అందరికీ నమస్కారం కాబట్టి ఈ రోజు పరిమితులపై మొదటి ఉపన్యాసం కాబట్టి ఈ రోజు నేను పరిమితులు అంటే ఏమిటో వివరిస్తాను కాబట్టి పరిమితులు చాలా ముఖ్యమైన భావనలు మరియు ఇది మొత్తం కాలిక్యులస్‌కు వెన్నెముక కాబట్టి ఇది మీకు చాలా ముఖ్యమైన అధ్యాయం కాబట్టి నేను పరిమితి యొక్క నిర్వచనంతో ప్రారంభిస్తాను కాబట్టి f అనేది x సమానమైన విరామంలో నిర్వచించబడినది అనుకుందాం, బహుశా xకి సమానమైన x వద్ద తప్ప, x యొక్క ఫంక్షన్ f యొక్క పరిమితి ద్వారా మనం అర్థం ఏమిటో నిర్వచించాలనుకుంటున్నాము.

x a వైపు మొగ్గు చూపుతుంది కాబట్టి దీని సంజ్ఞామానం మనం ఉపయోగించే పరిమితి కోసం లిమిట్ లిమిట్ అని వ్రాస్తాము, ఎందుకంటే x x యొక్క f ఫంక్షన్ యొక్క aకి మొగ్గు చూపుతుంది, ఇది x యొక్క f యొక్క పరిమితిని సూచిస్తుంది కాబట్టి x అనధికారికంగా ఉంటుంది దీని అర్థం ఏమిటంటే అధికారికంగా లింబ్ x అనేది x యొక్క ఎఫ్‌కి ఉండే పరిమితి వాస్తవ సంఖ్య l అంటే
x అనే బిందువును మినహాయించి x అనేది a కి సమానమైన పాయింట్‌ని మినహాయిస్తే, fx ఏకపక్షంగా l కి దగ్గరగా ఉంటుంది కాబట్టి నేను వివరిస్తాను మేము ఈ అర్బ్ అంటే ఏమిటి tryly దగ్గరగా మరియు a కి తగినంత దగ్గరగా ఉంది కాబట్టి నాకు ఒక ఫంక్షన్ ఉంది మరియు మనకు x ఇక్కడ a కి సమానం అని అనుకుందాం మరియు ఈ ఫంక్షన్ ఇలాంటిదే కాబట్టి మనం ఈ నిర్వచనాన్ని చూస్తే fx యొక్క పరిమితి x గా నిర్వచించబడదు.

ఇది ఈ సంఖ్య l అని మీరు కోరుకుంటే, మీరు fx విలువ మీకు కావలసినంత lకి దగ్గరగా ఉండాలని మీరు కోరుకుంటే , ఈ పాయింట్ l ఉన్న ఈ విరామంలో నా f of x ఉండాలని నేను కోరుకుంటున్నాను,
అప్పుడు ఈ చిత్రం నుండి మీరు చూడవచ్చు నేను ఈ విరామంలో అబద్ధం చెప్పడానికి నా xని ఎంచుకుంటే , x ఇక్కడికి చెందినది అయితే x ఈ విరామంలో ఉంటుంది, అప్పుడు f యొక్క x ఈ విరామంలో ఉంటుంది, నేను ఈ విరామంలో ఉన్నట్లుగా నేను ఈ విరామాన్ని పిలుస్తాను కాబట్టి అలాంటి l లేకపోతే అప్పుడు xx యొక్క పరిమితి f ఇది ఉనికిలో లేదని మేము అంటాము మరియు అలాంటి l ఉన్నట్లయితే, మేము పరిమితి l కి సమానం అని చెబుతాము,
ఉదాహరణకు నేను ఈ ఫంక్షన్‌ని చూస్తే, నేను కలిగి ఉన్నాను అనుకుందాం.

x యొక్క ఈ ఫంక్షన్ f
0 కంటే తక్కువ x కోసం సున్నాకి సమానం మరియు ఇది e xకి 0 కంటే పెద్దది 1కి సమానం కాబట్టి ఇది x సున్నా కంటే తక్కువగా ఉంటే సున్నాకి సమానం fx మరియు x సున్నాకి సమానం కంటే ఎక్కువగా ఉంటే ఇది ఒకటి కాబట్టి ఇప్పుడు ఇక్కడ మీరు చూస్తే x 0కి చేరుకునే కొద్దీ x యొక్క f పరిమితి అవుతుంది
నేను [సంగీతం ] నా x నుండి b వరకు 0ని కలిగి ఉన్న ఏదైనా విరామంలో తీసుకుంటే మీరు చూసినట్లయితే, సానుకూల x కోసం x యొక్క f విలువ 1 అని మరియు ఏదైనా ప్రతికూల x కోసం మనం ఎంత చిన్నదైనా సరే అని మనకు తెలుస్తుంది.

ఇది సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఈ సందర్భంలో సమాధానం లేదు ఎందుకంటే సున్నా కంటే x ఎక్కువ fx ఒకదానికి సమానం మరియు x సున్నా కంటే తక్కువ fx ఎల్లప్పుడూ సున్నా కాబట్టి l విలువ మన అవసరాన్ని తీర్చదు కాబట్టి దీని భావన కూడా ఉంది ఒక వైపు పరిమితులు కాబట్టి ఈ సందర్భంలో నేను ఒక వైపు పరిమితులను నిర్వచించనివ్వండి కాబట్టి రెండు ఒకటి ఎడమ చేతి పరిమితి అని పిలుస్తారు మరియు రెండవది కుడి చేతి పరిమితి కాబట్టి ఇది ఎడమ చేతి పరిమితి
అంటే x యొక్క సంజ్ఞా పరిమితిని x గా ఉపయోగిస్తుంది మైనస్‌కి మొగ్గు చూపుతుంది అంటే ఇక్కడ మనం ఫంక్షన్‌ని చూస్తున్నాము కాబట్టి నన్ను మళ్లీ అనుమతించండి ఈ ఉదాహరణ ద్వారా వివరించండి కాబట్టి ఫంక్షన్ సున్నాకి సమానం కంటే x కంటే ఎక్కువ 0 కంటే ఎక్కువ మరియు x కోసం సున్నా సున్నా కంటే తక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి ఈ సందర్భంలో fx కోసం సున్నాకి సమానం సున్నాకి సమానం x కంటే తక్కువ సున్నా ఒకటి కోసం x ఎడమవైపు సున్నాకి సమానం చేతి పరిమితి x x యొక్క సున్నా మైనస్‌కి వెళ్లడం సున్నాకి సమానం, ఎందుకంటే నేను ఈ విరామంలో ఏదైనా పాయింట్‌ని ఈ బిందువుకు ఎడమ వైపున తీసుకుంటే, అప్పుడు fx 0కి సమానంగా ఉంటుంది కాబట్టి ఎడమ చేతి పరిమితిని నేను వ్రాస్తాను కాబట్టి పరిమితి fx , x మైనస్‌కి మొగ్గు చూపినప్పుడు ఇది 1కి సమానం, మనం fxని ఎల్‌కి ఏకపక్షంగా దగ్గరగా ఉండేలా చేయగలిగితే , లైన్‌లో x two లైను ఎంచుకోవడం ద్వారా a యొక్క ఎడమవైపున ఒక మైనస్ డెల్టా రూపంలో ఏదైనా ఒక తగినంత చిన్న ఓపెన్ విరామం ఉంటుంది.

కొన్ని డెల్టా పాజిటివ్‌కి అదే విధంగా మనం కుడి చేతి పరిమితిని నిర్వచించవచ్చు, ఇది x యొక్క పరిమితితో సూచించబడుతుంది, ఇది x యొక్క x ప్లస్ fకి వెళుతుంది, ఇది l కి సమానం అయితే,
xని ఎంచుకోవడానికి xని ఎంచుకోవడం ద్వారా మనకు కావలసినంత దగ్గరగా fx ని చేయవచ్చు.

రూపం a నుండి ప్లస్ వరకు తగినంత చిన్న విరామం డెల్టా కాబట్టి దీనిని రైట్ హ్యాండ్ లిమిట్ అంటారు, ఎందుకంటే మేము a యొక్క కుడి వైపున ఉన్న విరామంలో ఫంక్షన్ యొక్క విలువను మాత్రమే పరిశీలిస్తున్నాము, అయితే ఎడమ చేతి పరిమితిలో కాబట్టి గమనికకు ఎడమ వైపున ఉన్న విరామంలో x విలువలపై మాకు ఆసక్తి ఉంటుంది.
ఎడమ చేతి పరిమితికి a యొక్క ఎడమ వైపున ఉన్న ఫంక్షన్ యొక్క విలువలు మాత్రమే ముఖ్యమైనవి మరియు అదే విధంగా కుడి చేతి పరిమితికి a యొక్క కుడి వైపున ఉన్న fx విలువలు మాత్రమే ముఖ్యమైనవి, అలాగే a యొక్క f విలువ అస్సలు
ముఖ్యమైనది కాదు.

పరిమితులను తెలుసుకోవడం కోసం
ఇది x యొక్క afకి వెళ్లే పరిమితి లేదా x యొక్క ఎడమ చేతి పరిమితిని f యొక్క a వద్ద పరిమితం చేయాలా లేదా x యొక్క f యొక్క కుడి చేతి పరిమితి a వద్ద పరిమితి అని మరొక వ్యాఖ్య ఏమిటంటే x యొక్క f యొక్క పరిమితి x వద్ద x a కి చేరుకునేటప్పుడు
, ఎడమ చేతి పరిమితి మరియు కుడి చేతి పరిమితి రెండూ x వద్ద a మరియు r సమానంగా ఉంటే మాత్రమే lకు సమానం కాబట్టి ఎడమ చేతి పరిమితి మరియు కుడి చేతి ఉంటే మాత్రమే పరిమితి ఉంటుంది రెండింటినీ పరిమితం చేయండి మరియు రెండూ l కాబట్టి ఫోకి సమానం r ఉదాహరణ f అనేది xకి 0 కంటే తక్కువ 0కి మరియు 1 x కంటే ఎక్కువ 0 కి సమానంగా ఉంటుంది
x యొక్క సున్నా ప్లస్ f కి వెళితే ఇది ఒకదానికి సమానం కాబట్టి ఎడమ చేతి పరిమితి మరియు కుడి చేతి పరిమితి రెండూ
సున్నా వద్ద ఉన్నాయి కానీ అవి పరిమితి పరిమితి సమానంగా లేనందున x యొక్క x యొక్క సున్నాకి వెళ్లడం ఇది ఉనికిలో లేదు కాబట్టి మనం పొందగలము ఎడమ చేతి పరిమితి ఎడమ చేతి పరిమితి లేదా కుడి చేతి పరిమితి కూడా ఉనికిలో లేదు కాబట్టి మునుపటి ఉదాహరణలో ఎడమ చేతి పరిమితి మరియు కుడి చేతి పరిమితి ఉనికిలో ఉన్నాయని మేము చూశాము కానీ అవి సమానంగా లేవు కాబట్టి పరిమితి లేదు కానీ మనం ఈ కేసును కలిగి ఉండవచ్చు కాబట్టి మనం దీనిని పరిశీలిద్దాం fx అంటే x యొక్క 1 బై x అంటే x సున్నాకి సమానం కాదు కాబట్టి x సున్నాకి వెళ్లే పరిమితి x fx ఉంది కాబట్టి మేము అన్ని x నాన్-జీరో మరియు f x కోసం xని నిర్వచిస్తున్నాము.
మీరు ఈ ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్‌ను గీసినట్లయితే x ద్వారా వన్ యొక్క సైన్కి సమానం అని నిర్వచించబడింది x ఫారమ్‌లోని మొత్తం xకి సైన్ 1 x 0కి సమానం అని గమనించండి x ఈక్వల్ 1 బై n pi అప్పుడు sine 1 by x ఈక్వల్ ఆఫ్ సైన్ ఆఫ్ 1 by x అనేది n pi యొక్క సైన్ ఇది 0 రైట్‌కి
సమానం అయితే x 1 బై 2 n ప్లస్ వన్ pi రెండు బై వన్ తర్వాత సైన్ వన్ బై x ఇది రెండు n ప్లస్ వన్ pi బై టూతో సమానం, ఇది పవర్ n కుడికి మైనస్ ఒకటికి సమానం కాబట్టి n సరి అయితే n బేసి అయితే ఒకటి వస్తుంది , నిజానికి నా xకి చెందినది అయితే మైనస్ ఒకటి వస్తుంది విరామం చెప్పండి కాబట్టి నేను ఇంటర్వెల్‌లో ఉండడానికి 1 బై x తీసుకుంటే 2 n pi నుండి రెండు n pi ప్లస్ pi రెండు అని చెప్పండి, అంటే x అనేది విరామంలో ఒకటి బై టూ n pi ప్లస్ pi బై టూ ఒకటి నుండి రెండు n pi అని చెప్పండి fx ఈక్వల్ టు సిన్ వన్ టు x సున్నా మరియు ఒక కుడి మధ్య అన్ని విలువలను తీసుకుంటుంది ఎందుకంటే విరామంలో రెండు n pi నుండి 2n pi ప్లస్ pi బై 2 సైన్ ఆఫ్ x విలువను నేను 2 n నుండి తీసుకుంటే వాస్తవానికి 0 నుండి 1 వరకు ఉంటుంది pi మైనస్ pi by two to two n pi plus pi by two అప్పుడు అది మైనస్ ఒకటి నుండి ఒకటి వరకు అన్ని విలువలను తీసుకుంటుంది కాబట్టి మనం చూసేది ఏమిటంటే , మీరు ఈ x యొక్క గ్రాఫ్‌ను గీయడానికి ప్రయత్నిస్తే , అప్పుడు నేను సైన్కి సమానమైన fxని కలిగి ఉన్నాను ఒకటి బై x కాబట్టి నేను కుడి చేతి పరిమితిపై ఆసక్తి కలిగి ఉంటే, నేను ఈ ఫంక్షన్ యొక్క కుడి వైపున ఉన్న విలువను చూడాలి, కనుక నేను కొన్ని ఒకటి రెండు n pi తీసుకుంటే , ఆపై నా దగ్గర ఒకటి రెండు n ఉందా అని మీరు చూస్తే pi ప్లస్ pi రెండు ద్వారా దీని విలువ మారుతూ ఉంటుంది, నేను సున్నాను కలిగి ఉన్నాను, ఇది ఒకటి కాబట్టి ఇది అన్ని విలువలను సున్నా నుండి ఒకదానికి తీసుకువెళుతుంది , ఆపై మళ్లీ ఒకటికి రెండు n pi ప్లస్ pi వద్ద మళ్లీ సున్నా అవుతుంది, ఆపై అది మళ్లీ సున్నా అవుతుంది.
మళ్లీ మైనస్ వన్‌కి వెళుతుంది, ఆపై అది మళ్లీ ఒకదానికి వెళుతుంది కాబట్టి మీరు సున్నాకి సమానమైన x దగ్గరకు వెళ్లినప్పుడు ఇది డోలనం చేస్తూనే ఉంటుంది కాబట్టి ఏమి జరుగుతుంది కాబట్టి fx ఫంక్షన్
మైనస్ ఒకటి మరియు సున్నాని కలిగి ఉన్న ఏదైనా విరామంలో ఒకటి మధ్య డోలనం చేస్తూనే ఉంటుంది కాబట్టి నేను కుడి చేతి పరిమితిని చూస్తున్నట్లయితే ఈ ఫంక్షన్‌లో ఇది ఉనికిలో లేదు అదే విధంగా ఎడమ చేతి పరిమితి కూడా n ఉంటుంది ఈ ఫంక్షన్ కోసం ఉనికిలో ఉంది కాబట్టి ఇప్పుడు ఇప్పటివరకు నేను ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి గురించి కొంత సహజమైన భావనను ఇచ్చాను ఇప్పుడు నేను రిగ్రెస్ డెఫినిషన్ ఇవ్వడానికి ప్రయత్నిస్తాను కాబట్టి దీనిని పరిమితి యొక్క ఎప్సిలాన్ డెల్టా నిర్వచనం అని కూడా పిలుస్తారు కాబట్టి సరే కాబట్టి మేము నిర్వచనం చెప్పాము x x యొక్క f యొక్క పరిమితి a కి ఉంటుంది మరియు
ఏదైనా ఎప్సిలాన్ పాజిటివ్ ఇచ్చినట్లయితే l కి సమానం కాబట్టి మీరు ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య ఎప్సిలాన్‌ను తీసుకుంటే , అది కూడా సానుకూలంగా ఉండే వాస్తవ సంఖ్య డెల్టా ఉంటుంది.
x లైన్‌లో ఉండాలంటే , mod x మైనస్ a డెల్టా కంటే తక్కువగా మరియు సున్నా కంటే ఎక్కువగా ఉంటే , x మైనస్ l యొక్క f యొక్క mod ఇది ఎప్సిలాన్ కంటే తక్కువగా ఉండాలి, నేను ఈ విషయాలను హైలైట్ చేస్తాను కాబట్టి గ్రాఫ్ ద్వారా దీన్ని మళ్లీ వివరిస్తాను కాబట్టి మనకు x ఉంటుంది.
మరియు y అనేది x యొక్క fకి సమానం మరియు మనకు ఇప్పుడు కొంత ఫంక్షన్ ఉంది కాబట్టి మనం ముందు వివరించినట్లుగా ఈ lని కలిగి ఉన్నాము కాబట్టి
అది ఉనికిలో ఉన్నట్లయితే పరిమితి ఆ విలువ అంటే నేను ఈ xని ఎడమ వైపు నుండి లేదా కుడి వైపు నుండి aకి సమానం చేస్తే అప్పుడు ఫంక్ విలువ tion ఈ సంఖ్యకు ఏకపక్షంగా దగ్గరగా ఉంటుంది l కాబట్టి నేను నా f యొక్క x l మైనస్ ఎప్సిలాన్ నుండి l ప్లస్ ఎప్సిలాన్ మధ్య ఉండాలని అనుకుంటాను, అప్పుడు నేను డెల్టాను ఎంచుకోవచ్చు, నాది మైనస్ డెల్టా అయితే నా x అయితే ఈ ఓపెన్ ఇంటర్వెల్‌లో మైనస్ డెల్టా నుండి ప్లస్ డెల్టాకు మైనస్ డెల్టా అయితే బహుశా xకి సమానంగా ఉంటే అప్పుడు my f of x ఈ విరామంలో ఉండాలి l మైనస్

ఎప్సిలాన్ నుండి 1 ప్లస్ ఎప్సిలాన్, ఉదాహరణకు మీరు ఈ ఎప్సిలాన్ 0.
1 అని చెప్పడానికి సమానం అని అనుకోవచ్చు.
మీరు ఎప్సిలాన్‌ను పాయింట్ వన్‌కి సమానంగా తీసుకుంటే,
ఇక్కడ ఒక మైనస్ డెల్టాకు మైనస్ డెల్టా ఉండవచ్చు , దీని కోసం ఫంక్షన్ విలువ 1 మైనస్ పాయింట్ ఒకటి నుండి 1 ప్లస్ పాయింట్ వన్ మధ్య ఉంటుంది, మీరు ఈ ఎప్సిలాన్‌ను చిన్నదిగా చేస్తే పాయింట్ సున్నా ఒకటి
నేను ఇక్కడ ఎంచుకుంటే, మళ్లీ ఇది ఎల్ మైనస్ పాయింట్ జీరో వన్ నుండి ఎల్ ప్లస్ పాయింట్ జీరో వన్ మధ్య ఉంటుంది కాబట్టి ఇది పరిమితి యొక్క నిర్వచనం కాబట్టి డెల్టా రిమార్క్ సాధారణంగా ఎపిపై ఆధారపడి ఉంటుంది.
సిలోన్ కాబట్టి మీరు ఎప్సిలాన్‌ను చిన్నదిగా చేస్తే
డెల్టా చిన్నదిగా చేయాల్సి ఉంటుంది కాబట్టి ఒక ఉదాహరణ fx ఫంక్షన్‌ని x స్క్వేర్‌తో సమానంగా పరిగణించండి మరియు x 0కి చేరుకునేటప్పుడు x
యొక్క f యొక్క పరిమితి ఏమిటి, కాబట్టి మీరు ఈ ఫంక్షన్‌ని చూస్తే ఇది చాలా ఎక్కువ సింపుల్ ఇది పారాబొలా కాబట్టి ఇక్కడ మీరు ఎడమ వైపు నుండి ఈ ఫంక్షన్‌ను చేరుకుంటే ఎడమ చేతి పరిమితిని మీరు చూసినట్లయితే, అది సున్నా అయిన ఈ పాయింట్‌కి చేరుకుంటుంది మరియు మీరు చేరుకుంటే కుడి నుండి మళ్లీ ఇది సున్నాకి దగ్గరగా మరియు దగ్గరగా మారుతుంది.
గ్రాఫ్ నుండి అకారణంగా గ్రాఫ్ నుండి పరిమితి సున్నా అని స్పష్టంగా తెలుస్తుంది, ఇందులోని ఎప్సిలాన్ డెల్టా డెఫినిషన్‌ని ఉపయోగించి దీనిని నిరూపించడానికి ప్రయత్నిద్దాం, మీకు ఎప్సిలాన్ ఇస్తే , డెల్టా అంటే ఏమిటో మీరు చెప్పాలి.
తృప్తి చెందాము కాబట్టి మనం ఎప్సిలాన్‌తో ప్రారంభిస్తాము, మనకు కావలసినది ఏదైనా ధనాత్మక సంఖ్యగా ఉండనివ్వండి , మనకు డెల్టా పాజిటివ్ కావాలి అంటే నా మోడ్‌లో నేను అలా వ్రాస్తే x మైనస్ 0 a 0 అని ఇక్కడ డెల్టా కంటే తక్కువ మరియు 0 ఈ s కంటే ఎక్కువ ఉంటే x మైనస్ యొక్క నా f పరిమితి 0 అని మేము క్లెయిమ్ చేస్తున్నాము, ఇది ఎప్సిలాన్ కంటే తక్కువగా ఉండాలి అంటే mod x డెల్టా కంటే తక్కువగా మరియు సున్నా కంటే ఎక్కువగా ఉంటే , x స్క్వేర్ యొక్క మోడ్ ఎప్సిలాన్ కంటే తక్కువగా ఉందని సూచిస్తుంది.
ఇప్పుడు
డెల్టా కంటే x యొక్క మోడ్ తక్కువగా ఉంటే, x స్క్వేర్ యొక్క మోడ్ ఇది డెల్టా స్క్వేర్ కుడి కంటే తక్కువగా ఉండాలి, అయితే నా మోడ్ x స్క్వేర్ ఎప్సిలాన్ కంటే తక్కువగా ఉండాలని మేము కోరుకుంటున్నాము కాబట్టి x స్క్వేర్ యొక్క మోడ్ ఎప్సిలాన్ కంటే తక్కువగా ఉండాలనుకుంటే కాబట్టి మేము ఎప్సిలాన్ యొక్క వర్గమూలానికి సమానమైన డెల్టాను ఎంచుకుంటే,
డెల్టా కంటే mod x తక్కువ అని ఇది సూచిస్తుంది , ఇది x స్క్వేర్ యొక్క mod అనేది డెల్టా స్క్వేర్ కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, ఇది ఎప్సిలాన్‌కు సమానం
మరియు డెల్టా ఎప్సిలాన్ సానుకూలంగా ఉంటే, ఎప్సిలాన్
నుండి నిర్వచనం నుండి సానుకూలంగా ఉంటుంది.
డెల్టా డెఫినిషన్ x 0కి వెళ్లినప్పుడు x స్క్వేర్ యొక్క పరిమితిని అనుసరిస్తుంది, ఇది సున్నాగా ఉండాలి కాబట్టి ఇది చాలా సరళమైన ఉదాహరణ, అయితే
పరిమితి కొంత సంఖ్యకు సమానం అని నిరూపించడానికి ఈ ఎప్సిలాన్ డెల్టా డెఫినిషన్‌ను ఎలా ఉపయోగిస్తామో వివరించడం కోసమే.
తరువాత మనం ఏమి చేస్తాం అంటే మనం పరిమితి యొక్క కొన్ని లక్షణాలను చూస్తాము కాబట్టి పరిమితుల యొక్క కొన్ని లక్షణాలను చూస్తాము కాబట్టి మొదటిది ఈ మొత్తం నియమం కాబట్టి ఇది fx మరియు gx అనే రెండు ఫంక్షన్‌లు అని అనుకుందాం, అవి x యొక్క af కి వెళ్లడాన్ని పరిమితం చేస్తాయి మరియు x యొక్క agకి వెళుతున్న x పరిమితి కూడా ఉంది, అప్పుడు ముగింపు fx మరియు gx యొక్క పరిమితి x aకి వెళుతుంది కాబట్టి ఇది తప్పనిసరిగా ఉనికిలో ఉండాలి మరియు పరిమితి fx మరియు gx పరిమితికి సమానం x వద్ద x సమానం మొత్తానికి సమానం ఎఫ్ఎక్స్ మరియు జిఎక్స్ యొక్క పరిమితి చాలా క్లుప్తంగా అది మొత్తం పరిమితి మొత్తం పరిమితుల మొత్తానికి సమానం అని చెప్పింది, ప్రతి పరిమితి ఉనికిలో ఉన్న పరిమితుల మొత్తానికి సమానం కాబట్టి ఇది మళ్లీ నమ్మడం చాలా కష్టం కాదు.
ఆ మొత్తం పరిమితి మొత్తం పరిమితి, కానీ మీరు దీన్ని నిరూపించడానికి ప్రయత్నిస్తే, ఈ ఎప్సిలాన్ డెల్టా నిర్వచనం ఉపయోగపడుతుంది కాబట్టి రుజువు కాబట్టి x యొక్క f పరిమితిని అనుమతించండి a కి వెళ్లినప్పుడు ఇది కొంత 1 వన్‌కు సమానం మరియు పరిమితి x ఉంటుంది x యొక్క ag అనేది 1 రెండుకి సమానం కాబట్టి దీనిని ఉపయోగించడం ద్వారా దాని అర్థం ఏమిటంటే , మనం చూపించదలిచినది ఏమిటంటే, క్లెయిమ్ fx ప్లస్ gx యొక్క పరిమితి, x అనేది aకి మొగ్గు చూపుతుంది, ఇది 1 వన్ ప్లస్ 1 టూకి సమానం కాబట్టి దీన్ని చూపించడానికి మనం డెల్టాను కనుక్కోవాలి.
సున్నా కంటే ఎక్కువ ఎప్సిలాన్‌ని ఇవ్వనివ్వండి, మనం డెల్టాను కనుగొనాలి కాబట్టి ముందుగా మనకు fx మరియు gx పరిమితులు ఇవ్వబడ్డాయి కాబట్టి పరిమితి x af x కి సమానం కాబట్టి, కొంత డెల్టా ఒకటి ఉందని మనకు తెలుసు.
నా మోడ్ x మైనస్ a డెల్టా 1 కంటే తక్కువ మరియు 0 కంటే ఎక్కువ ఉంటే , ఇది fx మైనస్ 1 వన్ యొక్క మోడ్ ఎప్సిలాన్‌కు బదులుగా దాని కంటే తక్కువగా ఉందని సూచిస్తుంది, ఎందుకంటే నేను ఇక్కడ ఎప్సిలాన్‌ని రెండుగా

ఉంచుతాను ఎందుకంటే అది చెప్పేది ఏదైనా ఇవ్వబడింది ఎప్సిలాన్ మీరు డెల్టాను కనుగొనవచ్చు, ఇది జరిగేటటువంటి డెల్టాను మీరు కనుగొనవచ్చు, కాబట్టి ఇది ఎప్సిలాన్‌కి రెండు ద్వారా నిజం కావాలి కాబట్టి ఇది నా సమీకరణం ఒకటి అదే విధంగా డెల్టా రెండు పాజిటివ్‌లు ఉన్నట్లు నేను కనుగొనగలను,

డెల్టా రెండు కంటే తక్కువ x మైనస్ మోడ్ మరియు x కాదు దీనికి సమానం అంటే gx మైనస్ l టూ యొక్క మోడ్ ఇది తక్కువ అని సూచిస్తుంది మళ్లీ ఎప్సిలాన్ బై టూ అని పిలుద్దాం కాబట్టి ఇప్పుడు మనం చూపించాల్సింది ఏమిటంటే మనం డెల్టాను కనుగొనాలి , నేను ఇప్పుడు తీసుకుంటే మనకు fx ప్లస్ gx ఫంక్షన్ ఉంది మరియు పరిమితి l వన్ ప్లస్ అని నిరూపించాలి l రెండు కాబట్టి మనం fx ప్లస్ gx మైనస్ l వన్ ప్లస్ l టూ తీసుకుంటే మరియు ఎప్సిలాన్

కంటే తక్కువగా ఉండేలా సంపూర్ణ విలువలో వ్యత్యాసాన్ని కలిగి ఉండాలి కాబట్టి ఇది fx మైనస్ వన్ ప్లస్ gx మైనస్ l టూ మోడ్‌కి సమానం , ఆపై మనకు తెలుస్తుంది mod of a plus b కాబట్టి ఇది fx మైనస్ l1 ప్లస్ mod ఆఫ్ gx మైనస్ l2కి సమానం కాబట్టి ఇది ఎందుకంటే a plus b యొక్క mod ఎల్లప్పుడూ mod a plus mod bకి సమానం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, ఇప్పుడు మనం ఒక మోడ్ నుండి ఇస్తున్నాము fx మైనస్ l వన్

యొక్క mod x మైనస్ a డెల్టా ఒకటి కంటే తక్కువగా ఉంటే ఇది ఎప్సిలాన్ కంటే రెండు తక్కువగా ఉంటుంది మరియు x మైనస్ a యొక్క mod సున్నా కంటే ఎక్కువ మరియు డెల్టా ఒకటి కంటే తక్కువగా ఉంటే ఇది మళ్లీ ఎప్సిలాన్ రెండు కంటే తక్కువగా ఉంటుంది.

x మైనస్ a సున్నా కంటే ఎక్కువ మరియు డెల్టా రెండు కంటే తక్కువ ఇది ఒకటి మరియు రెండు నుండి మరియు ఈ మొత్తం eq దాని ఎప్సిలాన్‌కు ual కాబట్టి నేను డెల్టా కనిష్ట డెల్టా 1 మరియు డెల్టా 2 కి సమానంగా ఉండాలని ఎంచుకుంటే, mod x మైనస్ a 0 కంటే ఎక్కువగా ఉంటే మరియు డెల్టా కంటే తక్కువగా ఉంటే డెల్టా కనిష్ట mod x మైనస్ a డెల్టా 1 కంటే తక్కువగా ఉంటుంది అలాగే డెల్టా 2 ఇది mod ఆఫ్ fx ప్లస్ gx మైనస్ l వన్ ప్లస్ l టూ ఇది ఎప్సిలాన్ కంటే తక్కువ అని సూచిస్తుంది కాబట్టి

fx ప్లస్ gx నిర్వచనం ప్రకారం పరిమితి l వన్ ప్లస్ l టూ సరే కాబట్టి ఈ నియమం చాలా ముఖ్యమైనది ఎందుకంటే చాలా ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది ఎందుకంటే మీకు వ్యక్తిగత పరిమితులు తెలిస్తే, మీరు ఫంక్షన్ల మొత్తానికి పరిమితిని కనుగొనవచ్చు , నేను x యొక్క ఏదైనా ఆల్ఫా సార్లు f తీసుకుంటే, ఇది x కి వెళ్లే x యొక్క ఆల్ఫా సమయ పరిమితికి సమానం af x లో ఆల్ఫా ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య అయితే ఇది నిజం మరియు x యొక్క f యొక్క పరిమితి xకి వెళితే ఇది సరైనది కనుక నేను ఫంక్షన్‌ను ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్యతో గుణిస్తే, x యొక్క ఈ స్థిరమైన సమయాల పరిమితి సమానంగా ఉంటుంది x యొక్క f యొక్క స్థిరమైన సమయ పరిమితికి అది కాన్ యొక్క పరిమితి

x యొక్క స్టాంట్ సార్లు f x యొక్క f యొక్క పరిమితి స్థిరమైన సమయాలకు సమానం కాబట్టి రుజువు రుజువు చేయదు కాబట్టి నేను దానిని వ్యాయామంగా వదిలివేస్తాను కాబట్టి మళ్లీ ఎప్సిలాన్ డెల్టా డెఫినిషన్‌ని ఉపయోగించి మీరు డెల్టా ఏమిటో కనుగొనడానికి ప్రయత్నించాలి.

కాబట్టి మరియు మూడవది నేను

fx మైనస్ gx యొక్క వ్యత్యాస పరిమితిని తీసుకుంటే, ఇది

మొత్తం నియమం వలె ఉంటుంది fx యొక్క పరిమితి మరియు gx యొక్క పరిమితి ఉన్నట్లయితే, వ్యత్యాసం యొక్క పరిమితి పరిమితి యొక్క వ్యత్యాసానికి సమానం మరియు వాస్తవానికి ఇది ఒకటి మరియు రెండు ఆస్తి నుండి అనుసరిస్తుంది , అయితే ఒకరు నేరుగా ఎప్సిలాన్ డెల్టా డెఫినిషన్‌ని ఉపయోగించి కూడా నిరూపించవచ్చు కానీ నేను చూపుతాను ఇది వాస్తవానికి ఒకటి మరియు రెండు నుండి అనుసరిస్తుంది కాబట్టి మేము fx మైనస్ gxని కలిగి ఉన్నాము కాబట్టి మీరు దీన్ని fx మరియు స్థిరమైన మైనస్ వన్ టైమ్స్ g x అని వ్రాస్తారు కాబట్టి ఇప్పుడు మనకు రెండు ఫంక్షన్‌లు fx మరియు మైనస్ వన్ టైమ్స్ g x ఉన్నాయి కాబట్టి దీని నుండి fx యొక్క నిజమైన పరిమితి మైనస్ g యొక్క x అనేది x యొక్క f యొక్క పరిమితికి సమానం మరియు x యొక్క మైనస్ 1 సార్లు g యొక్క పరిమితి ఇది 1 ఆస్తి 1 మొత్తం నియమం ద్వారా ఉంటుంది మరియు తర్వాత మైనస్ యొక్క రెండవ ఆస్తి పరిమితి ద్వారా x యొక్క ఒక సార్లు g మైనస్ అవుతుంది x యొక్క g యొక్క ఒక పర్యాయ పరిమితి కనుక ఇది x యొక్క f యొక్క పరిమితి x యొక్క g యొక్క మైనస్ పరిమితి x ok కాబట్టి ఇది రెండవ ఉపన్యాసంలో మొదటి ఉపన్యాసం ముగింపుకు తీసుకువస్తుంది, నేను పరిమితుల యొక్క మరికొన్ని లక్షణాలను చూపుతాను మరియు మేము కూడా కొన్ని చేస్తాము మరిన్ని ఉదాహరణలు మరియు కొన్ని పరిమితులను లెక్కించండి ధన్యవాదాలు