મર્યાદા પરના બીજા વ્યાખ્યાનમાં આપનું સ્વાગત છે
તેથી પ્રથમ વ્યાખ્યાનમાં અમે મર્યાદાનો અર્થ આપ્યો અને પછી અમે મર્યાદાની રીગ્રેસ એપ્સીલોન ડેલ્ટા વ્યાખ્યા પણ જોઇ અને પછી અમે કેટલીક મિલકતો જોઇ રહ્યા હતા
તેથી આજે હું કેટલાક સાથે ચાલુ રાખીશ.
મર્યાદાના વધુ ગુણધર્મો અને પછી અમે કેટલાક વધુ પરિણામો જણાવીશું
તેથી અમે મર્યાદાના ગુણધર્મો સાથે ચાલુ રાખીશું
તેથી છેલ્લી વખતે આપણે સરવાળા તફાવતનો નિયમ જોયો હતો અને પછી સ્થિરાંકનો ગુણાંક જોયો હતો,
તેથી આજે ચાલો જોઇએ કે ગુણાંકની મર્યાદાનું શું થાય છે ઉત્પાદનના નિયમને ફંક્શન કરો
તેથી આ સરળ રીતે કહે છે કે જો x ની મર્યાદા x ના af પર જાય છે અને x ની મર્યાદા x ના ag પર જાય છે તો ઉત્પાદન કાર્યની મર્યાદા fx ગુણ્યા gx આ પણ અસ્તિત્વમાં છે અને ઉત્પાદનની મર્યાદા સમાન છે મર્યાદાનું ઉત્પાદન આ વખતે x ની g ની મર્યાદા x પર જાય છે જેથી ઉત્પાદનની મર્યાદા એ મર્યાદાનું ઉત્પાદન છે તે ફરીથી એપ્સીલોન ડેલ્ટા વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરી શકાય છે પરંતુ અમે તેને છોડી દઇશું ઇ પ્રૂફ તેના બદલે જોઇએ કે આનો ઉપયોગ કરીને મને આ પરિણામ જણાવવા દો
તેથી ધારો કે x નો p એ વાસ્તવિક ગુણાંક સાથેનો બહુપદી છે જે x નો p છે તે અચળ શૂન્ય વત્તા એક x વત્તા બે x ચોરસ છે
તેથી સુધી anx ની ઘાત n પછી x ની p ની મર્યાદા જેમ x કોઇપણ a ની નજીક આવે છે તે a ના p ની બરાબર છે
તેથી આ સાબિત કરવા માટે તમારે ફક્ત એટલું જ જાણવું પડશે
કે પ્રથમ નોંધ લો કે x ની મર્યાદા x ની a પર જતી આ a ની બરાબર છે
એપ્સીલોન ડેલ્ટા વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને સીએન કરવા માટે આ ખૂબ જ સરળ છે, તમારે ફક્ત એ જોવાનું છે કે એપ્સીલોન સમાન ડેલ્ટા કામ કરશે
તેથી ફંકશનની મર્યાદા x ની બરાબર x પરની મર્યાદા a પર જાય છે,
તેથી આનો ઉપયોગ કરીને
x ચોરસની મર્યાદા જેમ x a પર જાય છે તે ઉત્પાદનના નિયમ પ્રમાણે માત્ર એક ચોરસ જેટલી હશે અને x ની ઇન્ડક્શન મર્યાદા દ્વારા kx a પર જતા આ કુદરતી સંખ્યામાં તમામ k માટે k માટે a બરાબર છે
તેથી x ની p ની મર્યાદા જેમ x a પર જાય છે તેના બરાબર છે આ સૌ પ્રથમ હું આ રીતે લખી શકું છું 1 ગુણ્યા x ની 0 વત્તા મર્યાદાની મર્યાદા અને
તેથી વધુ એક વખત x ની મર્યાદા સુધી x n સુધીની મર્યાદા x એ સરવાળોના નિયમ પ્રમાણે છે અને પછી તમે સ્થિર સમયની તે મર્યાદાનો ઉપયોગ કરો છો.
મર્યાદા
તેથી આ સૂચિત કરે છે કે x ની p ની મર્યાદા એ x એ અચલની મર્યાદાની બરાબર છે એ ખાલી શૂન્ય વત્તા x ની મર્યાદા એક ગણી છે કારણ કે x વત્તા x ચોરસ x ની બે ગણી મર્યાદા પર જાય છે
તેથી એક વખતની મર્યાદા x n ની n સુધીની x એ a પર જાય છે આ શૂન્ય વત્તા એકની બરાબર છે આની મર્યાદા ખાલી એક વત્તા બે વખત ચોરસ છે અને x ની મર્યાદા n ની છે n પરંતુ આ બહુપદીના મૂલ્ય સિવાય બીજું કંઇ નથી ,
તેથી આપણે આમ કરીએ છીએ, ઉદાહરણ તરીકે જો આપણે x એ x ચોરસ વત્તા 3 x વત્તા 2 માંથી એક કહેવાની મર્યાદા જોઇતી હોય, તો તમે તેને ફક્ત આ રીતે લખી શકો છો.
1 પર બહુપદીની કિંમત એટલે કે 1 ચોરસ વત્તા ત્રણ ગુણ્યા એક વત્તા બે જે એક વત્તા ત્રણ વત્તા બે જે છ છે તે પછીનો નિયમ છે બે વિધેયોના અવશેષ વિશે
તેથી ધારો કે afx પર જતી xની મર્યાદા અસ્તિત્વમાં છે અને xની મર્યાદા x ની ag પર જાય છે તે પણ આગળ અસ્તિત્વમાં છે અને તે શૂન્યની બરાબર નથી તો આ બે કાર્યોના ભાગાંકની મર્યાદા
x ના g દ્વારા fx છે.
x ની g ની મર્યાદા દ્વારા x ની f ની મર્યાદા બરાબર છે
તેથી આ પરિણામ છે પરંતુ જો x ના છેદ g ની મર્યાદા જો તે 0 ની બરાબર હોય તો 0 વડે ભાગાકાર વ્યાખ્યાયિત થતો નથી
તેથી અલબત્ત આપણે આ લખી શકતા નથી પરંતુ જો મર્યાદા બિન-શૂન્ય હોય તો આનો અર્થ થાય છે અને આપણે આ સૂત્રનો ઉપયોગ કરી શકીએ છીએ કે કોસાઇનની મર્યાદા એ મર્યાદાનો ભાગ છે , જો કે છેદની મર્યાદા શૂન્યની બરાબર ન હોય તો તેનો અર્થ એ થાય કે તે તેના ભાગની મર્યાદા છે .

જો છેદની મર્યાદા શૂન્ય ન હોય તો બે ફંક્શન્સ મર્યાદાના ભાગની બરાબર થાય છે, ઉદાહરણ તરીકે જો આપણે x ક્યુબ વત્તા બે x વત્તા ત્રણ ભાગ્યા x ચોરસ વત્તા એકની મર્યાદાની ગણતરી કરવી હોય તો x એકની નજીક આવે છે,
તેથી પ્રથમ તમે અહીં જુઓ કે લિ શું છે x એક x ચોરસ વત્તા એકની નજીક આવે ત્યારે છેદનું mit બહુપદી છે
તેથી x ચોરસ વત્તા એકની મર્યાદા એક ચોરસ વત્તા એક છે જે શૂન્ય સિવાયની છે
તેથી હું લખી શકું છું કે x ની મર્યાદા એક x ચોરસ વત્તા એક પર જાય છે એક ચોરસ વત્તા એક બરાબર છે જે બે છે તે શૂન્ય નથી
તેથી x ની મર્યાદા એક x ક્યુબ વત્તા બે x વત્તા ત્રણ બાય x ચોરસ વત્તા એક એ ફક્ત મર્યાદાનો ભાગ છે અને હવે બંને બહુપદી છે
તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે આપણે ફક્ત તેનું મૂલ્યાંકન કરવાની જરૂર છે
તેથી x બરાબર એક પર આપણને એક ઘન વત્તા બે વત્તા ત્રણ મળે છે આ છ ભાગ્યા બે છે
તેથી આ ત્રણ છે હું તમને ચેતવણી આપું કે અમે કહ્યું કે જો છેદ કાર્યની મર્યાદા બિન-શૂન્ય હોય તો અવશેષની મર્યાદા અસ્તિત્વમાં છે અને તે મર્યાદાના કોસાઇનની બરાબર છે પરંતુ જો છેદ કાર્ય મર્યાદા 0 હોય તો આપણે કહી શકીએ નહીં કે મર્યાદા અસ્તિત્વમાં નથી

તેથી gx દ્વારા fx ની મર્યાદા x ની g ની મર્યાદા સમાન હોય ત્યારે પણ આ અસ્તિત્વમાં હોઇ શકે છે શૂન્ય માટે હકીકતમાં આપણે જોશું કે મોટાભાગના મહત્વપૂર્ણ ઉદાહરણો એ હશે જ્યારે છેદની મર્યાદા વાસ્તવમાં શૂન્યની બરાબર હોય, ઉદાહરણ તરીકે x ની મર્યાદા શોધો એક x ચોરસ ઓછા ત્રણ x વત્તા બે ભાગ્યા x ઓછા એક જો તે અસ્તિત્વમાં હોય તો અહીં આપણે જોઇએ છીએ કે x ની મર્યાદા કેટલી છે x માઇનસ વનમાંથી એક માટે આ ફક્ત એક બાદબાકી એક છે જે શૂન્ય પણ છે

તેથી આપણે સીધો ભાગાંક નિયમનો ઉપયોગ કરી શકતા નથી

તેથી આપણે સીધો ભાગાંક નિયમનો ઉપયોગ કરી શકતા નથી પરંતુ જો આપણે અંશની અંશ મર્યાદા જોઇએ તો તે ફરીથી 1 ચોરસ ઓછા 3 વખત છે 1 વત્તા 2 જે 0 પણ છે.

તેથી અંશ અને છેદ બંનેની મર્યાદા વાસ્તવમાં શૂન્ય છે અહીં આપણે જોઇએ છીએ કે x બરાબર એક પર અંશ અને છેદ બંને શૂન્ય છે

તેથી x ઓછા 1 એ અહીં x વર્ગનો અવયવ છે ઓછા 3 x વત્તા 2 ભાગ્યા x ઓછા 1 આ બરાબર છે x ઓછા 1 ગુણ્યા x ઓછા 2 ભાગ્યા x ઓછા 1 અલબત્ત આ વ્યાખ્યાયિત છે જો x એક સમાન ન હોય અને જો x એક સમાન ન હોય તો કોઇ રદ કરી શકે છે આ x ઓછા એક અને આ equ છે al થી x માઇનસ બે જો x એક સમાન ન હોય તો x ની મર્યાદા x ચોરસ માઇનસ ત્રણ x વત્તા બે બાય x ઓછા 1 માંથી એક તરફ વળે છે આ x ની મર્યાદા x ઓછા 2 ના 1 ની નજીક પહોંચે છે કારણ કે યાદ રાખો કે જ્યારે મર્યાદાની ગણતરી

કરવા માટે આપણે x ની બરાબર a પર ફંક્શનની કિંમત ધ્યાનમાં લેવાની જરૂર નથી, આપણે માત્ર ત્યારે જ જાણવાની જરૂર છે જ્યારે x એકની પર્યાપ્ત રીતે નજીક હોય

તેથી આ ફરીથી બરાબર છે આ માત્ર બહુપદી છે

તેથી આ 1 ઓછા 2 છે જે છે માઇનસ 1 બરાબર છે

તેથી આ ઉદાહરણમાં આપણે જોઇએ છીએ કે છેદની મર્યાદા અસ્તિત્વમાં ન હોવા છતાં પણ ભાગની મર્યાદા બરાબર અસ્તિત્વમાં હોઇ શકે છે

તેથી મર્યાદા શોધવાનો પ્રયાસ કરવાનો આ એક માર્ગ છે ચાલો આપણે વધુ એક ઉદાહરણ કરીએ જેથી મર્યાદા શું છે x એ x માઇનસ ચારમાંથી ચાર ભાગ્યા વર્ગમૂળ x માઇનસ બે સુધી પહોંચે છે

તેથી અહીં ફંક્શન છે

તેથી અહીં આપણી પાસે આ ફંકશન છે x બરાબર x માઇનસ 4 ભાગ્યા વર્ગમૂળ x માઇનસ બે આ કોઇપણ x માટે વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે જે તેનાથી વધુ છે શૂન્ય બરાબર પણ x ચાર આર બરાબર નથી ight

તેથી જો હું એક અંતરાલ અને કોઇપણ અંતરાલ લઉં જે ચારની આસપાસ કોઇ પણ અંતરાલ કે જેમાં નકારાત્મક પૂર્ણાંકો નકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યાઓ ન હોય તો આ ફંકશન વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે અને આપણે જાણવા માંગીએ છીએ કે મર્યાદા શું છે જેથી આપણે આ ફંકશનની મર્યાદા વિશે વાત કરી શકીએ

તેથી નોંધ કરો કે આ ફરીથી આપણે સરળ બનાવી શકીએ છીએ જેથી આપણે

વર્ગમૂળ x વત્તા બે વડે ગુણાકાર અને ભાગાકાર કરી શકીએ આ વર્ગમૂળ x ઓછા બે નું જોડાણ છે fx મેળવવા માટે બરાબર x ઓછા 4 ગુણ્યા વર્ગમૂળ x વત્તા 2 વર્ગમૂળ x દ્વારા બાદબાકી 2 વખત વર્ગમૂળ x વત્તા 2 અને હવે જો તમે છેદમાં ગુણાકાર કરો તો આપણને x ઓછા 4 મળે છે અને આ આ સાથે રદ થાય છે

તેથી fx એ વર્ગમૂળ x વત્તા 2 બરાબર છે જો x 0 કરતા મોટો હોય અને x 4 ના બરાબર હોય

તેથી x 4 ની નજીક પહોંચતા x ની f ની મર્યાદા આ ફંક્શન વર્ગમૂળ x વત્તા 2 ની મર્યાદા જેટલી છે જે x ના ફંકશન f જેટલી જ નાની અંતરાલમાં x ને બાદ કરતાં ચાર સમાવે છે

તેથી આ બરાબર છે વર્ગમૂળ ચાર પ્લુ s બે જે બે વત્તા બે છે જે ચાર છે

તેથી આ મર્યાદાની ગણતરી કરવાની બીજી રીત છે જ્યારે તમે અંશની મર્યાદા મેળવો છો અને છેદ બંને શૂન્ય છે તો પછી શું થશે આ પ્રમેય આને આ સેન્ડવીચ પ્રમેય કહેવામાં આવે છે

અથવા ક્યારેક તેને કહેવામાં આવે છે સ્ક્વિઝ પ્રમેય

તેથી આ શું કહે છે કે ધારો કે આપણી પાસે x નું ફંકશન f છે ધારો કે x નું f x ના g બરાબર કરતાં મોટું છે અને a ધરાવતા અંતરાલમાં બધા x માટે x ના h કરતાં ઓછું છે

પરંતુ તે બાકાત હોઇ શકે છે x ની બરાબર

તેથી ધારો કે fx આ બે ફંક્શન g ની x અને x ની h વચ્ચે એક અંતરાલ ધરાવે છે જેમાં એ પણ ધારે છે કે x ની g ની મર્યાદા x ની h ની મર્યાદા બરાબર છે અને બંને સમાન છે l કહેવા માટે જો x નું g અને x ના h ફંક્શનની મર્યાદા બંને l ની સમાન છે તો નિષ્કર્ષ એ છે કે પછી x ની f ની મર્યાદા જેમ x નજીક આવે છે ત્યારે આ અસ્તિત્વમાં છે અને તે ફરીથી સમાન મર્યાદા l બરાબર છે

તેથી જો તમે આલેખનો ઉપયોગ કરીને જોશો તો આ શું કહે છે કે ધારો કે તમારી પાસે કાર્ય છે કહે છે કે અમુક અંતરાલમાં આ fx x ના x અને h ના બે ફંકશન વચ્ચે હોય છે અને મર્યાદા સમાન હોય છે

તેથી આ કિસ્સામાં હું આ દોરવા દો જેથી આપણી પાસે x નો f હોય અને આપણી પાસે x નો g અને x નો h હોય જો x ના ઉપલા ફંક્શન h ની આ મર્યાદા અને x ના નીચલા ફંક્શન g ની

મર્યાદા જો તે બંને સમાન હોય તો x ની f ની મર્યાદા પણ સમાન હોય છે

તેથી ટિપ્પણી કરો કે એપ્સીલોન ડેલ્ટા વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને સેન્ડવીચ પ્રમેય સાબિત કરી શકાય છે.

તેથી હું સૂચવીશ કે વિદ્યાર્થીઓ આ વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને આને સાબિત કરવાનો પ્રયાસ કરી શકે છે પરંતુ અમે પુરાવાને છોડી

દઈશું તેના બદલે તેઓ કહે છે કે આ ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ છે
તેથી આ પ્રમેય મર્યાદાની ગણતરીમાં અત્યંત ઉપયોગી છે
તેથી ઘણી વખત શું થાય છે તે ફંક્શન જેની મર્યાદા તમે ગણતરી કરવા માંગો છો તે જટિલ હોઈ શકે છે પરંતુ જો તમે એક નાનું કાર્ય અને મોટું કાર્ય શોધી શકો છો અને તમે સરળતાથી મર્યાદાની ગણતરી કરી શકો છો અને જો મર્યાદાઓ સમાન હોય તો તેની પણ સમાન મર્યાદા છે
તેથી અમે આનો ઉપયોગ કરીને એક મહત્વપૂર્ણ મર્યાદા જોઇશું.
પ્રમેય
તેથી એક એપ્લિકેશન તરીકે આપણે સાબિત કરીશું કે x ઉપર x ની મર્યાદા x શૂન્યની નજીક પહોંચે છે તે એક સમાન છે
તેથી આ મર્યાદા માટેનું એક ખૂબ મહત્વનું સૂત્ર છે કે શૂન્ય પર x બાય x ની મર્યાદા એક નોંધની બરાબર છે અહીં આપણે નોંધનો ઉપયોગ કરી શકતા નથી કે આપણે અવશેષ નિયમનો ઉપયોગ કરી શકતા નથી કારણ કે છેદની મર્યાદા 0 છે અંશની મર્યાદા પણ 0 છે અને અહીં આપણી પાસે બહુપદી નથી કે આપણે xને રદ કરીએ અને પછી અવશેષ નિયમનો ઉપયોગ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ, તેના બદલે આપણે શું કરીશું કરવું એ છે કે આપણે
સેન્ડવીચ પ્રમેયનો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરીશું કે આ મર્યાદા 1 ની બરાબર છે,
તેથી તે કરવા માટે ચાલો હું પ્રથમ ત્રિજ્યા એકનું વર્તુળ દોરું જેથી મારી પાસે એક વર્તુળ છે અને આ વર્તુળની ત્રિજ્યા એક છે
તેથી મારી પાસે આ છે આ એક છે આ એક છે અને હવે ચાલો x રેડિયનના બરાબર ખૂણો લઈએ
તેથી આ ત્રિજ્યામાં x છે અને ચાલો હું આ ત્રિકોણ દોરું અને મને આ બે બિંદુઓને જોડવા દો અને આપણે આને પણ લંબાવીશું અને પછી અહીં લંબ દોરીશું.
મને આ બિંદુઓને ચિહ્નિત કરવા દો ave o અહીં a આ બિંદુ b આ c છે અને આ d
છે ત્રિજ્યા એકનું વર્તુળ ગણીએ અને x ને ત્રિજ્યામાં કોણ ગણીએ અને ડાબી તરફ દોરેલી આકૃતિને ધ્યાનમાં લઈએ હવે ચાલો આ આંકડો પરથી તે સ્પષ્ટ થાય છે કે તેનો પ્રયાસ કરીએ.
જો હું ક્ષેત્રફળ જોઉં તો ત્રિકોણ ઓબનું ક્ષેત્રફળ આ
સેક્ટર સેક્ટર ઓબના ક્ષેત્ર કરતાં ઓછું છે જે મોટા ત્રિકોણ ઓડના ક્ષેત્રફળ કરતાં ઓછું છે
તેથી આપણી પાસે આ ક્ષેત્ર છે આ સમગ્ર વર્તુળનો એક અપૂર્ણાંક છે
અને અલબત્ત ત્રિકોણ ઓબ આ ક્ષેત્ર આ ક્ષેત્રના ક્ષેત્રફળ કરતા ઓછો છે અને આ ક્ષેત્ર ફરીથી આ ત્રિકોણ ઓડની વચ્ચે સખત રીતે સમાયેલું છે
તેથી આપણે આ હમણાં મેળવીએ છીએ ચાલો જોઈએ કે આ વિસ્તારો શું છે તે શું છે આપણી પાસે હવે આ ત્રિકોણ ઓબનો વિસ્તાર છે અડધો ગણો આધાર oa ગણો bc બરાબર છે જે oa ની અડધી લંબાઇ બરાબર છે આ એક છે લંબાઇ bc શું છે
તેથી નોંધ લો કે આ કોણ x છે
તેથી આ લંબાઇ bc બીજું કંઇ નથી પરંતુ સાઇન સાઇન x જમણી નિશાની છે x એ કંઇ નથી t વિરુદ્ધ બાજુનો ગુણોત્તર અને કર્ણ જે અહીં એક છે
તેથી x ની સાઈન bc એક વડે ભાગ્યા
તેથી bc સાઇન x બરાબર છે
તેથી આ અડધો ગુણો એક ગુણ્યા sin x છે
તેથી આપણને ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મળે છે oab અડધા બરાબર છે sine x હવે સેક્ટર oab ના સેક્ટર ક્ષેત્રફળનું ક્ષેત્રફળ કેટલું છે
તેથી સેક્ટરનું ક્ષેત્રફળ કોણના ગુણોત્તરમાં છે,
તેથી આપણી પાસે કોણ છે x એ વર્તુળના કુલ ખૂણાથી ભાગ્યા છે બે પાઇ રેડિયન છે
તેથી x એ વર્તુળના ક્ષેત્રફળમાં બે pi વડે વિભાજિત કરીએ તો બે પાઇ કોણ માટે જમણે આપણને વર્તુળનો સમગ્ર વિસ્તાર મળે છે
તેથી x કોણ માટે આપણને વર્તુળના ક્ષેત્રફળમાં x બે pi વડે વિભાજિત થાય છે
તેથી આ x બરાબર છે વર્તુળના બે pi ક્ષેત્રફળ વડે ભાગાકાર એ પાઇ ગુણ્યા ત્રિજ્યા એક ચોરસ છે
તેથી આ મને માત્ર અડધો x આપે છે
તેથી સેક્ટરનો વિસ્તાર અડધો x છે અને આપણને ત્રિકોણ ઓડના ક્ષેત્રફળની પણ જરૂર છે
તેથી આ ફરીથી એક કાટખૂણ ત્રિકોણ છે અને વિસ્તાર અડધી વખત oa ગણો જાહેરાત મને ફરીથી ચિત્ર બતાવવા દો જેથી ત્રિકોણ ઓડ થાય ક્ષેત્રફળ અડધો ગણું છે ગુણ્યા એક ગુણ્યા ટેન x આ અડધો ટેન x છે
તેથી આપણને જે મળે છે તે એ છે કે શૂન્યથી પાઇ બાય બે વચ્ચેના કોઇપણ x માટે આપણી પાસે ત્રિકોણ ઓબનો વિસ્તાર અડધો સાઈન x છે તે સેક્ટરના ક્ષેત્રફળ કરતા ઓછી છે જે અડધો x છે.
અડધા કરતા ઓછા tan x જમણે આ દરેક કોણ x માટે સાચું છે જે શૂન્ય અને pi ની વચ્ચે બે વડે છે હવે આપણે શું કરીએ છીએ કે આપણે આખા ભાગને x દ્વારા ચિહ્ન દ્વારા વિભાજીત કરીએ છીએ
જો x શૂન્ય અને pi વચ્ચે બે વડે પાપ x હોય તો x ધન છે
તેથી ભાગાકાર આના દ્વારા આપણને જે મળે છે તે છે
તેથી પ્રથમ હું આ દરેકમાંથી આ અડધો ભાગ રદ કરું જેથી આપણને સાઇન x એ x કરતા ઓછી હોય તે ટેન x કરતા ઓછી હોય અને પછી સાઇન xi વડે ભાગાકાર કરવાથી એક મેળવો x કરતા ઓછો સાઇન x જે તેના કરતા ઓછી હોય tan x એ સાઇન x વડે ભાગ્યા છે પણ tan x એ સાઇન x ભાગ્યા cos x છે
તેથી આ cos દ્વારા એક બરાબર છે x
તેથી નિષ્કર્ષ એ છે કે આપણે જે મેળવીએ છીએ તે છે

તેથી એક સાઇન x કરતાં x કરતાં ઓછો છે જે શૂન્ય અને પાઇ બાય બે વચ્ચેના પ્રત્યેક x માટે xના કોસાઇનથી એક કરતાં ઓછો છે હવે જો આપણે પારસ્પરિક લઈએ તો તેનો અર્થ એ થાય છે કે જો હું પારસ્પરિક લઈશ અસમાનતા બદલાય છે
તેથી આપણે મેળવીએ છીએ 1 એ સાઇન x બાય x કરતા મોટો છે જે cos x કરતા મોટો છે બધા માટે 0 કરતાં x ઓછા pi કરતા 2 બાય જમણે છે
તેથી આ એક ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ અસમાનતા છે
તેથી અમને સમજાયું કે મને આ ફરીથી cos લખવા દો x એ સાઇન x બાય x કરતાં ઓછું છે જે એક કરતાં ઓછું છે જો શૂન્ય x કરતાં ઓછું હોય તો x પાઇ કરતાં બે બાય ઓછું હોય છે, અમે જે શોધી રહ્યા હતા તે પાપ x બાય xની મર્યાદા છે અમે શું કર્યું તે અમને મળ્યું છે કે પાપ x બાય x એ શૂન્ય અને pi ની વચ્ચેના બધા x માટે બે વડે cos x અને એકની વચ્ચે છે
તેથી જો હું x ને માઇનસ x વડે બદલીએ તો આપણે નોંધ લઈએ છીએ કે ઓછા x ની cos અને sine x ની cos અને sine x minus x વડે ભાગ્યા સિવાય બીજું કંઇ નથી કારણ કે પાપ છે એક વિષમ કાર્ય આ છે માઇનસ sin x ને માઇનસ x વડે ભાગ્યા જે ફરીથી sin x બાય x જે બંને cos છે x અને sin x બાય x એ પણ વિધેયો છે
તેથી જો x ઋણ હોય તો બાદબાકી x હકારાત્મક છે
તેથી કારણ કે આપણી પાસે આ અસમાનતા એક છે
તેથી એકથી અસમાનતા વાસ્તવમાં કોઈપણ x માટે માઇનસ pi બાય બે થી pi બાય બે જમણી વચ્ચે સાચી છે
તેથી હવે આપણને શૂન્ય ધરાવતું અંતરાલ મળ્યું છે જેમાં આપણી પાસે આ અસમાનતા છે કે પાપ x બાય x cos x કરતા મોટો છે અને એક કરતા ઓછો છે હવે આપણે ફક્ત એ જાણવાની જરૂર છે કે cos x ની મર્યાદા શું છે અને x ની મર્યાદા 0 થી નજીક આવે છે.

x ની cos ની જેમ x 0 ની નજીક પહોંચે છે તે 0 ની cos ની બરાબર છે જે 1 છે અને અલબત્ત અચલ ફંક્શનની મર્યાદા એક સમાન છે સેન્ડવીચ પ્રમેય દ્વારા મર્યાદા ચિહ્ન x બાય x જેમ x શૂન્યની નજીક પહોંચે છે આ પણ છે એકની બરાબર
તેથી અમે સાબિત કર્યું છે કે
આ ફંક્શનને બે ફંક્શન cos x અને એક જેની મર્યાદાની ગણતરી કરવી સરળ છે વચ્ચે બોન્ડિંગ કરીને ઉપયોગ કરીને આ મર્યાદા એકની બરાબર છે અને પછી આપણે જાણીએ છીએ કે આ મર્યાદા પણ 1 ની બરાબર છે.

મર્યાદા માટે ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ સૂત્ર અને તમે સીએ n આનો ઉપયોગ ઘણી મર્યાદાઓની ગણતરી કરવા માટે કરો
તેથી આપણે આ સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને કેટલાક ઉદાહરણો કરીશું
તેથી એક છે જો હું tan x બાય x ની મર્યાદા લખું તો આ બરાબર શું છે
તેથી નોંધ કરો કે tan x x x આ બરાબર sine x x x ગુણ્યા 1 છે cos x દ્વારા જો x 0 ની બરાબર નથી અને આપણે જાણીએ છીએ કે x બાય x ની પાપની મર્યાદા 1 ની બરાબર છે અને cos x દ્વારા એકની મર્યાદા cos x ની મર્યાદા દ્વારા એક સમાન છે
તેથી આ પણ એક છે tan x બાય x ની ઉત્પાદન નિયમ મર્યાદા દ્વારા આ પણ એક બીજાની સમાન છે એક મહત્વની મર્યાદા એ છે કે એક બાદબાકી cos x ની આ મર્યાદા x વડે ભાગ્યા પછી શું છે
તેથી અહીં આપણી પાસે છે કે x 0 પર જાય છે ત્યારે છેદની મર્યાદા 0 છે અંશની મર્યાદા ફરીથી 1 ઓછા 1 છે જે 0 છે અને આપણે આ મર્યાદાની ગણતરી કરવા માંગીએ છીએ
તેથી ત્રિકોણમિતિમાંથી યાદ કરીએ તો આપણે ખૂણાના કોસને કોણના અડધા ભાગની સાઇનની દૃષ્ટિએ વ્યક્ત કરી શકીએ છીએ જેથી 2a ની cos બરાબર 1 ઓછા થાય 2 સાઇન સ્ક્વેર a જમણો cos of 2a એટલે cos સ્ક્વેર એ માઇનસ sin સ્ક્વેર a જે એક ઓછા બે પાપ સ્ક્વેર બરાબર છે a એટલે કે એક બાદબાકી cos બે a બરાબર બે સાઇન ચોરસ a
તેથી એક બાદબાકી cos x એ બીજું કંઇ નથી પણ x બાય બેના બે ગુણ્યા સાઇન ચોરસ છે
તેથી અંશ બે ગુણ્યા પાપ ચોરસ x બાય બે છેદ બરાબર છે
તેથી એક બાદબાકી cos x x x આ બરાબર છે બે સાઇન ચોરસ x બે ભાગ્યા x જો x શૂન્ય બરાબર ન હોય અને પછી આપણે આ લખી શકીએ આ બરાબર છે x ની સાઇન બાય બે ભાગ્યા x બે ગુણ્યા ની બીજી નિશાની x બાય 2 જમણે હું હમણાં જ આ 2 ને છેદમાં લાવ્યો છું
તેથી મને અહીં x બાય 2 મળે છે
તેથી x ની મર્યાદા એક બાદબાકીના શૂન્ય પર જાય છે કારણ કે x x x આ x ની મર્યાદા બરાબર છે જે સાઇન x ના શૂન્ય પર જાય છે બે ભાગ્યા x દ્વારા x બાય બે વખત x ની સાઇનની મર્યાદા બે બાય બે તરીકે x શૂન્ય પર જાય છે જો કે આ બે મર્યાદાઓ અસ્તિત્વમાં છે તો હવે આપણે જાણીએ છીએ કે x બાય x ની મર્યાદા જ્યારે x શૂન્યની નજીક આવે છે જે અહીં આપણી પાસે છે તે એક સમાન છે x ની સાઇન એ બે વડે x બે વડે ભાગ્યા છે
તેથી જો આપણે y મૂકીએ તો x બરાબર બે બાય તો x એ શૂન્ય y પણ t છે શૂન્ય પર સમાપ્ત થાય છે કારણ કે y x નો અડધો ભાગ છે
તેથી તેથી આ મર્યાદા x સાઇન x ના શૂન્ય પર જાય છે બે દ્વારા x બે ભાગ્યા x બે દ્વારા y સાઇન y ની મર્યાદા બરાબર છે જ્યાં y શૂન્યની નજીક આવે છે અને આ મર્યાદા આપણે જાણીએ છીએ કે એક છે કોર્સ x ની બીજી મર્યાદા મર્યાદા સાઇન x બાય 2 ના 0 પર જાય છે તે 0 ની સાઇન બરાબર છે જે 1 છે જે શૂન્ય છે
તેથી એક બાદબાકીની મર્યાદા cos x બાય xx શૂન્ય પર જાય છે આ શૂન્યની બરાબર છે
તેથી આપણે ત્રણ જોયા ત્રિકોણમિતિ વિધેયોની દૃષ્ટિએ મર્યાદાઓ એક છે સાઇન x બાય x મર્યાદા કારણ કે શૂન્ય એક છે અને

શૂન્ય પર x બાય x ની તે મર્યાદાનો ઉપયોગ કરવો એ પણ એક છે અને એક બાદબાકી cos x x x ની મર્યાદા જે શૂન્યની બરાબર છે
તેથી કેટલાક અન્ય ઉદાહરણનો ઉપયોગ કરીને આ સૂત્રો
તેથી સાઈન ત્રણ x વડે ભાગ્યા બે xના ટેનની મર્યાદા શું છે
તેથી આપણે શું કરી શકીએ કે આ બરાબર છે આપણે ટૅન બે xને બે x વડે ભાગ્યા પછી લખી શકીએ અને જો x શૂન્ય ન હોય તો તેને બે x વડે ગુણાકાર કરીએ
પછી હું ટૅન બે x ને ટૅન બે x બાય બે x ગુણ્યા બે x એ જ રીતે સાઈન ત્રણ x ને પાપ તરીકે લખી શકું e ત્રણ x બાય ત્રણ x ગુણ્યા ત્રણ x અને પછી આપણી પાસે મર્યાદા છે કારણ કે x શૂન્ય પર જાય છે
હવે આ એકમાં બે x બાય ત્રણ x જો x શૂન્ય ન હોય તો હું આ xને રદ કરી શકું છું અને પછી આપણે tan y ની મર્યાદા y દ્વારા જાણીએ છીએ y શૂન્ય સુધી પહોંચે છે જે કોઇપણ ચિન્હ y ની એક મર્યાદા છે y દ્વારા y જ્યારે y શૂન્ય સુધી પહોંચે છે તે પણ એક છે
તેથી આ અચલની બરાબર છે તે મર્યાદામાંથી બહાર લઇ શકાય છે
તેથી x ની બે તૃતીયાંશ મર્યાદા શૂન્ય ટેન પર જઇને બે x બે વડે ભાગ્યા x અને પછી મર્યાદા વડે ભાગ્યા સાઈન ત્રણ x ને ત્રણ x વડે ભાગ્યા જે બે તૃતીયાંશ બરાબર છે આપણે જોયું કે બંને મર્યાદા એક છે
તેથી આ બે તૃતીયાંશ બરાબર છે બીજું ઉદાહરણ શોધો x ની મર્યાદા પાપ ત્રણ x ભાગ્યાના શૂન્ય પર જાય છે x દ્વારા ઘણા વિધાર્થીઓ એવું વિચારીને ભૂલ કરે છે કે ત્રણ x ની આ નિશાની આ શૂન્ય x પર જઈ રહી છે તે પણ શૂન્ય થઈ રહ્યું છે અને આપણે જોયું છે કે x બાય x ની સીમા 1 ની બરાબર છે પણ આ મર્યાદા 1 ની બરાબર નથી.
કારણ કે અહીં આપણે શું કરવાનું છે કે આપણે તે જ વસ્તુનો ઉપયોગ કરવાની જરૂર છે
તેથી આપણે z પર જતી મર્યાદા x લખીએ ero sin ત્રણ x વડે ભાગ્યા જો હું ત્રણ x લખું તો અહી મારી પાસે અંદર જે કંઇ છે તે ચિહ્ન છે હું તે વડે ભાગી રહ્યો છું આ મર્યાદા 1 ની બરાબર છે અને પછી એ જ કાર્ય મેળવવા માટે મારે આને 3 વડે ગુણાકાર કરવો પડશે
તેથી આ મર્યાદા બરાબર છે આ મર્યાદા સુધી અને હવે કારણ કે હું એ જ 3x વડે ભાગી રહ્યો છું જે સાઈન 3x ની અંદર છે તો હું ખાલી લખી શકું છું અથવા જો તમે ઈચ્છો તો વધુ એક પગલું લખી શકો છો આ y ની મર્યાદા બરાબર છે જે y ગુણ્યા ત્રણ વડે y ની શૂન્ય સાઈન પર જાય છે
અને જ્યાં y એ ત્રણ x ની બરાબર છે અને પછી આ ત્રણ બરાબર છે
તેથી તેને બીજા ચલ y માં બદલવાનું પસંદ કરવું સારું છે અને પછી તેઓ સાઈન y બાય y માટે સૂત્રનો ઉપયોગ કરે છે
તેથી ઓછામાં ઓછા શરૂઆતમાં તમારે ભૂલથી બચવા માટે આ પ્રમાણે કરો કે આ મર્યાદા સાઈન ત્રણ x બાય xx શૂન્ય પર જવાની બરાબર નથી આ એક બરાબર છે આ ખોટું છે સાચુ
તેથી આગળની વાત જે આપણે કહીશું તે છે જેને આપણે અનંત મર્યાદા કહીશું
તેથી ii માત્ર ઉદાહરણ દ્વારા સમજાવો
તેથી ધારો કે તમે એફને ધ્યાનમાં લો x માટે x માટે એકની બરાબર x શૂન્યની બરાબર નથી
તેથી આ ફંકશન જો તમે જોશો કે આપણે 0 ની નજીક જઈએ છીએ ત્યારે x એ નાની ધન સંખ્યા 1 બાય x બની જાય છે અને વધુ મોટો થાય છે
તેથી આ ફંક્શનનો ગ્રાફ આ લંબચોરસ અતિપરવલય છે અને ઋણ x માટે આપણી પાસે આ છે કારણ કે x નકારાત્મક છે
તેથી શું થાય છે કે જેમ x 0 વત્તા તરફ વળે છે તેનો અર્થ એ છે કે જમણી બાજુથી 1 બાય x મોટો અને મોટો થાય છે અને x જેમ શૂન્ય માઈનસ તરફ વળે છે એટલે કે ડાબી બાજુથી જો તમે શૂન્યની નજીક જાઓ છો તો એક x દ્વારા મોટી નકારાત્મક સંખ્યા બને છે
તેથી અમે આને વધુ સખત રીતે સમજાવીશું પરંતુ આપણે શું કહીએ છીએ આવા કિસ્સાઓમાં આપણે 1 બાય x ની મર્યાદા કહીએ છીએ કારણ કે x જમણી બાજુથી 0 સુધી પહોંચે છે આ ધન અનંતની બરાબર છે અને x ની મર્યાદા 0 માઈનસ પર જાય છે 1 બાય x આ ઋણ અનંતની બરાબર છે
તેથી આનો સીધો અર્થ એ થયો કે જો x નાની ધન સંખ્યા છે તો 1 બાય x મોટી ધન સંખ્યા બને છે અને જો x નાની નકારાત્મક સંખ્યા છે તો 1 બાય x મોટી ઋણ સંખ્યા બને છે
તેથી આપણે આ પ્રતીકોનો ઉપયોગ કરો સકારાત્મક અનંત અને નકારાત્મક અનંત માત્ર કહેવા માટે કે આગલા વર્ગમાં હું તેને વધુ સખત બનાવીશ અને વ્યાખ્યાયિત કરીશ જ્યારે આપણે કહીશું કે બિંદુ પરની મર્યાદા હકારાત્મક અનંત અથવા નકારાત્મક અનંત છે અને પછી આપણે કેટલાક વધુ ઉદાહરણો જોઇશું જેથી આગામી વર્ગમાં આ મર્યાદા સકારાત્મક અનંતતા અને નકારાત્મક અનંતતા વિશે અમે તેને વધુ રીગ્રેસ કરીશું અને પછી અમે આના પર કેટલાક વધુ ઉદાહરણો જોઈશું આભાર