সীমা সম্পর্কিত দ্বিতীয় লেকচারে স্বাগতম
তাই প্রথম বক্তৃতায় আমরা সীমার অর্থ দিয়েছিলাম এবং তারপরে আমরা সীমার রিগ্রেস এপসিলন ডেল্টা সংজ্ঞাও দেখেছিলাম এবং তারপরে আমরা কিছু বৈশিষ্ট্য দেখছিলাম
তাই আজ আমি কিছু দিয়ে চালিয়ে যাব সীমার আরও বৈশিষ্ট্য এবং তারপরে আমরা আরও কিছু ফলাফল বর্ণনা করব
তাই আমরা সীমার বৈশিষ্ট্যগুলি নিয়ে চলতে থাকব
তাই শেষবার আমরা দেখেছিলাম যোগফলের পার্থক্যের নিয়ম এবং তারপরে একটি ধ্রুবকের গুণিতক
তাই আজ দেখা যাক এর গুণফলের সীমার কী হয় পণ্যের নিয়মটি ফাংশন করুন
তাই এটি সহজভাবে বলে যে যদি x-এর সীমা x-এর af-এ যায় এবং x-এর সীমা x-এর ag-এ যায় তবে পণ্য ফাংশনের সীমা fx গুণ gx এটিও বিদ্যমান থাকে এবং পণ্যের সীমাটি সমান হয় সীমার গুণফল এই বার x এর g এর সীমা x হিসাবে a এ যায়
তাই পণ্যের সীমাটি সীমার গুণফল আবার এটি এপিসিলন ডেল্টা সংজ্ঞা ব্যবহার করে প্রমাণ করা যেতে পারে তবে আমরা এড়িয়ে যাব ই প্রমাণ বরং দেখা যাক যে এটি ব্যবহার করে আমি এই ফলাফলটি বর্ণনা করি
তাই ধরুন x এর p একটি বাস্তব সহগ সহ একটি বহুপদ যা
x এর p হল একটি ধ্রুবক একটি শূন্য প্লাস এক x প্লাস দুই x বর্গ
তাই পর্যন্ত anx to power n তারপর x এর p এর সীমা x যে কোনো a এর কাছে গেলে এটি a এর p এর সমান
তাই এটি প্রমাণ করার জন্য আপনাকে শুধুমাত্র জানতে হবে
তাই প্রথমে মনে রাখবেন যে x এর সীমা x এর a এ যাচ্ছে এটি a এর সমান ঠিক এটা খুব সহজ epsilon ডেল্টা সংজ্ঞা ব্যবহার করে cn আপনি শুধু দেখতে হবে যে epsilon এর সমান ডেল্টা কাজ করবে
তাই ফাংশনের fx এর সীমা x এর সমান x এর সীমা a এ যায় a এর সমান
তাই এটি ব্যবহার করে
তাই x এর বর্গের সীমা x a-তে গেলে এটি পণ্যের নিয়ম অনুসারে সহজভাবে একটি বর্গক্ষেত্রের সমান হবে এবং x থেকে kx-এ যাওয়ার সীমার দ্বারা এটি প্রাকৃতিক সংখ্যায় সমস্ত k-এর জন্য k-এর সমান।
x-এর p-এর সীমা x a-তে
গেলে সবার আগে আমি এই হিসাবে লিখতে পারি একটি 1 গুণ x এর 0 প্লাস সীমার সীমা এবং একইভাবে একটি গুন x এর সীমা পর্যন্ত x n থেকে x a এ যায় এটি যোগফলের নিয়ম অনুসারে এবং তারপর আপনি একটি ধ্রুবক সময়ের সেই সীমাটি ব্যবহার করেন একটি ফাংশন ধ্রুবক সময় সীমা
তাই এটি বোঝায় x-এর p-এর সীমা হল x a-এর সমান ধ্রুবকের সীমার সমান হল একটি শূন্য যোগ একটি x এর সীমার একগুণ যখন x একটি যোগে যায় x বর্গ x এর দ্বিগুণ সীমাতে যাচ্ছে a
তাই একটি বার সীমা পর্যন্ত x এর n থেকে x হয় a এ যায় এটি একটি শূন্যের সমান এবং একটি এর সীমাটি কেবল একটি যোগ একটি দুই গুণ একটি বর্গক্ষেত্র এবং x এর সীমা n থেকে একটি n কিন্তু এটি a এর ap এ মূল্যায়ন করা বহুপদীর মান ছাড়া আর কিছুই নয়
তাই আমরা
তাই করেছি উদাহরণস্বরূপ যদি আমরা x বলতে সীমা চাই x বর্গ প্লাস 3 x প্লাস 2 এর মধ্যে একটি বলতে যাচ্ছি তাহলে আপনি এটি লিখতে পারেন 1-এ বহুপদীর মান যাতে 1 বর্গ যোগ তিন গুণ এক যোগ দুই যা এক যোগ তিন যোগ দুই যা ছয় ডানের পরের নিয়ম দুটি ফাংশনের ভাগফল সম্পর্কে
তাই ধরুন x-এর সীমা afx-এ যাচ্ছে এবং x-এর ag-এ যাওয়ার সীমা x- এ এটি আরও বিদ্যমান এবং শূন্যের সমান নয় তাহলে এই দুটি ফাংশনের ভাগফলের সীমা
x এর g দ্বারা fx হল x এর g এর সীমা দ্বারা x এর f এর সীমার সমান
তাই এটি হল ফলাফল তবে x এর হর g এর সীমা যদি 0 এর সমান হয় তবে 0 দ্বারা বিভাজন সংজ্ঞায়িত করা হয় না
তাই অবশ্যই আমরা এটি লিখতে পারি না কিন্তু যদি সীমাটি অ-শূন্য হয় তবে এর অর্থ বোঝায় এবং আমরা এই সূত্রটি ব্যবহার করতে পারি যে কোসাইনের সীমাটি সীমার ভাগফল, তবে হরটির সীমা শূন্যের সমান না হয়
তাই এর অর্থ হল এটি হল ভাগফলের সীমা দুটি ফাংশন
সীমার ভাগফলের সমান হয় যদি
হরটির সীমা শূন্য হয় না, উদাহরণস্বরূপ, যদি আমাদেরকে x ঘনক্ষেত্র প্লাস দুই x প্লাস তিন ভাগ করে x বর্গ প্লাস ওয়ানের সীমা গণনা করতে হয়, x যখন একের কাছে আসে তখন এখানে প্রথমে আপনি দেখুন যে লি কি হর-এর mit যখন x এক x বর্গ প্লাস এক এর কাছে যায় বহুপদী
তাই x বর্গ প্লাস ওয়ানের সীমা হল এক বর্গ প্লাস ওয়ান যা শূন্য নয়
তাই আমি লিখতে পারি যে x এর সীমা এক x বর্গ প্লাস এক এ যাচ্ছে এক বর্গ প্লাস এক এর সমান যা দুইটি এটি শূন্য নয়
তাই x এর সীমা এক x ঘনক্ষেত্র প্লাস দুই x প্লাস তিন দ্বারা x বর্গ প্লাস ওয়ান কেবলমাত্র সীমার ভাগফল এবং এখন উভয়ই বহুপদ
তাই আমরা জানি যে আমাদের শুধু এটাকে মূল্যায়ন করতে হবে
তাই x এর সমান হলে আমরা পাবো এক ঘনক যোগ দুই যোগ তিন এই ছয় ভাগ দুই দিয়ে
তাই এই তিনটি হলো আমি আপনাকে সতর্ক করে দিচ্ছি আমরা বলেছি যে হর ফাংশনের সীমা যদি অ-শূন্য হয় তাহলে ভাগফলের সীমা বিদ্যমান এবং সীমার কোসাইনের সমান কিন্তু যদি হর ফাংশনের সীমা 0 হয় তবে আমরা বলতে পারি না যে

সীমাটি বিদ্যমান নেই
তাই gx দ্বারা fx এর
সীমা x এর g এর সীমা সমান হলেও এটি বিদ্যমান থাকতে পারে শূন্য থেকে আসলে আমরা দেখতে পাব যে বেশিরভাগই গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণগুলি হবে যখন হরটির সীমা আসলে শূন্যের সমান,
তাই উদাহরণস্বরূপ x এর সীমা খুঁজে বের করুন এক x বর্গ বিয়োগ তিন x প্লাস দুই ভাগ x বিয়োগ এক দ্বারা বিভক্ত যদি এটি বিদ্যমান থাকে তাহলে এখানে আমরা দেখতে পাই যে x এর সীমা যাচ্ছে x বিয়োগ একের একটিতে এটি কেবল একটি বিয়োগ এক যা শূন্যও
তাই আমরা সরাসরি ভাগফল নিয়মটি ব্যবহার করতে পারি না
তাই আমরা সরাসরি ভাগফল নিয়মটি ব্যবহার করতে পারি না কিন্তু যদি আমরা দেখি লবের লব সীমা যা আবার 1 বর্গ বিয়োগ 3 বার 1 যোগ 2 যা 0ও।
সুতরাং লব এবং হর উভয়ের সীমা আসলে শূন্য এখানে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে x সমান একের লব এবং হর উভয়ই শূন্য
তাই x বিয়োগ 1 এখানে
x বর্গক্ষেত্রের একটি গুণনীয়ক বিয়োগ 3 x যোগ 2 ভাগ x বিয়োগ 1 এটি সমান x বিয়োগ 1 গুণ x বিয়োগ 2 ভাগ x বিয়োগ 1 অবশ্যই এটি সংজ্ঞায়িত করা হয় যদি x একের সমান না হয় এবং x যদি একের সমান না হয় তবে কেউ বাতিল করতে পারে এই x বিয়োগ এক এবং এটি equ al থেকে x বিয়োগ দুই যদি x একের সমান না হয়
তাই x এর সীমা x বর্গ বিয়োগ তিন x প্লাস দুই দ্বারা x বিয়োগ 1 এর একটিতে থাকে এটি x বিয়োগ 2 এর 1 এর কাছাকাছি x এর সীমার মতো একই জিনিস কারণ মনে রাখবেন যে যখন সীমা গণনা করার জন্য আমাদেরকে x এর সমান a এর ফাংশনের মান বিবেচনা করতে হবে না আমাদের শুধুমাত্র জানতে হবে যখন x যথেষ্ট পরিমাণে একটির কাছাকাছি থাকে
তাই এটি আবার সমান এটি একটি বহুপদী
তাই এটি হল 1 বিয়োগ 2 যা বিয়োগ 1 ডান
তাই এই উদাহরণে আমরা দেখতে পাই যে হরটির সীমা বিদ্যমান না থাকলেও ভাগফলের সীমাটি ঠিক থাকতে পারে
তাই এটি সীমা খুঁজে বের করার চেষ্টা করার একটি উপায় আসুন আমরা আরও একটি উদাহরণ করি যাতে সীমা কী x বিয়োগ চার এর কাছে আসে বর্গমূল x বিয়োগ দুই দ্বারা বিভক্ত
তাই এখানে ফাংশনটি
তাই এখানে আমাদের এই ফাংশনটি আছে x এর সমান x বিয়োগ 4 ভাগ করে বর্গমূল x বিয়োগ দুই দ্বারা এটি সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে যেকোনো x এর জন্য যা এর চেয়ে বড় শূন্যের সমান কিন্তু x চার আর এর সমান নয় ight
তাই যদি আমি একটি ব্যবধান নিই এবং যেকোনো একটি ব্যবধান নিই যা চারের কাছাকাছি কোনো ব্যবধান যাতে ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা ঋণাত্মক বাস্তব সংখ্যা থাকে না তাহলে এই ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত করা হয় এবং আমরা জানতে চাই সীমা কী
তাই আমরা এই ফাংশনের সীমা সম্পর্কে কথা বলতে পারি
তাই মনে রাখবেন যে এটি আবার আমরা সরলীকরণ করতে পারি যাতে আমরা
বর্গমূল x যোগ দুই দ্বারা গুন এবং ভাগ করতে পারি এটি হল বর্গমূল x বিয়োগ দুই এর সংযোজক fx পেতে x বিয়োগ সমান x বিয়োগ 4 গুণ বর্গমূল x যোগ 2 বর্গমূল x দ্বারা বিয়োগ 2 বার বর্গমূল x প্লাস 2 এবং এখন আপনি যদি হরটিতে গুণ করেন তবে আমরা x বিয়োগ 4 পাব এবং এটি এর সাথে বাতিল হবে
তাই fx বর্গমূল x প্লাস 2 এর সমান যদি x 0 এর থেকে বড় হয় এবং x 4 এর সমান না হয়
তাই
x এর f এর সীমা যখন x 4 এর কাছে আসে এই ফাংশনের বর্গমূল x প্লাস 2 এর সীমার সমান যা x এর ফাংশন f এর সমান একটি ছোট পর্যাপ্ত ব্যবধানে যেখানে চারটি x বাদ দিয়ে চারটি সমান
তাই এটি সমান বর্গমূল চার প্লাউ s দুই যা দুই যোগ দুই যা চার
তাই এটি সীমা গণনার আরেকটি উপায় যখন আপনি লবের সীমা পাবেন এবং হর উভয়ই শূন্য, তাহলে পরবর্তীতে কি হবে এই উপপাদ্যটিকে এই স্যান্ডউইচ উপপাদ্য বলা হয় বা কখনও কখনও এটি বলা হয় স্কুইজ থিওরেম
তাই এটা কি বলে যে আমাদের কাছে x এর একটি ফাংশন আছে ধরুন x এর f x এর g এর থেকে বড় এবং একটি ব্যবধানে একটি কিন্তু বাদ দিয়ে সব x এর জন্য x এর সমান সমান।
x এর সমান
তাই ধরুন fx এই দুটি ফাংশনের মধ্যে রয়েছে একটি ব্যবধানে x এর x এবং h এই দুটি ফাংশনের মধ্যে একটি রয়েছে যেখানে এও অনুমান করুন যে x এর g এর সীমা x এর h এর সীমার সমান এবং উভয়ই সমান বলে l বলতে হলে x এর ফাংশনের সীমা এবং x এর h উভয়ই l এর সমান তাহলে উপসংহার হল যে
x এর f এর সীমা যখন x কাছে আসে তখন এটি বিদ্যমান থাকে এবং এটি আবার একই সীমার সমান হয় l ডান
তাই আপনি যদি একটি গ্রাফ ব্যবহার করতে দেখেন
তাই এটা কি বলে যে ধরুন আপনার একটি ফাংশন আছে বলে যে কিছু ব্যবধানে এই fxটি
x এর x এবং h এর দুটি ফাংশনের মধ্যে এবং সীমাটি একই ঠিক
তাই এই ক্ষেত্রে আমি এটি আঁকতে দিই যাতে আমাদের x এর f থাকে এবং আমাদের x এর x এবং x এর h থাকে যদি x এর উপরের ফাংশন h এর সীমা এবং x এর নিচের ফাংশন g এর সীমা উভয়ই যদি একই হয় তবে x এর f এর সীমাও একই

তাই মন্তব্য করুন স্যান্ডউইচ উপপাদ্যটি এপিসিলন ডেল্টা সংজ্ঞা ব্যবহার করে প্রমাণ করা যেতে পারে
তাই আমি সুপারিশ করব যে ছাত্ররা এই সংজ্ঞা ব্যবহার করে এটি প্রমাণ করার চেষ্টা করতে পারে তবে আমরা প্রমাণটি এড়িয়ে যাব বরং তারা বলে যে এটি খুবই গুরুত্বপূর্ণ
তাই এই উপপাদ্যটি কম্পিউটিং সীমার ক্ষেত্রে অত্যন্ত কার্যকর
তাই অনেক সময় যা ঘটে তা হল ফাংশন যার সীমা আপনি গণনা করতে চান এটি জটিল হতে পারে তবে আপনি যদি একটি ছোট ফাংশন এবং একটি বড় ফাংশন খুঁজে পেতে পারেন এবং আপনি সহজেই সীমা গণনা করতে পারেন এবং যদি সীমা একই হয় তবে এটিরও একই সীমা রয়েছে
তাই আমরা এটি ব্যবহার করে একটি গুরুত্বপূর্ণ সীমা দেখতে পাব উপপাদ্য
তাই একটি প্রয়োগ হিসাবে আমরা প্রমাণ করব যে x এর উপর x এর চিহ্নের সীমা x শূন্যের কাছে গেলে এটি একের সমান
তাই এটি সীমার জন্য একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ সূত্র যে শূন্যে x দ্বারা x এর সীমা একটি নোটের সমান এখানে আমরা উল্লেখ্য ব্যবহার করতে পারি না যে আমরা ভাগফল নিয়মটি ব্যবহার করতে পারি না কারণ হরটির সীমা 0 হল লবের সীমাও 0 এবং এখানে আমাদের বহুপদী নেই যা আমরা x বাতিল করব এবং তারপর ভাগফল নিয়মটি ব্যবহার করার চেষ্টা করব
তাই আমরা কী করব এটা হল যে আমরা
স্যান্ডউইচ উপপাদ্য ব্যবহার করে প্রমাণ করব যে এই সীমাটি 1 এর সমান
তাই এটি করার জন্য আমাকে প্রথমে ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত আঁকতে দিন যাতে আমার একটি বৃত্ত আছে এবং এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ একটি
তাই আমার কাছে এটি আছে এটি একটি এটি একটি এবং এখন আসুন x রেডিয়ানের সমান একটি কোণ নিই সুতরাং এটি রেডিয়ানে x এবং আমি এই ত্রিভুজটি এটি আঁকব এবং আমাকে এই দুটি বিন্দুতে যোগ দিতে দিন এবং আমরা এটিকে প্রসারিত করব এবং তারপর এখানে একটি লম্ব আঁকব আমাকে এই পয়েন্ট চিহ্নিত করা যাক
তাই ih ave o এখানে a এই বিন্দুটি হল b হল c এবং এটি d হল একটি ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত বিবেচনা করুন এবং x কে রেডিয়ানে একটি কোণ হিসাবে বিবেচনা করুন এবং বাম দিকে আঁকা চিত্রটি বিবেচনা করুন এখন আসুন এই চিত্র থেকে এটি পরিষ্কার করার চেষ্টা করা যাক আমি যদি ক্ষেত্রফলের দিকে তাকাই তাহলে ত্রিভুজ oab এর ক্ষেত্রফল এটি সেক্টর সেক্টর oab এর ক্ষেত্রফলের চেয়ে কম যা বৃহত্তর ত্রিভুজ oad ডানদিকের ক্ষেত্রফলের তুলনায় কম
তাই আমাদের কাছে এই সেক্টরটি হল এটি পুরো বৃত্তের একটি ভগ্নাংশ এবং এর অবশ্যই ত্রিভুজ ওব এই ক্ষেত্রটি এই সেক্টরের ক্ষেত্রফলের চেয়ে কম এবং এই সেক্টরটি আবার এই ত্রিভুজ ওডের মধ্যে কঠোরভাবে ধারণ করা হয়েছে
তাই আমরা এখনই এটি পেয়েছি এবার আসুন দেখি এই ক্ষেত্রগুলি কী কী আমাদের এখন ত্রিভুজ ওআবের ক্ষেত্রফল অর্ধগুণ বেসের সমান oa গুণ bc ডান যা oa এর দৈর্ঘ্যের অর্ধেক সমান এটি এক এটি একটি দৈর্ঘ্য bc কি
তাই মনে রাখবেন এই কোণটি x
তাই এই দৈর্ঘ্য bc এর সাইন সাইন x ডান সাইন ছাড়া কিছুই নয় x কিছুই না বু t বিপরীত বাহুর অনুপাত এবং কর্ণের অনুপাত এখানে এক
তাই x এর sine bc কে এক দ্বারা ভাগ করলে bc সাইন x এর সমান
তাই এটি অর্ধেক গুণ এক গুণ sin x
তাই আমরা পাই ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল oab অর্ধেকের সমান sine x এখন সেক্টর oab এর সেক্টর ক্ষেত্রফলের ক্ষেত্রফল কত
তাই সেক্টরের ক্ষেত্রফল ক্ষেত্রফলের অনুপাতে কোণের অনুপাতে
তাই আমাদের কাছে কোণ x হল বৃত্তের মোট কোণ দ্বারা ভাগ দুই পাই রেডিয়ান
তাই x কে বৃত্তের ক্ষেত্রফল দুই পাই দ্বারা ভাগ করলে দুই পাই
কোণের জন্য আমরা বৃত্তের পুরো ক্ষেত্রফল পাই
তাই x কোণের জন্য আমরা xকে দুই পাই দ্বারা ভাগ করলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল x এর সমান বৃত্তের দুই পাই ক্ষেত্রফল দ্বারা ভাগ করলে পাই বার ব্যাসার্ধ এক বর্গক্ষেত্র ছাড়া আর কিছুই নয়
তাই এটি আমাকে মাত্র অর্ধেক দেয়
তাই সেক্টরের ক্ষেত্রফল অর্ধেক x এবং আমাদেরও ত্রিভুজ ওডের ক্ষেত্রফল প্রয়োজন
তাই এটি আবার একটি সমকোণ ত্রিভুজ এবং ক্ষেত্রফল এর অর্ধেক বার oa গুন বিজ্ঞাপন আমাকে আবার ছবি দেখাতে দিন
তাই ত্রিভুজ ওড ক্ষেত্রফল অর্ধেক oa গুণ বিজ্ঞাপন এই ত্রিভুজ ওডের বিজ্ঞাপনের দৈর্ঘ্য কত যদি আমরা দেখি এই ভিত্তিটি দৈর্ঘ্যের এক
তাই এই বিপরীত দিকটি দৈর্ঘ্য tan x
তাই এটি অর্ধেক oa গুণ বিজ্ঞাপনের সমান যাতে অর্ধেক হয় বার ওয়ান বার ট্যান এক্স এটি অর্ধ ট্যান এক্স
তাই আমরা যা পাই তা হল শূন্য থেকে পাই বাই দুই এর মধ্যে যেকোন x এর জন্য আমাদের কাছে ত্রিভুজ oab এর ক্ষেত্রফল অর্ধ সাইন x হল সেক্টরের ক্ষেত্রফলের চেয়ে কম যা হল অর্ধেক x অর্ধেকেরও কম ট্যান x ডান এটি প্রতিটি কোণ x এর জন্য সত্য যা শূন্য এবং পাই দুই দ্বারা দুই দ্বারা এখন আমরা যা করি তা হল আমরা চিহ্ন দ্বারা x দ্বারা ভাগ করি যদি x শূন্য এবং পাই এর মধ্যে দুটি পাপ x ধনাত্মক
তাই বিভাজক এর দ্বারা আমরা যা পাই
তাই প্রথমে আমি এই প্রতিটি থেকে এই অর্ধেকটি বাতিল করি

তাই আমরা পাই সাইন x x এর চেয়ে কম tan x এর চেয়ে কম এবং তারপর সাইন x দ্বারা ভাগ করলে একটি x এর থেকে কম সাইন x যা এর চেয়ে কম tan x sine x দ্বারা বিভক্ত কিন্তু tan x হল sine x দ্বারা ভাগ cos x সুতরাং এটি cos দ্বারা একের সমান x

তাই উপসংহারটি হল আমরা যা পাই

তাই হল সাইন x দ্বারা x এর চেয়ে কম যা x এর কোসাইন দ্বারা এক থেকে কম শূন্য এবং pi এর মধ্যে প্রতিটি x এর জন্য দুই দ্বারা এখন যদি আমরা পারস্পরিক নিই তাহলে এর অর্থ বোঝায় যে আমি যদি পারস্পরিক গ্রহণ করি অসমতা পরিবর্তিত হয়

তাই আমরা পাই 1 সাইন x বাই x এর চেয়ে বড় যা cos x এর চেয়ে বড় সকলের জন্য 0 কম x pi এর থেকে কম x 2 ডান

তাই এটি একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ অসমতা

তাই আমরা পেয়েছি যে আমাকে এটি আবার cos লিখতে দিন x সাইন x বাই x এর চেয়ে কম যা একের চেয়ে কম যদি শূন্য হয় x এর চেয়ে কম পাই দুই দ্বারা দুই ডান আমরা যা খুঁজছিলাম তা হল পাপের সীমা x দ্বারা x আমরা যা করেছি তা হল আমরা পেয়েছি যে পাপ x দ্বারা x হল cos x এবং x এর মধ্যে সব x এর মধ্যে শূন্য এবং pi দুই দ্বারা

তাই যদি আমি x কে বিয়োগ x দ্বারা প্রতিস্থাপন করি তাহলে আমরা লক্ষ্য করি যে বিয়োগ x এর cos x এর cos এবং বিয়োগ x এর

সাইন বিয়োগ x দ্বারা ভাগ করা ছাড়া আর কিছুই নয় কারণ পাপ হল একটি বিজোড় ফাংশন এটি হল বিয়োগ sin x বিয়োগ x দ্বারা বিভক্ত যা আবার sin x দ্বারা x এর সমান যা উভয় কারণ x এবং sin x দ্বারা x এমনকি ফাংশন

তাই x যদি ঋণাত্মক হয় তাহলে বিয়োগ x ধনাত্মক

তাই কারণ আমাদের এই অসমতা এক আছে

তাই একটি থেকে অসমতা প্রকৃতপক্ষে বিয়োগ পাই দ্বারা দুই থেকে পাই দ্বারা দুই ডানের মধ্যে যেকোনো x এর জন্য সত্য

তাই এখন আমরা শূন্য সম্বলিত একটি ব্যবধান পেয়েছি যেখানে আমাদের এই অসমতা রয়েছে যে sin x দ্বারা x cos x এর চেয়ে বড় এবং একটির চেয়ে কম এখন আমাদের শুধু জানতে হবে cos x এর সীমা এবং 1 এর সীমা যখন x সীমা থেকে 0 এর কাছাকাছি আসে

x-এর cos-এর x যখন x 0 এর কাছে আসে এটি 0 এর cos-এর সমান যা 1 এবং অবশ্যই ধ্রুবক ফাংশনের সীমা একের সমান স্যান্ডউইচ উপপাদ্য দ্বারা x এর সীমা চিহ্ন x দ্বারা x যখন শূন্যের কাছে আসে এটিও একটির সমান

তাই আমরা প্রমাণ করেছি যে এই সীমাটি একটির সমান এই ফাংশনটি দুটি ফাংশন cos x এবং একটি যার সীমা গণনা করা সহজ এবং তারপরে আমরা জানি যে এই সীমাটিও 1 এর সমান।

তাই এটি একটি সীমার জন্য অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ সূত্র এবং আপনি সি.

এ n অনেক সীমা গণনা করতে এটি ব্যবহার করুন

তাই আমরা এই সূত্রটি ব্যবহার করে কিছু উদাহরণ করব

তাই একটি হল যদি আমি tan x এর x দ্বারা x এর সীমা লিখি তবে এটি কিসের সমান

তাই মনে রাখবেন যে tan x দ্বারা x এটি সাইন x দ্বারা x গুণ 1 এর সমান cos x দ্বারা x যদি 0 এর সমান না হয় এবং আমরা জানি যে x দ্বারা x এর পাপের সীমা এটি 1 এর সমান এবং cos x দ্বারা এক এর সীমা cos x এর সীমা দ্বারা এক এর সমান

তাই এটিও এক

তাই

ট্যান x দ্বারা x এর পণ্যের নিয়মের সীমা এটিও একে অপরের সমান একটি গুরুত্বপূর্ণ সীমা হল এক বিয়োগ cos x এর এই সীমাটি x দ্বারা ভাগ করা হয়েছে

তাই এখানে আমাদের কাছে আছে যে x 0 এ যায় হরটির সীমা 0 লবটির সীমা আবার 1 বিয়োগ 1 যা 0 এবং আমরা এই সীমাটি গণনা করতে চাই

তাই

ত্রিকোণমিতি থেকে স্মরণ করি আমরা কোণের অর্ধেক ডানের সাইনের পরিপ্রেক্ষিতে একটি কোণের cos প্রকাশ করতে পারি

তাই 2a এর cos 1 বিয়োগের সমান 2 সাইন বর্গ a ডান cos 2a হল cos বর্গ a বিয়োগ পাপ বর্গ a যা এক বিয়োগ দুই পাপ বর্গক্ষেত্রের সমান a যাতে এক বিয়োগ cos দুই a সমান দুই সাইন বর্গ a

তাই এক বিয়োগ cos x x x এর দুই গুণ সাইন বর্গ বাই দুই ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই লব দুই গুণ sin বর্গ x x দুই হর x

তাই এক বিয়োগ কস x x দ্বারা x এটি সমান দুই সাইন বর্গ x দুই ভাগ x দ্বারা ভাগ x যদি x শূন্যের সমান না হয় এবং তারপর আমরা লিখতে পারি এটি x এর সাইনের সমান দুই দ্বারা ভাগ x দুই গুণের আরেকটি চিহ্ন x বাই 2 ডান আমি এই 2 টি হরতে এনেছি

তাই আমি এখানে x 2 দিয়ে পেয়েছি

তাই x এর সীমা এক বিয়োগের শূন্যে যাচ্ছে কারণ x x x এটি x এর সীমা সাইন x এর শূন্যে যাচ্ছে দুই ভাগ x দ্বারা x দুই গুণ x এর সাইনের সীমা x শূন্যে যায় যদি x এই দুটি সীমা বিদ্যমান থাকে

 তাই এখন আমরা যা জানি তা হল সাইন x x x এর সীমা যখন x শূন্যের কাছাকাছি আসে যা আমাদের এখানে একের সমান x এর সাইন দুই দ্বারা ভাগ x দুই দ্বারা
 তাই যদি আমরা y রাখি সমান x এর দুই দ্বারা তাহলে x যেমন শূন্য হয় yও t   শূন্যে শেষ হয় কারণ y হল x এর অর্ধেক
 তাই এই সীমা x সাইন x এর শূন্যে যাচ্ছে দুই দ্বারা ভাগ x দুই দ্বারা ভাগ করা সাইন y এর সীমা y দ্বারা y যেখানে y শূন্যের কাছাকাছি আসছে এবং আমরা জানি এই সীমাটি একটি এবং এর অবশ্যই x এর অন্য সীমা সীমা সাইন x এর 0 এর 2 দ্বারা 0 এ যাচ্ছে এটি 0 এর সাইনের সমান যা 1 যা শূন্য
 তাই এক বিয়োগের সীমা কারণ x x x শূন্যে যাচ্ছে এটি শূন্যের সমান
 তাই আমরা তিনটি দেখেছি ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের পরিপ্রেক্ষিতে সীমা হল সাইন x বাই x সীমা যেহেতু শূন্য এক এবং ট্যান x বাই x শূন্যের সেই সীমাটি ব্যবহার করাও এক এবং এক বিয়োগের সীমা cos x x x যা শূন্যের সমান
 তাই অন্য কিছু উদাহরণ ব্যবহার করে এই সূত্রগুলি
 তাই সাইন তিন x দ্বারা ভাগ করা দুই x এর ট্যানের সীমা কত
 তাই আমরা যা করতে পারি তা হল এই সমান আমরা ট্যান লিখতে পারি দুই x কে দুই x দিয়ে ভাগ করে তারপর x শূন্য না হলে দুই x দিয়ে গুণ করতে পারি
তাহলে আমি tan দুই x কে tan হিসেবে লিখতে পারি দুই x দ্বারা দুই x গুন দুই x একইভাবে sine three x কে sin লিখতে পারি e তিন x বাই তিন x গুণ তিন x এবং তারপর আমাদের সীমা আছে x শূন্যে যায়
এখন এই এক দুই x বাই তিন x যদি x শূন্য না হয় আমি এই xটি বাতিল করতে পারি এবং তারপরে আমরা tan y এর সীমা y দ্বারা জানি y শূন্যের কাছে যায় যা y দ্বারা যে কোনো চিহ্নের y এর একটি সীমা y হিসাবে y শূন্যের কাছে আসে সেটিও এক
 তাই এটি ধ্রুবকের সমান সীমা থেকে বের করা যেতে পারে
 তাই x এর দুই তৃতীয় সীমা শূন্যে যাচ্ছে তা দুই x দুই দ্বারা বিভক্ত x এবং তারপর সীমা sine দ্বারা বিভক্ত তিন x তিন x দ্বারা বিভক্ত যা দুই তৃতীয়াংশের সমান আমরা দেখেছি যে উভয় সীমা এক
 তাই এটি দুই-তৃতীয়াংশের সমান আরেকটি উদাহরণ খুঁজে বের করুন x এর সীমা তিন x বিভক্ত পাপের শূন্যে যাচ্ছে x দ্বারা অনেক শিক্ষার্থী এই ভেবে ভুল করে যে তিন x এর এই চিহ্নটি শূন্য x এর সাথেও শূন্যে যাচ্ছে এবং আমরা দেখেছি যে x দ্বারা x এর পাপের সীমা 1 এর সমান কিন্তু এই সীমাটি 1 এর সমান নয়।
  কারণ এখানে আমাদের যা করতে হবে তা হল আমাদের একই জিনিস ব্যবহার করতে হবে
 তাই আমরা লিখব limit x z এ যাচ্ছে ero sin three x দ্বারা ভাগ করে যদি আমি তিন x লিখি তাহলে এখানে আমার ভিতরে যা আছে চিহ্ন আছে আমি এই সীমাকে 1 দিয়ে ভাগ করছি এবং তারপর একই ফাংশন পেতে আমাকে 3 দ্বারা গুণ করতে হবে
 তাই এই সীমাটি সমান এই সীমা পর্যন্ত এবং এখন যেহেতু আমি একই 3x দ্বারা ভাগ করছি যা সাইন 3x এর ভিতরে আছে তাহলে আমি সহজভাবে লিখতে পারি বা আপনি যদি চান আপনি আরও একটি ধাপ লিখতে পারেন এটি y এর সীমার সমান y এর শূন্য সাইনে যাচ্ছে y গুণ তিনটি এবং যেখানে y তিনটি x এর সমান এবং তারপর এটি তিনটির সমান
 তাই এটিকে অন্য একটি পরিবর্তনশীল y তে পরিবর্তন করা ভাল ধারণা এবং তারপরে তারা সাইন y এর জন্য সূত্রটি ব্যবহার করে y ডান
 তাই অন্তত শুরুতে আপনার উচিত এই ভুলটি এড়াতে এইভাবে করুন যে এটি সাইন তিন x x x দ্বারা শূন্যের সীমার সমান নয় এটি একের সমান এটি ভুল ঠিক
 তাই পরবর্তী যে বিষয়টি নিয়ে আমরা কথা বলব সেটিকে আমরা অসীম সীমা বলি
 তাই ii হবে একটি উদাহরণ দ্বারা ব্যাখ্যা করুন
 তাই আপনি বিবেচনা f তাকান x এর সমান x এর জন্য x শূন্যের সমান নয়
 তাই এই ফাংশনটি যদি আপনি দেখতে পান যে আমরা 0 এর কাছে যাওয়ার সাথে সাথে x একটি ছোট ধনাত্মক সংখ্যা 1 x x হয়ে বৃহত্তর এবং বৃহত্তর হয়
 তাই এই ফাংশনের গ্রাফটি এই আয়তক্ষেত্রাকার হাইপারবোলা এবং নেতিবাচক x এর জন্য আমাদের কাছে এটা আছে যেহেতু x নেতিবাচক
 তাই কি হয় যে x এর প্রবণতা 0 প্লাস এর মানে ডান দিক থেকে 1 x x বৃহত্তর এবং বড় হয় এবং x যেহেতু শূন্য বিয়োগ করে তার মানে বাম দিক থেকে আপনি যদি শূন্যের কাছে যান তাহলে একটি x দ্বারা বড় ঋণাত্মক সংখ্যা হয়ে যায়
 তাই আমরা এটিকে আরও কঠোরভাবে ব্যাখ্যা করব তবে আমরা যা বলি
 তাই এই ক্ষেত্রে আমরা বলি 1 দ্বারা x এর সীমা যখন x ডান থেকে 0 এর কাছে আসে এটি
ধনাত্মক অসীমতার সমান এবং x এর সীমা 0 বিয়োগে যায় 1 দ্বারা x এটি ঋণাত্মক অসীমের সমান
 তাই এর সহজ অর্থ হল x যদি একটি ছোট ধনাত্মক সংখ্যা হয় তবে 1 দ্বারা x একটি বড় ধনাত্মক সংখ্যা হয় এবং যদি x একটি ছোট ঋণাত্মক সংখ্যা হয় তবে 1 দ্বারা x একটি বড় ঋণাত্মক সংখ্যা হয়
 তাই আমরা এই চিহ্ন ব্যবহার করুন পজিটিভ ইনফিনিটি এবং নেগেটিভ ইনফিনিটি শুধু বলতে চাই যে পরের ক্লাসে আমি এটাকে আরও কঠোর করব এবং সংজ্ঞায়িত করব যখন আমরা বলি যে একটি বিন্দুতে সীমা হল ইতিবাচক অসীম বা নেতিবাচক অসীম এবং তারপর আমরা পরবর্তী ক্লাসে আরও কিছু উদাহরণ দেখতে পাব।

ধনাত্মক অসীম এবং ঋণাত্মক অসীম এই সীমা সম্পর্কে আমরা এটিকে আরও রিগ্রেস করব এবং তারপরে আমরা এই বিষয়ে আরও কিছু উদাহরণ দেখতে পাব ধন্যবাদ আপনাকে