ସୀମା ଉପରେ ଦ୍ lect ିତୀୟ ବକ୍ତୃତାକୁ ସ୍ welcome ାଗତ ସୀମା ଏବଂ ତା’ ପରେ ଆମେ ଆଉ କିଛି ଫଳାଫଳ କହିବୁ
ତେଣୁ ଆମେ ସୀମାର ଗୁଣ ସହିତ ଜାରି ରଖିବୁ
ତେଣୁ ଗତ ଥର ଆମେ ରାଶି ପାର୍ଥକ୍ୟ ନିୟମ ଦେଖିଲୁ ଏବଂ ତା’ ପରେ ଏକ ସ୍ଥିର ଏକାଧିକ
ତେଣୁ ଆଜି ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ଉତ୍ପାଦର ଉତ୍ପାଦର ସୀମା ସହିତ କ’ଣ ଘଟେ | ନିୟମ
ତେଣୁ ଏହା କେବଳ କହିଥାଏ ଯେ ଯଦି x ର ସୀମା x କୁ ଯିବା ଏବଂ x ର ସୀମା x ର ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଥାଏ ତେବେ ଉତ୍ପାଦ କାର୍ଯ୍ୟର ସୀମା fx times gx ଏହା ମଧ୍ୟ ବିଦ୍ୟମାନ ଏବଂ ଉତ୍ପାଦର ସୀମା ଉତ୍ପାଦର ଉତ୍ପାଦ ସହିତ ସମାନ | x ର g ର ଏହି ସମୟ ସୀମାକୁ ସୀମିତ କରେ ଯେହେତୁ x କୁ ଯାଏ ଯେପରି ଉତ୍ପାଦର ସୀମା ହେଉଛି ସୀମାର ଉତ୍ପାଦ ଅଟେ ଏହା ଏପସିଲନ୍ ଡେଲଟା ସଂଜ୍ଞା ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରମାଣିତ ହୋଇପାରେ କିନ୍ତୁ ଆମେ ଏହାର ପ୍ରମାଣକୁ ଏଡ଼ାଇଦେବା ବରଂ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବା ମୋତେ ଦେଖିବା | ଏହି ରେସୁଲ୍କୁ ଦର୍ଶାନ୍ତୁ | lt
ତେଣୁ ଧରାଯାଉ p ର x ହେଉଛି ପ୍ରକୃତ କୋଏଫେସିଏଣ୍ଟସ୍ ସହିତ ଏକ ବହୁଭୂତ ଯାହାକି p ର x ହେଉଛି ଏକ ସ୍ଥିର ଶୂନ୍ୟ ପ୍ଲସ୍ ଏବଂ ଗୋଟିଏ x ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇଟି x ବର୍ଗ
ତେଣୁ ପାୱାର୍ n କୁ ଚିନ୍ତା କରିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ x ର p ର ସୀମା | ଯେହେତୁ x ଯେକ a ଣସି ପାଖକୁ ଆସେ ଏହା p ର ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବା ପାଇଁ ଆପଣଙ୍କୁ କେବଳ ଜାଣିବାକୁ ପଡିବ ଯେ x ର ସୀମା x ର ଏକ ସୀମା ଏହା ଏକ ଡାହାଣ ସହିତ ସମାନ, ଏହା ଏପସିଲନ୍ ଡେଲଟା ସଂଜ୍ଞା ବ୍ୟବହାର କରି cn କରିବା ଅତି ସହଜ | କେବଳ ଦେଖିବାକୁ ପଡିବ ଯେ ଏପସିଲନ୍ ସହିତ ସମାନ ଡେଲଟା କାମ କରିବ
ତେଣୁ fx ଫଙ୍କସନ୍ ର ସୀମା x ସହିତ x ର ସୀମା a ସହିତ ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଦ୍ x ାରା x ବର୍ଗର ସୀମା ଏହା ହେବ | ଉତ୍ପାଦ ନିୟମ ଦ୍ simply ାରା କେବଳ ଏକ ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ x କୁ ଇନଡକ୍ସନ୍ ସୀମା ଦ୍ a ାରା ଏହା ଏକ k କୁ ପ୍ରାକୃତିକ ସଂଖ୍ୟାରେ k ପାଇଁ ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ x ର x ର ସୀମା ସମାନ ଅଟେ | ସର୍ବପ୍ରଥମେ, ମୁଁ 1 ଥର x ର 0 ପ୍ଲସ୍ ସୀମାର ସୀମା ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବି ଏବଂ x ର n କୁ ଏକ ସମୟର ସୀମା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଲେଖି ପାରିବି ଯେହେତୁ ଏହା ହେଉଛି ରାଶି ନିୟମ ଏବଂ ପରେ | ତୁମେ ଏକ ସ୍ଥିର ସମୟର ସେହି ସୀମାକୁ ବ୍ୟବହାର କର, ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ହେଉଛି ସ୍ଥିର ସମୟ ସୀମା
ତେଣୁ ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ x ର p ର ସୀମା ହେଉଛି x ର ସ୍ଥିରତାର ସମାନତା ସହିତ ସମାନ, ଏକ ଶୂନ୍ୟ ପ୍ଲସ୍ ହେଉଛି x ର ସୀମାଠାରୁ x ଗୁଣ | ଏକ ପ୍ଲସ୍ କୁ x ବର୍ଗ x ର ଦୁଇଗୁଣ ସୀମା ଯାଏ ଏକ ସମୟ ସୀମା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ x କୁ n କୁ x କୁ ଯାଏ ଏହା ଏକ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ, ଏହାର ସୀମା କେବଳ ଦୁଇଥର ଏକ ପ୍ଲସ୍ | ଏକ ବର୍ଗ ଏବଂ x ରୁ n ର ସୀମା ହେଉଛି n କୁ କିନ୍ତୁ ଏହା କିଛି ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ ବହୁମୂଲ୍ୟର ମୂଲ୍ୟକୁ ap ର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରାଯାଏ
ତେଣୁ ଆମେ ଏହା କରିଥାଉ ଯେପରି ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯଦି ଆମେ x କୁ x କୁ କହିବାକୁ ଯାଉଛୁ | ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ 3 x ପ୍ଲସ୍ 2 ତାପରେ ଆପଣ ଏହାକୁ କେବଳ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବେ ଯାହା ଦ୍ 1 ାରା 1 ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ ତିନି ଗୁଣ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇଟି ଯାହା ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ ତିନି ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇଟି ଯାହା ପରବର୍ତ୍ତୀ ଛଅଟି ନିୟମ ଦୁଇଟିର ଭାଗ ବିଷୟରେ | ଫଙ୍କସନ୍ସ
ତେଣୁ ଧରାଯାଉ x ର afx କୁ ଯିବାର ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ଏବଂ x ର ag କୁ ଯିବା ସୀମା ଏହା ମଧ୍ୟ ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ଏବଂ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ତେବେ କୋଟୋଏଣ୍ଟର ସୀମା | ଏହି ଦୁଇଟି କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ fx ଦ୍ୱାରା g ର x ଏହା f ର x ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି ଫଳାଫଳ କିନ୍ତୁ ଯଦି x ର ନାମର ସୀମା ଯଦି 0 ସହିତ ସମାନ ତେବେ 0 କୁ ବିଭାଜନ | ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇ ନାହିଁ
ତେଣୁ ଅବଶ୍ୟ ଆମେ ଏହା ଲେଖି ପାରିବୁ ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ଯଦି ସୀମା ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ ତେବେ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏବଂ ଆମେ ଏହି ସୂତ୍ରକୁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ଯେ କୋସାଇନ୍ ର ସୀମା ହେଉଛି ସୀମାର କୋଟୋଏଣ୍ଟ୍ ଯଦି ନାମର ସୀମା ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ | ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଏହା ହେଉଛି ଦୁଇଟି ଫଙ୍କସନ୍ ର କୋଟେଣ୍ଟ୍ ର ସୀମା , ଯଦି ଡେମେନିନେଟରର ସୀମା ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ ତେବେ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯଦି ଆମକୁ x କ୍ୟୁବ୍ ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇ x ପ୍ଲସ୍ ଏବଂ x ବର୍ଗ ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ତିନିଟି ସୀମା ଗଣିବାକୁ ପଡିବ | ପ୍ଲସ୍ ଗୋଟିଏ ଯେପରି x ଗୋଟିଏ ପାଖକୁ ଆସେ
ତେଣୁ ଏଠାରେ ପ୍ରଥମେ ଆପଣ ଦେଖିବେ ଯେ x ଏକ x ବର୍ଗକୁ ଆସିବାବେଳେ ଡେନୋମିନେଟରର ସୀମା କ’ଣ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଅଟେ
ତେଣୁ x ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ ର ସୀମା ହେଉଛି ଏକ ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ ଏବଂ ଯାହା ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ
ତେଣୁ ଏହି i ଲେଖିପାରିବେ ଯେହେତୁ x ର ସୀମା ଗୋଟିଏ x ବର୍ଗକୁ ଯିବା ସହିତ ଗୋଟିଏ s ସହିତ ସମାନ | କ୍ୱେର୍ ପ୍ଲସ୍ ଗୋଟିଏ ଯାହା ଦୁଇଟି ହେଉଛି ଏହା ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ
ତେଣୁ x ର ସୀମା ଗୋଟିଏ x କ୍ୟୁବ୍ ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇ x ପ୍ଲସ୍ ଦ୍ by ାରା x ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ ଗୋଟିଏ କେବଳ ସୀମାଗୁଡିକର ଅଂଶ ଅଟେ ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଭୟ ବହୁଭୂତ ଅଟେ
ତେଣୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଆମକୁ କେବଳ ଆବଶ୍ୟକ | ଏହାର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କର,
ତେଣୁ x ସହିତ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ, ଆମେ ଗୋଟିଏ କ୍ୟୁବ୍ ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇ ପ୍ଲସ୍ ତିନୋଟି ପାଇଥାଉ ଏହା ଛଅଟି ଦ୍ two ାରା ବିଭକ୍ତ
ତେଣୁ ଏହା ତିନୋଟି ମୋତେ ସତର୍କ କରାଇବା ପାଇଁ ଆମେ କହିଲୁ ଯେ ଯଦି ନାମକରଣ କାର୍ଯ୍ୟର ସୀମା ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ ତେବେ a ର ସୀମା | quotient ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ଏବଂ ସୀମାର କୋସାଇନ୍ ସହିତ ସମାନ କିନ୍ତୁ ଯଦି ଡେନୋମିନେଟର ଫଙ୍କସନ୍ ସୀମା 0 ଥାଏ ତେବେ ଆମେ କହିପାରିବା ନାହିଁ ଯେ ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ନାହିଁ
ତେଣୁ gx ଦ୍ୱାରା fx ର ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଥାଇପାରେ ଯେତେବେଳେ x ର ସୀମା ବାସ୍ତବରେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ | ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ଅଧିକାଂଶ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ହେବ ଯେତେବେଳେ ଡେନୋମିନେଟରର ସୀମା ବାସ୍ତବରେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଦେଖନ୍ତୁ ଯେ x ର ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏକୁ ଯିବାର ସୀମା ଏହା କେବଳ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ | ଗୋଟିଏ ଯାହା ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ
ତେଣୁ ଆମେ ସିଧାସଳଖ କୋଟୋଏଣ୍ଟ୍ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବୁ ନାହିଁ
ତେଣୁ ଆମେ ସିଧାସଳଖ କୋଟେଣ୍ଟ୍ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବୁ ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ଯଦି ଆମେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦେଖିବା ଯାହା ପୁନର୍ବାର 1 ବର୍ଗ ମାଇନସ୍ 3 ଥର 1 ପ୍ଲସ୍ 2 ଅଟେ ଯାହା ମଧ୍ୟ 0. ଅଟେ | ସାଂଖ୍ୟିକ ଏବଂ ନାମର ଉଭୟ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଏଠାରେ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ x ରେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଉଭୟ ନାମ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ
ତେଣୁ x ମାଇନସ୍ 1 ହେଉଛି ଏହାର ଏକ କାରଣ
ତେଣୁ ଏଠାରେ x ବର୍ଗ ମାଇନସ୍ 3 x ପ୍ଲସ୍ 2 x ମାଇନସ୍ 1 ଦ୍ୱାରା ବିଭକ୍ତ | x ମାଇନସ୍ 1 ସହିତ ସମାନ, x ମାଇନସ୍ 2 x x ମାଇନସ୍ 1 ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ଅବଶ୍ୟ ଏହା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଥାଏ ଯଦି x ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ଏବଂ ଯଦି x ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ତେବେ ଜଣେ ଏହି x ମାଇନସ୍ କୁ ବାତିଲ୍ କରିପାରିବ ଏବଂ ଏହା x ମାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ | ଦୁଇଟି ଯଦି x ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ
ତେଣୁ x ର ସୀମା x ବର୍ଗ ମାଇନସ୍ ତିନି x ପ୍ଲସ୍ ଦ୍ by ାରା x ମାଇନସ୍ 1 କୁ ଯାଏ, ଏହା x ମାଇନସ୍ 2 ର x ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ କାରଣ ମନେରଖନ୍ତୁ ଯେ ସୀମା ଗଣନା କରିବାବେଳେ ଆମେ | ଫଙ୍କସନ୍ ର ମୂଲ୍ୟକୁ x ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ବିଚାର କରିବାକୁ ପଡିବ ନାହିଁ, ଯେତେବେଳେ x ଯଥେଷ୍ଟ ହେବ ସେତେବେଳେ ଆମେ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ | ଏହା ପାଖାପାଖି ସମାନ
ତେଣୁ ଏହା ପୁନର୍ବାର ସମାନ ଅଟେ ଏହା କେବଳ ଏକ ବହୁଭୂତ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି 1 ମାଇନସ୍ 2 ଯାହା ମାଇନସ୍ 1 ଠିକ୍
ତେଣୁ ଏହି ଉଦାହରଣରେ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଯଦିଓ ଡେମେନିନେଟରର ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ନାହିଁ ଠିକ୍
ତେଣୁ ସୀମା ଖୋଜିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବାର ଏହା ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଉପାୟ, ଆସନ୍ତୁ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ କରିବା | x ସମାନ x x ମାଇନସ୍ 4 କୁ ବର୍ଗ ମୂଳ ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ x ମାଇନସ୍ ଦୁଇଟି ଏହାକୁ ଯେକ any ଣସି x ପାଇଁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି ଯାହା ଶୂନ୍ୟରୁ ସମାନ କିନ୍ତୁ x ଚାରି ଡାହାଣ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ
ତେଣୁ ଯଦି ମୁଁ ଏକ ବ୍ୟବଧାନ ଏବଂ ବ୍ୟବଧାନରେ ଯେକ any ଣସି ବ୍ୟବଧାନ ଚାରି ଚାରିପାଖରେ ଥାଏ | ନେଗେଟିଭ୍ ଇଣ୍ଟିଜର୍ସ ନେଗେଟିଭ୍ ରିଅଲ୍ ନମ୍ବର ଧାରଣ

କରେ ନାହିଁ ତେବେ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି ଏବଂ ଆମେ ଜାଣିବାକୁ ଚାହୁଁ ଯେ ସୀମା କ'ଣ
ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ର ସୀମା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିପାରିବା
ତେଣୁ ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ ଏହା ପୁଣି ଆମେ ସରଳୀକରଣ କରିପାରିବା
ତେଣୁ ଆମେ ବର୍ଗ ମୂଳ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ ଏବଂ ବିଭାଜନ କରିପାରିବା | x ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇଟି ହେଉଛି ଏହା ହେଉଛି sq ର କଞ୍ଜୁଗେଟ୍ | fx ପାଇବା ପାଇଁ uare ରୁଟ୍ x ମାଇନସ୍ ଦୁଇ x x ମାଇନସ୍ 4 ଗୁଣ ବର୍ଗ ରୁଟ୍ x ପ୍ଲସ୍ 2 ବର୍ଗ ରୁଟ୍ x ମାଇନସ୍ 2 ଗୁଣ ବର୍ଗ ମୂଳ x ପ୍ଲସ୍ 2 ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ ଯଦି ଆପଣ ନାମକରଣରେ ବ ly ୍ତି ତେବେ ଆମେ x ମାଇନସ୍ 4 ପାଇଥାଉ ଏବଂ ଏହା ସହିତ ଏହା ବାତିଲ୍ ହୁଏ |
ତେଣୁ fx ବର୍ଗ ମୂଳ x ପ୍ଲସ୍ 2 ସହିତ ସମାନ, ଯଦି x 0 ରୁ ଅଧିକ ଏବଂ x 4 ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ,
ତେଣୁ x ର f ର ସୀମା ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ବର୍ଗ ରୁଟ୍ x ପ୍ଲସ୍ 2 ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ | ସମାନ ଭାବରେ ଏକ ଛୋଟ ଯଥେଷ୍ଟ ବ୍ୟବଧାନରେ x ର ଫଙ୍କସନ୍ ସହିତ ଚାରିଟିକୁ ବାଦ ଦେଇ ଚାରୋଟି ଧାରଣ କରେ
ତେଣୁ ଏହା ବର୍ଗ ମୂଳ ଚାରି ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଦୁଇଟି ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇଟି ଯାହା ଚାରି ଅଟେ
ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଆପଣ ସୀମା ପାଇବେ ସେତେବେଳେ ସୀମା ଗଣନା କରିବାର ଅନ୍ୟ ଏକ ଉପାୟ | ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ନାମଗୁଡ଼ିକର ଉଭୟ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ, ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଏହା କଣ କରିବ ଏହି ଥିଓରେମ୍ ଏହାକୁ ଏହି ସ୍ୟାଣ୍ଡୱିଚ୍ ଥିଓରେମ୍ କୁହାଯାଏ କିମ୍ବା କିଛି ସମୟ ଏହାକୁ ସ୍କିଜ୍ ଥିଓରେମ୍ କୁହାଯାଏ
ତେଣୁ ଏହା କ'ଣ କହୁଛି ଯେ x ର ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଅଛି, ଧରାଯାଉ x ର f ଅଧିକ | x ର g ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଏକ ଇଣ୍ଟରରେ ସମସ୍ତ x ପାଇଁ x ର x ଠାରୁ ସମାନ | ଭାଲ୍ ଧାରଣ କରିଥିବା କିନ୍ତୁ x କୁ ସମାନ ଭାବରେ ବାଦ ଦେଇପାରେ
ତେଣୁ ଧରାଯାଉ fx ଏହି ଦୁଇଟି ଫଙ୍କସନ୍ g ମଧ୍ୟରେ x ଏବଂ x ର x ମଧ୍ୟରେ ଏକ ବ୍ୟବଧାନରେ ରହିଥାଏ ଏବଂ ଏହା ମଧ୍ୟ ଅନୁମାନ କରେ ଯେ x ର ସୀମା x ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଉଭୟ ହେଉଛି | l କହିବା ପାଇଁ ସମାନ
ତେଣୁ ଯଦି x ର ଫଙ୍କସନ୍ ର g ଏବଂ x ର ଉଭୟ ସୀମା l ସହିତ ସମାନ ତେବେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଉଛି ଯେ x ର x ର ସୀମା ଏହା ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ଏବଂ ଏହା ପୁଣି ସମାନ ସୀମା l ସମାନ ଅଟେ | ଯଦି ତୁମେ ଏକ ଗ୍ରାଫ୍ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବାର ଦେଖ, ତେବେ ଏହା କ'ଣ କହୁଛି ଯେ ଧରାଯାଉ ତୁମର ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଅଛି ଯେ କିଛି ବ୍ୟବଧାନରେ ଏହି fx x ର x ଏବଂ h ର ଦୁଇଟି ଫଙ୍କସନ୍ ମଧ୍ୟରେ ଅଛି ଏବଂ ସୀମା ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ମୋତେ ଏହାକୁ ଟାଣିବାକୁ ଦିଅ | ଆମ ପାଖରେ x ର f ଅଛି ଏବଂ ଆମର x ର x ଏବଂ h ର x ଅଛି
ତେଣୁ ଯଦି x ର ଉପର ଫଙ୍କସନ୍ ର ସୀମା ଏବଂ x ର ଲୋୟର ଫଙ୍କସନ୍ g ଯଦି ସେଗୁଡ଼ିକ ଉଭୟ ସମାନ ତେବେ f ର ସୀମା | x ମଧ୍ୟ ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ସାଣ୍ଡୱିଚ୍ ଥିଓରେମ୍‌କୁ ଏପସିଲନ୍ ଡେଲଟା ସଂଜ୍ଞା ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇପାରିବ
ତେଣୁ ମୁଁ ପରାମର୍ଶ ଦେବି ଯେ ଛାତ୍ରମାନେ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିପାରିବେ | ଏହି ପରିଭାଷା କିନ୍ତୁ ଆମେ ପ୍ରମାଣକୁ ଏଡ଼ାଇଦେବା ବରଂ ସେମାନେ କୁହନ୍ତି ଯେ ଏହା ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ
ତେଣୁ ଗଣନା ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଏହି ଥିଓରେମ୍ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଉପଯୋଗୀ ଅଟେ ଯାହା ଘଟେ ତାହା ହେଉଛି ଫଙ୍କସନ୍ ଯାହାର ସୀମା ଆପଣ ଗଣନା କରିବାକୁ ଚାହାଁନ୍ତି ଜଟିଳ ହୋଇପାରେ କିନ୍ତୁ ଯଦି ଆପଣ ପାଇପାରିବେ | ଏକ ଛୋଟ ଫଙ୍କସନ୍ ଏବଂ ଏକ ବଡ ଫଙ୍କସନ୍ ଏବଂ ଆପଣ ସହଜରେ ସୀମା ଗଣନା କରିପାରିବେ ଏବଂ ଯଦି ସୀମା ସମାନ ତେବେ ଏହାର ମଧ୍ୟ ସମାନ ସୀମା ଅଛି
ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ଥିଓରେମ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସୀମା ଦେଖିବା
ତେଣୁ ଏକ ପ୍ରୟୋଗ ଭାବରେ ଆମେ ଫଙ୍କସନ୍ ଚିହ୍ନର ସୀମା ପ୍ରମାଣ କରିବୁ | x ଓଭର x ଯେହେତୁ x ଶୂନକୁ ଆସେ ଏହା ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ସୀମା ପାଇଁ ଏହା ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସୂତ୍ର ଅଟେ ଯାହା ଶୂନରେ x ଦ୍ୱାରା x ର ସୀମା ଗୋଟିଏ ନୋଟ୍ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯେ ଏଠାରେ ଆମେ ନୋଟ୍ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବୁ ନାହିଁ ଯେ ଆମେ କୋଟେଣ୍ଟ୍ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବୁ ନାହିଁ | ନାମର 0 ସୀମା ହେଉଛି ସଂଖ୍ୟାର 0 ସୀମା ମଧ୍ୟ ଏଠାରେ ଅଛି ଏବଂ ଏଠାରେ ଆମର ବହୁଜନିକତା ନାହିଁ ଯାହାକୁ ଆମେ x ବାତିଲ୍ କରିଥାଉ ଏବଂ ତା'ପରେ କୋଟୋଏଣ୍ଟ୍ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁ
ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା କରିବୁ ତାହା ହେଉଛି ଯେ ଆମେ ପ୍ରମାଣ କରିବୁ ଯେ ଏହି ସୀମା 1 ଦ୍ୱାରା ସମାନ | ବ୍ୟବହାର କରି | ସାଣ୍ଡୱିଚ୍ ଥିଓରେମ୍ ଯାହା କରିବା ପାଇଁ ମୋତେ ପ୍ରଥମେ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିବାକୁ ଦିଅ, ମୋତେ ଏକ ରେଡିଓରେ ଏକ ବୃତ୍ତ ଆଙ୍କିବାକୁ ଦିଅ ,
ତେଣୁ ମୋର ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଛି ଏବଂ ଏହି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଗୋଟିଏ
ତେଣୁ ମୋର ଏହା ଅଛି ଏହା ଗୋଟିଏ ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ ସମାନ କୋଣ ନେବା | x radian
ତେଣୁ ଏହା x ରେଡିଆନ୍ ରେ ଅଛି ଏବଂ ମୋତେ ଏହି ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଆଙ୍କିବାକୁ ଦିଅ ଏବଂ ମୋତେ ଏହି ଦୁଇଟି ପଏଣ୍ଟରେ ଯୋଗଦେବାକୁ ଦିଅ ଏବଂ ଆମେ ଏହାକୁ ବିସ୍ତାର କରିବା ଏବଂ ତା'ପରେ ଏଠାରେ ଏକ ପର୍ପେଣ୍ଡିକୁଲାର୍ ଆଙ୍କିବା
ତେଣୁ ମୋତେ ଏହି ପଏଣ୍ଟଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନିତ କରିବାକୁ ଦିଅ,
ତେଣୁ ମୋର ଏଠାରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଅଛି | ଏହା ହେଉଛି c ଏବଂ ଏହା d ରେଡିଓର ଏକ ବୃତ୍ତକୁ ବିଚାର କର ଏବଂ x କୁ ରେଡିଆନ୍ ରେ ଏକ କୋଣ ହେବାକୁ ଦିଅ ଏବଂ ବାମକୁ ଅଙ୍କାଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ବିଚାର କର, ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଚିତ୍ରରୁ ଏହା ଚେଷ୍ଟା କରିବା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଯଦି ମୁଁ ସେହି ଅଞ୍ଚଳକୁ ଦେଖେ | ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଓବ୍ର ଏହା ସେକ୍ଟର ସେକ୍ଟର ଓବ୍ର କ୍ଷେତ୍ରଠାରୁ କମ୍ ଅଟେ ଯାହା ବୃହତ ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଓଡ୍ର କ୍ଷେତ୍ରଠାରୁ କମ୍ ଅଟେ
ତେଣୁ ଆମର ଏହା ହେଉଛି ସେକ୍ଟର ଏହା ହେଉଛି ସମଗ୍ର ବୃତ୍ତର ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏବଂ ଅବଶ୍ୟ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରଟି ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଓବ୍ କମ୍ | ଏହି କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ର ଅପେକ୍ଷା ଏବଂ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରଟି ପୁଣି ଏହି ତ୍ରିରଙ୍ଗା ମଧ୍ୟରେ କଠୋର ଭାବରେ ଧାରଣ କରିଛି | ବିଜ୍
So ାପନ _____ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଦ length ର୍ଘ୍ୟ bc
ତେଣୁ ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ ଏହି କୋଣଟି x ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହି ଦ length ର୍ଘ୍ୟ bc ଅନ୍ୟ କିଛି ନୁହେଁ, ସାଇନର ସାଇନ x ର ଡାହାଣ ସଙ୍କେତ ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱର ଅନୁପାତ ଏବଂ ହାଇପୋଟେନୁଜ୍ ଯାହା ଏଠାରେ ଅଛି
ତେଣୁ x ର ସାଇନ bc ବିଭାଜିତ | ଗୋଟିଏ ଦ୍
So ାରା bc ସାଇନ x ସହିତ ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହା ଅଧା ଗୁଣ ପାପ x ଅଟେ
ତେଣୁ ଆମେ ତ୍ରିରଙ୍ଗା o ab ର କ୍ଷେତ୍ର ଅଧା ସାଇନ x ସହିତ ସମାନ | ଏହାର କ୍ଷେତ୍ର ଅନୁପାତରେ ଅଛି, କୋଣ ଅନୁପାତରେ ଅଛି
ତେଣୁ ଆମର କୋଣ x କୁ ବୃତ୍ତର ସମୁଦାୟ କୋଣ ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ହେଉଛି ଦୁଇଟି ପାଇ ରେଡିଆନ୍
ତେଣୁ x ଦୁଇଟି ପି କୋଣ ଦ୍ୱାରା ବୃତ୍ତର ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ | ଆମେ ବୃତ୍ତର ପୁରା କ୍ଷେତ୍ର ପାଇଥାଉ
ତେଣୁ x ଆଙ୍ଗଲ୍ ପାଇଁ ଆମେ x କୁ ଦୁଇଟି ପାଇ ଦ୍ୱାରା ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରକୁ ବିଭକ୍ତ କରିବା
ତେଣୁ ଏହା t ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ x ସହିତ ସମାନ | ବୃତ୍ତର wo pi କ୍ଷେତ୍ର କେବଳ କିଛି ନୁହେଁ, ମାତ୍ର ଦୁଇଗୁଣ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହା ମୋତେ ଅଧା x ଦେଇଥାଏ
ତେଣୁ ସେକ୍ଟରର କ୍ଷେତ୍ର ଅଧା x ଅଟେ ଏବଂ ଆମକୁ ମଧ୍ୟ ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଓଡ୍ର କ୍ଷେତ୍ର ଦରକାର
ତେଣୁ ଏହା ପୁଣି ଏକ ସଠିକ୍ କୋଣ ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଟି ଅଧା | times oa times ad ମୋତେ ପୁନର୍ବାର ଛବି ଦେଖାଇବାକୁ ଦିଅ
ତେଣୁ ଏହା ଅଧା ଥର oa ଥର ବିଜ୍ଞାପନ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯାହା ଦ୍ half ାରା ଅଧା ଗୁଣ ଟାନ୍ x ଏହା ଅଧା ଟାନ୍ x
ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା ପାଇଥାଉ ତାହା ହେଉଛି ଯେ ଶୂନରୁ ପି ମଧ୍ୟରେ ଯେକ x ଣସି x ପାଇଁ ଆମର ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଓବ୍ର କ୍ଷେତ୍ର ଅଧା ସାଇନ ଅଟେ | x ସେକ୍ଟରର କ୍ଷେତ୍ରଠାରୁ କମ୍ ଅଟେ ଯାହା ଅଧା x ଅଟେ ଯାହାକି ଅଧା ଗୁଣରୁ କମ୍ ଟାନ୍ x ଠିକ୍ ଏହା ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ x ପାଇଁ ସତ୍ୟ ଅଟେ ଯାହା ଶୂନ ଏବଂ pi ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଗୁଣ ଅଟେ

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଯାହା କରିବା ତାହା ହେଉଛି ଯଦି ଆମେ x ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିଥାଉ | x ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ pi ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଟି ପାପ ମଧ୍ୟରେ x ସକାରାତ୍ମକ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହାକୁ ଯାହା ଦ୍ div ାରା ବିଭାଜନ କରାଯାଏ ତାହା ପ୍ରଥମେ ମୋତେ ଏହି ଅଧା ବାତିଲ୍ କରିବାକୁ ଦିଅ | ଏଥିରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକରୁ ଆମେ ସାଇନ x ପାଇବା x ଠାରୁ କମ୍ ଟାନ x ଠାରୁ କମ୍ ଏବଂ ତାପରେ ସାଇନ xi ଦ୍ div ାରା ବିଭାଜନ କରିବା ସାଇନ x ଦ୍ x ାରା x ଠାରୁ କମ୍ ଯାହା ଟାନ x ଠାରୁ ସାଇନ x ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ କିନ୍ତୁ ଟାନ x ସାଇନ x ବିଭାଜିତ | cos x ଦ୍
So ାରା ଏହା cos x ଦ୍ one ାରା ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଉଛି ଯାହା ଆମେ ପାଇଥାଉ
ତେଣୁ ସାଇନ x ଦ୍ x ାରା x ଠାରୁ କମ୍ ଯାହା ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ପି ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ x ପାଇଁ x ର କୋସାଇନ୍ ଦ୍ than ାରା କମ୍ ଅଟେ ଯଦି ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରତିକ୍ରିୟାକୁ ନିଅନ୍ତୁ ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ ଯଦି ମୁଁ ପ୍ରତିକ୍ରିୟାରେ ଅସମାନତା ପରିବର୍ତ୍ତନ କରେ ତେବେ ଆମେ 1 କୁ ସାଇନ x ଠାରୁ x ଠାରୁ ଅଧିକ ପାଇଥାଉ ଯାହା ସମସ୍ତ x ପାଇଁ cos x ଠାରୁ 0 ଠାରୁ କମ୍ x ଠାରୁ କମ୍ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହା ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅସମାନତା |
ତେଣୁ ଆମେ ପାଇଲୁ ଯେ ଏହାକୁ ପୁନର୍ବାର ଲେଖିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ cos x ସାଇନ x ଠାରୁ x ଠାରୁ କମ୍ ଯାହା ଶୂନ୍ୟ x ଠାରୁ କମ୍ ଯଦି ଦୁଇରୁ ଡାହାଣରୁ କମ୍ ତେବେ ଆମେ ଯାହା ଖୋଜୁଥିଲୁ ତାହା ହେଉଛି x ଦ୍ୱାରା ପାପର ସୀମା | ଆମେ ଯାହା କରିଛୁ ତାହା ଆମେ ପାଇଲୁ ଯେ ପାପ x ଦ୍ x ାରା x x ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ପି ମଧ୍ୟରେ ସମସ୍ତ x ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି
ତେଣୁ ଯଦି ମୁଁ x କୁ ମାଇନସ୍ x ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଇଥାଉ ତେବେ ଆମେ ଧ୍ୟାନ ଦେବୁ | ମାଇନସ୍ x ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କିଛି ନୁହେଁ ଏବଂ ମାଇନସ୍ x ର ସାଇନସ୍ ମାଇନସ୍ x ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ କାରଣ ପାପ ହେଉଛି ଏକ ଅଦ୍ଭୁତ କାର୍ଯ୍ୟ ଏହା ମାଇନସ୍ ପାପ x ଦ୍ us ାରା ମାଇନସ୍ x ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ଯାହା ପୁଣି x x ଦ୍ sin ାରା ସମାନ ଯାହା ଉଭୟ cos x ଏବଂ sin x ଦ୍ by ାରା ସମାନ | x ଏପରିକି ଫଙ୍କସନ୍ ଅଟେ
ତେଣୁ ଯଦି x ନକାରାତ୍ମକ ଥାଏ ତେବେ ମାଇନସ୍ x ସକାରାତ୍ମକ ଅଟେ କାରଣ ଆମର ଏହି ଅସମାନତା ଅଛି
ତେଣୁ ଗୋଟିଏରୁ ଅସମାନତା ବାସ୍ତବରେ ମାଇନସ୍ ପି ଦ୍ two ାରା ଦୁଇରୁ ପି ଦ୍ two ାରା ଯେକ any ଣସି x ପାଇଁ ସତ୍ୟ ଅଟେ
ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏକ ବ୍ୟବଧାନ ପାଇଲୁ | ଶୂନ ଧାରଣ କରିଥିବା ଯେଉଁଥିରେ ଆମର ଏହି ଅସମାନତା ଅଛି ଯେ ପାପ x ଦ୍ x ାରା cos x ଠାରୁ ବଡ ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନଠାରୁ କମ୍, ଆମକୁ କେବଳ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ଯେ cos x ର ସୀମା କ’ଣ ଏବଂ x ର ସୀମା x ପାଖାପାଖି 0 ରୁ x ପାଖାପାଖି ହେବ | x ପାଖାପାଖି 0 ଏହା କେବଳ 0 ର cos ସହିତ ସମାନ ଯାହା 1 ଅଟେ ଏବଂ ଅବଶ୍ୟ ସ୍ଥିର କାର୍ଯ୍ୟର ସୀମା ସ୍ୟାଣ୍ଡୱିଚ୍ ଥିଓରେମ୍ ଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ, x ଦ୍ x ାରା ସୀମା ଚିହ୍ନ x ଦ୍ x ାରା x ମଧ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ହୋଇଯାଏ
ତେଣୁ ଆମେ ମଧ୍ୟ ସମାନ | ଦୁଇଟି ଫଙ୍କସନ୍ cos x ଏବଂ ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟରେ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ବାନ୍ଧିବା ଦ୍ୱାରା ଏହି ସୀମା ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ବୋଲି ପ୍ରମାଣିତ କରିଛି | ଯାହାର ସୀମା ଗଣନା କରିବା ସହଜ ଏବଂ ତା’ପରେ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏହି ସୀମା ମଧ୍ୟ 1 ସହିତ ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ସୀମା ପାଇଁ ଏହା ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସୂତ୍ର ଏବଂ ଆପଣ ଏହାକୁ ଅନେକ ସୀମା ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବେ
ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି କିଛି ଉଦାହରଣ କରିବୁ
ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଯଦି ମୁଁ ଟାନ୍ x ଦ୍ x ାରା ସୀମା ଲେଖୁଛି ଏହା ଯାହା ସହିତ ସମାନ ତାହା ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ ଟାନ୍ x ଦ୍ x ାରା ଏହା ସାଇନ x ଦ୍ x ାରା x ଗୁଣ 1 ସହିତ cos x ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯଦି x 0 ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ x ର ପାପର ସୀମା x ଏହା 1 ସହିତ ସମାନ ଏବଂ cos x ଦ୍ one ାରା ଗୋଟିଏର ସୀମା ଏହା cos x ର ସୀମା ଦ୍ one ାରା ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହା ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଅଟେ
ତେଣୁ ଟାନ୍ x ର ଉତ୍ପାଦ ନିୟମ ସୀମା ଦ୍ this ାରା ଏହା ମଧ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସୀମା ସହିତ ସମାନ | ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ କୋସ୍ x ର ଏହି ସୀମା କ’ଣ x ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ
ତେଣୁ ଏଠାରେ ଆମର ଅଛି ଯେ x କୁ 0 କୁ ଯିବାବେଳେ ନାମର ସୀମା ହେଉଛି 0 ସଂଖ୍ୟା ସଂଖ୍ୟା ପୁଣି 1 ମାଇନସ୍ 1 ଯାହା 0 ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ ଏହି ସୀମା ଗଣନା କରିବାକୁ ଚାହୁଁଛୁ |
ତେଣୁ ତ୍ରିଗୋନେମେଟ୍ରିରୁ ମନେରଖନ୍ତୁ ଆମେ କୋଣର ଅଧା ସାଇନର ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଏକ କୋଣର cos ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା
ତେଣୁ 2a ର cos 1 ମାଇନସ୍ 2 ସାଇନ ବର୍ଗ ଏକ ରିଗ୍ ସହିତ ସମାନ | 2a ର ht cos ହେଉଛି cos ବର୍ଗ ଏକ ମାଇନସ୍ ପାପ ବର୍ଗ a ଯାହାକି ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ଦୁଇ ପାପ ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯାହା ଦ୍ one ାରା ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ cos ଦୁଇଟି a ଦୁଇଟି ସାଇନ ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ cos x ଦୁଇଥର ସାଇନ ବର୍ଗ ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ | x ର ଦୁଇ ଦ୍
So ାରା ସଂଖ୍ୟାଟି ଦୁଇଥର ପାପ ବର୍ଗ x ସହିତ ସମାନ, x ଦ୍ two ାରା ଗୋଟିଏ ନାମ ହେଉଛି x
ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ cos x ଦ୍ x ାରା ଏହା ଦୁଇଟି ସାଇନ ବର୍ଗ x ସହିତ ସମାନ, ଯଦି x ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ତେବେ ଆମେ ଏବଂ ଏହା ଲେଖିପାରେ ଏହା x ର ସାଇନ ସହିତ ସମାନ, x ଦ୍ two ାରା ଦୁଇଗୁଣ ଦ୍ x ାରା ଦୁଇଗୁଣ ଦ୍ x ାରା x ଦ୍ 2 ାରା ଦ୍ right ାରା ଦୁଇଥର ବିଭାଜିତ ହୋଇଛି ଏବଂ ମୁଁ ଏହି 2 କୁ ନାମକରଣରେ ଆଣିଛି
ତେଣୁ ମୁଁ ଏଠାରେ x କୁ 2 ପାଇବି
ତେଣୁ x ର ସୀମା ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବାର ସୀମା | ମାଇନସ୍ କୋସ୍ x ଦ୍ x ାରା ଏହା x ର ଶୂନକୁ ଯିବାର ସୀମା ସହିତ ସମାନ, x ଦ୍ two ାରା ଦୁଇଗୁଣ ଦ୍ x ାରା x ଦ୍ by ାରା ଦୁଇଗୁଣ ଦ୍ x ାରା x ଦ୍ x ାରା ଦୁଇଗୁଣ ହୋଇଯାଏ ଯେହେତୁ ଏହି ଦୁଇଟି ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି
ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଯାହା ଜାଣୁ ଏହା ହେଉଛି ସାଇନ x ଦ୍ୱାରା x ର ସୀମା ଯେହେତୁ x ଶୂନ୍ୟ ନିକଟକୁ ଆସେ ଯାହା ଏଠାରେ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଆମ ପାଖରେ x ର ସାଇନ ହେଉଛି x ଦ୍ two ାରା ବିଭକ୍ତ |
ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ y କୁ ସମାନ କରିବା x ଦ୍ two ାରା ତାପରେ x ଯେପରି ଶୂନ୍ୟ y କୁ ଟେଣ୍ଡର ହୁଏ କାରଣ y ମଧ୍ୟ x ର ଅଧା ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହି ସୀମା x ସାଇନ x ର ଶୂନକୁ ଯିବା ଦ୍ x ାରା x ଦ୍ two ାରା ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ହୋଇ ସାଇନ y ର y ସହିତ y ଯେଉଁଠାରେ y ଥାଏ ଶୂନ୍ୟର ନିକଟତର ହେବା ଏବଂ ଏହି ସୀମା ଆମେ ଜାଣୁ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଅବଶ୍ୟ x ର ଅନ୍ୟ ସୀମା ସୀମା 0 ରୁ ସାଇନ x କୁ 2 କୁ ଯିବା ଏହା 0 ର ସାଇନ ସହିତ ସମାନ ଯାହା 1 ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ
ତେଣୁ xx ଦ୍ one ାରା ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ cos x ର ସୀମା | ଶୂନକୁ ଏହା ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଆମେ ତ୍ରାଇଗୋମେଟ୍ରିକ୍ ଫଙ୍କସନ୍ସ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ତିନୋଟି ସୀମା ଦେଖିଲୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ସାଇନ x ଦ୍ x ାରା x ସୀମା ଏବଂ ଶୂନ୍ୟରେ ଟାନ୍ x ର ସୀମା ବ୍ୟବହାର କରିବା ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ କୋସ୍ x ର ସୀମା | x ଯାହା ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଏହି ସୂତ୍ରଗୁଡିକ ବ୍ୟବହାର କରି ଅନ୍ୟ କିଛି ଉଦାହରଣ
ତେଣୁ ସାଇନ ଥ୍ରୀ x ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ଦୁଇଟି x ର ଟାନର ସୀମା କ’ଣ
ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା କରିପାରିବା ତାହା ହେଉଛି ଏହା ସମାନ ଯେ ଆମେ ଦୁଇଟି x ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ଟାନ୍ ଦୁଇ x ଲେଖିବା ଏବଂ ତାପରେ ଏହାକୁ ଦୁଇ x କୁ ଗୁଣ କର ଯଦି x ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ ତେବେ ମୁଁ ଟାନ୍ ଦୁଇ x କୁ ଟାନ୍ ଦୁଇ x ଦ୍ two ାରା ଦୁଇ x ଦୁଇଥର ଦୁଇଥର ସମାନ ସାଇନ ତିନି x ସାଇନ ତିନି x ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ | ତିନୋଟି x ଦ୍ three ାରା ତିନି x ଏବଂ ତା’ପରେ ଆମର ସୀମା ଅଛି ଯେହେତୁ x ବର୍ତ୍ତମାନ ଶୂନକୁ ଯାଉଛି, ଏହି ଦୁଇଟି x ରେ ତିନି x ଯଦି x ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ ତେବେ ମୁଁ ଏହି x କୁ ବାତିଲ କରିପାରିବି ଏବଂ ତାପରେ y ଶୂନ୍ୟରେ ପହଞ୍ଚିବା ପରେ ଆମେ y ଦ୍ୱାରା tan y ର ସୀମା ଜାଣୁ | y ଦ୍ y ାରା ଯେକ any ଣସି ଚିହ୍ନର ଗୋଟିଏ ସୀମା ହେଉଛି ଯେହେତୁ y ଶୂନ୍ୟ ନିକଟକୁ ଆସେ ଯାହା ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହା ସ୍ଥିର ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ସୀମାଠାରୁ ବାହାର କରାଯାଇପାରିବ
ତେଣୁ x ର ଦୁଇ ତୃତୀୟ ସୀମା ଶୂନ୍ୟ ଟାନକୁ ଦୁଇ x ଦ୍ two ାରା ବିଭକ୍ତ ଏବଂ ତା’ ପରେ ସୀମା ସାଇନ ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ତିନି x ଦ୍ three ାରା ବିଭକ୍ତ ଯାହା ଦୁଇ ତୃତୀୟାଂଶ ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଆମେ ଦେଖିଛୁ ଯେ ଉଭୟ ସୀମା ଗୋଟିଏ
ତେଣୁ ଏହା ଦୁଇ-ତୃତୀୟାଂଶ ସହିତ ସମାନ ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ x ର ପାପର ଶୂନକୁ ଯିବାର ସୀମା ଖୋଜ ଅନେକ ଛାତ୍ର ଭାବନ୍ତି ଭୁଲ୍ କରନ୍ତି ଯେ ତିନୋଟି x ର ଏହି ଚିହ୍ନ ଶୂନ x କୁ ଯାଉଛି ଏବଂ ଆମେ ଦେଖିଛୁ ଯେ ପାପ x ର x ର ସୀମା 1 ସହିତ ସମାନ କିନ୍ତୁ ଏହି ସୀମା 1 ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ କାରଣ ଏଠାରେ କଣ ଆମକୁ କରିବାକୁ ହେବ ଯେ ଆମକୁ ସମାନ ଜିନିଷ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ପଡିବ
ତେଣୁ ଆମେ ସୀମା x ଲେଖିବା ଶୂନ ପାପକୁ ତିନି x ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ଯଦି ମୁଁ ତିନୋଟି x ଲେଖେ ତେବେ ସେ ପୁନର୍ବାର ମୋ ଭିତରେ ଯାହା ଅଛି ତାହା ଅଛି ଯାହା ଦ୍ by ାରା ମୁଁ ବିଭାଜନ କରୁଛି ଯେ ଏହି ସୀମା 1 ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ତା’ ପରେ ସମାନ କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇବା ପାଇଁ ମୋତେ ଏହାକୁ 3 କୁ ବ ly ାଇବାକୁ ପଡିବ
ତେଣୁ ଏହି ସୀମା ଏହି ସୀମା ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ ମୁଁ ସମାନ ଭାବରେ ବିଭାଜନ କରୁଛି | 3x ଯାହା ସାଇନ 3x ଭିତରେ ଅଛି ତେବେ ମୁଁ କେବଳ ଲେଖି ପାରିବି କିମ୍ବା ଯଦି ଆପଣ ଚାହାଁନ୍ତି ଆପଣ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଷ୍ଟେପ୍ ଲେଖିପାରିବେ ଏହା y ର ଶୂନ୍ୟ ସାଇନକୁ y ର ତିନି ଗୁଣ ଯାଏ ଏବଂ ଯେଉଁଠାରେ y ତିନି x ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ତା’ ପରେ ଏହା ହେଉଛି | ତିନୋଟି ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଏହାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଭେରିଏବଲ୍ y ରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବାକୁ ପସନ୍ଦ କରିବା ଏକ ଭଲ ଚିନ୍ତାଧାରା ଏବଂ ତା’ ପରେ ସେମାନେ ସାଇନ y ପାଇଁ ସୂତ୍ରକୁ y ଦ୍ right ାରା ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି
ତେଣୁ ଅନ୍ତତ least ପକ୍ଷେ ପ୍ରାରମ୍ଭରେ ତୁମେ ଏହିପରି କରିବା ଉଚିତ ଯେ ଭୁଲ୍ ସମାନ ନୁହେଁ | ସାଇନ ତିନି x କୁ xx କୁ ଶୂନକୁ ଯିବା ପାଇଁ ସୀମିତ କରିବା ଏହା ଏକ ଭୁଲ ଅଟେ
ତେଣୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ କଥା ଯାହା ବିଷୟରେ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିବୁ ଯାହାକୁ ଆମେ ଅସୀମ ସୀମା ବୋଲି କହିଥାଉ
ତେଣୁ ii କେବଳ ଏକ ଉଦାହରଣ ଦ୍ୱାରା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବ
ତେଣୁ ଧରାଯାଉ ତୁମେ fx କୁ ସମାନ ବୋଲି ଭାବୁଛ | x ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ପାଇଁ x କୁ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ
ତେଣୁ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ଯଦି ଆପଣ ଦେଖୁଛନ୍ତି ଯେପରି ଆମେ x କୁ x କୁ ଆସିବା | ଛୋଟ ପଜିଟିଭ୍ ନମ୍ବର 1 ଦ୍ x ାରା ବଡ ଏବଂ ବଡ ହୋଇଯାଏ
ତେଣୁ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ଗ୍ରାଫ୍ ହେଉଛି ଏହି ଆୟତାକାର ହାଇପରବୋଲା ଏବଂ ନେଗେଟିଭ୍ x ପାଇଁ ଆମ ପାଖରେ x ନକାରାତ୍ମକ ଅଛି
ତେଣୁ କ’ଣ ଘଟେ ଯେପରି x 0 କୁ ଟେଣ୍ଡର କରେ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଡାହାଣରୁ 1 | x ବଡ ଏବଂ ବଡ ହୋଇଯାଏ ଏବଂ ଯେହେତୁ x ଶୂନ୍ୟ ମାଇନସ୍ ଆଡକୁ ଯାଏ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ବାମରୁ ଯଦି ତୁମେ ଶୂନ୍ୟ ନିକଟକୁ ଯାଅ ତେବେ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ x ବୃହତ ନକାରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଯାଏ
ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ ଅଧିକ କଠୋର ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବୁ କିନ୍ତୁ ଏପରି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଯାହା କହିଥାଉ ଆମେ 1 ର ସୀମା କହିଥାଉ | x ଦ୍ x ାରା ଡାହାଣରୁ 0 କୁ ନିକଟତର ହେବା ଏହା ସକାରାତ୍ମକ ଅସୀମତା ସହିତ ସମାନ ଏବଂ x ର 0 ମାଇନସ୍ 1 କୁ x ର ସୀମା ଏହା ନକାରାତ୍ମକ ଅସୀମତା ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯଦି x ଏକ ଛୋଟ ସକରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ତେବେ 1 ଦ୍ୱାରା x ଏକ ବୃହତ ସକରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ ହୁଏ ଏବଂ ଯଦି x ହେଉଛି ଏକ ଛୋଟ ନକାରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ତେବେ 1 ଦ୍ୱାରା x ଏକ ବୃହତ ନକାରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ ହୁଏ
ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ପ୍ରତୀକଗୁଡ଼ିକୁ ସକରାତ୍ମକ ଅସୀମତା ଏବଂ ନକାରାତ୍ମକ ଅସୀମତାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବା ପାଇଁ କହିଥାଉ ଯେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ମୁଁ ଏହାକୁ ଅଧିକ କଠୋର କରିବି ଏବଂ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବି | ଆମେ କହୁ ଯେ ଏକ ପୋ ରେ ସୀମା | int ହେଉଛି ପଜିଟିଭ୍ ଅସୀମତା ବା ନକାରାତ୍ମକ ଅସୀମତା ଏବଂ ତା’ ପରେ ଆମେ ଆଉ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା
ତେଣୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଏହାକୁ ଏହି ସୀମାକୁ ସକରାତ୍ମକ ଅସୀମତା ଏବଂ ନକାରାତ୍ମକ ଅସୀମତା ବିଷୟରେ ଅଧିକ ରିଗ୍ରେସ୍ କରିବୁ ଏବଂ ତା’ ପରେ ଆମେ ଏହା ଉପରେ ଆଉ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା |