मर्यादेवरील दुसऱ्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, म्हणून पहिल्या व्याख्यानात आपण मर्यादांचा अर्थ सांगितला आणि नंतर आपण मर्यादांची रीग्रेस एप्सिलॉन डेल्टा व्याख्या देखील पाहिली आणि नंतर आम्ही काही गुणधर्म पाहत होतो म्हणून आज मी काही गोष्टींसह पुढे जाईन.

मर्यादेचे अधिक गुणधर्म आणि नंतर आपण आणखी काही परिणाम सांगू

त्यामुळे आपण मर्यादेचे गुणधर्म पुढे चालू ठेवू

त्यामुळे गेल्या वेळी आपण बेरीज फरक नियम आणि नंतर स्थिरांकाचा गुणाकार पाहिला

त्यामुळे आज आपण पाहू या की गुणाकाराच्या मर्यादेचे काय होते उत्पादन नियम फंक्शन करा म्हणून हे सरळ सांगते की जर x ची मर्यादा x च्या af वर जाण्याची

मर्यादा आणि x ची मर्यादा x च्या ag वर जात असेल तर उत्पादन कार्याची मर्यादा fx गुणा gx ही देखील अस्तित्वात आहे आणि उत्पादनाची मर्यादा समान आहे मर्यादेचे गुणाकार या वेळा x ची g ची मर्यादा x a वर जाते म्हणजे

उत्पादनाची मर्यादा ही मर्यादेचे गुणन असते हे पुन्हा एप्सिलॉन डेल्टा व्याख्या वापरून सिद्ध केले जाऊ शकते परंतु आम्ही ते वगळू ई पुरावा त्याऐवजी पाहू या की याचा वापर करून मी हा निकाल सांगतो म्हणून समजा x चा p हा वास्तविक गुणांक असलेला बहुपदी आहे जो x चा p आहे हा स्थिरांक शून्य अधिक एक x अधिक दोन x चौरस आहे.

anx ची शक्ती n नंतर x ची p ची मर्यादा x कोणत्याही a जवळ आल्यावर ही a च्या p च्या बरोबरीची आहे म्हणून हे सिद्ध करण्यासाठी तुम्हाला फक्त माहित असणे आवश्यक आहे म्हणून प्रथम लक्षात घ्या की x ची मर्यादा x च्या a वर जाणे ही a च्या बरोबरीची आहे एप्सिलॉन डेल्टा व्याख्या वापरून cn करणे खूप सोपे आहे, तुम्हाला फक्त एप्सिलॉनच्या समान डेल्टा कार्य करेल हे पहावे लागेल म्हणून फंक्शनची मर्यादा x ची मर्यादा x ची मर्यादा a ला जाते, म्हणून हे वापरून

x a वर जाताना x वर्गाची मर्यादा ही उत्पादन नियमानुसार फक्त एका चौरसाएवढी असेल आणि x ची kx ची इंडक्शन मर्यादेने a वर जाणारी ही नैसर्गिक संख्येतील सर्व k साठी k साठी a च्या बरोबरीची असेल

त्यामुळे x ची p ची मर्यादा x a ला जाते

हे सर्व प्रथम मी असे लिहू शकतो 1 गुणिले x ची 0 अधिक मर्यादेची मर्यादा आणि त्याचप्रमाणे x गुणा x n पर्यंतच्या मर्यादेपर्यंत x ही बेरीज नियमानुसार आहे आणि नंतर आपण स्थिर वेळेची ती मर्यादा वापरता एक फंक्शन स्थिर वेळ मर्यादा म्हणजे x ची p ची मर्यादा x a ला जाते ती स्थिरांकाच्या मर्यादेच्या बरोबरीची असते फक्त शून्य अधिक

x च्या मर्यादेच्या एक पट म्हणून x अधिक x चौरस x च्या दोन पट मर्यादेपर्यंत जाते अशाप्रकारे

x ची n ची वेळा मर्यादा x a ला जाते ही शून्य अधिक एक याच्या बरोबरीची मर्यादा आहे फक्त एक अधिक एक चौरसाच्या दोन पट आणि x ची मर्यादा n पर्यंत आहे n परंतु हे काही नसून बहुपदीचे मूल्य a च्या ap वर मूल्यमापन केले जाते म्हणून आपण असे केले आहे उदाहरणार्थ जर आपल्याला x ही मर्यादा x चौरस अधिक 3 x अधिक 2 पैकी एक म्हणायची असेल तर आपण हे असे लिहू शकता 1 वर बहुपदीचे मूल्य म्हणजे 1 चौरस अधिक तीन गुणिले एक अधिक दोन जे एक अधिक तीन अधिक दोन जे सहा उजवीकडे पुढील नियम आहे दोन फंक्शन्सच्या भागफलाबद्दल समजा , x ची मर्यादा afx वर जाण्याची मर्यादा अस्तित्वात आहे आणि x च्या ag वर जाणारी मर्यादा x हे देखील पुढे अस्तित्वात आहे आणि शून्याच्या समान नाही तर या दोन फंक्शन्सच्या भागफलाची मर्यादा

x च्या g ने fx आहे x च्या g च्या मर्यादेच्या x च्या f च्या मर्यादेच्या बरोबरीने x च्या उजव्या मर्यादेच्या बरोबरीने हा परिणाम आहे परंतु x च्या g च्या भाजकाची मर्यादा जर 0 च्या बरोबर असेल तर 0 ने भागाकार परिभाषित केला जात नाही

त्यामुळे नक्कीच आपण हे लिहू शकत नाही परंतु जर मर्यादा शून्य नसलेली असेल तर याचा अर्थ होतो आणि आपण हे सूत्र वापरू शकतो की कोसाइनची मर्यादा मर्यादेचा भागफल आहे परंतु भाजकाची मर्यादा शून्याच्या बरोबरीची नसेल तर याचा अर्थ असा होतो की ती अंशाची मर्यादा आहे दोन फंक्शन्स

मर्यादेच्या भागाशी बरोबरी करतात जर

भाजकाची मर्यादा शून्य नसलेली असेल तर उदाहरणार्थ जर आपल्याला x क्यूब अधिक दोन x अधिक तीन भागाकार x चौरस अधिक एक अशी मर्यादा मोजायची असेल तर x एक जवळ येतो म्हणून प्रथम येथे पहा की li काय आहे x एक x चौरस अधिक एक च्या जवळ येत असताना भाजकाची mit बहुपदी आहे म्हणून x वर्ग अधिक एकची मर्यादा एक चौरस अधिक एक आहे जी शून्य नसलेली आहे म्हणून मी हे लिहू शकतो की x ची मर्यादा एक x चौरस अधिक एक वर जात आहे एक चौरस अधिक एक समान आहे जे दोन आहे हे शून्य शून्य आहे म्हणून x ची मर्यादा एक x घन अधिक दोन x अधिक तीन बाय x चौरस अधिक एक या मर्यादेचा फक्त भाग आहे आणि आता दोन्ही बहुपदी आहेत म्हणून आपल्याला माहित आहे की आपण फक्त त्याचे मूल्यमापन करणे आवश्यक आहे म्हणजे x समान एकावर आपल्याला एक घन अधिक दोन अधिक तीन मिळतील हे सहा भागाकार दोन आहे म्हणून हे तीन आहे मी तुम्हाला चेतावणी देतो की आम्ही सांगितले की जर भाजक फंक्शनची मर्यादा शून्य नसली तर भागाची मर्यादा अस्तित्त्वात असते आणि मर्यादेच्या कोसाइनच्या बरोबरीची असते परंतु जर भाजक फंक्शन मर्यादा 0 असेल तर आपण असे म्हणू शकत नाही की मर्यादा अस्तित्त्वात नाही म्हणून gx ची fx ची

मर्यादा x च्या g ची मर्यादा समान असली तरीही ती अस्तित्वात असू शकते शून्य ते खरं तर आपण पाहणार आहोत की बहुतेक महत्त्वाची उदाहरणे अशी असतील जेव्हा भाजकाची मर्यादा प्रत्यक्षात शून्याच्या बरोबरीची असेल, उदाहरणार्थ x ची मर्यादा एक x चौरस वजा तीन x अधिक दोन भागिले x वजा एक असेल तर शोधा, म्हणून येथे आपण x ची मर्यादा जात असल्याचे पहा.

x उणे एक पैकी एक हे फक्त एक वजा एक आहे जे शून्य देखील आहे म्हणून आपण थेट भागफल नियम वापरू शकत नाही म्हणून आपण थेट भागफल नियम वापरू शकत नाही परंतु जर आपण अंशाची अंश मर्यादा पाहिली तर ती पुन्हा 1 वर्ग वजा 3 वेळा आहे 1 अधिक 2 जो 0 देखील आहे.

त्यामुळे अंश आणि भाजक या दोन्हींची मर्यादा शून्य आहे प्रत्यक्षात येथे आपण पाहतो की x समान एकावर अंश आणि भाजक दोन्ही

शून्य आहेत म्हणून x वजा 1 हा येथे x वर्गाचा घटक आहे उणे 3 x अधिक 2 भागिले x वजा 1 हे समान x वजा 1 गुणिले x वजा 2 भागिले x वजा 1 अर्थातच x एकाच्या बरोबरीचे नसल्यास हे परिभाषित केले जाते आणि जर x एक बरोबर नसेल तर कोणी रद्द करू शकतो हा x उणे एक आणि हे सम आहे al ते x उणे दोन जर x एक बरोबर नसेल तर x ची मर्यादा
x चौरस वजा तीन x अधिक दोन बाय x वजा 1 पैकी एकाकडे झुकते ही x वजा 2 च्या 1 च्या जवळ येणारी x ची मर्यादा समान आहे कारण लक्षात ठेवा की जेव्हा मर्यादेची गणना करताना आपल्याला x समान a वरील फंक्शनचे मूल्य विचारात घेण्याची आवश्यकता नाही तेव्हा x हे एकाच्या पुरेसे जवळ असते तेव्हा आपल्याला हे माहित असणे आवश्यक आहे, म्हणून हे पुन्हा समान आहे हे फक्त एक बहुपदी आहे म्हणून हे 1 वजा 2 आहे उणे 1 बरोबर आहे म्हणून या उदाहरणात आपण पाहतो की
भाजकाची मर्यादा अस्तित्वात नसली तरीही भागाची मर्यादा योग्य असू शकते म्हणून मर्यादा शोधण्याचा प्रयत्न करण्याचा हा एक मार्ग आहे आपण आणखी एक उदाहरण करूया म्हणजे मर्यादा काय आहे x हे x वजा चार भागिले वर्गमूळ x वजा दोन ने भागले आहे म्हणून येथे फंक्शन आहे म्हणून येथे x बरोबर x वजा 4 भागिले वर्गमूळ x वजा दोन ने हे फंक्शन आहे हे पेक्षा मोठे असलेल्या कोणत्याही x साठी परिभाषित केले आहे शून्याच्या बरोबरीचे पण x चार r च्या बरोबरीचे नाही ight म्हणून जर मी मध्यांतर आणि मध्यांतर घेतले तर
चारच्या आसपास कोणतेही मध्यांतर ज्यामध्ये ऋण पूर्णांक ऋण वास्तविक संख्या नसतात तर हे फंक्शन परिभाषित केले जाते आणि आपल्याला मर्यादा काय आहे हे जाणून घ्यायचे आहे जेणेकरून आपण या फंक्शनच्या मर्यादेबद्दल बोलू शकतो तर लक्षात घ्या की हे पुन्हा आपण सोपे करू शकतो म्हणजे आपण
वर्गमूळ x अधिक दोन ने गुणाकार आणि भागाकार करू शकतो हे वर्गमूळ x वजा दोनचे संयुग्मित आहे fx मिळवण्यासाठी x वजा 4 गुणाकार वर्गमूळ x अधिक 2 आहे वजा 2 गुणाकार वर्गमूळ x अधिक 2 आणि आता जर तुम्ही भाजकात गुणाकार केला तर आम्हाला x उणे 4 मिळेल आणि हे यासह रद्द होईल म्हणून fx हे वर्गमूळ x अधिक 2 च्या बरोबरीचे असेल तर x 0 च्या बरोबरीचे असेल आणि x 4 च्या बरोबरीचे नसेल
त्यामुळे x 4 च्या जवळ येत असताना x ची f ची मर्यादा या फंक्शनच्या मर्यादेइतकी आहे वर्गमूळ x अधिक 2 जे x च्या फंक्शन सारखेच आहे लहान पुरेशा मध्यांतरात x च्या फंक्शनमध्ये
x वगळून चार च्या बरोबरीचे आहे म्हणून हे समान आहे वर्गमूळ चार प्लस s दोन म्हणजे दोन अधिक दोन म्हणजे चार म्हणजे मर्यादा मोजण्याचा हा आणखी एक मार्ग आहे जेव्हा तुम्हाला अंशाची मर्यादा मिळते आणि भाजक दोन्ही शून्य असतात तेव्हा पुढे काय होईल या प्रमेयाला हे सँडविच प्रमेय म्हणतात किंवा कधीतरी याला म्हणतात स्क्वीझ प्रमेय म्हणजे हे काय म्हणते ते असे की समजा आपल्याकडे x चे फंक्शन आहे समजा x चे f हे x च्या g च्या बरोबरीने मोठे आहे आणि x च्या h च्या बरोबरीच्या सर्व x साठी x च्या बरोबरीच्या अंतराने a समाविष्ट आहे परंतु ते वगळले जाऊ शकते x च्या बरोबरीचे म्हणून समजा fx हे x च्या x आणि h च्या x या दोन फंक्शनमध्ये एक असलेल्या मध्यांतरात आहे असे समजू की x च्या g ची मर्यादा x च्या h च्या मर्यादेच्या बरोबरीची आहे आणि दोन्ही समान आहेत l म्हणायचे असल्यास x च्या फंक्शनची g आणि x ची h दोन्ही l च्या समान आहेत तर निष्कर्ष असा आहे की x च्या f ची मर्यादा x जवळ आल्यावर हे अस्तित्वात आहे आणि ती पुन्हा त्याच मर्यादेच्या बरोबरीची आहे l बरोबर, जर तुम्ही आलेख वापरताना पाहिले तर हे काय म्हणते की समजा तुमच्याकडे फंक्शन आहे म्हणतो की काही अंतराने हे fx
x च्या x आणि h च्या दोन फंक्शन्समध्ये असते आणि मर्यादा समान बरोबर असते म्हणून या प्रकरणात मी हे काढू या म्हणजे आपल्याकडे x चा f आहे आणि आपल्याकडे x चा g आणि h आहे.
जर x च्या वरच्या फंक्शन h ची मर्यादा आणि x च्या खालच्या फंक्शन g
ची मर्यादा जर ते दोन्ही समान असतील तर x ची f ची मर्यादा देखील सारखीच आहे म्हणून टिप्पणी करा सँडविच प्रमेय एप्सिलॉन डेल्टा व्याख्या वापरून सिद्ध केले जाऊ शकते म्हणून मी सुचवेन की विद्यार्थी ही व्याख्या वापरून हे सिद्ध करण्याचा प्रयत्न करू शकतात परंतु आम्ही पुरावा वगळू त्याऐवजी ते म्हणतात की हे खूप महत्वाचे आहे म्हणून हे प्रमेय संगणकीय मर्यादांमध्ये अत्यंत उपयुक्त आहे म्हणून बऱ्याच वेळा असे होते की फंक्शन ज्याची मर्यादा आहे तुम्हाला गणना करायची असेल तर ते गुंतागुंतीचे असू शकते परंतु जर तुम्हाला लहान फंक्शन आणि मोठे फंक्शन सापडले आणि तुम्ही मर्यादा सहज काढू शकता आणि जर मर्यादा समान असतील तर याला देखील समान मर्यादा आहे म्हणून आम्ही हे वापरून एक महत्त्वाची मर्यादा पाहू.
प्रमेय म्हणून एक ॲप्लिकेशन म्हणून आपण हे सिद्ध करू की x वरील x वरील कार्य चिन्हाची मर्यादा x शून्याच्या जवळ जाते तेव्हा ही एक समान असते म्हणून हे मर्यादेसाठी एक अतिशय महत्त्वाचे सूत्र आहे की शून्यावर sin x x ची मर्यादा एक नोट समान आहे येथे आपण भागफल नियम वापरू शकत नाही हे लक्षात ठेवा कारण भाजकाची मर्यादा 0 आहे अंशाची मर्यादा देखील 0 आहे आणि येथे आपल्याकडे बहुपदे नाहीत जी आपण x रद्द करू आणि नंतर भागफल नियम वापरण्याचा प्रयत्न करू याऐवजी आपण काय करू.
असे आहे की आपण
सँडविच प्रमेय वापरून ही मर्यादा 1 च्या बरोबरीची आहे हे सिद्ध करू, म्हणून मी प्रथम त्रिज्या एकचे वर्तुळ काढू या, म्हणजे माझ्याकडे एक वर्तुळ आहे आणि या वर्तुळाची त्रिज्या एक आहे म्हणून माझ्याकडे हे आहे हे एक आहे हे एक आहे आणि आता आपण x रेडियन च्या बरोबरीचा कोन घेऊ म्हणजे हा रेडियन मध्ये x आहे आणि मी हा त्रिकोण काढू आणि मला हे दोन बिंदू जोडू दे आणि आपण हे देखील वाढवू आणि नंतर येथे लंब काढू.
मला हे मुद्दे चिन्हांकित करू दे ave o येथे a हा बिंदू b हा c आहे आणि हा d
आहे त्रिज्या एकचे वर्तुळ समजा आणि x हा त्रिज्यामधील कोन
मानू या आणि डावीकडे काढलेल्या आकृतीचा विचार करू या आता या आकृतीवरून हे स्पष्ट होते की जर मी क्षेत्रफळ बघितले तर त्रिकोण ओएबीचे
क्षेत्रफळ हे सेक्टर सेक्टर ओअबच्या क्षेत्रापेक्षा कमी आहे जे मोठ्या त्रिकोणाच्या क्षेत्रफळापेक्षा कमी आहे ओड उजवीकडे, तर आपल्याकडे हा सेक्टर आहे हा संपूर्ण वर्तुळाचा एक अंश

आहे अर्थात त्रिकोण ओब हे क्षेत्र या क्षेत्राच्या क्षेत्रापेक्षा कमी आहे आणि हे क्षेत्र पुन्हा या त्रिकोणाच्या ओडमध्ये काटेकोरपणे समाविष्ट आहे,
त्यामुळे आम्हाला हे आत्ताच समजले आहे की हे क्षेत्र कोणते आहे ते पाहू या आमच्याकडे आता हे त्रिकोण ओबचे क्षेत्रफळ आहे.
पायाच्या अर्ध्या पट समान आहे oa गुणा bc उजवा जो oa च्या अर्ध्या लांबीच्या समान आहे एक आहे हा एक आहे लांबी bc किती आहे म्हणून लक्षात घ्या की हा कोन x आहे म्हणून ही लांबी bc काही नाही पण साइन साइन x चे उजवे चिन्ह आहे x हे काहीच नाही t विरुद्ध बाजू आणि कर्ण यांचे गुणोत्तर जे येथे एक आहे
त्यामुळे x ची sine bc ने भागली तर bc sine x बरोबर आहे म्हणून हे अर्धा पट एक गुणिले sin x आहे म्हणून आपल्याला त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ मिळते oab चे क्षेत्रफळ अर्ध्या आहे sine x आता सेक्टर ओअबच्या क्षेत्रफळाचे क्षेत्रफळ किती आहे
त्यामुळे सेक्टरचे क्षेत्रफळ हे कोनाच्या गुणोत्तरामध्ये आहे म्हणून आपल्याकडे कोन x हा वर्तुळाच्या एकूण कोनाने भागला जातो दोन pi रेडियन आहे म्हणून x हे वर्तुळाच्या क्षेत्रफळात दोन pi ने भागले तर दोन pi कोनासाठी आपल्याला वर्तुळाचे संपूर्ण क्षेत्रफळ मिळते म्हणून x कोनासाठी आपल्याला x दोन pi ने वर्तुळाच्या क्षेत्रफळात भागले तर हे x बरोबर आहे वर्तुळाचे दोन pi क्षेत्रफळाने भागले तर pi गुणिले त्रिज्या एक चौरस आहे
त्यामुळे हे मला फक्त अर्धा x देते
त्यामुळे सेक्टरचे क्षेत्रफळ अर्धा x आहे आणि आपल्याला त्रिकोण ओडचे क्षेत्रफळ देखील आवश्यक आहे
म्हणून हा पुन्हा काटकोन त्रिकोण आणि क्षेत्रफळ आहे अर्धा पट आहे oa वेळा जाहिरात मला पुन्हा चित्र दाखवू द्या म्हणजे त्रिकोण ओड क्षेत्रफळ oa पटीच्या अर्धा आहे जाहिरात या त्रिकोणातील जाहिरातीची लांबी किती आहे ओड जर आपण पाहतो की हा पाया लांबीचा आहे तर ही विरुद्ध बाजू लांबीची टॅन x आहे म्हणून हे अर्धा आहे oa गुणा जाहिरातीच्या अर्धा म्हणजे अर्धा आहे वेळा एक गुणिले tan x हा अर्धा टॅन x आहे
त्यामुळे आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे शून्य ते pi बाय दोन मधील कोणत्याही x साठी आपल्याकडे त्रिकोण ओअबचे क्षेत्रफळ अर्धा साइन x हे क्षेत्राच्या क्षेत्रापेक्षा कमी आहे जे अर्धा x आहे tan x च्या अर्ध्या पटापेक्षा कमी बरोबर हे प्रत्येक कोन x साठी खरे आहे जो शून्य आणि pi दोन ने आहे आता आपण काय करतो की आपण संपूर्ण भाग x ने चिन्हाने भागतो जर x शून्य आणि पाई मध्ये दोन ने असेल तर sin x धनात्मक आहे म्हणून भागाकार याद्वारे आपल्याला जे मिळते ते आहे म्हणून प्रथम मी या प्रत्येकातून हा अर्धा रद्द करतो म्हणजे आपल्याला साइन x x पेक्षा कमी टॅन x पेक्षा कमी आहे आणि नंतर साइन x ने भाग केल्यास एक x पेक्षा कमी साइन x पेक्षा कमी आहे.
tan x ला sine x ने भागले परंतु tan x sine x ने भागले cos x म्हणून हे cos ने एक बरोबर आहे x म्हणजे निष्कर्ष म्हणजे आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे एक म्हणजे x बाय साइन x पेक्षा कमी म्हणजे x च्या कोसाइनने एकापेक्षा कमी x शून्य आणि pi मधील प्रत्येक x साठी दोन बाय दोन आता जर आपण परस्पर घेतले तर याचा अर्थ असा होतो की मी परस्पर घेतले तर असमानता बदलते म्हणून आपल्याला 1 हे sine x x x पेक्षा मोठे आहे जे cos x पेक्षा मोठे आहे सर्व 0 पेक्षा x कमी pi पेक्षा 2 x बरोबर आहे म्हणून ही एक अत्यंत महत्वाची असमानता आहे म्हणून आपल्याला समजले आहे की मला हे पुन्हा cos लिहू द्या x हे साइन x बाय x पेक्षा कमी आहे जे एकापेक्षा कमी आहे जर शून्य x पेक्षा कमी असेल तर x pi पेक्षा दोन बाय दोन बरोबर आहे जे आपण शोधत होतो ती पापाची मर्यादा x बाय x आहे आम्ही काय केले ते आम्हाला आढळले आहे की पाप x बाय x हा cos x आणि एक सर्व x साठी शून्य आणि pi मधील दोन ने आहे म्हणून जर मी x ला वजा x ने बदलले तर आपण लक्षात घ्या की वजा x ची cos x ची cos आणि वजा x ची sine
भागिले वजा x आहे कारण पाप आहे एक विषम फंक्शन हे वजा sin x ने भागलेले वजा x आहे जे पुन्हा sin x ने x बरोबर आहे जे दोन्ही cos आहे x आणि sin x बाय x ही सम फंक्शन्स आहेत
त्यामुळे x ऋण असेल तर वजा x सकारात्मक आहे, कारण आपल्याकडे ही असमानता एक आहे , म्हणून एकापासून असमानता ही वास्तविकता वजा pi बाय दोन ते pi बाय दोन मधील कोणत्याही x साठी सत्य आहे.
आता आपल्याला शून्य असलेले एक मध्यांतर मिळाले आहे ज्यामध्ये आपल्याकडे ही असमानता आहे की x बाय x हा cos x पेक्षा मोठा आहे आणि एकापेक्षा कमी आहे आता आपल्याला फक्त cos x ची मर्यादा काय आहे आणि x ची मर्यादा 0 च्या जवळ आल्यावर 1 ची मर्यादा काय आहे हे जाणून घेणे आवश्यक आहे x च्या cos ची x 0 च्या जवळ येताच हे फक्त 0 च्या cos च्या बरोबरीचे आहे जे 1 आहे आणि अर्थातच स्थिर फंक्शनची मर्यादा सँडविच प्रमेयानुसार एक समान आहे , मर्यादा चिन्ह x x x शून्याच्या जवळ आल्यावर हे देखील आहे एकाच्या बरोबरीने म्हणून आम्ही हे सिद्ध केले आहे की ही मर्यादा
दोन फंक्शन्स cos x आणि ज्याच्या मर्यादा मोजणे सोपे आहे अशा फंक्शनमधील बाँडिंगद्वारे वापरून ही मर्यादा एक समान आहे आणि नंतर आम्हाला माहित आहे की ही मर्यादा देखील 1 च्या समान आहे .
मर्यादेसाठी अत्यंत महत्त्वाचे सूत्र आणि आपण सीए n याचा वापर अनेक मर्यादा काढण्यासाठी करा म्हणजे आपण हे सूत्र वापरून काही उदाहरणे करू म्हणजे एक म्हणजे जर मी टॅन x बाय x ची मर्यादा लिहिली तर ती किती असेल तर लक्षात घ्या की टॅन x बाय x हे साइन x बाय x गुणिले 1 आहे cos x द्वारे x 0 च्या बरोबरीचे नसल्यास आणि आपल्याला माहित आहे की sin x x x ची मर्यादा ही 1 च्या बरोबरीची आहे आणि cos x ची एक मर्यादा cos x च्या मर्यादेने एक आहे म्हणून हे देखील एक आहे टॅन x बाय x च्या उत्पादन नियम मर्यादेनुसार हे देखील एकमेकांच्या बरोबरीचे आहे एक महत्त्वाची मर्यादा म्हणजे एक वजा cos x ची मर्यादा x ने भागली तर आपण येथे असे आहे की x 0 वर जाताना भाजकाची मर्यादा 0 आहे अंशाची मर्यादा पुन्हा 1 उणे 1 आहे जी 0 आहे आणि आपल्याला ही मर्यादा
मोजायची आहे म्हणून त्रिकोणमितीवरून आठवा आपण कोनाच्या अर्ध्या उजव्या कोनाच्या साइनच्या संदर्भात कोनाची cos व्यक्त करू शकतो म्हणून 2a ची cos 1 वजा बरोबर आहे 2 साइन स्क्वेअर a राईट कॉस 2a म्हणजे कॉस स्क्वेअर ए वजा सिन स्क्वेअर a जो एक वजा दोन पाप स्क्वेअरच्या बरोबर असतो a म्हणजे एक वजा cos दोन a समान दोन साइन स्क्वेअर a म्हणून एक वजा cos x हे दुसरे काही नाही तर x च्या दोन पट साइन स्क्वेअर x बाय दोन म्हणून अंश हा दोन पट पाप स्क्वेअर x बाय दोन भाजक x आहे

म्हणून एक वजा cos x x x हे दोन साइन स्क्वेअर x बरोबर दोन भागिले x x बरोबर x शून्य नसेल तर आपण हे लिहू शकतो हे x च्या साइनच्या दोनने भागिले x ने दोन पटीने दुसरे चिन्ह आहे x बाय 2 उजवीकडे मी हे 2 भाजकात आणले आहे म्हणून मला येथे x 2 ने मिळतो म्हणून x ची मर्यादा एक वजा x च्या शून्यावर जाण्याची मर्यादा cos x x x ही x ची मर्यादा sine x च्या शून्यावर जाण्याच्या मर्यादेइतकी आहे x द्वारे x च्या दुप्पट साइनच्या मर्यादेच्या x बाय दोनच्या x शून्यावर गेल्यास या दोन मर्यादा सध्या अस्तित्वात आहेत म्हणून आता आपल्याला माहित आहे की x शून्याच्या जवळ आल्यावर x बाय x ची ती मर्यादा आहे जी आपल्याजवळ असलेल्या एका समान आहे x ची साइन दोन ने भागिले x दोन ने तर y बरोबर x दोन ने y लावले तर x बरोबर शून्य y देखील t शून्यावर संपतो कारण y हा x चा अर्धा आहे म्हणून ही मर्यादा x ही मर्यादा x च्या शून्यावर जाणे x दोन ने भागिले x दोन ने भागिले x

y च्या y च्या मर्यादेइतके y जेथे y शून्याच्या जवळ येत आहे आणि ही मर्यादा आपल्याला माहित आहे की एक आहे अर्थात x ची दुसरी मर्यादा sine x 2 च्या 0 वर जाणारी ही 0 च्या sine च्या बरोबरीची आहे जी 1 आहे जी शून्य आहे म्हणून एक वजा मर्यादा cos x x xx शून्यावर जाणे ही शून्य बरोबर आहे म्हणून आपण तीन पाहिले त्रिकोणमितीय फंक्शन्सच्या संदर्भात मर्यादा म्हणजे साइन x बाय x मर्यादा शून्य एक आहे आणि शून्यावर टॅन x x x x ची मर्यादा वापरणे देखील एक आहे आणि एक वजा cos x x x ची मर्यादा शून्य आहे म्हणून इतर काही उदाहरण वापरून ही सूत्रे म्हणजे दोन x च्या टॅनला साइन तीन x ने भागल्यास त्याची मर्यादा काय आहे म्हणून आपण काय करू शकतो की हे समान आहे आपण टॅन दोन x ला दोन x ने भागाकार लिहू शकतो आणि नंतर x शून्य नसल्यास दोन x ने गुणाकार करू शकतो

मग मी टॅन दोन x टॅन दोन x बाय दोन x गुणिले दोन x त्याचप्रमाणे साइन थ्री x पाप म्हणून लिहू शकतो e तीन x बाय तीन x गुणिले तीन x आणि नंतर x शून्यावर जातो म्हणून आपल्याकडे मर्यादा आहे

आता या एका मध्ये दोन x बाय तीन x जर x शून्य नसेल तर मी हा x रद्द करू शकतो आणि नंतर आपल्याला tan y ची मर्यादा y म्हणून कळते.

y शून्यापर्यंत पोहोचतो जी कोणत्याही चिन्हाची y ची एक मर्यादा आहे y ने y ने शून्याकडे जाताना ते देखील एक आहे म्हणून हे स्थिरांक बरोबर आहे मर्यादेतून बाहेर काढले जाऊ शकते म्हणून x ची दोन तृतीय मर्यादा शून्य टॅन दोन x ने भागली जाते x आणि नंतर मर्यादेने भागाकार sine तीन x ने भागिले तीन x जे दोन तृतीयांश समान आहे आपण पाहिले आहे की दोन्ही मर्यादा एक आहेत म्हणून ही दोन-तृतीयांश इतकी आहे दुसरे उदाहरण शोधा x ची मर्यादा पाप तीन x भागाकाराच्या शून्यावर जाईल x द्वारे बरेच विद्यार्थी असे समजून चुकतात की तीन x चे हे चिन्ह शून्यावर जात आहे x देखील शून्यावर जात आहे आणि आपण पाहिले आहे की x बाय x ची मर्यादा 1 च्या बरोबर आहे परंतु ही मर्यादा 1 च्या बरोबरीची नाही कारण इथे आपल्याला काय करायचे आहे की आपल्याला तीच गोष्ट वापरायची आहे म्हणून आपण लिमिट x z ला जात लिहू ero sin three x ने भागिले जर मी तीन x लिहिलं तर इथे माझ्या आत जे काही आहे ते चिन्ह आहे ज्याने मी भाग करत आहे ही मर्यादा 1 च्या बरोबर आहे आणि नंतर मला तेच फंक्शन मिळवण्यासाठी 3 ने गुणाकार करावा लागेल म्हणजे ही मर्यादा समान आहे या मर्यादेपर्यंत आणि आता मी त्याच 3x ने भाग करत असल्यामुळे मी साइन 3x च्या आत आहे तेव्हा मी फक्त लिहू शकतो किंवा जर तुम्हाला हवे असेल तर तुम्ही आणखी एक पायरी लिहू शकता हे y च्या शून्य साइन y च्या y गुणिले तीनने जाण्याच्या मर्यादेइतके आहे

आणि जिथे y हे तीन x च्या बरोबरीचे आहे आणि नंतर हे तीन च्या बरोबरीचे आहे, म्हणून ते दुसर्‍या व्हेरिएबल y मध्ये बदलणे चांगले आहे आणि नंतर ते sine y बाय y बरोबर सूत्र वापरतात

त्यामुळे कमीतकमी सुरुवातीला आपण हे केले पाहिजे ही चूक टाळण्यासाठी असे करा की हे मर्यादेच्या समान नाही साइन तीन x बाय xx शून्यावर जाणे हे एक बरोबर आहे हे चुकीचे आहे बरोबर आहे म्हणून आपण पुढील गोष्टीबद्दल बोलू

ज्याला आपण अमर्याद मर्यादा म्हणतो म्हणजे ii फक्त उदाहरणाद्वारे समजावून सांगा म्हणून समजा तुम्ही f विचारात घेता x साठी x च्या बरोबरीने x साठी x शून्याच्या बरोबरीचे नाही म्हणून हे फंक्शन जर आपण 0 च्या जवळ जाताना पाहिले तर x ही लहान धन संख्या 1 बाय x मोठी होत जाते

त्यामुळे या फंक्शनचा आलेख हा आयताकृती हायपरबोला आहे आणि ऋण x साठी आपल्याकडे हे x ऋण आहे म्हणून काय घडते म्हणजे x 0 कडे झुकतो अधिक याचा अर्थ उजवीकडून 1 बाय x मोठा होत जातो आणि x हा शून्य वजाकडे झुकतो म्हणजे डावीकडून शून्याकडे गेल्यास एक x द्वारे मोठी ऋण संख्या बनते म्हणून आपण हे अधिक कठोरपणे समजावून सांगू परंतु आपण असे काय म्हणतो अशा प्रकरणांमध्ये आपण 1 बाय x ची मर्यादा म्हणतो कारण x उजवीकडून 0 पर्यंत पोहोचतो ही सकारात्मक अनंतता आणि x ची मर्यादा 0 वजा पर्यंत जाते 1 बाय x हे ऋण अनंताच्या बरोबरीचे आहे

त्यामुळे याचा सरळ अर्थ असा की जर x ही लहान धन संख्या असेल तर 1 बाय x ही मोठी धन संख्या बनते आणि जर x ही लहान ऋण संख्या असेल तर 1 बाय x ही मोठी ऋण संख्या बनते.

ही चिन्हे वापरा पॉझिटिव्ह अनंत आणि ऋण अनंत फक्त असे म्हणायचे आहे की पुढच्या वर्गात मी ते अधिक कठोर बनवेल आणि जेव्हा आपण म्हणतो की एका बिंदूवरील मर्यादा सकारात्मक अनंत किंवा नकारात्मक अनंत आहे आणि नंतर आपण पुढील वर्गात आणखी काही उदाहरणे पाहू.

ही मर्यादा सकारात्मक अनंत आणि नकारात्मक अनंत असण्याबद्दल आम्ही ते अधिक मागे टाकू आणि नंतर आम्ही यावर आणखी काही उदाहरणे पाहू.

धन्यवाद