सीमा पर दूसरे व्याख्यान में आपका स्वागत है
इसलिए पहले व्याख्यान में हमने सीमा का अर्थ दिया और फिर हमने सीमाओं की ईपीएसलॉन डेल्टा परिभाषा को भी देखा और फिर हम कुछ गुणों को देख रहे थे
इसलिए आज मैं कुछ के साथ जारी रखूंगा सीमा के अधिक गुण और फिर हम कुछ और परिणाम बताएंगे
इसलिए हम सीमा के गुणों के साथ जारी रखेंगे
इसलिए पिछली बार हमने योग अंतर नियम और फिर एक स्थिरांक के गुणकों को देखा था,
इसलिए आज देखते हैं कि उत्पाद की सीमा का क्या होता है उत्पाद नियम को कार्य करें तो यह केवल यह कहता है कि यदि x की सीमा x के af तक जाती है और x की सीमा x के ag तक जाती है तो उत्पाद फ़ंक्शन की सीमा fx गुना gx यह भी मौजूद है और उत्पाद की सीमा के बराबर है सीमा का उत्पाद इस बार x के g की सीमा x के रूप में जाता है,
इसलिए उत्पाद की सीमा सीमा का उत्पाद है फिर से इसे एप्सिलॉन डेल्टा परिभाषा का उपयोग करके साबित किया जा सकता है लेकिन हम इसे छोड़ देंगे ई प्रूफ के बजाय यह देखते हैं कि इसका उपयोग करके मैं इस परिणाम को बताता हूं,
इसलिए मान लीजिए कि x का p
वास्तविक गुणांक वाला एक बहुपद है जो कि x का p एक स्थिरांक शून्य प्लस एक x प्लस एक दो x वर्ग के रूप में है।
घात n के लिए चिंता करें तो x के p की सीमा जैसे ही x किसी के पास आती है यह a के p के बराबर है
इसलिए इसे साबित करने के लिए आपको केवल इतना जानना होगा कि पहले ध्यान दें कि x की x की सीमा a के बराबर है ठीक है, एप्सिलॉन डेल्टा परिभाषा का उपयोग करके सीएन करना बहुत आसान है, आपको बस यह देखना है कि एप्सिलॉन के बराबर डेल्टा काम करेगा
इसलिए फ़ंक्शन की सीमा x के बराबर x की सीमा x पर जाती है a के बराबर है
इसलिए इसका उपयोग करना
इसलिए x वर्ग की सीमा x के रूप में a तक जाती है, यह उत्पाद नियम द्वारा केवल एक वर्ग के बराबर होगी
और x से kx तक की प्रेरण सीमा के लिए यह प्राकृतिक संख्या में सभी k के लिए a के बराबर है,
इसलिए इसलिए x के p की सीमा के रूप में x जाता है a के बराबर है सबसे पहले मैं इस रूप में लिख सकता हूं 0 की सीमा प्लस 1 गुना x की सीमा और इसी तरह x से n तक की सीमा तक x के रूप में यह योग नियम द्वारा होता है और फिर आप एक स्थिर समय की उस सीमा का उपयोग करते हैं जो एक फ़ंक्शन स्थिर समय होता है सीमा तो इसका मतलब है कि x के p की सीमा x के बराबर है , स्थिरांक की सीमा के बराबर है बस एक शून्य है और x की सीमा का एक गुना है क्योंकि x एक प्लस पर जाता है और x वर्ग x की दो गुना सीमा पर जा रहा है a तो एक समय सीमा तक x से n तक x जाता है, यह एक शून्य के बराबर होता है और a एक इसकी सीमा केवल एक जोड़ होती है a वर्ग का दो गुना और x से n तक की सीमा a होती है n लेकिन यह और कुछ नहीं बल्कि a के एपी पर मूल्यांकन किए गए बहुपद का मान है,
इसलिए हमें ऐसा किया जाता है उदाहरण के लिए यदि हम x को x वर्ग प्लस 3 x प्लस 2 में से एक के रूप में कहना चाहते हैं तो आप इसे बस इस रूप में लिख सकते हैं 1 पर बहुपद का मान इस प्रकार है कि 1 वर्ग जमा तीन गुना एक जमा दो जो एक जमा तीन जमा दो है जो कि छह सही अगला नियम है दो कार्यों के भागफल के बारे में तो मान लीजिए कि x की afx तक जाने की सीमा मौजूद है और x के ag तक x की सीमा है, यह आगे भी मौजूद है और शून्य के बराबर नहीं है, तो इन दो कार्यों के भागफल की सीमा x के g द्वारा यह है x के f की सीमा x के g की सीमा के बराबर है तो यह परिणाम है लेकिन यदि x के हर g की सीमा 0 के बराबर है तो 0 से भाग परिभाषित नहीं है
इसलिए निश्चित रूप से हम इसे नहीं लिख सकते हैं लेकिन यदि सीमा गैर-शून्य है तो यह समझ में आता है और हम इस सूत्र का उपयोग कर सकते हैं कि कोसाइन की सीमा सीमा का भागफल है बशर्ते कि हर की सीमा शून्य के बराबर न हो, इसका मतलब है कि वह भागफल की सीमा है दो कार्य
सीमा के भागफल के बराबर होते हैं यदि हर की सीमा शून्य नहीं है, तो उदाहरण के लिए यदि हमें एक्स क्यूब प्लस टू एक्स प्लस थ्री को एक्स स्क्वायर प्लस वन से विभाजित करने की सीमा की गणना करनी है, तो पहले आप यहां देखें यह क्या है हर के mit के रूप में x एक x वर्ग जमा एक बहुपद है
इसलिए x वर्ग जमा एक की सीमा एक वर्ग जोड़ एक है जो गैर-शून्य है,
इसलिए मैं यह लिख सकता हूं कि x की सीमा एक x वर्ग प्लस एक में जा रही है एक वर्ग जोड़ एक के बराबर है जो दो है यह शून्य नहीं है
इसलिए x की एक x घन जमा दो x जोड़ तीन बटा x वर्ग जमा एक में जाने की सीमा केवल सीमाओं का भागफल है और अब दोनों बहुपद हैं
इसलिए हम जानते हैं कि हमें बस इसका मूल्यांकन करने की आवश्यकता है
इसलिए x बराबर एक पर हमें एक घन जमा दो जमा तीन यह छह को दो से विभाजित किया जाता है
इसलिए यह तीन है मैं आपको चेतावनी देता हूं कि हमने कहा है कि यदि हर फलन की सीमा गैर-शून्य है तो भागफल की सीमा मौजूद है और सीमा की कोज्या के बराबर है लेकिन अगर हर फ़ंक्शन की सीमा 0 है तो हम यह नहीं कह सकते कि सीमा मौजूद नहीं है
इसलिए fx बटा gx की सीमा तब भी मौजूद हो सकती है जब x की g की सीमा बराबर हो शून्य करने के लिए वास्तव में हम देखेंगे कि अधिकांश महत्वपूर्ण उदाहरण तब होंगे जब हर की सीमा वास्तव में शून्य के बराबर होती है, उदाहरण के लिए, x की सीमा ज्ञात कीजिए जो एक x वर्ग घटा तीन x जमा दो को x घटा एक से विभाजित करती है, यदि यह मौजूद है तो हम देखते हैं कि x की सीमा एक्स माइनस वन में से एक के लिए यह केवल एक माइनस वन है जो शून्य भी है
इसलिए हम सीधे भागफल नियम का उपयोग नहीं कर सकते हैं,

इसलिए हम सीधे भागफल नियम का उपयोग नहीं कर सकते हैं, लेकिन अगर हम अंश की अंश सीमा देखते हैं जो फिर से 1 वर्ग माइनस 3 बार है 1 जमा 2 जो कि भी 0 है।

इसलिए अंश और हर दोनों की सीमा शून्य है वास्तव में यहाँ हम देखते हैं कि x एक के बराबर अंश और हर दोनों शून्य हैं
इसलिए x घटा 1
इसलिए यहाँ का एक कारक है x वर्ग माइनस 3 एक्स प्लस 2 को एक्स माइनस 1 से विभाजित किया जाता है, यह एक्स माइनस 1 गुना x माइनस 2 के बराबर है, एक्स माइनस 1 से विभाजित है।
यह एक्स माइनस वन है और यह बराबर है al से x घटा दो यदि x एक के बराबर नहीं है तो x की सीमा x वर्ग घटा तीन x जमा दो बटा x घटा 1 में से एक तक जाती है यह वही बात है जो x की सीमा x घटा 2 के 1 के करीब पहुंचती है क्योंकि याद रखें कि जबकि सीमा की गणना करने के लिए हमें x के बराबर फ़ंक्शन के मान पर विचार करने की आवश्यकता नहीं है, हमें केवल यह जानने की आवश्यकता है कि x कब पर्याप्त रूप से एक के करीब है,
इसलिए यह फिर से बराबर है यह सिर्फ एक बहुपद है
इसलिए यह 1 माइनस 2 है जो कि है माइनस 1 ठीक है तो इस उदाहरण में हम देखते हैं कि भले ही हर की सीमा मौजूद नहीं है , भागफल की सीमा सही मौजूद हो सकती है,
इसलिए यह सीमा खोजने का प्रयास करने का एक तरीका है आइए हम एक और उदाहरण लेते हैं तो सीमा क्या है x , x घटा चार में से चार को वर्गमूल x माइनस दो से विभाजित करता है,
इसलिए यहां फ़ंक्शन है
इसलिए हमारे पास यह फ़ंक्शन है x का x बराबर x घटा 4 वर्गमूल x घटा दो से विभाजित यह किसी भी x के लिए परिभाषित है जो इससे बड़ा है शून्य के बराबर लेकिन x चार r .
के बराबर नहीं है तो अगर मैं एक अंतराल और अंतराल में कोई भी लेता हूं जो चार के आसपास कोई अंतराल है जिसमें नकारात्मक पूर्णांक नकारात्मक वास्तविक संख्याएं नहीं हैं तो यह फ़ंक्शन परिभाषित किया गया है और हम जानना चाहते हैं कि सीमा क्या है
इसलिए हम इस फ़ंक्शन की सीमा के बारे में बात कर सकते हैं तो ध्यान दें कि यह फिर से हम सरल कर सकते हैं
इसलिए हम
वर्गमूल x प्लस दो से गुणा और विभाजित कर सकते हैं यह वर्गमूल x घटा दो का संयुग्म है fx के बराबर x घटा 4 गुणा वर्गमूल x प्लस 2 वर्गमूल x द्वारा घटा 2 गुना वर्गमूल x जमा 2 और अब यदि आप हर में गुणा करते हैं तो हमें x घटा 4 मिलता है और यह इसके साथ रद्द हो जाता है
इसलिए fx वर्गमूल x जमा 2 के बराबर है यदि x 0 के बराबर से बड़ा है और x 4 के बराबर नहीं है
इसलिए
x के f की सीमा जैसे-जैसे x 4 की ओर बढ़ती है, इस फलन की सीमा के बराबर होती है वर्गमूल x जमा 2 जो एक छोटे से पर्याप्त अंतराल में x के फलन f के समान है, जिसमें x को छोड़कर चार बराबर हैं,
इसलिए यह बराबर है वर्गमूल चार प्लस s दो जो कि दो जमा दो है जो चार है
इसलिए यह सीमा की गणना करने का एक और तरीका है जब आप अंश और हर दोनों की सीमा प्राप्त करते हैं तो दोनों शून्य हैं तो आगे क्या होगा इस प्रमेय को यह सैंडविच प्रमेय कहा जाता है या कभी-कभी इसे कहा जाता है निचोड़ प्रमेय तो यह क्या कहता है कि मान लीजिए कि हमारे पास x का एक फ़ंक्शन है, मान लीजिए कि x का f, x के g के बराबर से बड़ा है और सभी x के लिए x के h के बराबर से कम है, जिसमें एक अंतराल है, लेकिन इसमें शामिल नहीं हो सकता है x बराबर a तो मान लीजिए fx , x के इन दो फ़ंक्शन g और x के h के बीच एक अंतराल में स्थित है, जिसमें यह भी माना जाता है कि x के g की सीमा x के h की सीमा के बराबर है और दोनों मान l के बराबर हैं,
इसलिए यदि x के फलन g और x के h दोनों की सीमा l के बराबर है, तो निष्कर्ष यह है कि
x के f की सीमा जैसे-जैसे x a तक पहुँचती है, यह मौजूद है और यह फिर से उसी सीमा l के बराबर है,
इसलिए यदि आप एक ग्राफ का उपयोग करते हुए देखते हैं तो यह क्या कहता है कि मान लीजिए कि आपके पास कोई फ़ंक्शन है कहता है कि कुछ अंतराल में यह fx
x के दो कार्यों g और x के h के बीच है और सीमा समान है,
इसलिए इस मामले में मुझे इसे आकर्षित करने दें ताकि हमारे पास x का f हो और हमारे पास x का g और x का h हो।
इस मामले में कि x के ऊपरी फलन h और x के निचले फलन g की सीमा यदि वे दोनों समान हैं तो x की f की सीमा भी समान है,
इसलिए टिप्पणी सैंडविच प्रमेय को एप्सिलॉन डेल्टा परिभाषा का उपयोग करके सिद्ध किया जा सकता है
इसलिए मैं सुझाव दूंगा कि छात्र इस परिभाषा का उपयोग करके इसे साबित करने का प्रयास कर सकते हैं लेकिन हम सबूत को छोड़ देंगे बल्कि वे कहते हैं कि यह बहुत महत्वपूर्ण है
इसलिए यह प्रमेय सीमाओं की गणना करने में बेहद उपयोगी है
इसलिए कई बार ऐसा होता है कि फ़ंक्शन जिसकी सीमा है आप गणना करना चाहते हैं यह जटिल हो सकता है लेकिन यदि आप एक छोटा फ़ंक्शन और एक बड़ा फ़ंक्शन ढूंढ सकते हैं और आप आसानी से सीमाओं की गणना कर सकते हैं और यदि सीमाएं समान हैं तो इसकी भी वही सीमा है
इसलिए हम इसका उपयोग करके एक महत्वपूर्ण सीमा देखेंगे प्रमेय
इसलिए एक आवेदन के रूप में हम यह साबित करेंगे

कि फ़ंक्शन साइन x ओवर x जैसे x शून्य के करीब पहुंचता है यह एक के बराबर है
इसलिए यह सीमा के लिए एक बहुत ही महत्वपूर्ण सूत्र है कि sin x x x शून्य पर सीमा एक नोट के बराबर है कि यहां हम नोट का उपयोग नहीं कर सकते हैं कि हम भागफल नियम का उपयोग नहीं कर सकते क्योंकि हर की सीमा 0 है अंश की सीमा भी 0 है और यहां हमारे पास बहुपद नहीं हैं कि हम x को रद्द करते हैं और फिर भागफल नियम का उपयोग करने का प्रयास करते हैं, बल्कि हम क्या करेंगे क्या यह है कि हम
सैंडविच प्रमेय का उपयोग करके यह साबित करेंगे कि यह सीमा 1 के बराबर है, ऐसा करने के लिए मुझे पहले त्रिज्या का एक वृत्त बनाने दें ताकि मेरे पास एक वृत्त हो और इस वृत्त की त्रिज्या एक हो
इसलिए मेरे पास यह है यह एक है यह एक है और अब हम x रेडियन के बराबर कोण लेते हैं,
इसलिए यह रेडियन में x है और मुझे यह त्रिभुज बनाने दें और मुझे इन दो बिंदुओं को मिलाने दें और हम इसे भी बढ़ाएंगे और फिर यहां एक लंब खींचेंगे।
मुझे इन बिंदुओं को चिह्नित करने दें ताकि ih यहाँ a यह बिंदु b है यह c है और यह d
है त्रिज्या के एक वृत्त पर विचार करें और x को रेडियन में एक कोण मानें और बाईं ओर खींची गई आकृति पर विचार करें आइए अब इस आकृति से ऐसा करने का प्रयास करें यह स्पष्ट है कि अगर मैं क्षेत्र को देखता हूं तो त्रिभुज ओब का क्षेत्रफल यह
क्षेत्र क्षेत्र ओएबी के क्षेत्रफल से कम है जो कि बड़े त्रिभुज ओड के क्षेत्रफल से कम है,
इसलिए हमारे पास यह क्षेत्र है यह पूरे सर्कल का एक अंश है और का निश्चित रूप से त्रिभुज ओब यह क्षेत्र इस क्षेत्र के क्षेत्रफल से कम है और यह क्षेत्र फिर से इस त्रिभुज ओड के बीच सख्ती से समाहित है
इसलिए हमें यह अभी मिलता है आइए देखें कि ये कौन से क्षेत्र हैं जो हमारे पास अब त्रिभुज ओब का क्षेत्र है आधा गुना के बराबर आधार ओए गुना बीसी है जो ओए की आधा लंबाई के बराबर है यह एक है जो लंबाई बीसी है
इसलिए ध्यान दें कि यह कोण एक्स है
इसलिए यह लंबाई बीसी साइन साइन एक्स के सही संकेत के अलावा कुछ भी नहीं है x कुछ भी नहीं है t विपरीत भुजा और कर्ण का अनुपात जो यहाँ एक है
इसलिए x की ज्या bc को एक से विभाजित किया जाता है,
इसलिए bc, ज्या x के बराबर है,
इसलिए यह पाप x का आधा गुना है,
इसलिए हमें त्रिभुज oab का क्षेत्रफल आधा के बराबर है sine x अब
त्रिज्यखंड oab के त्रिज्यखंड क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या है
इसलिए त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल कोण के अनुपात में क्षेत्रफल के अनुपात में है
इसलिए हमारे पास कोण x को वृत्त के कुल कोण से विभाजित किया गया है दो pi रेडियन है
इसलिए x को दो pi से वृत्त के क्षेत्रफल में दो pi कोण के लिए विभाजित किया जाता है, हमें वृत्त का पूरा क्षेत्रफल मिलता है
इसलिए x कोण के लिए हम x को वृत्त के क्षेत्रफल में दो pi से विभाजित करते हैं,
इसलिए यह x के बराबर है सर्कल के दो पीआई क्षेत्र से विभाजित कुछ भी नहीं है, लेकिन त्रिज्या एक वर्ग के पीआई गुणा है,
इसलिए यह मुझे सिर्फ आधा x देता है
इसलिए क्षेत्र का क्षेत्रफल आधा x है और हमें त्रिभुज ओड के क्षेत्र की भी आवश्यकता है,
इसलिए यह फिर से एक समकोण त्रिभुज और क्षेत्र है विज्ञापन से आधा गुना अधिक है , मुझे फिर से चित्र दिखाने दें ताकि त्रिभुज oad क्षेत्रफल आधा गुना विज्ञापन है इस त्रिभुज ओड में विज्ञापन की लंबाई क्या है यदि हम देखते हैं कि यह आधार लंबाई एक का है तो यह विपरीत पक्ष लंबाई टैन एक्स का है
इसलिए यह आधा गुणा ओ गुना विज्ञापन के बराबर है जो आधा है गुणा एक बार तन x यह आधा तन x है तो हमें जो मिलता है वह यह है कि शून्य से पीआई बटा दो के बीच किसी भी एक्स के लिए हमारे पास त्रिभुज ओएब का क्षेत्रफल आधा साइन है x उस क्षेत्र के क्षेत्रफल से कम है जो आधा x है जो कि है आधे गुना से भी कम टैन एक्स सही यह हर कोण x के लिए सच है जो शून्य और पीआई के बीच दो से है अब हम जो करते हैं वह यह है कि हम साइन एक्स से विभाजित करते हैं
यदि एक्स शून्य के बीच है और पीआई दो पाप एक्स सकारात्मक है तो विभाजित है इससे हमें जो मिलता है वह यह है कि पहले मैं इनमें से प्रत्येक से इस आधे को रद्द कर दूं ताकि हमें ज्या x x से कम हो, tan x से कम हो और फिर sine xi से विभाजित करके प्राप्त किया गया हो , x से कम हो तो sine x से कम हो।
टैन एक्स को साइन एक्स से विभाजित किया जाता है लेकिन टैन एक्स साइन एक्स को कॉस एक्स से विभाजित किया जाता है,
इसलिए यह एक बटा कॉस के बराबर है x तो निष्कर्ष यह है कि हमें जो मिलता है वह है
इसलिए एक साइन x से x से कम है जो शून्य और pi के बीच प्रत्येक x के लिए x के कोसाइन द्वारा एक से कम है अब यदि हम पारस्परिक लेते हैं तो इसका अर्थ है कि यदि मैं पारस्परिक लेता हूं असमानता बदल जाती है
इसलिए हमें 1 मिलता है साइन x से x बटा x जो सभी के लिए cos x से बड़ा है
0 से कम x से कम pi बटा 2 सही है
इसलिए यह एक बहुत ही महत्वपूर्ण असमानता है
इसलिए हमें मिल गया है कि मुझे इसे फिर से लिखने दें क्योंकि x, x बटा x से कम है, जो एक से कम है, यदि शून्य x से कम है, तो pi से दो गुणा कम है , हम जो खोज रहे थे , वह sin x x x की सीमा है, हमने जो किया वह हमने पाया है कि sin x by x, cos x के बीच है और सभी x के लिए एक शून्य और pi के बीच दो है,
इसलिए यदि मैं x को घटाकर x से बदल दूं तो हम ध्यान दें कि ऋणात्मक x का cos और कुछ नहीं बल्कि x का cos है और

ऋण x की ज्या माइनस x से विभाजित है क्योंकि sin है एक विषम फलन यह माइनस sin x है जो माइनस x से विभाजित है जो फिर से sin x बटा x के बराबर है जो कि दोनों cos .
है x और sin x बटा x सम फलन हैं,
इसलिए यदि x ऋणात्मक है तो ऋण x धनात्मक है, क्योंकि हमारे पास यह असमानता है,
इसलिए एक से असमानता वास्तव में किसी भी x के लिए शून्य से pi बटा pi बटा दो के बीच सही है
इसलिए अब हमें शून्य से युक्त एक अंतराल मिला है जिसमें हमारे पास यह असमानता है कि sin x x x, cos x से बड़ा है और एक से कम है, अब हमें बस यह जानने की आवश्यकता है कि cos x की सीमा क्या है और 1 की सीमा x की सीमा के बाद से 0 तक पहुंचती है।
x के cos के रूप में x 0 के करीब पहुंचता है, यह केवल 0 के cos के बराबर है जो 1 है और निश्चित रूप से स्थिर फ़ंक्शन की सीमा एक सैंडविच प्रमेय द्वारा एक के बराबर
है x x के रूप में x की सीमा का संकेत है क्योंकि x शून्य के करीब पहुंचता है यह भी है एक के बराबर
इसलिए हमने
इस फ़ंक्शन को दो फ़ंक्शन cos x और एक जिसकी सीमा की गणना करना आसान है और फिर हम जानते हैं कि यह सीमा भी 1 के बराबर है, के बीच इस फ़ंक्शन का उपयोग करके यह साबित कर दिया है।
तो यह एक है सीमा के लिए बहुत महत्वपूर्ण सूत्र और आप ca n कई सीमाओं की गणना के लिए इसका उपयोग करें,
इसलिए हम इस सूत्र का उपयोग करके कुछ उदाहरण करेंगे,
इसलिए एक यह है कि यदि मैं टैन एक्स बटा एक्स की सीमा लिखता हूं तो यह इसके बराबर है कि टैन एक्स बटा एक्स यह साइन एक्स बटा एक्स गुणा 1 के बराबर है by cos x यदि x, 0 के बराबर नहीं है और हम जानते हैं कि sin x बटा x की सीमा 1 के बराबर है और एक बटा cos x की सीमा एक के बराबर है क्योंकि x की सीमा एक है तो यह भी एक है
इसलिए उत्पाद नियम के अनुसार टैन x बटा x यह भी एक दूसरे के बराबर है एक महत्वपूर्ण सीमा यह है कि एक ऋण की यह सीमा क्या है क्योंकि x को x से विभाजित किया जाता है,
इसलिए हमारे पास यह है कि जैसे ही x 0 पर जाता है , भाजक की सीमा 0 है अंश की सीमा फिर से 1 माइनस 1 है जो कि 0 है और हम इस सीमा की गणना करना चाहते हैं
इसलिए त्रिकोणमिति से याद करें हम कोण के कॉस को आधे कोण के साइन के रूप में व्यक्त कर सकते हैं
इसलिए 2a का cos 1 माइनस के बराबर है 2 साइन स्क्वायर ए राइट कॉस ऑफ़ 2 ए कॉस स्क्वायर ए माइनस पाप स्क्वायर ए है जो एक माइनस टू पाप स्क्वायर के बराबर है a तो वह एक ऋण है क्योंकि दो a बराबर दो साइन वर्ग a है
इसलिए एक ऋण cos x x बटा दो का दो गुना ज्या वर्ग के अलावा कुछ नहीं है
इसलिए अंश दो गुना पाप वर्ग x बटा दो हर के बराबर है x
इसलिए एक घटा cos x बटा x यह दो ज्या वर्ग x बटा दो गुणा x के बराबर है यदि x शून्य के बराबर नहीं है और फिर हम इसे लिख सकते हैं यह x की ज्या बटा दो गुणा x से दो गुना एक और चिन्ह के बराबर है x बटा 2 दाएँ मैं इस 2 को हर में लाया हूँ
इसलिए मुझे यहाँ x बटा 2 मिलता है
इसलिए x की सीमा एक ऋण के शून्य पर जा रही है क्योंकि x x बटा x यह x की सीमा के बराबर है जो sine x के शून्य से दो विभाजित है x द्वारा x की ज्या की सीमा से दो गुणा x के रूप में x शून्य हो जाता है बशर्ते कि ये दो सीमाएं अभी मौजूद हों,
इसलिए अब हम जो जानते हैं वह यह है कि ज्या x x x की सीमा शून्य के करीब पहुंचती है जो कि यहां एक के बराबर है जो हमारे पास है x की ज्या दो गुणा x से दो विभाजित होती है,
इसलिए यदि हम y को x बटा दो के बराबर रखते हैं तो जैसे x शून्य y भी t की ओर जाता है शून्य पर समाप्त होता है क्योंकि y x का आधा है
इसलिए यह सीमा x ज्या x बटा दो के शून्य तक x बटा दो से विभाजित है, साइन y बटा y की सीमा के बराबर है जहां y शून्य के करीब पहुंच रहा है और यह सीमा हम जानते हैं कि एक है और निश्चित रूप से x की अन्य सीमा सीमा साइन x बटा 2 के 0 पर जा रही है यह 0 की साइन के बराबर है जो कि 1 है जो कि शून्य है
इसलिए एक माइनस कॉस x बटा xx की सीमा शून्य पर जा रही है यह शून्य के बराबर है
इसलिए हमने तीन देखा त्रिकोणमितीय कार्यों के संदर्भ में सीमा एक साइन x x x है क्योंकि शून्य एक है और शून्य पर टैन x बटा x की उस सीमा का उपयोग करना भी एक है और एक माइनस कॉस x बटा x की सीमा शून्य के बराबर है
इसलिए कुछ अन्य उदाहरण का उपयोग करते हुए ये सूत्र तो दो x के एक तन की सीमा को तीन x से विभाजित करने पर
हम क्या कर सकते हैं कि यह बराबर है हम दो x से विभाजित दो x लिख सकते हैं और फिर इसे दो x से गुणा कर सकते हैं यदि x शून्य नहीं है तो मैं टैन दो एक्स को टैन दो एक्स बटा दो एक्स गुणा दो एक्स लिख सकता हूं इसी तरह साइन थ्री एक्स को पाप के रूप में लिखा जा सकता है e तीन x तीन x गुणा तीन x और फिर हमारे पास सीमा है क्योंकि x अब शून्य हो जाता
है इसमें एक दो x बटा तीन x यदि x शून्य नहीं है तो मैं इस x को रद्द कर सकता हूं और फिर हम तन y की सीमा को y के रूप में जानते हैं y शून्य तक पहुंचता है जो कि किसी भी चिन्ह y बटा y की एक सीमा है क्योंकि y शून्य के करीब पहुंचता है जो कि एक भी है
इसलिए यह स्थिरांक के बराबर है जिसे सीमा से निकाला जा सकता है
इसलिए x की दो तिहाई सीमा शून्य तन पर जा रही है दो x को दो से विभाजित किया गया है एक्स और फिर सीमा से विभाजित साइन तीन एक्स को तीन एक्स से विभाजित किया जाता है जो दो तिहाई के बराबर होता है हमने देखा है कि दोनों सीमाएं एक हैं
इसलिए यह दो-तिहाई के बराबर है एक और उदाहरण

x की सीमा का पता लगाएं , पाप के शून्य से तीन x विभाजित x से बहुत सारे छात्र यह सोचकर गलतियाँ करते हैं कि तीन x का यह चिन्ह यह शून्य पर जा रहा है x भी शून्य जा रहा है और हमने देखा है कि sin x x x की सीमा जो 1 के बराबर है लेकिन यह सीमा 1 के बराबर नहीं है क्योंकि यहाँ हमें जो करना है वह यह है कि हमें उसी चीज़ का उपयोग करने की आवश्यकता है
इसलिए हम सीमा x से z .
तक लिखते हैं इरो पाप थ्री एक्स विभाजित है अगर मैं तीन एक्स लिखता हूं तो यहां मेरे पास जो कुछ भी अंदर है, मैं इसे विभाजित कर रहा हूं कि यह सीमा 1 के बराबर है और फिर मुझे समान फ़ंक्शन प्राप्त करने के लिए इसे 3 से गुणा करना होगा
इसलिए यह सीमा बराबर है इस सीमा तक और अब क्योंकि मैं उसी 3x से विभाजित कर रहा हूं जो साइन 3x के अंदर है तो मैं बस लिख सकता हूं या यदि आप चाहें तो आप एक और चरण लिख सकते हैं यह y की y की शून्य साइन में y गुणा तीन की सीमा के बराबर है और जहां y तीन x के बराबर है और फिर यह तीन के बराबर है,
इसलिए इसे दूसरे वेरिएबल y में बदलना एक अच्छा विचार है और फिर वे sine y by y के लिए सूत्र का उपयोग करते हैं,
इसलिए कम से कम शुरुआत में आपको यह करना चाहिए इस गलती से बचने के लिए ऐसा करें कि यह साइन थ्री x बटा xx को शून्य करने के बराबर नहीं है यह एक के बराबर है यह गलत है,
इसलिए अगली बात जिसके बारे में हम बात करेंगे वह है जिसे हम अनंत सीमा कहते हैं,
इसलिए ii बस होगा एक उदाहरण द्वारा समझाएं तो मान लीजिए कि आप f .
पर विचार करते हैं x बराबर एक बटा x के लिए x शून्य के बराबर नहीं है,
इसलिए यह फ़ंक्शन यदि आप देखते हैं कि जैसे ही हम 0 की ओर बढ़ते हैं तो x एक छोटी सकारात्मक संख्या बन जाता है 1 बटा x बड़ा और बड़ा हो जाता है,
इसलिए इस फ़ंक्शन का ग्राफ यह आयताकार अतिपरवलय है और ऋणात्मक x के लिए हमारे पास यह है क्योंकि x ऋणात्मक है तो क्या होता है कि जैसे ही x 0 की ओर बढ़ता है इसका मतलब है कि दाएं 1 से x बड़ा और बड़ा हो जाता है और जैसे ही x शून्य से शून्य हो जाता है , इसका मतलब है कि बाईं ओर से यदि आप शून्य पर पहुंचते हैं तो एक x द्वारा बड़ी ऋणात्मक संख्या बन जाती है
इसलिए हम इसे और अधिक सख्ती से समझाएंगे लेकिन हम ऐसा क्या कहते हैं ऐसे मामलों में हम कहते हैं कि 1 की सीमा x के रूप में x दाईं ओर से 0 तक पहुंचती है यह सकारात्मक अनंत के
बराबर है और x की सीमा 0 से कम हो जाती है 1 बटा x यह ऋणात्मक अनंत के बराबर है
इसलिए इसका सीधा सा अर्थ है कि यदि x एक छोटी धनात्मक संख्या है तो 1 बटा x एक बड़ी धनात्मक संख्या बन जाती है और यदि x एक छोटी ऋणात्मक संख्या है तो 1 बटा x एक बड़ी ऋणात्मक संख्या बन जाती है,
इसलिए हम इस प्रतीक का प्रयोग करें सकारात्मक अनंत और ऋणात्मक अनंत केवल यह कहने के लिए कि अगली कक्षा में मैं इसे और अधिक कठोर बना दूंगा और परिभाषित करूंगा जब हम कहते हैं कि एक बिंदु पर सीमा सकारात्मक अनंत या नकारात्मक अनंत है और फिर हम अगली कक्षा में कुछ और उदाहरण देखेंगे हम इस सीमा के सकारात्मक अनंत और नकारात्मक अनंत होने के बारे में इसे और अधिक पीछे छोड़ देंगे और फिर हम इस पर कुछ और उदाहरण देखेंगे धन्यवाद

Prutor.IIT K