

ਸੀਮਾਵਾਂ ਦੇ ਦੂਜੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਡਾ ਸੁਆਗਤ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਪਹਿਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਦਾ ਅਰਥ ਦਿੱਤਾ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਦੀ ਰੀਗਰੈਸ ਐਪੀਲੇਨ ਡੈਲਟਾ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਵੀ ਵੇਖੀ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖ ਰਹੇ ਸੀ ਤਾਂ ਅੱਜ ਮੈਂ ਇਸ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਹੋਰ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਜਾਰੀ ਰੱਖਾਂਗਾ। ਸੀਮਾਵਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਹੋਰ ਨਤੀਜੇ ਦੱਸਾਂਗੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਨੂੰ ਜਾਰੀ ਰੱਖਾਂਗੇ

ਇਸ ਲਈ ਪਿਛਲੀ ਵਾਰ ਅਸੀਂ ਜੋੜ ਅੰਤਰ ਨਿਯਮ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਦਾ ਗੁਣਜ ਦੇਖਿਆ ਸੀ ਤਾਂ ਅੱਜ ਆਉਂਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਗੁਣਨਫਲ ਦੀ ਗੁਣਨਫਲ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਨਿਯਮ ਤਾਂ ਇਹ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ x ਦੀ ਸੀਮਾ x ਦੇ af ਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੀ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਅਤੇ x ਦੇ ag ਤੱਕ ਜਾਣ ਵਾਲੀ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਤਾਂ ਉਤਪਾਦ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੀ ਸੀਮਾ fx ਗੁਣਾ gx ਇਹ ਵੀ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਅਤੇ ਉਤਪਾਦ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉਸ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਸ ਵਾਰ ਦੀ ਸੀਮਾ x ਦੀ g ਦੀ ਸੀਮਾ x ਨੂੰ a ਤੇ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇ ਉਤਪਾਦ ਦੀ ਸੀਮਾ ਸੀਮਾ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ ਦੁਬਾਰਾ ਇਸ ਨੂੰ ਐਪਸੀਲੋਨ ਡੈਲਟਾ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਾਬਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਪਰ ਅਸੀਂ ਸਬੂਤ ਨੂੰ ਛੱਡ ਦੇਵਾਂਗੇ ਨਾ ਕਿ ਇਹ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਮੈਂ ਇਸ ਰੀਸ਼ੂ ਨੂੰ ਦੱਸੇ

ਇਸ ਲਈ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ x ਦਾ p ਅਸਲ ਗੁਣਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਪਦ ਹੈ ਜੇ x ਦਾ p ਹੈ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਅਤੇ ਇੱਕ x ਇੱਕ x ਦੇ x ਵਰਗ ਦਾ ਰੂਪ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਪਾਵਰ n ਤੱਕ anx ਤੱਕ ਫਿਰ x ਦੀ p ਦੀ ਸੀਮਾ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ x ਕਿਸੇ ਵੀ a ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ ਇਹ a ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਾਬਤ ਕਰਨ ਲਈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਜਾਣਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ x ਦੀ ਸੀਮਾ x ਦੇ a ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਇਹ ਇੱਕ ਸੱਜੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਹ ਐਪਸੀਲੋਨ ਡੈਲਟਾ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ cn ਕਰਨਾ ਬਹੁਤ ਆਸਾਨ ਹੈ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਦੇਖਣਾ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਐਪਸੀਲੋਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਡੈਲਟਾ ਕੰਮ ਕਰੇਗਾ

ਇਸਲਈ ਫੰਕਸ਼ਨ fx ਦੀ ਸੀਮਾ x ਦੇ ਬਰਾਬਰ x ਤੇ x ਦੀ ਸੀਮਾ a 'ਤੇ ਜਾਂਦੀ ਹੈ a ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ x ਵਰਗ ਦੀ ਸੀਮਾ ਇਹ ਹੋਵੇਗੀ। ਉਤਪਾਦ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ x ਤੋਂ kx ਦੀ ਇੰਡਕਸ਼ਨ ਸੀਮਾ ਦੁਆਰਾ a ਨੂੰ ਜਾਣ ਵਾਲੀ ਇਹ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ k ਲਈ a ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ x ਦੀ p ਦੀ ਸੀਮਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ x a ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ

ਇਸ ਲਈ ਮੈਂ 1 ਗੁਣਾ x ਦੀ 0 ਪਲੱਸ ਸੀਮਾ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਇੱਕ ਗੁਣਾ x ਦੀ n ਤੱਕ ਦੀ ਸੀਮਾ ਤੱਕ ਲਿਖ ਸਕਦਾ ਹਾਂ ਕਿਉਂਕਿ x a ਤੱਕ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਹ ਜੋੜ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਤੁਸੀਂ ਸਥਿਰ ਸਮੇਂ ਦੀ ਉਸ ਸੀਮਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਸਥਿਰ ਸਮੇਂ ਦੀ ਸੀਮਾ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ x ਦੀ p ਦੀ ਸੀਮਾ x a ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਸਥਿਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਪਲੱਸ x ਦੀ ਸੀਮਾ x ਦੀ ਇੱਕ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। x ਵਰਗ x ਦੀ ਇੱਕ ਜੋੜ ਦੀ ਦੇ ਗੁਣਾ ਸੀਮਾ a ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਵਾਰ ਸੀਮਾ x ਨੂੰ n ਤੱਕ x ਨੂੰ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਇਹ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਜੋੜ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸ ਦੀ ਸੀਮਾ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਜੋੜ ਇੱਕ ਦੇ ਗੁਣਾ ਹੈ ਇੱਕ ਵਰਗ ਅਤੇ n ਤੋਂ x ਦੀ ਸੀਮਾ a ਤੋਂ n ਹੈ ਪਰ ਇਹ ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ a ਦੇ ap 'ਤੇ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ

ਇਸਲਈ ਸਾਨੂੰ ਅਜਿਹਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ x ਨੂੰ x ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਕਰਿਣ ਲਈ ਸੀਮਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। ਵਰਗ ਜੋੜ $3x$ ਪਲੱਸ 2 ਫਿਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ 1 'ਤੇ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਜੋ 1 ਵਰਗ ਜੋੜ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਇਕ ਜੋੜ ਦੇ ਜੋ ਇਕ ਜੋੜ ਤਿੰਨ ਜੋੜ ਦੇ ਜੋ ਕਿ ਛੇ ਹੈ ਸੱਜੇ ਅਗਲੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਦੋ ਹਿੱਸੇ ਬਾਰੇ ਹੈ। ਫੰਕਸ਼ਨ

ਇਸ ਲਈ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ afx 'ਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੀ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਅਤੇ x ਦੇ ag 'ਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੀ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਇਹ ਅੱਗੇ ਵੀ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਅਤੇ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਭਾਗ ਦੀ ਸੀਮਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ fx x ਦੇ g ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੁਆਰਾ x ਦੀ f ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਨਤੀਜਾ ਹੈ ਪਰ ਜੇਕਰ x ਦੇ ਡੀਨੋਮਿਨੇਟਰ g ਦੀ ਸੀਮਾ ਜੇਕਰ 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ 0 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ। ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਬੇਸ਼ੱਕ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਨਹੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਪਰ ਜੇਕਰ ਸੀਮਾ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਬਣਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੋਸਾਈਨ ਦੀ ਸੀਮਾ ਸੀਮਾ ਦਾ ਭਾਗ ਹੈ ਬਸ਼ਰਤ ਕਿ ਭਾਜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਦੋ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਸੀਮਾ ਸੀਮਾ ਦੇ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੇਕਰ ਵਿਭਾਜਨ ਦੀ ਸੀਮਾ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਜੇਕਰ ਸਾਨੂੰ x ਘਣ ਪਲੱਸ ਦੇ x ਪਲੱਸ ਤਿੰਨ ਨੂੰ x ਵਰਗ ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨੀ ਹੈ ਪਲੱਸ ਇੱਕ ਜਿਵੇਂ ਕਿ x ਇੱਕ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਪਹਿਲਾਂ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਜਿਵੇਂ ਹੀ x ਇੱਕ x ਵਰਗ ਦੇ ਨੇੜੇ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਵਿਭਾਜਕ ਦੀ ਸੀਮਾ ਕੀ ਹੈ ਪਲੱਸ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ x ਵਰਗ ਜੋੜ ਇੱਕ ਦੀ ਸੀਮਾ ਇੱਕ ਵਰਗ ਜੋੜ ਇੱਕ ਹੈ ਜੋ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ i ਲਿਖ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਉਂਕਿ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਇੱਕ x ਵਰਗ ਜੋੜ ਇੱਕ ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਇਹ ਇੱਕ s ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ $quare$ ਪਲੱਸ ਵਨ ਜੋ ਕਿ ਦੋ ਹੈ ਇਹ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਇਸਲਈ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਇੱਕ x ਘਣ ਪਲੱਸ ਦੇ x ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ x ਵਰਗ ਪਲੱਸ ਵਨ ਤੱਕ ਜਾਣ ਦੀ ਸੀਮਾ ਸਿਰਫ਼ ਸੀਮਾਵਾਂ ਦਾ ਭਾਗ ਹੈ ਅਤੇ ਹੁਣ ਦੋਵੇਂ ਬਹੁਪਦ ਹਨ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ ਤਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ x 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਘਣ ਜੋੜ ਦੇ ਜੋੜ ਤਿੰਨ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਇਹ ਛੇ ਭਾਗ ਦੇ ਨਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਤਿੰਨ ਹੈ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਚੇਤਾਵਨੀ ਦਿੰਦਾ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਿਹਾ ਕਿ ਜੇਕਰ ਡੀਨੋਮਿਨੇਟਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੀ ਸੀਮਾ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ a ਦੀ ਸੀਮਾ ਭਾਗ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਅਤੇ ਸੀਮਾ ਦੇ ਕੋਸਾਈਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪਰ ਜੇਕਰ ਵਿਭਾਜਨ ਫੰਕਸ਼ਨ ਸੀਮਾ 0 ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਨਹੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਕਿ ਸੀਮਾ ਮੌਜੂਦ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਸਲਈ gx ਦੁਆਰਾ fx ਦੀ ਸੀਮਾ ਇਹ ਮੌਜੂਦ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਭਾਵੇਂ x ਦੀ g ਦੀ ਸੀਮਾ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਜ਼ਿਆਦਾਤਰ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਉਦੋਂ ਹੋਣਗੀਆਂ ਜਦੋਂ ਭਾਜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਇੱਕ x ਵਰਗ ਘਟਾਓ ਤਿੰਨ x ਪਲੱਸ ਦੇ ਨੂੰ x ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਵਾਲੀ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਲੱਭੋ ਜੇਕਰ ਇਹ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖੋ ਕਿ x ਦੀ ਸੀਮਾ x ਮਾਇਨਸ ਵਨ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਇਹ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਹੈ ਇੱਕ ਜੋ ਜ਼ੀਰੋ ਵੀ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਸਿੱਧੇ ਭਾਗ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਸਿੱਧੇ ਭਾਗ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ ਜੋ ਕਿ ਦੁਬਾਰਾ 1 ਵਰਗ ਘਟਾਓ 3 ਗੁਣਾ 1 ਜੋੜ 2 ਹੈ ਜੋ ਕਿ 0 ਵੀ ਹੈ। ਤਾਂ ਸੀਮਾ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਭਾਜ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ x 'ਤੇ ਅੰਕ ਅਤੇ ਭਾਜ ਦੋਵੇਂ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ ਇਸਲਈ x ਘਟਾਓ 1 ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਕ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ x ਵਰਗ ਘਟਾਓ $3x$ ਪਲੱਸ 2 ਨੂੰ x ਘਟਾਓ 1 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। x ਘਟਾਓ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ 1 ਗੁਣਾ x ਘਟਾਓ 2 ਨੂੰ x ਘਟਾਓ 1 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਬੇਸ਼ੱਕ ਇਹ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜੇਕਰ x ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ x ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਕੋਈ ਇਸ x ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਨੂੰ ਰੱਦ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ x ਘਟਾਓ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੇਕਰ x ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ x ਦੀ ਸੀਮਾ x ਵਰਗ ਘਟਾਓ ਤਿੰਨ x ਪਲੱਸ ਦੇ x ਘਟਾਓ 1 ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਇਹ x ਘਟਾਓ 2 ਦੇ 1 ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਵਾਲੀ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਸੀਮਾ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ x ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ a ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਵਿਚਾਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਸਾਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਜਾਣਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ ਕਿ ਕਦੋਂ x ਫਾਈ ਹੈ ਇੱਕ ਦੇ ਬਿਲਕੁਲ ਨੇੜੇ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਦੁਬਾਰਾ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਹ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ 1 ਘਟਾਓ 2 ਹੈ ਜੋ ਘਟਾਓ 1 ਸਹੀ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭਾਜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਮੌਜੂਦ ਨਾ ਹੋਣ ਦੇ ਬਾਵਜੂਦ ਹਿੱਸੇ ਦੀ ਸੀਮਾ ਮੌਜੂਦ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਨ ਦਾ ਇੱਕ ਤਰੀਕਾ ਹੈ, ਆਉ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਕਿ ਸੀਮਾ ਕੀ ਹੈ ਜਦੋਂ x x ਘਟਾਓ ਚਾਰ ਦੇ ਚਾਰ ਨੂੰ ਵਰਗ ਰੂਟ x ਘਟਾਓ ਦੇ ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ f ਦਾ ਹੈ। x ਬਰਾਬਰ x ਘਟਾਓ 4 ਨੂੰ ਵਰਗ ਮੂਲ x ਘਟਾਓ ਦੇ ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਇਹ ਕਿਸੇ ਵੀ x ਲਈ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪਰ x ਚਾਰ ਸੱਜੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਇੱਕ ਅੰਤਰਾਲ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ਕੋਈ ਅੰਤਰਾਲ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਜੋ ਚਾਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਕੋਈ ਅੰਤਰਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਨੈਗੇਟਿਵ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੀਮਾ ਕੀ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੀ ਸੀਮਾ ਬਾਰੇ ਗੱਲ ਕਰ ਸਕੀਏ,

ਇਸ ਲਈ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਦੁਬਾਰਾ ਹੈ ਅਸੀਂ ਸਰਲ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਵਰਗ ਮੂਲ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰ ਸਕੀਏ। x ਪਲੱਸ ਦੇ ਇਹ ਵਰਗ ਦਾ ਸੰਯੁਕਤ ਹੈ fx ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ $uare$ ਰੂਟ x ਘਟਾਓ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ x ਘਟਾਓ 4 ਗੁਣਾ ਵਰਗ ਮੂਲ x ਜੋੜ 2 ਦੁਆਰਾ ਵਰਗ ਰੂਟ x ਘਟਾਓ 2 ਗੁਣਾ ਵਰਗ ਮੂਲ x ਪਲੱਸ 2 ਅਤੇ ਹੁਣ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਹਰ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ x ਘਟਾਓ 4 ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਇਸ ਨਾਲ ਰੱਦ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ $f(x)$ ਵਰਗ ਰੂਟ x ਪਲੱਸ 2 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੇਕਰ $x = 0$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ $x = 4$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸਲਈ x ਦੀ f ਦੀ ਸੀਮਾ $x = 4$ ਦੇ ਨੇੜੇ ਆਉਣ ਤੇ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਵਰਗ ਰੂਟ x ਪਲੱਸ 2 ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋ ਹੈ ਇੱਕ ਛੋਟੇ ਜਿਹੇ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ x ਦੇ f ਫੰਕਸ਼ਨ ਵਾਂਗ ਹੀ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ x ਬਰਾਬਰ ਚਾਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ,

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਵਰਗ ਮੂਲ ਚਾਰ ਜੋੜ ਦੇ ਜੋ ਕਿ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਜੋ ਕਿ ਚਾਰ ਹੈ, ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸੀਮਾਵਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤਰੀਕਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਸੀਮਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ ਅੰਕਾਂ ਅਤੇ ਵਿਅੰਜਨਾਂ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ ਤਾਂ ਅੱਗੇ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ਇਸ ਪ੍ਰਮੇਏ ਨੂੰ ਇਹ ਸੈਂਡਵਿਚ ਥਿਊਰਮ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਸਮੇਂ ਇਸਨੂੰ ਸਕਿਉਰਿਟੀ ਥਿਊਰਮ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਕੀ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਮੰਨ ਲਓ ਸਾਡੇ ਕੋਲ x ਦਾ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਮੰਨ ਲਓ x ਦਾ f ਵੱਡਾ ਹੈ x ਦੇ g ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਇੱਕ ਅੰਤਰ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ x ਲਈ x ਦੇ h ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ val ਜਿਸ ਵਿੱਚ a ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਪਰ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ x ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ $f(x)$ ਇੱਕ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ x ਦੇ x ਅਤੇ x ਦੇ h ਦੇ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇਹ ਵੀ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ x ਦੀ g ਦੀ ਸੀਮਾ x ਦੀ h ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਦੋਵੇਂ ਹਨ 1 ਕਹਿਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ

ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ x ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨ g ਦੀ ਸੀਮਾ ਅਤੇ x ਦੇ h ਦੋਵੇਂ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਤਾਂ ਸਿੱਟਾ ਇਹ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਫਿਰ x ਦੀ f ਦੀ ਸੀਮਾ ਜਿਵੇਂ ਹੀ $x = a$ ਦੇ ਨੇੜੇ ਆਉਂਦੀ ਹੈ ਇਹ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਦੁਬਾਰਾ ਉਸੇ ਸੀਮਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ 1 ਸਹੀ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਗ੍ਰਾਫ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਹ ਕੀ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਜੋ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕੁਝ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਇਹ $f(x)$ x ਦੇ x ਅਤੇ h ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ ਅਤੇ ਸੀਮਾ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਮੈਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖਿੱਚਣ ਦਿਓ। ਸਾਡੇ ਕੋਲ x ਦਾ f ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ x ਦਾ g ਅਤੇ x ਦਾ h ਹੈ ਇਸਲਈ ਜੇ x ਦੇ ਉੱਪਰਲੇ ਫੰਕਸ਼ਨ h ਦੀ ਇਸ ਦੀ ਸੀਮਾ ਅਤੇ x ਦੇ ਹੇਠਲੇ ਫੰਕਸ਼ਨ g ਦੀ ਸੀਮਾ ਜੇ ਉਹ ਦੋਵੇਂ ਇੱਕੋ ਹਨ ਤਾਂ f ਦੀ ਸੀਮਾ x ਵੀ ਉਹੀ ਹੈ ਇਸਲਈ ਟਿੱਪਣੀ ਕਰੋ ਕਿ ਸੈਂਡਵਿਚ ਥਿਊਰਮ ਨੂੰ ਐਪਸੀਲੋਨ ਡੈਲਟਾ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਾਬਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਇਸਲਈ ਮੈਂ ਸੁਝਾਅ ਦੇਵਾਂਗਾ ਕਿ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਇਸ ਨੂੰ ਵਰਤ ਕੇ ਸਾਬਤ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਪਰ ਅਸੀਂ ਸਬੂਤ ਨੂੰ ਛੱਡ ਦੇਵਾਂਗੇ ਨਾ ਕਿ ਉਹ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਇਹ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਥਿਊਰਮ ਕੰਪਿਊਟਿੰਗ ਸੀਮਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਉਪਯੋਗੀ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਕਈ ਵਾਰ ਅਜਿਹਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਫੰਕਸ਼ਨ ਜਿਸਦੀ ਸੀਮਾ ਦੀ ਤੁਸੀਂ ਗਣਨਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹੋ ਇਹ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਪਰ ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ ਇੱਕ ਛੋਟਾ ਫੰਕਸ਼ਨ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵੱਡਾ ਫੰਕਸ਼ਨ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਸੀਮਾਵਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਸੀਮਾਵਾਂ ਇੱਕੋ ਹਨ ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਵੀ ਉਹੀ ਸੀਮਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸ ਥਿਊਰਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸੀਮਾ ਵੇਖਾਂਗੇ ਤਾਂ ਜੋ ਇੱਕ ਐਪਲੀਕੇਸ਼ਨ ਵਜੋਂ ਅਸੀਂ ਫੰਕਸ਼ਨ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੀ ਉਸ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕਰਾਂਗੇ। x ਉੱਤੇ x ਜਿਵੇਂ ਹੀ x ਜ਼ੀਰੋ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ ਇਹ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਸੀਮਾ ਲਈ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਫਾਰਮੂਲਾ ਹੈ ਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਉੱਤੇ x ਦੁਆਰਾ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਇੱਕ ਨੋਟ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਕਿ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਨੋਟ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਕਿ ਅਸੀਂ ਭਾਗ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਕਿਉਂਕਿ ਸੀਮਾ ਵਿਭਾਜ ਦੀ 0 ਹੈ ਅੰਸ਼ ਦੀ ਸੀਮਾ ਵੀ 0 ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਬਹੁਪਦ ਨਹੀਂ ਹਨ ਜੋ ਅਸੀਂ x ਨੂੰ ਰੱਦ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਭਾਗ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਾਬਤ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ ਇਹ ਸੀਮਾ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਸੈਂਡਵਿਚ ਥਿਊਰਮ ਤਾਂ ਇਹ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿ ਮੈਂ ਪਹਿਲਾਂ ਮੈਨੂੰ ਰੇਡੀਅਸ ਇੱਕ ਦਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚਣ ਦਿਓ ਤਾਂ ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਇੱਕ ਹੈ ਤਾਂ ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਇਹ ਹੈ ਇਹ ਇੱਕ ਹੈ ਇਹ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਬਰਾਬਰ ਕੋਣ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। x ਰੇਡੀਅਨ ਤਾਂ ਇਹ ਰੇਡੀਅਨ ਵਿੱਚ x ਹੈ ਅਤੇ ਮੈਨੂੰ ਇਸ ਤਿਕੋਣ ਨੂੰ ਇਹ ਖਿੱਚਣ ਦਿਓ ਅਤੇ ਮੈਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦਿਓ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਵੀ ਵਧਾਵਾਂਗੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਲੰਬਵਤ ਖਿੱਚਾਂਗੇ ਤਾਂ ਮੈਂ ਇਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਚਿੰਨ੍ਹਿਤ ਕਰਾਂਗਾ ਤਾਂ ਕਿ ਮੇਰੇ ਕੋਲ o ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਇਹ ਬਿੰਦੂ b ਹੈ। ਇਹ c ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ d ਹੈ ਰੇਡੀਅਸ ਇੱਕ ਦੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਮੰਨੋ ਅਤੇ x ਨੂੰ ਰੇਡੀਅਨ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਕੋਣ ਮੰਨੋ ਅਤੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਚਿੱਤਰ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ ਹੁਣ ਇਸ ਚਿੱਤਰ ਤੋਂ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਵੇਖਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਖੇਤਰਫਲ ਤਿਕੋਣ ਓਐਬ ਦਾ ਇਹ ਸੈਕਟਰ ਸੈਕਟਰ ਓਐਬ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਵੱਡੇ ਤਿਕੋਣ ਓਡ ਸੱਜੇ ਦੇ ਖੇਤਰ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਸੈਕਟਰ ਹੈ ਇਹ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਇੱਕ ਹਿੱਸਾ ਹੈ ਅਤੇ ਬੇਸ਼ੱਕ ਤਿਕੋਣ ਓਐਬ ਇਹ ਖੇਤਰ ਘੱਟ ਹੈ ਇਸ ਸੈਕਟਰ ਦੇ ਖੇਤਰ ਨਾਲੋਂ ਅਤੇ ਇਸ ਸੈਕਟਰ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਇਸ ਤਿਕੋਣ o ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਖਤੀ ਨਾਲ ਸ਼ਾਮਲ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ad

ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਹੁਣੇ ਮਿਲ ਗਿਆ ਹੈ ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਇਹ ਕਿਹੜੇ ਖੇਤਰ ਹਨ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਹੁਣ ਤਿਕੋਣ ਓਐਬੀ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅੱਧੇ ਗੁਣਾ ਬੇਸ ਓਐਬ ਗੁਣਾ ਬੀ ਸੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋ oa ਦੀ ਅੱਧੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇੱਕ ਇਹ ਹੈ ਇੱਕ ਲੰਬਾਈ bc ਕੀ ਹੈ ਇਸਲਈ ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇਹ ਕੋਣ x ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਲੰਬਾਈ bc ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ x ਦਾ ਸਾਈਨ ਸਾਈਨ x ਦਾ ਸੱਜਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਉਲਟ ਭੁਜਾ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਅਤੇ ਹਾਈਪੋਟੇਨਿਊਸ ਜੋ ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਹੈ ਇਸਲਈ x ਦੀ ਸਾਈਨ ਬੀਸੀ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। $by\ one$

So $bc\ sine\ x$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਅੱਧਾ ਗੁਣਾ ਇੱਕ ਗੁਣਾ $\sin\ x$ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਾਨੂੰ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਮਿਲਦਾ ਹੈ $o\ ab$ ਅੱਧੇ $\sin\ x$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਹੁਣ ਸੈਕਟਰ oab ਦੇ ਸੈਕਟਰ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿੰਨਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸੈਕਟਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੈ ਕੋਣ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੋਣ ਹੈ x ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੁੱਲ ਕੋਣ ਦੁਆਰਾ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ π ਰੇਡੀਅਨ ਹੈ ਇਸਲਈ x ਨੂੰ π ਦੁਆਰਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ π ਕੋਣ ਲਈ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਅਸੀਂ ਚੱਕਰ ਦਾ ਪੂਰਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

ਇਸ ਲਈ x ਕੋਣ ਲਈ ਅਸੀਂ x ਨੂੰ ਦੋ ਪਾਈ ਦੁਆਰਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ x ਦੇ ਬਰਾਬਰ t ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਚੱਕਰ ਦਾ $wo\ \pi$ ਖੇਤਰਫਲ ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਪਰ π ਗੁਣਾ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਘੇਰਾ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਮੈਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਅੱਧਾ x ਦਿੰਦਾ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਸੈਕਟਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅੱਧਾ x ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਤਿਕੋਣ ਓਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵੀ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਦੁਬਾਰਾ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤਿਕੋਣ ਹੈ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਅੱਧਾ ਹੈ। $times\ oa\ times\ ad$ ਮੈਨੂੰ ਤਸਵੀਰ ਦੁਬਾਰਾ ਦਿਖਾਉਣ ਦਿਓ ਤਾਂ ਕਿ ਤਿਕੋਣ ਓਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅੱਧਾ ਹੋਵੇ oa ਗੁਣਾ ad ਇਸ ਤਿਕੋਣ ਓਡ ਵਿੱਚ ਵਿਗਿਆਪਨ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕਿੰਨੀ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਅਧਾਰ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਇੱਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਉਲਟ ਪਾਸੇ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਹੈ $\tan\ x$

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਅੱਧਾ ਗੁਣਾ oa ਗੁਣਾ ਵਿਗਿਆਪਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਅੱਧਾ ਗੁਣਾ ਇੱਕ ਗੁਣਾ $\tan\ x$ ਇਹ ਅੱਧਾ $\tan\ x$ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ π ਬਾਇ ਦੇ ਦੋ ਵਿਚਕਾਰ ਕਿਸੇ ਵੀ x ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਤਿਕੋਣ ਓਐਬ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅੱਧਾ ਸਾਈਨ ਹੈ x ਸੈਕਟਰ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਅੱਧਾ x ਹੈ ਜੋ ਕਿ $\tan\ x$ ਦੇ ਅੱਧੇ ਗੁਣਾ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ, ਇਹ ਹਰ ਕੋਣ x ਲਈ ਸਹੀ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਅਤੇ ਪਾਈ ਦੁਆਰਾ ਦੇ ਦੋ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਨਿਸ਼ਾਨ x ਦੁਆਰਾ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ x ਜ਼ੀਰੋ ਅਤੇ ਪਾਈ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੇ ਪਾਪ x ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਸ ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਜੋ ਮਿਲਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਮੈਨੂੰ ਇਸ ਅੱਧੇ ਨੂੰ ਰੱਦ ਕਰਨ ਦਿਓ ਇਸ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰ ਇੱਕ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ $\sin\ x$ x ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ, $\tan\ x$ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ $\sin\ x$ ਦੁਆਰਾ ਭਾਗ ਕਰਨ ਨਾਲ ਇੱਕ x ਤੋਂ ਘੱਟ $\sin\ x$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ $\tan\ x$ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ $\sin\ x$ ਦੁਆਰਾ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਪਰ $\tan\ x\ \sin\ x$ ਭਾਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। $\cos\ x$ ਦੁਆਰਾ ਤਾਂ ਇਹ $\cos\ x$ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਿੱਟਾ ਉਹ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਇੱਕ x ਤੋਂ $\sin\ x$ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਹੁਣ ਜ਼ੀਰੋ ਅਤੇ π ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੇ ਦੁਆਰਾ x ਲਈ x ਦੇ ਕੋਸਾਈਨ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲ ਨੂੰ ਲਓ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਪਰਸਪਰ ਰੂਪ ਨੂੰ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸਮਾਨਤਾ ਬਦਲ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ $1\ \sin\ x$ ਤੋਂ x ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਸਾਰੇ 0 ਲਈ x x ਤੋਂ ਘੱਟ π ਤੋਂ 2 ਸੱਜੇ ਲਈ $\cos\ x$ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਅਸਮਾਨਤਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਲੱਗਾ ਹੈ ਕਿ ਮੈਨੂੰ ਇਹ ਦੁਬਾਰਾ ਲਿਖਣ ਦਿਓ ਕਿਉਂਕਿ x x x ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਜੇਕਰ ਜ਼ੀਰੋ x ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਤਾਂ π ਤੋਂ ਦੋ ਗੁਣਾ ਘੱਟ ਹੈ ਸੱਜੇ ਜੋ ਅਸੀਂ ਲੱਭ ਰਹੇ ਸੀ ਉਹ ਹੈ $\sin\ x$ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕੀਤਾ ਹੈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪਾਇਆ ਹੈ ਕਿ $\sin\ x$ $by\ x\ \cos\ x$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਰੇ x ਲਈ ਜ਼ੀਰੋ ਅਤੇ π ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਮੈਂ x ਨੂੰ ਘਟਾਓ x ਨਾਲ ਬਦਲਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਨੋਟ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\cos\ x$ ਦਾ ਮਾਇਨਸ x ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ x ਦੇ \cos ਅਤੇ ਘਟਾਓ x ਦੇ ਸਾਈਨ ਨੂੰ ਘਟਾਓ x ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ \sin ਇੱਕ ਅਜੀਬ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਇਹ ਮਾਇਨਸ $\sin\ x$ ਨੂੰ ਘਟਾਓ x ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕਿ

ਦੁਬਾਰਾ $\sin x$ ਦੁਆਰਾ x ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋ ਕਿ $\cos x$ ਅਤੇ $\sin x$ ਦੋਵੇਂ ਹਨ। x ਦੀ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹਨ ਇਸਲਈ ਜੇਕਰ x ਨੈਗੇਟਿਵ ਹੈ ਤਾਂ ਮਾਇਨਸ x ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਅਸਮਾਨਤਾ ਇੱਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇੱਕ ਤੋਂ ਅਸਮਾਨਤਾ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵੀ x ਲਈ ਮਾਇਨਸ ਪਾਈ ਬਾਇ ਟੂ ਤੋਂ ਪਾਈ ਬਾਇ ਦੋ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸੱਚ ਹੈ ਇਸਲਈ ਹੁਣ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਅੰਤਰਾਲ ਮਿਲਿਆ ਹੈ। ਜ਼ੀਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਅਸਮਾਨਤਾ ਹੈ ਕਿ $\sin x$ by x $\cos x$ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਹੁਣ ਸਾਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਜਾਣਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿ $\cos x$ ਦੀ ਸੀਮਾ ਕੀ ਹੈ ਅਤੇ 1 ਦੀ ਸੀਮਾ ਕੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ $x \rightarrow 0$ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ x ਦੀ \cos ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ $x \rightarrow 0$ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ ਇਹ ਸਿਰਫ਼ 0 ਦੇ \cos ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋ ਕਿ 1 ਹੈ ਅਤੇ ਬੇਸ਼ੱਕ ਸਥਿਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਇੱਕ ਦੀ ਸੀਮਾ ਸੈਂਡਵਿਚ ਥਿਊਰਮ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਸੀਮਾ ਚਿੰਨ੍ਹ $x \rightarrow 0$ ਜਦੋਂ x ਜ਼ੀਰੋ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ ਇਹ ਵੀ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਨੇ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਦੋ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ $\cos x$ ਅਤੇ one ਵਿਚਕਾਰ ਬੰਨ੍ਹ ਕੇ ਵਰਤ ਕੇ ਇਹ ਸੀਮਾ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨਾ ਆਸਾਨ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਸੀਮਾ ਵੀ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸੀਮਾ ਲਈ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਫਾਰਮੂਲਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਇਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਈ ਸੀਮਾਵਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦੇਵਾਂਗੇ ਤਾਂ ਜੋ ਇੱਕ ਮੈਂ x ਦੁਆਰਾ $\tan x$ ਦੀ ਸੀਮਾ ਲਿਖਦਾ ਹਾਂ ਇਹ ਇਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ਇਹ $\sin x$ by $\cos x$ ਹੈ ਜੋ $x \rightarrow 0$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\sin x$ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਹੈ। ਇਹ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ $\cos x$ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਦੀ ਸੀਮਾ ਇਹ $\cos x$ ਦੀ ਇੱਕ ਸੀਮਾ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਵੀ ਇੱਕ ਹੈ ਇਸ ਲਈ $\tan x$ x ਦੀ ਉਤਪਾਦਕ ਨਿਯਮ ਸੀਮਾ ਦੁਆਰਾ ਇਹ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸੀਮਾ ਇੱਕ ਘਟਾਓ $\cos x$ ਦੀ ਇਹ ਸੀਮਾ ਕੀ ਹੈ x ਦੁਆਰਾ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $x \rightarrow 0$ ਤੱਕ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਭਾਜ ਦੀ ਸੀਮਾ 0 ਹੈ ਅੰਕ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੁਬਾਰਾ 1 ਘਟਾਓ 1 ਹੈ ਜੋ 0 ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸੀਮਾ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਤੋਂ ਯਾਦ ਕਰੋ ਅਸੀਂ ਕੋਣ ਦੀ \cos ਨੂੰ ਕੋਣ ਦੇ ਅੱਧੇ ਸੱਜੇ ਹਿੱਸੇ ਦੇ ਸਾਈਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$ ਘਟਾਓ 2 ਸਾਈਨ ਵਰਗ ਇੱਕ ਰਿਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ $2a$ ਦਾ ht \cos ਵਰਗ a ਮਾਇਨਸ \sin ਵਰਗ a ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਦੇ ਪਾਪ ਵਰਗ a ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਇੱਕ ਘਟਾਓ \cos ਦੇ a ਬਰਾਬਰ ਦੇ \sin ਵਰਗ a ਹੈ ਇਸਲਈ ਇੱਕ ਘਟਾਓ $\cos x$ ਦੇ ਗੁਣਾ ਸਾਈਨ ਵਰਗ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਦਾ x ਦੇ ਦੁਆਰਾ

ਇਸ ਲਈ ਅੰਕ ਦੇ ਗੁਣਾ \sin ਵਰਗ x ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ x ਦੇ ਵਿਭਾਜਨ x ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਕ ਘਟਾਓ $\cos x$ x ਇਹ ਦੇ ਸਾਈਨ ਵਰਗ x ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ x ਦੇ ਨਾਲ ਭਾਗ x ਜੋ x ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਲਿਖ ਸਕਦਾ ਹਾਂ ਇਹ x ਦੇ ਸਾਈਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ x ਦੇ ਨਾਲ ਭਾਗ x ਦੇ ਗੁਣਾ x ਦਾ 2 ਗੁਣਾ ਸੱਜੇ ਮੈਂ ਇਸ 2 ਨੂੰ ਭਾਜ ਵਿੱਚ ਲਿਆਇਆ ਹੈ ਇਸਲਈ ਮੈਂ ਇੱਥੇ $x \rightarrow 2$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਇਸਲਈ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਇੱਕ ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਮਾਇਨਸ $\cos x$ x ਇਹ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਸਾਈਨ x ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਵੱਲ ਜਾਣ ਵਾਲੀ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਦੋ ਦੁਆਰਾ x ਦੁਆਰਾ x ਦੀ ਸਾਈਨ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ x ਦੁਆਰਾ ਦੇ ਗੁਣਾ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਦੁਆਰਾ x ਜ਼ੀਰੋ 'ਤੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਬਸ਼ਰਤ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਮੌਜੂਦ ਹੋਣ ਤਾਂ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕੀ ਸਾਈਨ x ਦੀ ਸੀਮਾ x ਦੁਆਰਾ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਜਦੋਂ x ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਨੇੜੇ ਪਹੁੰਚਦੀ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇੱਥੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ x ਦਾ ਸਾਈਨ ਹੈ ਦੋ ਦੁਆਰਾ x ਦੁਆਰਾ ਦੇ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ y ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ x ਦੇ ਦੁਆਰਾ ਫਿਰ ਜਿਵੇਂ ਕਿ x ਜ਼ੀਰੋ ਵੱਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ y ਵੀ ਜ਼ੀਰੋ ਵੱਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ $y = x$ ਦਾ ਅੱਧਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਸੀਮਾ x ਸਾਈਨ x ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਨੂੰ ਦੋ ਦੁਆਰਾ x ਦੇ ਦੁਆਰਾ ਭਾਗ ਕਰਨ ਵਾਲੀ ਸੀਮਾ y ਦੁਆਰਾ y ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜਿੱਥੇ y ਹੈ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਨੇੜੇ ਪਹੁੰਚਦਾ ਅਤੇ ਇਹ ਸੀਮਾ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ ਬੇਸ਼ੱਕ x ਦੀ ਦੂਜੀ ਸੀਮਾ ਸੀਮਾ ਸਾਈਨ x ਦੇ 2 ਦੁਆਰਾ 0 ਤੱਕ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ ਇਹ 0 ਦੇ ਸਾਈਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋ ਕਿ 1 ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇੱਕ ਘਟਾਓ $\cos x$ ਦੀ ਸੀਮਾ xx ਜਾ ਕੇ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਇਹ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਸੀਮਾਵਾਂ ਵੇਖੀਆਂ ਹਨ ਇੱਕ $\sin x$ x ਸੀਮਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ ਜ਼ੀਰੋ ਉੱਤੇ x ਦੀ $\tan x$ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ ਵੀ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਘਟਾਓ $\cos x$ by ਦੀ ਸੀਮਾ x ਜੋ ਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਫਾਰਮੂਲਿਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਕੁਝ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਤਾਂ ਜੋ ਦੋ x ਦੇ ਇੱਕ ਟੈਨ ਦੀ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਸਾਈਨ ਤਿੰਨ x ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਸੀਂ \tan ਦੇ x ਨੂੰ ਦੋ x ਦੁਆਰਾ ਵੰਡ ਕੇ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸ ਨੂੰ ਦੋ x ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ x ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਮੈਂ ਟੈਨ ਦੇ x ਨੂੰ ਟੈਨ ਦੇ x ਨੂੰ ਦੋ x ਗੁਣਾ ਦੇ x ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲਿਖ ਸਕਦਾ ਹਾਂ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਈਨ ਤਿੰਨ x ਨੂੰ ਸਾਈਨ ਤਿੰਨ x ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਤਿੰਨ x ਗੁਣਾ ਤਿੰਨ x ਅਤੇ ਫਿਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਸੀਮਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ x ਹੁਣ ਜ਼ੀਰੋ 'ਤੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸ ਇੱਕ ਵਿੱਚ ਦੋ x ਤਿੰਨ x ਜੋ x ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਮੈਂ ਇਸ x ਨੂੰ ਰੱਦ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ y ਦੁਆਰਾ $\tan y$ ਦੀ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ y ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਨੇੜੇ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਇਹ ਕਿਸੇ ਵੀ ਚਿੰਨ੍ਹ y ਦੀ y ਦੁਆਰਾ y ਦੀ ਇੱਕ ਸੀਮਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ y ਜ਼ੀਰੋ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਵੀ ਹੈ, ਇਸਲਈ ਇਹ ਸਥਿਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਨੂੰ ਸੀਮਾ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ x ਦੀ ਦੋ ਤੀਜੀ ਸੀਮਾ ਜ਼ੀਰੋ ਟੈਨ ਦੇ x ਨੂੰ ਦੋ x ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਸੀਮਾ \sin ਤਿੰਨ x ਦੁਆਰਾ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਤਿੰਨ x ਦੁਆਰਾ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਜੋ ਕਿ ਦੋ ਤਿਹਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਇੱਕ ਹਨ ਤਾਂ ਇਹ ਦੋ ਤਿਹਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਲੱਭੋ ਜੋ ਕਿ ਪਾਪ ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਤੱਕ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ ਤਿੰਨ x x ਦੁਆਰਾ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਇਹ ਸੋਚ ਕੇ ਗਲਤੀ ਕਰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਤਿੰਨ x ਦਾ ਇਹ ਚਿੰਨ੍ਹ ਇਹ ਜ਼ੀਰੋ x ਵੱਲ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ ਵੀ ਜ਼ੀਰੋ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ x ਦੁਆਰਾ x ਦੀ ਸੀਮਾ ਜੋ ਕਿ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪਰ ਇਹ ਸੀਮਾ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਥੇ ਕੀ ਹੈ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਕਰਨਾ ਹੈ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਇੱਥੇ ਚੀਜ਼ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਲਿਮਿਟ x ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਸਿਨ ਤਿੰਨ x ਨਾਲ ਭਾਗ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਤਿੰਨ x ਲਿਖਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਉਹ ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਜੋ ਵੀ ਅੰਦਰਲਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੈ, ਮੈਂ ਇਸ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰ ਰਿਹਾ/ ਰਹੀ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਸੀਮਾ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਮੈਨੂੰ ਉਸੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਇਸ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸੀਮਾ ਇਸ ਸੀਮਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਹੁਣ ਕਿਉਂਕਿ ਮੈਂ ਉਸੇ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹਾਂ $3x$ ਜੋ ਸਾਈਨ $3x$ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੈ ਤਾਂ ਮੈਂ ਬਸ ਲਿਖ ਸਕਦਾ ਹਾਂ ਜਾਂ ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਕਦਮ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਇਹ y ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ y ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਸਾਈਨ ਤੇ y ਗੁਣਾ ਤਿੰਨ ਅਤੇ ਜਿੱਥੇ y ਤਿੰਨ x ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਹ ਹੈ ਤਿੰਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਵੇਰੀਏਬਲ y ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ ਪਸੰਦ ਕਰਨਾ ਇੱਕ ਚੰਗਾ ਵਿਚਾਰ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉਹ $\sin y$ ਲਈ y ਸੱਜੇ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਘੱਟੋ ਘੱਟ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਇਸ ਗਲਤੀ ਤੋਂ ਬਚਿਆ ਜਾ ਸਕੇ ਕਿ ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਸਾਈਨ ਤਿੰਨ x ਨੂੰ xx ਦੁਆਰਾ ਜ਼ੀਰੋ 'ਤੇ ਜਾਣ ਲਈ ਸੀਮਤ ਕਰਨਾ ਇਹ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਹ ਗਲਤ ਹੈ ਸਹੀ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਗਲੀ ਚੀਜ਼ ਜਿਸ ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਗੱਲ ਕਰਾਂਗੇ ਉਹ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਅਨੰਤ ਸੀਮਾਵਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ

ਇਸ ਲਈ $i.i$ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ ਦੁਆਰਾ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੇਗਾ ਤਾਂ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਤੁਸੀਂ $f(x)$ ਬਰਾਬਰ ਸਮਝਦੇ ਹੋ x ਲਈ x ਲਈ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਅਸੀਂ 0 ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ x ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਛੋਟਾ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ 1 ਬਾਇ x ਵੱਡਾ ਅਤੇ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਇਹ ਆਇਤਾਕਾਰ ਹਾਈਪਰਬੋਲਾ ਹੈ ਅਤੇ ਨੈਗੇਟਿਵ x ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ x ਨੈਗੇਟਿਵ ਹੈ ਤਾਂ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਿਵੇਂ $x \rightarrow 0$ ਪਲੱਸ ਵੱਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਸੱਜੇ ਤੋਂ 1 ਦੁਆਰਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ x ਵੱਡਾ ਅਤੇ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਵੇਂ ਕਿ x ਜ਼ੀਰੋ ਘਟਾਓ ਵੱਲ ਝੁਕਦਾ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਜ਼ੀਰੋ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇੱਕ ਦੁਆਰਾ x ਵੱਡੀ ਨੈਗੇਟਿਵ ਸੰਖਿਆ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਹੋਰ ਸਖਤੀ ਨਾਲ ਸਮਝਾਵਾਂਗੇ ਪਰ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਅਜਿਹੇ ਮਾਮਲਿਆਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ 1 ਦੀ ਸੀਮਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। x ਦੁਆਰਾ ਜਦੋਂ x ਸੱਜੇ ਤੋਂ 0 ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਅਨੰਤਤਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ x ਦੀ ਸੀਮਾ 0 ਘਟਾਓ 1 ਤੋਂ x ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਇਹ ਨੈਗੇਟਿਵ ਅਨੰਤਤਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਇਸਦਾ ਸਿੱਧਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ x ਇੱਕ ਛੋਟਾ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $1/x$ ਇੱਕ ਵੱਡੀ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਬਣ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ x ਇੱਕ ਛੋਟੀ ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $1/x$ ਇੱਕ ਵੱਡੀ ਨੈਗੇਟਿਵ ਸੰਖਿਆ ਬਣ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸ ਪ੍ਰਤੀਕਾਂ ਨੂੰ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਅਨੰਤਤਾ ਅਤੇ ਨੈਗੇਟਿਵ ਅਨੰਤਤਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਕਹਿਣ ਲਈ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਗਲੀ ਕਲਾਸ ਵਿੱਚ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਹੋਰ ਸਖਤ ਬਣਾਵਾਂਗਾ ਅਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਾਂਗਾ ਕਿ ਕਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ po 'ਤੇ ਸੀਮਾ int ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਅਨੰਤਤਾ ਜਾਂ ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਅਨੰਤਤਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਤਾਂ ਅਗਲੀ ਕਲਾਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ

ਇਸ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਅਨੰਤਤਾ ਅਤੇ ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਅਨੰਤਤਾ ਹੋਣ ਬਾਰੇ ਹੋਰ ਅੱਗੇ ਵਧਾਵਾਂਗੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਇਸ 'ਤੇ ਕੁਝ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਧੰਨਵਾਦ।

Prutor@iitk