે કોઈપણ અનંત છે વત્તા a આ અનંતની બરાબર છે જો a કોઇપણ વાસ્તવિક સંખ્યા છે તો જ્યારે પણ આપણી પાસે ફોર્મ અનંતની મર્યાદા હોય અને વાસ્તવિક સંખ્યા હોય જે અનંત હોવી જોઇએ અને આ ખૂબ જ સ્પષ્ટ હોવું જોઇએ જેનો પુરાવો આપણી પાસે છે બતાવો કે fx પ્લસ gx ની મર્યાદા અનંતની બરાબર છે
તેથી શૂન્ય કરતાં વધુ m આપીએ તો આપણે ડેલ્ટા પોઝિટિવ શોધવાની જરૂર છે જેમ કે મોડ x માઇનસ એ ડેલ્ટા કરતા ઓછો અને x બરાબર નથી આનો અર્થ fx વત્તા gx હોવો જોઇએ.
m કરતા વધારે હોઈએ પરંતુ અમને આપવામાં આવ્યું છે કે fx ની મર્યાદા અનંત છે અને gx ની મર્યાદા l છે
તેથી આ મર્યાદાની વ્યાખ્યા દ્વારા x ની g ની મર્યાદા l ની બરાબર હોવાથી આપણે જાણીએ છીએ કે કેટલાક ડેલ્ટા એક ધન છે જેમ કે મોડ x માઇનસ એ ડેલ્ટા 1 કરતા ઓછો છે આનો અર્થ એ થાય છે કે x માઇનસ l ના g નો મોડ
એક કરતા ઓછો છે
તેથી નોંધ લો કે આપણે અહીં જે કરી રહ્યા છીએ તે ડેલ્ટા વન પસંદ કરીએ છીએ જે એપ્સીલોન 1 ની બરાબર અનુરૂપ છે.

તેથી આપણે શું જાણીએ છીએ તે g ની મર્યાદા છે.
x ની જેમ x એ equ પર જાય છે al to l જો કોઇપણ એપ્સીલોન પોઝીટીવ આપવામાં આવે તો હું એક ડેલ્ટા શોધી શકું છું કે જ્યારે પણ મોડ x માઇનસ a ડેલ્ટા કરતા ઓછો હોય અને x બરાબર ન હોય તો જી નો મોડ x માઇનસ l એપ્સીલોન કરતા ઓછો હોવો જોઇએ
તેથી ખાસ કરીને મેં એપ્સીલોન પસંદ કર્યું છે એક હોવા માટે મોડ gx માઇનસ l એક કરતા ઓછો છે
તેથી મોડ x ઓછા ડેલ્ટા કરતા ઓછા એક શૂન્ય કરતા મોટો આ સૂચવે છે કે x નો g l માઇનસ વન અને l વત્તા એક વચ્ચે છે
તેથી આ એક છે જે આપણને મળે છે તે પણ આપવામાં આવે છે x ની f ની મર્યાદા જેમ x a ની નજીક આવે છે તે અનંતતાની બરાબર છે
તેથી કોઇપણ ધન વાસ્તવિક સંખ્યા માટે હું x ની f વાસ્તવિક સંખ્યા x માટે તે વાસ્તવિક સંખ્યા કરતા મોટી બનાવી શકું છું તેથી ત્યાં ડેલ્ટા 2 ધન અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે x નો f મોટો છે તેના કરતાં મને અહીં m one લખવા દો અને હું લખીશ કે આ પછી શું છે
તેથી x નો f m વન કરતા મોટો છે જ્યારે પણ મોડ x માઇનસ a ડેલ્ટા ટુ કરતા ઓછો અને શૂન્ય કરતા મોટો હોય તો હવે શું થાય છે તે આપણે fx પ્લસ જોવાનું છે gx
તેથી જો આપણે ડેલ્ટાને ન્યૂનતમ ડેલ્ટા 1 અને ડેલ્ટા 2 તરીકે લઈએ જે ફરીથી પોઝીટીવ છે ve જથ્થો કારણ કે ડેલ્ટા 1 અને ડેલ્ટા 2 બંને ધન છે તો મોડ x માઇનસ એ ડેલ્ટા કરતા ઓછા અને શૂન્ય કરતા વધારે છે આનો અર્થ એ થશે કે fx વત્તા gx

તેથી કારણ કે મોડ x માઇનસ a એ ડેલ્ટા કરતા ઓછો છે જે ડેલ્ટા 2 કરતા ઓછો છે fx કરતા મોટો છે.
m 1 અને મોડ x માઇનસ a એ ડેલ્ટા 1 કરતા પણ ઓછો છે
તેથી 1 દ્વારા આ 1 છે આ 2 બાય એક g x છે જે આપણે જાણીએ છીએ તેના કરતા વધારે છે l માઇનસ વન
તેથી પણ આપણે જે જોઈએ છે તે એ છે કે આપણે x નો f વત્તા g જોઈએ છે x m કરતાં મોટો હોવો જોઈએ જ્યાં m આપેલ સકારાત્મક સંખ્યા હતી
તેથી ચાલો લખીએ આ બરાબર m આ 1 અને 2 દ્વારા છે.
તો આપણું m એક m એક બરાબર m વત્તા એક ઓછા l શું હોવું જોઈએ
તેથી જો હું પસંદ કરું m એક એ m વત્તા એક ઓછા l ની બરાબર છે તો જ્યારે પણ મોડ x માઇનસ એ ડેલ્ટા બે કરતા ઓછો હોય ત્યારે આપણે x ના f ને આ m વન કરતા મોટો બનાવી શકીએ છીએ
તેથી fx વત્તા gx ની મર્યાદા આ અનંતની બરાબર છે મને કહેવા દો કે આ રીગ્રેસ પ્રૂફ કદાચ થોડો જટિલ લાગે પણ તમારે એ વિચાર સમજવો જોઈએ કે જો fx ની મર્યાદા અનંત છે તેનો અર્થ એ છે કે તમે x ને a ની નજીક પૂરતા પ્રમાણમાં પસંદ કરીને fx જેટલું મોટું બનાવી શકો છો અને x ની g મર્યાદા મર્યાદિત છે
તેથી તે અમુક મર્યાદિત સંખ્યાની નજીક છે અને
તેથી સરવાળો ફરીથી મોટો બનાવી શકાય છે.
જેમ તમે ઇચ્છો છો તે જ રીતે ચાલો પૂછીએ કે જો બંને મર્યાદા અનંત હોય તો શું થાય છે
તેથી જો x ની af પર જતી x ની મર્યાદા અનંતની બરાબર હોય અને x ની g ની મર્યાદા પણ અનંત હોય તો ફરીથી fx વત્તા gx ની મર્યાદા આ હશે અનંતની સમાન ફરીથી સાબિતી છે કે શૂન્ય કરતાં વધુ m મને આપવા દો તો મને ઝડપથી લખવા દો
તેથી ત્યાં અસ્તિત્વમાં છે ડેલ્ટા એક શૂન્ય કરતાં મોટો અને એક ડેલ્ટા બે શૂન્ય કરતાં મોટો છે જેમ કે મોડ x માઇનસ ડેલ્ટા કરતાં ઓછી એક શૂન્ય કરતાં મોટો આનો અર્થ થાય છે x નું પ્રમાણ વધુ છે તેના કરતાં મને અડધો mm બાય બે પસંદ કરવા દો અને જો મોડ x માઇનસ a એ ડેલ્ટા બે કરતા ઓછો હોય તો x ની g મર્યાદા પણ અનંત હોવાથી હું આ માટે gx ને m બાય 2 કરતા મોટો બનાવી શકું અને પછી
તેથી ફરીથી ડેલ્ટા બરાબર લો ન્યૂનતમ ડેલ્ટા 1 ડેલ્ટા 2 આ ધન છે પછી મોડ x માઇનસ એ ડેલ્ટા કરતા ઓછો શૂન્ય કરતા મોટો આ સૂચવે છે કે fx વત્તા gx એ m કરતાં બે વત્તા m બાય બે છે જે m છે
તેથી સરવાળાની મર્યાદા ફરીથી અનંત છે અહીં એ જ રીતે તમે પૂછી શકો છો કે ધારો કે afx પર જતી x ની મર્યાદા અનંતની બરાબર છે તો
x ની અચલ c ગુણ્યા f પર જતી xની મર્યાદા વિશે હું શું કહી શકું તે અનંતની બરાબર છે તો આપણે શું જોશું કે આ અનંતની બરાબર છે જો c સકારાત્મક છે તો આ નકારાત્મક અનંતની બરાબર છે જો c નકારાત્મક છે ઠીક છે જો c 0 છે તો c ગુણ્યા fx 0 છે તો અલબત્ત આ 0 ની બરાબર છે જો c 0 ની બરાબર છે.
તો આ શા માટે આટલું પહેલું છે કેસ એક જો c પોઝિટિવ હોય તો m 0 કરતા મોટો આપવામાં આવે તો c દ્વારા m પણ ધન છે કારણ કે c ધન છે
તેથી
fx ની મર્યાદા અનંત હોવાથી ત્યાં ડેલ્ટા પોઝિટિવ અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે mod x માઇનસ ડેલ્ટા કરતા ઓછો આ સૂચવે છે કે f x ની સંખ્યા m કરતાં c અને t દ્વારા મોટી છે તેનો અર્થ એ છે કે c ગુણ્યા fx ફરીથી m કરતા મોટો છે કારણ કે c ધન છે એટલે કે c ગુણ્યા fx ની મર્યાદા અનંતની બરાબર છે જો c નકારાત્મક હોય તો આપણે c વડે m લખી શકતા નથી જે ધન નથી
તેથી માઇનસ c હકારાત્મક બને છે અને
તેથી જો આપણી પાસે હોય અને શૂન્ય કરતા ઓછી હોય તો જો હું c વડે n લખું તો આ બને, જો હું n વડે ઓછા c લખું તો આ ફરીથી ઋણ છે કારણ કે n ઋણ છે અને માઇનસ c ધન છે
તેથી n વડે ઓછા c એ નકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યા છે.
કે જે n બાય c છે તે ધન બને છે
તેથી x ની f ની મર્યાદા ધન અનંત છે અને n બાય c એ ધન વાસ્તવિક સંખ્યા છે, આપણે 0 કરતા મોટો ડેલ્ટા શોધી શકીએ છીએ જેમ કે મોડ x માઇનસ એ ડેલ્ટા કરતા ઓછો આ સૂચવે છે કે x નું f n થી c બાય સી કરતા વધારે છે મારે જે બતાવવાનું છે તે એ છે કે c ગુણ્યા fx મર્યાદા ઋણ અનંત છે એટલે કે મારે બતાવવું પડશે કે c ગણો xfx n કરતા ઓછો છે જો આપણી પાસે મોડ x માઇનસ ડેલ્ટા કરતા ઓછું હોય તો આ બરાબર છે માઇનસ n બાય માઇનસ સી અને માઇનસ સી પોઝિટિવ હોવાથી આપણે કરી શકીએ છીએ બંને બાજુ માઇનસ c વડે ગુણાકાર કરો જેથી x ની બાદબાકી c ગુણ્યા f ફરીથી માઇનસ c ગુણ્યા માઇનસ n બાય માઇનસ c
કરતા વધારે છે જે બાદબાકી cfx માઇનસ n કરતા મોટો છે અને જે c ગુણ્યા fx લખવા સમાન છે તે n કરતા ઓછો છે
તેથી c ગુણ્યા fx ની વ્યાખ્યા મર્યાદા માઇનસ અનંતની બરાબર છે અને છેલ્લો કેસ અલબત્ત c બરાબર શૂન્ય c ગુણ્યા fx એ બધા x માટે શૂન્ય બરાબર છે જ્યાં fx વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે અને
તેથી x ની c ગુણ્યા f ની મર્યાદા શૂન્ય હોવી જોઈએ બરાબર
તેથી અહીં તમારે માત્ર સાવચેત રહેવાની જરૂર છે કે શું સ્થિરાંક સકારાત્મક છે કે નકારાત્મક છે તે કહેવા માટે કે શું મર્યાદા હકારાત્મક અનંત અથવા નકારાત્મક અનંત પર જશે તેવી જ રીતે જો મર્યાદા fx નકારાત્મક અનંત છે તો x ની c ગુણ્યા f ની મર્યાદા બરાબર હશે.
નકારાત્મક અનંત જો c હકારાત્મક હોય તો આ હકારાત્મક અનંત હશે જો c નકારાત્મક હોય અને 0 જો c 0 બરાબર હોય તો આપણે જોયું કે જો આપણી પાસે fx અને gx નો સરવાળો હોય તો મર્યાદા માટે અમુક નિયમ છે ભલે મર્યાદા અનંત હોય પણ

અમારી પાસે એક વસ્તુ છે જોયા નથી
તેથી જો fx ની મર્યાદા અનંત છે અને x ની મર્યાદા માઇનસ અનંત છે તો આપણે fx વત્તા gx ની મર્યાદા વિશે શું કહી શકીએ
તેથી આ કિસ્સામાં શું થઈ રહ્યું છે કે fx અનંતની નજીક આવી રહ્યું છે અને gx નકારાત્મક અનંતની નજીક આવી રહ્યું છે
તેથી તે અનંત ઓછા અનંત સ્વરૂપનું છે
તેથી તમારામાંથી કેટલાક અનુમાન કરી શકે છે કે આ અનંતમાં જઈ રહ્યું છે આ માઇનસ અનંતમાં જઈ રહ્યું છે
તેથી અનંત બાદબાકી અનંત 0 છે પરંતુ તે સાચું નથી
તેથી ચાલો આપણે કેટલાક ઉદાહરણ દ્વારા
જોઈએ તો ચાલો આપણે fx લઈએ.
એક બાય x ચોરસ અને gx બરાબર માઇનસ 1 બાય x ચોરસ બંનેને x બિન-શૂન્ય માટે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવ્યા છે તો અહીં આપણી પાસે જે છે તે fx ની મર્યાદા છે કારણ કે x નજીક આવે છે 0 એ અનંતની બરાબર છે અને x ની g ની મર્યાદા x તરીકે અપ્રોચ 0 એ માઇનસ અનંત છે કારણ કે x નો g એ x ના 1 ગુણ્યા f સિવાય બીજું કંઇ નથી અને આપણી પહેલાની વસ્તુ દ્વારા કારણ કે આ માઇનસ 1 એ ઋણ અચલ છે જો આપણે ગુણાકાર કરીએ તો આ માઇનસ અનંત પર જાય છે હવે fx પ્લસ gxfx પ્લસ gx એક બાય એક છે.
x ચોરસ પ્લસ માઇનસ વન બાય x ચોરસ જે બધા x માટે શૂન્ય છે બરાબર 0 બરાબર નથી
તેથી આ ફંક્શન શૂન્ય ધરાવતા અંતરાલમાં સમાનરૂપે 0 છે
તેથી fx વત્તા gx ની મર્યાદા શૂન્યની બરાબર છે
તેથી તમે વિચારવા લલચાઇ શકો છો કે આ છે હંમેશા સાચું પણ ચાલો બીજું ઉદાહરણ જોઈએ ચાલો હવે fx બરાબર જોઈએ હવે હું fx ને એક વત્તા એક બાય x ચોરસની બરાબર લઇશ અને gx બરાબર માઇનસ વન બાય x ચોરસ છે અને બંનેની વ્યાખ્યા x બરાબર નથી શૂન્ય
તેથી જો આપણે x ની f ની મર્યાદા જોઈએ કારણ કે x શૂન્યની નજીક આવે છે આ ફરીથી પ્રથમ ફંક્શનની મર્યાદા છે આ એક પર જાય છે અને એક બાય x ચોરસની મર્યાદા અનંત છે અને આપણે જોયું છે કે જો આપણી પાસે મર્યાદા છે ફંક્શન એ એક વાસ્તવિક સંખ્યા છે અને બીજી અનંતમાં જાય છે તો સરવાળો ફરીથી અનંત છે
તેથી આ x ની જીની અનંત મર્યાદાની બરાબર છે
આ માઇનસ અનંત છે પરંતુ fx વત્તા gx વિશે શું અને અહીં fx વત્તા gx એક બરાબર છે
તેથી x નથી શૂન્યની બરાબર
તેથી fx વત્તા gx ની મર્યાદા છે અહીં એક બરાબર છે અને જો હું આને કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યામાં બદલીએ તો અહીં એક વિશે કંઈ ખાસ નથી
તેથી જો fx ને એક વત્તા એક બાય x ચોરસ ગણવાને બદલે આપણે fx બરાબર અમુક સ્થિર c વત્તા 1 બાય x ચોરસ લઈએ.
જ્યાં c કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા ધન નકારાત્મક અથવા 0 હોય તો fx વત્તા gx ની મર્યાદા અહીં c ની બરાબર છે
તેથી આ અનંત બાદબાકી અનંત તે કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા c લઈ શકે છે
તેથી આ અનંત બાદબાકી અનંતતા જેનો અર્થ નથી કે આ
કોઇ પણ હોઇ શકે છે વાસ્તવિક સંખ્યા પણ
તેથી પ્રશ્ન એ છે કે શું તે અનંત અથવા ઓછા અનંત પણ હોઈ શકે છે તો જવાબ ફરીથી હા છે
તેથી જો આપણે જોઈએ તો ચાલો જોઈએ fx અને gx કહે છે કે fx પ્લસ gx અનંતની બરાબર હશે
તેથી જો હું લઉં તો તે ખૂબ જ સરળ છે આમ કરવા માટે જો હું fx ને બે બાય x ચોરસ અને gx બરાબર માઇનસ વન બાય x ચોરસ લઉં તો શૂન્ય પર fx ની મર્યાદા એટલે gx ની અનંત મર્યાદા માઇનસ અનંતની બરાબર છે અને fx વત્તા gx એ બે બાય x ચોરસ છે વત્તા ઓછા એક બાય x ચોરસ જે એક બાય x ચોરસ છે
તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે એક બાય x ચોરસ અનંતની નજીક આવે છે
તેથી x ની મર્યાદા શૂન્ય fx પ્લસ gx સુધી જાય છે આ એક x ચોરસ x શૂન્યની નજીક જવાની મર્યાદા બરાબર છે જે અનંતની બરાબર છે અને તે જ રીતે જો આપણે લઈએ તો fx બરાબર એક બાય x ચોરસ અને gx બરાબર માઇનસ બે બાય x ચોરસ મર્યાદા fx પ્લસ gx આ માઇનસ અનંત બની જાય છે કારણ કે અહીં fx પ્લસ gx એ માઇનસ વન બાય x ચોરસ સીમા છે fx અનંત છે અને x ની g ની મર્યાદા માઇનસ અનંત છે
તેથી આપણે જોયું કે આ અનંત બાદબાકી અનંત કંઈપણ લઈ શકે છે
તેથી નિષ્કર્ષ આ અનંત બાદબાકી અનંત એક અનિશ્ચિત મિનિટ સ્વરૂપ છે જેનો અર્થ છે કે તમે અગાઉથી નક્કી કરી શકતા નથી કે આ મર્યાદા શું હશે
તેથી જો એક અનંતમાં જઈ રહ્યું છે અને બીજું માઇનસ અનંત છે તો સરવાળો તે સમસ્યાથી સમસ્યા સુધી નિર્ભર રહેશે કે તે શું છે તે અનિશ્ચિત સ્વરૂપ છે અને તે કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા અથવા વત્તા અથવા ઓછા અનંત હોઈ શકે છે
તેથી આપણે આવી જ રીતે કાળજીપૂર્વક આવી મર્યાદાઓનો વ્યવહાર કરવો પડશે.
r વાત એ છે કે ઠીક છે તો ફંક્શનના ઉત્પાદન માટે પ્રોપર્ટીઝ એટલે ધારો કે
અમુક a પર જતી xx ની f ની મર્યાદા અનંતની બરાબર છે અને x ની g ની મર્યાદા અમુક 1 જેટલી છે જે વાસ્તવિક સંખ્યા છે તો હું મર્યાદા વિશે શું કહી શકું? x ના fx ગુણ્યા g
તેથી આપણે આનો એક વિશિષ્ટ કેસ જોયો છે જ્યાં x નો g માત્ર એક અચલ અધિકાર છે
તેથી આપણે જોયું કે તે અચલની નિશાની પર આધાર રાખે છે કે શું મર્યાદા હકારાત્મક અનંત બાદબાકી અનંત અથવા શૂન્ય સમાન છે.
અહીં આપણે જે મેળવીશું તે એ છે કે

જો 1 હકારાત્મક હોય તો આ અનંતની બરાબર છે અને જો 1 ઋણ હોય તો આ ઋણ અનંતની બરાબર છે અને અમે એ પણ પૂછીશું કે જો 1 0 હોય તો શું થાય છે
 તેથી જો આપણી પાસે સતત કાર્ય 0 હોય તો સતત વખત f   x ની જે 0 છે તે કિસ્સામાં મર્યાદા 0 છે પરંતુ જો x ની g ની મર્યાદા શૂન્ય છે તો તે વધુ જટિલ છે
 તેથી પ્રશ્ન કરો કે જો 1 0 ની બરાબર હોય તો શું થાય
 તેથી અમે આ પ્રશ્નોના જવાબ આગામી લેક્ચરમાં આપીશું અને અમે પણ આગામી લેક્ચરમાં અનંતની મર્યાદાઓ વિશે જાણો આભાર

Prutor@IITK