పరిమితులపై రెండవ ఉపన్యాసానికి స్వాగతం కాబట్టి మొదటి ఉపన్యాసంలో మేము పరిమితుల యొక్క అర్థాన్ని ఇచ్చాము మరియు మేము పరిమితుల యొక్క రిగ్రెస్ ఎప్సిలాన్ డెల్టా నిర్వచనం కూడా చూశాము మరియు మేము కొన్ని లక్షణాలను చూస్తున్నాము కాబట్టి ఈ రోజు నేను కొన్నింటిని కొనసాగిస్తాను పరిమితుల యొక్క మరిన్ని లక్షణాలు మరియు తరువాత మేము మరికొన్ని ఫలితాలను తెలియజేస్తాము కాబట్టి మేము పరిమితుల లక్షణాలతో కొనసాగుతాము కాబట్టి చివరిసారి మేము మొత్తం వ్యత్యాస నియమాన్ని మరియు ఆపై స్థిరాంకం యొక్క బహుళాన్ని చూశాము కాబట్టి ఈ రోజు మనం ఉత్పత్తి యొక్క పరిమితికి ఏమి జరుగుతుందో చూద్దాం ఉత్పత్తి నియమాన్ని అమలు చేయండి కాబట్టి ఇది కేవలం x యొక్క పరిమితి x యొక్క afకి మరియు x యొక్క పరిమితి xకి వెళ్లే పరిమితి ఉంటే, ఉత్పత్తి ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి fx సార్లు gx ఇది కూడా ఉంది మరియు ఉత్పత్తి యొక్క పరిమితి దీనికి సమానం పరిమితుల యొక్క ఉత్పత్తి ఈ సమయాల పరిమితి x యొక్క g x a కి వెళుతుంది కాబట్టి ఉత్పత్తి యొక్క పరిమితి అనేది పరిమితి యొక్క ఉత్పత్తి, ఇది ఎప్సిలాన్ డెల్టా డెఫినిషన్‌ని ఉపయోగించి రుజువు చేయబడుతుంది కానీ మేము th ను దాటవేస్తాము e ప్రూఫ్ కాకుండా దీన్ని ఉపయోగించి ఈ ఫలితాన్ని తెలియజేస్తాను కాబట్టి x యొక్క p నిజమైన గుణకాలతో బహుపది అని అనుకుందాం, అది x యొక్క p అనేది స్థిరాంకం ఒక సున్నా మరియు ఒక x ప్లస్ రెండు x చదరపు రూపంలో ఉంటుంది.

n శక్తికి anx ఆపై x సమీపించే కొద్దీ x యొక్క p పరిమితి ఏదైనా a కి ఇది p కి సమానం కాబట్టి దీన్ని నిరూపించడానికి మీరు తెలుసుకోవాలి కాబట్టి ముందుగా x యొక్క పరిమితి xకి వెళ్లే పరిమితి aకి సమానం అని గుర్తుంచుకోండి.

ఎప్సిలాన్ డెల్టా డెఫినిషన్‌ని ఉపయోగించి ఇది cn చేయడం చాలా సులభం కాబట్టి మీరు ఎప్సిలాన్‌కి సమానమైన డెల్టా పని చేస్తుందని మీరు చూడాలి కాబట్టి fx ఫంక్షన్ పరిమితి xకి సమానం, x వద్ద ఉన్న పరిమితి a కి సమానం కాబట్టి దీన్ని ఉపయోగించడం వలన x చతురస్రం యొక్క పరిమితి x a కి వెళుతుంది కాబట్టి ఇది ఉత్పత్తి నియమం ప్రకారం కేవలం ఒక చతురస్రానికి సమానం అవుతుంది
మరియు x నుండి kx కి ఇండక్షన్ పరిమితి aకి వెళుతుంది, ఇది సహజ సంఖ్యలో అన్ని k కోసం k కి సమానం కాబట్టి ఇది x యొక్క p యొక్క పరిమితి x a కి వెళుతుంది, ఇది
మొదటిదానికి సమానం నేను ఇలా వ్రాయగలను 1 సార్లు x యొక్క 0 ప్లస్ పరిమితి పరిమితి x నుండి n వరకు x పరిమితి వరకు ఉంటుంది, ఇది మొత్తం నియమం ప్రకారం ఉంటుంది , ఆపై మీరు ఆ పరిమితిని ఉపయోగిస్తే స్థిరమైన సమయం ఒక ఫంక్షన్ స్థిరమైన సమయం పరిమితి కాబట్టి ఇది x యొక్క p యొక్క పరిమితిని సూచిస్తుంది x
అనేది స్థిరాంకం యొక్క పరిమితికి సమానం, ఇది కేవలం సున్నా మరియు x యొక్క పరిమితికి ఒక రెట్లు ఉంటుంది , x ఒక ప్లస్‌కి వెళితే x చదరపు x యొక్క రెండు రెట్లు పరిమితి ఉంటుంది a కాబట్టి సమయ పరిమితి x నుండి n వరకు x వెళుతుంది a ఇది సున్నాకి సమానం ప్లస్ a ఒకటి దీని పరిమితి కేవలం ఒక ప్లస్ a రెండు రెట్లు ఒక చతురస్రం మరియు x నుండి n పరిమితి a to n కానీ ఇది a యొక్క ap వద్ద మూల్యాంకనం చేయబడిన బహుపది విలువ తప్ప మరొకటి కాదు కాబట్టి మేము అలా చేస్తాము, ఉదాహరణకు
x గా పరిమితిని x స్క్వేర్ ప్లస్ 3 x ప్లస్ 2 అని చెప్పాలనుకుంటే, మీరు దీన్ని ఇలా వ్రాయవచ్చు 1 వద్ద బహుపది విలువ, అంటే 1 స్క్వేర్ ప్లస్ మూడు రెట్లు ఒకటి ప్లస్ టూ , ఇది ఒకటి ప్లస్ త్రీ ప్లస్ టూ, ఇది ఆరు కుడి తదుపరి నియమం రెండు ఫంక్షన్‌ల కోషెంట్ గురించి కాబట్టి afxకి వెళ్లే x పరిమితి ఉందని అనుకుందాం
మరియు x యొక్క agకి వెళ్లే పరిమితి ఇది కూడా ఇంకా ఉంది మరియు సున్నాకి సమానం కాదు, అప్పుడు ఈ రెండు ఫంక్షన్‌ల fx x యొక్క g ద్వారా పరిమితి ఇది x యొక్క g పరిమితి ద్వారా x యొక్క f పరిమితికి సమానం కాబట్టి ఇది ఫలితం అయితే x యొక్క హారం g యొక్క పరిమితి 0కి సమానం అయితే 0 ద్వారా భాగహారం నిర్వచించబడదు కాబట్టి మనం దీన్ని వ్రాయలేము.

పరిమితి సున్నా కానిది అయితే, ఇది అర్థమే మరియు మేము ఈ సూత్రాన్ని ఉపయోగించవచ్చు , కొసైన్ యొక్క పరిమితి పరిమితి యొక్క గుణకం , హారం యొక్క పరిమితి సున్నాకి సమానం కాదు కాబట్టి దీని అర్థం హారం యొక్క పరిమితి సున్నా కానట్లయితే, రెండు ఫంక్షన్‌లు పరిమితి యొక్క భాగానికి సమానం కాబట్టి ఉదాహరణకు x క్యూబ్ మరియు రెండు x ప్లస్ మూడు x స్క్వేర్‌తో భాగించబడిన పరిమితిని గణించవలసి వస్తే, x ఒకదానికి చేరుకునేటప్పుడు ఇక్కడ మీరు మొదట చూస్తారు.

లి అంటే ఏమిటి అని x ఒక x స్క్వేర్ ప్లస్ వన్‌కి చేరుకునేటప్పుడు హారం యొక్క mit బహుపది కాబట్టి x స్క్వేర్ ప్లస్ వన్ పరిమితి ఒక చతురస్రం ప్లస్ వన్, ఇది సున్నా కాదు కాబట్టి నేను x పరిమితి ఒక x స్క్వేర్‌కి ప్లస్ వన్‌కి వెళుతుంది కాబట్టి నేను ఇలా వ్రాయగలను ఒక చతురస్రం ప్లస్ ఒకటికి సమానం అంటే రెండు ఇది సున్నా కాదు కాబట్టి x పరిమితి ఒక x క్యూబ్‌కి ప్లస్ టూ x ప్లస్ త్రీ బై x స్క్వేర్ ప్లస్ వన్‌కి వెళ్లే పరిమితి కేవలం పరిమితుల గుణకం మరియు ఇప్పుడు రెండూ బహుపదాలు కాబట్టి మనకు తెలుసు మనం దానిని మూల్యాంకనం చేయాలి కాబట్టి x వద్ద ఒకదానితో సమానంగా మనకు ఒక క్యూబ్ ప్లస్ టూ ప్లస్ త్రీ వస్తుంది, ఇది ఆరుని రెండుచే విభజించబడింది కాబట్టి ఇది మూడు అని నేను మీకు హెచ్చరిస్తాను, హారం ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి సున్నా కానిది అయితే అప్పుడు గణన యొక్క పరిమితి ఉంది మరియు పరిమితి యొక్క కొసైన్‌కి సమానం అయితే హారం ఫంక్షన్ పరిమితి 0 అయితే పరిమితి లేదని మనం చెప్పలేము కాబట్టి
gx ద్వారా fx

పరిమితి x యొక్క g పరిమితి సమానంగా ఉన్నప్పుడు కూడా ఉండవచ్చు నిజానికి సున్నాకి మనం చాలా వరకు చూస్తాము హారం యొక్క పరిమితి వాస్తవానికి సున్నాకి సమానం అయినప్పుడు ముఖ్యమైన ఉదాహరణలు ఉంటాయి కాబట్టి ఉదాహరణకు x పరిమితిని కనుగొనండి ఒక x స్క్వేర్ మైనస్ మూడు x ప్లస్ రెండు ఉంటే x మైనస్ ఒకటితో భాగించబడుతుంది కాబట్టి ఇక్కడ మనం x యొక్క పరిమితి వెళుతున్నట్లు చూస్తాము.
x మైనస్ వన్‌లో ఒకదానికి ఇది కేవలం ఒక మైనస్ ఒకటి, ఇది సున్నా కూడా కాబట్టి మనం నేరుగా భాగస్వామ్య నియమాన్ని ఉపయోగించలేము కాబట్టి మనం నేరుగా భాగస్వామ్య నియమాన్ని ఉపయోగించలేము కానీ లవం యొక్క లవం పరిమితిని మళ్లీ 1 చదరపు మైనస్ 3 సార్లు చూసినట్లయితే 1 ప్లస్ 2 కూడా 0.
కాబట్టి న్యూమరేటర్ మరియు హారం రెండింటి పరిమితి సున్నా నిజానికి ఇక్కడ మనం చూస్తాము x వద్ద ఒకదానికి సమానమైన న్యూమరేటర్ మరియు హారం రెండూ సున్నా కాబట్టి x మైనస్ 1 ఇక్కడ
x స్క్వేర్ యొక్క కారకం మైనస్ 3 x ప్లస్ 2 ని x మైనస్ 1తో భాగిస్తే ఇది x మైనస్ 1 రెట్లు x మైనస్ 2కి సమానం x మైనస్ 1తో భాగించబడినప్పుడు ఇది x ఒకదానికి సమానం కానట్లయితే మరియు x ఒకదానికి సమానం కాకపోతే అప్పుడు ఎవరైనా రద్దు చేయవచ్చు ఈ x మైనస్ ఒకటి మరియు ఇది సమానం అల్ నుండి x మైనస్ రెండు వరకు x ఒకదానికి సమానం కాకపోతే x పరిమితి
x స్క్వేర్ మైనస్ త్రీ x ప్లస్ టూ x మైనస్ 1లో ఒకదానికి మొగ్గు చూపుతుంది, ఇది x మైనస్ 2లో 1కి చేరుకునే x పరిమితికి సమానం ఎందుకంటే గుర్తుంచుకోండి పరిమితిని లెక్కించడం వలన మనం ఫంక్షన్ విలువను x వద్ద పరిగణించాల్సిన అవసరం లేదు, x ఒకదానికి తగినంత దగ్గరగా ఉన్నప్పుడు మాత్రమే మనం తెలుసుకోవాలి కాబట్టి ఇది మళ్లీ సమానం ఇది కేవలం బహుపది కాబట్టి ఇది 1 మైనస్ 2 మైనస్ 1 కుడి, కాబట్టి ఈ ఉదాహరణలో హారం యొక్క పరిమితి లేనప్పటికీ, భాగస్వామ్య పరిమితి సరిగ్గా ఉండవచ్చని మనం చూస్తాము, కాబట్టి ఇది పరిమితిని కనుగొనడానికి ప్రయత్నించే ఒక మార్గం, కాబట్టి పరిమితి అంటే ఏమిటి x x మైనస్ ఫోర్‌లో నాలుగుని వర్గమూలం x మైనస్ రెండుతో భాగిస్తే ఇక్కడ ఫంక్షన్ ఉంది కాబట్టి ఇక్కడ మనకు ఈ ఫంక్షన్ f x మైనస్ 4కి సమానం x మైనస్ 4 వర్గమూలం x మైనస్ రెండుతో విభజించబడింది,
ఇది ఏ x కంటే ఎక్కువ అయినా నిర్వచించబడుతుంది సున్నాకి సమానం కానీ x నాలుగు rకి సమానం కాదు నేను ఒక విరామం మరియు ఏదైనా విరామం తీసుకుంటే,
ప్రతికూల పూర్ణాంకాలు ప్రతికూల వాస్తవ సంఖ్యలను కలిగి ఉండని నాలుగు చుట్టూ ఏదైనా విరామం తీసుకుంటే, ఈ ఫంక్షన్ నిర్వచించబడుతుంది మరియు పరిమితి ఏమిటో తెలుసుకోవాలనుకుంటున్నాము కాబట్టి మనం ఈ ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి గురించి మాట్లాడవచ్చు.
కనుక ఇది మళ్లీ మనం సరళీకృతం చేయగలమని గమనించండి, కనుక మనం వర్గమూలం x ప్లస్ టూతో గుణించి విభజించవచ్చు , ఇది fxని పొందడానికి వర్గమూలం x మైనస్ రెండు యొక్క సంయోగం
x మైనస్ 4 సార్లు వర్గమూలం x ప్లస్ 2 వర్గమూలం xతో సమానం మైనస్ 2 రెట్లు స్క్వేర్ రూట్ x ప్లస్ 2 మరియు ఇప్పుడు మీరు హారంలో గుణిస్తే మనకు x మైనస్ 4 వస్తుంది మరియు దీనితో ఇది రద్దు చేయబడుతుంది కాబట్టి x 0 కంటే ఎక్కువ మరియు x 4కి సమానం కాకపోతే స్క్వేర్ రూట్ x ప్లస్ 2కి సమానం .
కాబట్టి
x 4 కి చేరుకునేటప్పుడు x యొక్క f పరిమితి ఈ ఫంక్షన్ స్క్వేర్ రూట్ x ప్లస్ 2 యొక్క పరిమితికి సమానం, ఇది x యొక్క ఫంక్షన్ f
కి సమానం, తగినంత చిన్న విరామంలో x నాలుగు మినహా నాలుగుకి సమానం కాబట్టి ఇది దీనికి సమానం వర్గమూలం నాలుగు ప్లస్ s two ఇది రెండు ప్లస్ రెండు ఇది నాలుగు కాబట్టి మీరు న్యూమరేటర్ మరియు హారం యొక్క పరిమితిని పొందినప్పుడు పరిమితులను లెక్కించడానికి ఇది మరొక మార్గం మరియు హారం రెండూ సున్నా కాబట్టి తదుపరి ఏమి చేస్తుంది ఈ సిద్ధాంతాన్ని ఈ శాండ్‌విచ్ సిద్ధాంతం అంటారు
లేదా కొన్నిసార్లు దీనిని పిలుస్తారు స్క్వీజ్ సిద్ధాంతం కాబట్టి ఇది చెప్పేదేమిటంటే, మనకు x యొక్క f ఫంక్షన్ ఉందని అనుకుందాం, x యొక్క f x యొక్క g కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది మరియు a కలిగి ఉన్న విరామంలో అన్ని x కోసం x యొక్క h కంటే తక్కువగా ఉంటుంది
కానీ మినహాయించి ఉండవచ్చు x సమానం a కాబట్టి fx ఈ రెండు ఫంక్షన్ g మరియు x యొక్క x మధ్య విరామంలో ఉంటుంది అని అనుకుందాం, అలాగే g x యొక్క పరిమితి x యొక్క h పరిమితికి సమానం మరియు రెండూ l అని చెప్పడానికి సమానం కనుక ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి x మరియు x యొక్క h రెండూ lకు సమానం, అప్పుడు ముగింపు ఏమిటంటే , x సమీపించే కొద్దీ f x యొక్క పరిమితి a ఇది ఉనికిలో ఉంది మరియు ఇది మళ్లీ అదే పరిమితి lకు సమానం కాబట్టి మీరు గ్రాఫ్‌ని ఉపయోగించడం చూస్తే ఇది చెప్పేది ఏమిటంటే, మీకు ఒక ఫంక్షన్ ఉందని అనుకుందాం కొంత వ్యవధిలో ఈ fx
x యొక్క g మరియు h యొక్క రెండు ఫంక్షన్‌ల మధ్య ఉంటుంది మరియు పరిమితి ఒకేలా ఉంటుంది కాబట్టి ఈ సందర్భంలో నేను దీన్ని గీయనివ్వండి కాబట్టి మనకు x యొక్క f ఉంటుంది మరియు మనకు x యొక్క g మరియు h x ఉంటుంది ఒకవేళ x యొక్క ఎగువ ఫంక్షన్ h మరియు x యొక్క దిగువ ఫంక్షన్ g యొక్క పరిమితి రెండూ ఒకేలా ఉంటే అప్పుడు f యొక్క f యొక్క పరిమితి కూడా ఒకటే కాబట్టి శాండ్‌విచ్ సిద్ధాంతాన్ని ఎప్సిలాన్ డెల్టా నిర్వచనం ఉపయోగించి నిరూపించవచ్చు కాబట్టి విద్యార్థులు ఈ నిర్వచనాన్ని ఉపయోగించి దీన్ని నిరూపించడానికి ప్రయత్నించవచ్చని నేను సూచిస్తున్నాను, కానీ మేము రుజువును దాటవేస్తాము బదులుగా ఇది చాలా ముఖ్యమైనది కాబట్టి ఈ సిద్ధాంతం

పరిమితులను కంప్యూటింగ్ చేయడంలో చాలా ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది కాబట్టి చాలా సార్లు ఏమి జరుగుతుంది అంటే దాని పరిమితి ఫంక్షన్ మీరు లెక్కించాలనుకుంటే అది సంక్లిష్టంగా ఉండవచ్చు, కానీ మీరు చిన్న ఫంక్షన్ మరియు పెద్ద ఫంక్షన్‌ను కనుగొనగలిగితే మరియు మీరు పరిమితులను సులభంగా లెక్కించవచ్చు మరియు పరిమితులు ఒకేలా ఉంటే దీనికి కూడా అదే పరిమితి ఉంటుంది కాబట్టి మేము దీన్ని ఉపయోగించి ముఖ్యమైన పరిమితిని చూస్తాము.
 సిద్ధాంతం కాబట్టి ఒక అప్లికేషన్‌గా, x సున్నాకి చేరుకున్నప్పుడు x కంటే x అనే ఫంక్షన్ గుర్తు యొక్క పరిమితి ఒకదానికి సమానం అని నిరూపిస్తాము కాబట్టి ఇది సున్నా వద్ద x బై x పరిమితి ఒక గమనికకు సమానం అని పరిమితి చేయడానికి ఇది చాలా ముఖ్యమైన సూత్రం.

ఇక్కడ మనం
గుణకం నియమాన్ని ఉపయోగించలేమని గమనికను ఉపయోగించలేము ఎందుకంటే హారం యొక్క పరిమితి 0, లవం యొక్క పరిమితి కూడా 0 మరియు ఇక్కడ మనకు బహుపదిలు లేవు మరియు ఇక్కడ మనం xని రద్దు చేసి, ఆపై మనం గుణాత్మక నియమాన్ని ఉపయోగించడానికి ప్రయత్నిస్తాము.
 శాండ్‌విచ్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించడం ద్వారా ఈ పరిమితి 1కి సమానం అని మేము నిరూపిస్తాము కాబట్టి నేను మొదట
వ్యాసార్థం యొక్క వృత్తాన్ని గీయనివ్వండి, కాబట్టి నాకు వృత్తం ఉంది మరియు ఈ వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థం ఒకటి కాబట్టి నేను దీన్ని కలిగి ఉన్నాను ఇది ఒకటి మరియు ఇప్పుడు మనం x రేడియన్‌కు సమానమైన కోణాన్ని తీసుకుందాం, కనుక ఇది రేడియన్‌లో x మరియు నేను ఈ త్రిభుజాన్ని గీస్తాను మరియు ఈ రెండు పాయింట్లను కలుపుతాను మరియు మనం దీన్ని కూడా పొడిగించి , ఆపై ఇక్కడ లంబంగా గీయండి నేను ఈ పాయింట్లను గుర్తించనివ్వండి కాబట్టి ih ave o ఇక్కడ a ఈ బిందువు b ఇది c మరియు ఇది d అనేది
వ్యాసార్థం యొక్క ఒక వృత్తాన్ని పరిగణించండి మరియు x అనేది రేడియన్‌లో ఒక కోణంగా ఉండనివ్వండి మరియు ఎడమవైపుకి గీసిన బొమ్మను పరిగణించండి, ఇప్పుడు మనం ఈ బొమ్మ నుండి ప్రయత్నిద్దాం.
 నేను
ట్రయాంగిల్ ఓబ్
యొక్క వైశాల్యాన్ని పరిశీలిస్తే, ఇది సెక్టార్ సెక్టార్ ఓబ్ వైశాల్యం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, ఇది పెద్ద ట్రయాంగిల్ ఓడ్ రైట్ వైశాల్యం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, కాబట్టి మనకు ఈ సెక్టార్ ఉంది, ఇది మొత్తం సర్కిల్‌లో కొంత భాగం మరియు ట్రయాంగిల్ ఓబ్ ఈ ప్రాంతం ఈ సెక్టార్ వైశాల్యం కంటే తక్కువగా ఉంది మరియు ఈ సెక్టార్ మళ్లీ ఈ ట్రయాంగిల్ ఓడ్ మధ్య ఖచ్చితంగా ఉంటుంది కాబట్టి ఇప్పుడు మనం దీన్ని పొందుతాము, ఇప్పుడు మనకు ఉన్న ఈ ట్రయాంగిల్ ఓబ్ ప్రాంతం ఏమిటో చూద్దాం.
 బేస్ సగం రెట్లు సమానం oa రెట్లు bc కుడి ఇది oa యొక్క సగం పొడవుకు సమానం ఇది ఒకటి bc పొడవు ఏమిటి కాబట్టి ఈ కోణం x అని గమనించండి కాబట్టి ఈ పొడవు bc సైన్ సైన్ x కుడి సంకేతం తప్ప మరొకటి కాదు x ఏమీ కాదు bu t ఎదురుగా ఉన్న నిష్పత్తి మరియు హైపోటెన్యూస్ ఇక్కడ ఒకటి కాబట్టి x యొక్క సైన్ bc ఒకదానితో భాగించబడుతుంది కాబట్టి bc సైన్ xకి సమానం కాబట్టి ఇది సగం రెట్లు ఒక రెట్లు సిన్ x కాబట్టి మనకు త్రిభుజం ఓబ్ వైశాల్యం సగానికి సమానం sine x ఇప్పుడు సెక్టార్ oab యొక్క సెక్టార్ వైశాల్యం యొక్క వైశాల్యం ఎంత కాబట్టి సెక్టార్ యొక్క వైశాల్యం కోణం యొక్క నిష్పత్తిలో ఉంటుంది కాబట్టి మనకు కోణం ఉంది x అనేది సర్కిల్ యొక్క మొత్తం కోణంతో భాగించబడుతుంది రెండు pi రేడియన్ కాబట్టి xని వృత్తం యొక్క వైశాల్యానికి రెండు piతో విభజించి రెండు pi
కోణానికి కుడివైపున వృత్తం యొక్క మొత్తం వైశాల్యాన్ని పొందుతాము కాబట్టి x కోణం కోసం మనం x ని రెండు piతో వృత్త వైశాల్యంలోకి భాగించాము కాబట్టి ఇది xకి సమానం వృత్తంలోని రెండు పై వైశాల్యంతో భాగించబడినది వ్యాసార్థం ఒక చతురస్రానికి పై రెట్లు తప్ప మరొకటి కాదు కాబట్టి ఇది నాకు సగం x మాత్రమే ఇస్తుంది కాబట్టి సెక్టార్ వైశాల్యం సగం x మరియు మనకు త్రిభుజం ఓడ్ వైశాల్యం కూడా అవసరం
కాబట్టి ఇది మళ్లీ లంబ కోణం త్రిభుజం మరియు ప్రాంతం సగం రెట్లు oa సార్లు ప్రకటన నేను చిత్రాన్ని మళ్లీ చూపనివ్వండి కాబట్టి త్రిభుజం ఓడ్ విస్తీర్ణం సగం రెట్లు oa రెట్లు ప్రకటన , ఈ త్రిభుజం ఓడ్‌లోని ప్రకటన పొడవు ఎంత అని మనం చూస్తే, ఈ బేస్ పొడవు ఒకటి కాబట్టి ఈ ఎదురుగా ఉన్న పొడవు టాన్ x కాబట్టి ఇది సగం రెట్లు oa రెట్లు ప్రకటనకు సమానం కాబట్టి అది సగం వన్ టైమ్స్ టాన్ x ఇది హాఫ్ టాన్ x కాబట్టి మనం పొందేది ఏమిటంటే, సున్నా నుండి పై రెండు మధ్య ఉన్న ఏదైనా x కోసం మనకు త్రిభుజం ఓబ్ వైశాల్యం సగం సైన్ x సెక్టార్ వైశాల్యం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, అంటే సగం x ఇది సగం కంటే తక్కువ టాన్ x కుడికి ఇది సున్నా మరియు pi మధ్య ఉన్న ప్రతి కోణానికి వర్తిస్తుంది x ఇప్పుడు మనం చేసేది ఏమిటంటే,
x అనేది సున్నా మరియు pi మధ్య రెండు sin ద్వారా ఉంటే x గుర్తుతో భాగించడం x సానుకూలంగా ఉంటుంది కాబట్టి విభజించడం దీని ద్వారా మనం పొందేది ఏమిటంటే, మొదట ప్రతి దాని నుండి ఈ సగాన్ని రద్దు చేయనివ్వండి , కాబట్టి మనకు సైన్ x x కంటే తక్కువగా ఉంటుంది టాన్ x కంటే తక్కువగా ఉంటుంది మరియు ఆపై సైన్ xi ద్వారా భాగిస్తే ఒకటి x కంటే సైన్ x కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, ఇది దాని కంటే తక్కువగా ఉంటుంది.
 టాన్ x ని సైన్ xతో భాగించగా, టాన్ x సైన్ xని కాస్ xతో భాగించగా, ఇది కాస్ ద్వారా ఒకదానికి సమానం x కాబట్టి

మనం పొందేది ముగింపు కాబట్టి ఒకటి x బై సైన్ x కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, ఇది సున్నా మరియు pi మధ్య ఉన్న ప్రతి xకి x కొసైన్ ద్వారా ఒకటి కంటే తక్కువ మరియు ఇప్పుడు మనం పరస్పరం తీసుకుంటే, నేను పరస్పరం తీసుకుంటే ఇది సూచిస్తుంది అసమానత మారుతుంది కాబట్టి మనకు 1 సైన్ x బై x కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది, ఇది cos x కంటే ఎక్కువ మొత్తం 0 కంటే x తక్కువ pi బై 2 రైట్ కాబట్టి ఇది చాలా ముఖ్యమైన అసమానత కాబట్టి మేము దీన్ని మళ్లీ వ్రాయనివ్వండి x అనేది sine x కంటే తక్కువ x అనేది cos x మధ్య ఉంటుంది మరియు సున్నా మరియు pi మధ్య అన్ని xకి ఒకటి
కాబట్టి నేను xని మైనస్ xతో భర్తీ చేసినట్లయితే , మైనస్ x అనేది x యొక్క కాస్ మరియు మైనస్ x యొక్క సైన్ మైనస్ xతో భాగించబడినది తప్ప మరొకటి కాదని మేము గమనించాము.
బేసి ఫంక్షన్ ఇది మైనస్ సిన్ x మైనస్ xతో భాగించబడింది, ఇది మళ్లీ సిన్ xతో xకి సమానం, అది రెండూ కాస్ x మరియు sin x by x కూడా ఫంక్షన్‌లు కాబట్టి x ప్రతికూలంగా ఉంటే మైనస్ x సానుకూలంగా ఉంటుంది, ఎందుకంటే మనకు ఈ అసమానత ఒకటి ఉంది కాబట్టి ఒకదాని నుండి అసమానత నిజానికి మైనస్ pi నుండి రెండు నుండి pi మధ్య ఉన్న ఏదైనా xకి సరైనది కాబట్టి.
ఇప్పుడు మనకు సున్నాని కలిగి ఉన్న విరామాన్ని పొందాము , దీనిలో మనకు ఈ అసమానత ఉంది, దీనిలో x బై x cos x కంటే ఎక్కువ మరియు ఒకటి కంటే తక్కువ ఇప్పుడు మనం పరిమితి నుండి 0కి చేరుకునేటప్పుడు cos x మరియు 1 యొక్క పరిమితి ఏమిటో తెలుసుకోవాలి.

x యొక్క కాస్ x 0 కి చేరుకునేటప్పుడు ఇది 0 యొక్క కాస్‌కి సమానం, ఇది 1 మరియు స్థిరమైన ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి ఒకటి శాండ్‌విచ్ సిద్ధాంతం ద్వారా ఒకదానికి సమానం పరిమితి సంకేతం x బై x x సున్నాకి చేరుకున్నప్పుడు ఇది కూడా ఒకదానికి సమానం కాబట్టి మేము ఈ ఫంక్షన్‌ను cos x అనే రెండు ఫంక్షన్‌ల మధ్య బంధించడం ద్వారా ఈ పరిమితి ఒకదానికి సమానం అని నిరూపించాము మరియు దీని పరిమితులు సులభంగా లెక్కించవచ్చు మరియు ఈ పరిమితి కూడా 1కి సమానం అని మాకు తెలుసు.
కాబట్టి ఇది ఒక పరిమితి మరియు మీరు ca కోసం చాలా ముఖ్యమైన సూత్రం n అనేక పరిమితులను లెక్కించడానికి దీన్ని ఉపయోగించండి, కాబట్టి మేము ఈ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి కొన్ని ఉదాహరణలను చేస్తాము కాబట్టి ఒకటి నేను టాన్ x యొక్క పరిమితిని x ద్వారా x అని వ్రాస్తే ఇది దేనికి సమానం కాబట్టి టాన్ x బై x ఇది సైన్ x బై x సార్లు 1కి సమానం అని గమనించండి.
cos x ద్వారా 0కి సమానం కాకపోతే మరియు
పాపం యొక్క పరిమితి x బై x ఇది 1కి సమానం మరియు కాస్ x ద్వారా ఒకదాని పరిమితి కాస్ x పరిమితితో ఒకటి కాబట్టి ఇది కూడా ఒకటి కాబట్టి ఇది కూడా ఒకటి కాబట్టి
టాన్ x ద్వారా x ఉత్పత్తి నియమం పరిమితి ద్వారా ఇది ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉంటుంది ఒక ముఖ్యమైన పరిమితి అంటే ఒక మైనస్ కాస్ x xతో భాగించబడిన ఈ పరిమితి ఏమిటి
కాబట్టి ఇక్కడ x 0కి వెళ్లినప్పుడు హారం యొక్క పరిమితి 0 అవుతుంది.
న్యూమరేటర్ యొక్క పరిమితి మళ్లీ 1 మైనస్ 1, ఇది 0 మరియు మేము ఈ పరిమితిని లెక్కించాలనుకుంటున్నాము కాబట్టి త్రికోణమితి నుండి గుర్తుకు తెచ్చుకోండి, మేము కోణం యొక్క పరిమాణాన్ని కుడి కోణంలో సగం సైన్ పరంగా వ్యక్తీకరించవచ్చు కాబట్టి 2a యొక్క విలువ 1 మైనస్‌కు సమానం 2 సైన్ స్క్వేర్ ఒక రైట్ కాస్ 2a కాస్ స్క్వేర్ ఒక మైనస్ సిన్ స్క్వేర్ a ఇది ఒక మైనస్ టూ సిన్ స్క్వేర్‌కి సమానం a కాబట్టి ఒక మైనస్ కాస్ రెండు a రెండు సైన్ స్క్వేర్‌కి సమానం కాబట్టి ఒక మైనస్ కాస్ x అనేది x యొక్క రెండు రెట్లు సైన్ స్క్వేర్‌కి రెండు రెట్లు తప్ప మరొకటి కాదు కాబట్టి న్యూమరేటర్ రెండు రెట్లు సిన్ స్క్వేర్‌కి సమానం x రెండు హారం x కాబట్టి ఒక మైనస్ cos x by x ఇది రెండు సైన్ స్క్వేర్ xతో భాగించబడినది x సున్నాకి సమానం కానట్లయితే xతో భాగించబడుతుంది మరియు ఇది x యొక్క సైన్‌కి సమానం అని వ్రాయవచ్చు, ఇది x ద్వారా రెండు రెట్లు x ద్వారా భాగించబడుతుంది x ద్వారా 2 కుడికి నేను ఈ 2 ని హారంలో తీసుకువచ్చాను కాబట్టి నాకు ఇక్కడ x 2 వస్తుంది కాబట్టి x పరిమితి ఒక మైనస్ కాస్ x x x సున్నాకి వెళుతుంది, ఇది x పరిమితికి సమానం x సైన్ సున్నాకి వెళ్లడం x రెండు విభజించబడింది x ద్వారా రెండు రెట్లు x యొక్క పరిమితి x సున్నాకి వెళుతుంది కాబట్టి ఈ రెండు పరిమితులు ప్రస్తుతం ఉన్నాయి కాబట్టి ఇప్పుడు మనకు తెలిసినది ఏమిటంటే, x సున్నాకి చేరుకునేటప్పుడు సైన్ x యొక్క పరిమితి x ద్వారా x, అది మన వద్ద ఉన్న ఒకదానికి సమానం x యొక్క సైన్ అనేది రెండు ద్వారా x ద్వారా భాగించబడినది కాబట్టి మనం yని ఉంచితే xకి రెండుతో సమానం,
x సున్నాకి y కూడా t అవుతుంది సున్నాకి ముగుస్తుంది ఎందుకంటే y xలో సగం కాబట్టి ఈ పరిమితి x సైన్ x యొక్క సున్నాకి వెళ్లడం x ని xని రెండుతో భాగిస్తే y y ద్వారా y పరిమితికి సమానం, ఇక్కడ y సున్నాకి చేరుకుంటుంది మరియు ఈ పరిమితి ఒకటి మరియు x యొక్క ఇతర పరిమితి 0 యొక్క సైన్ x బై 2కి వెళుతుంది, ఇది 0 యొక్క సైన్‌కి సమానం, ఇది 1 అంటే సున్నా కాబట్టి ఒక మైనస్ కాస్ x xx సున్నాకి వెళ్లే పరిమితి ఇది సున్నాకి సమానం కాబట్టి మనం మూడు చూసాము త్రికోణమితి ఫంక్షన్ల పరంగా పరిమితులు ఒకటి sine x బై x పరిమితి సున్నా ఒకటి మరియు ఆ పరిమితిని x బై x సున్నా వద్ద ఉపయోగించడం కూడా ఒకటి మరియు ఒక మైనస్ cos x బై x పరిమితి సున్నాకి సమానం కాబట్టి కొన్ని ఇతర ఉదాహరణలను ఉపయోగించి ఈ సూత్రాలు కాబట్టి రెండు x యొక్క టాన్ యొక్క పరిమితి ఏమిటి అంటే సైన్ త్రీ xతో భాగించబడుతుంది కాబట్టి మనం ఏమి చేయగలం అంటే ఇది సమానం అంటే మనం టాన్ టూ xని రెండు xతో విభజించి , ఆపై x సున్నా కాకపోతే దానిని రెండు xతో

గుణించవచ్చు.
అప్పుడు నేను tan two x ను tan two x అని వ్రాయగలను రెండు x రెట్లు రెండు x అదే విధంగా sine three x ను sin అని వ్రాయవచ్చు e మూడు x మూడు x రెట్లు మూడు x ఆపై x సున్నాకి వెళుతుంది కాబట్టి మనకు పరిమితి ఉంది
ఇప్పుడు ఇందులో రెండు x మూడు x x సున్నా కాకపోతే నేను ఈ xని రద్దు చేయగలను ఆపై y ద్వారా tan y పరిమితిని మనకు తెలుసు y సున్నాకి చేరుకుంటుంది, అది y ద్వారా ఏదైనా సంకేతం యొక్క ఒక పరిమితి అయిన y సున్నాకి చేరుకుంటుంది, అది కూడా ఒకటి కాబట్టి ఇది స్థిరాంకానికి సమానం కాబట్టి పరిమితి నుండి తీసుకోవచ్చు కాబట్టి x యొక్క రెండు మూడవ పరిమితి సున్నా టాన్‌కి వెళుతుంది రెండు x రెండు భాగించబడుతుంది x ఆపై పరిమితి సైన్ త్రీ x ద్వారా భాగించబడినది మూడు xతో భాగించబడింది, ఇది మూడింట రెండు వంతులకు సమానం అని మనం చూశాము, రెండు పరిమితులు ఒకటి కాబట్టి ఇది మూడింట రెండు వంతులకు సమానం అని మరొక ఉదాహరణ
x యొక్క పరిమితిని పాపం సున్నాకి మూడు x విభజించబడింది.
x ద్వారా చాలా మంది విద్యార్థులు ఈ మూడు x యొక్క ఈ సంకేతం x ఇది సున్నాకి x కూడా సున్నాకి వెళుతుందని భావించి తప్పులు చేస్తారు మరియు పాపం x x పరిమితి 1కి సమానం కాని ఈ పరిమితి 1కి సమానం కాదని మేము చూశాము.
ఎందుకంటే ఇక్కడ మనం చేయాల్సింది ఏమిటంటే, మనం అదే విషయాన్ని ఉపయోగించాలి కాబట్టి మనం zకి వెళ్లే పరిమితిని x అని వ్రాస్తాము
నేను మూడు x అని వ్రాస్తే ero sin three x ని భాగించండి, ఇక్కడ నాకు లోపల ఉన్న సంకేతం ఉంది , ఈ పరిమితి 1కి సమానం అని నేను భాగిస్తున్నాను మరియు అదే ఫంక్షన్‌ను పొందడానికి నేను దీన్ని 3తో గుణించాలి కాబట్టి ఈ పరిమితి సమానంగా ఉంటుంది ఈ పరిమితికి మరియు ఇప్పుడు నేను సైన్ 3x లోపల ఉన్న అదే 3xతో భాగిస్తున్నాను కాబట్టి నేను కేవలం వ్రాయగలను లేదా మీకు కావాలంటే మీరు మరో దశను వ్రాయవచ్చు, ఇది y యొక్క సున్నా sineకి y సార్లు మూడుకి వెళ్లే పరిమితికి సమానం.
మరియు ఇక్కడ y మూడు xకి సమానం మరియు ఇది మూడుకి సమానం కాబట్టి దానిని మరొక వేరియబుల్ y గా మార్చడం మంచిది, ఆపై వారు సైన్ y కోసం y ద్వారా ఫార్ములాను ఉపయోగిస్తారు కాబట్టి కనీసం ప్రారంభంలో మీరు చేయాలి తప్పును నివారించడానికి ఇలా చేయండి, ఇది సైన్ త్రీ x బై xx పరిమితికి సమానం కాదు, ఇది సున్నాకి సమానం ఇది ఒకదానికి సమానం ఇది తప్పు సరైనది కాబట్టి మనం మాట్లాడే తదుపరి విషయం ఏమిటంటే మనం అనంతమైన పరిమితులు అని పిలుస్తాము కాబట్టి ii కేవలం ఒక ఉదాహరణ ద్వారా వివరించండి కాబట్టి మీరు ఎఫ్‌ని పరిగణలోకి తీసుకున్నారని అనుకుందాం x సున్నాకి సమానం కాదు x కోసం x ఒకదానితో సమానం, కాబట్టి మనం 0కి చేరుకునేటప్పుడు ఈ ఫంక్షన్ మీరు చూస్తే x చిన్న ధనాత్మక సంఖ్య 1గా మారుతుంది కాబట్టి x ద్వారా x పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారుతుంది కాబట్టి ఈ ఫంక్షన్‌ల గ్రాఫ్ ఈ దీర్ఘచతురస్రాకార హైపర్బోలా మరియు ప్రతికూల x కోసం మనకు ఇది x ప్రతికూలంగా ఉంది కాబట్టి ఏమి జరుగుతుంది అంటే
x 0కి మారినప్పుడు దీని అర్థం కుడి 1 నుండి x ద్వారా x పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారుతుంది మరియు x సున్నా మైనస్‌కి మారినప్పుడు అంటే ఎడమ నుండి మీరు సున్నాకి చేరుకుంటే ఒకటి x ద్వారా పెద్ద ప్రతికూల సంఖ్య అవుతుంది కాబట్టి మేము దీన్ని మరింత కఠినంగా వివరిస్తాము కానీ అలాంటి సందర్భాలలో మనం 1 బై x పరిమితిని x కుడి నుండి 0కి చేరుకునేటప్పుడు ఇది సానుకూల అనంతానికి సమానం మరియు x యొక్క పరిమితి 0 మైనస్‌కి వెళుతుంది 1 బై x ఇది ప్రతికూల అనంతానికి సమానం కాబట్టి దీని అర్థం x చిన్న ధన సంఖ్య అయితే 1 బై x పెద్ద ధన సంఖ్య అవుతుంది మరియు x చిన్న ప్రతికూల సంఖ్య అయితే 1 బై x పెద్ద ప్రతికూల సంఖ్య అవుతుంది కాబట్టి మనం ఈ చిహ్నాలను ఉపయోగించండి పాజిటివ్ ఇన్ఫినిటీ మరియు నెగటివ్ ఇన్ఫినిటీ అంటే వచ్చే క్లాస్‌లో నేను దానిని మరింత కఠినంగా చేస్తాను మరియు ఒక పాయింట్ వద్ద ఉన్న పరిమితిని పాజిటివ్ ఇన్ఫినిటీ లేదా నెగటివ్ ఇన్ఫినిటీ అని చెప్పినప్పుడు నిర్వచించండి మరియు తర్వాత మనం మరికొన్ని ఉదాహరణలను తదుపరి తరగతిలో చూస్తాము మేము ఈ పరిమితిని సానుకూల అనంతం మరియు ప్రతికూల అనంతం అనే దాని గురించి మరింత తిరోగమనం చేస్తాము మరియు దీని గురించి మేము మరికొన్ని ఉదాహరణలను చూస్తాము
ధన్యవాదాలు ధన్యవాదాలు