

அனைவருக்கும் வணக்கம், இன்று வரம்புகள் பற்றிய முதல் விரிவுரை எனவே வரம்புகள் என்றால் என்ன என்பதை இன்று விளக்குகிறேன் எனவே வரம்புகள் மிகவும் முக்கியமான கருத்துக்கள் மற்றும் இது முழு கால்குலஸின் முதுகெலும்பாகும், எனவே இது உங்களுக்கு மிக முக்கியமான அத்தியாயம்.

வரம்பு வரையறையுடன் தொடங்குகிறேன், எனவே f என்பது

x க்கு சமமான ஒரு இடைவெளியில்

வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு செயல்பாடு என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

$x = a$ க்கு முனைகிறது எனவே இதற்கான குறியீடானது நாம் பயன்படுத்தும் வரம்புக்குத்தான் நாம் லிம் வரம்பை எழுதுகிறோம்.

இதன் பொருள் என்னவென்றால், முறையாக லிம்ப் x என்பது x இன் a க்கு முனையும் உண்மையான எண் l ஆகும், அதாவது

x என்பது a க்கு சமமான புள்ளியைத் தவிர்ந்து, நிச்சயமாக போதுமான அளவு நெருக்கமாக இருக்கும்படி x தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டால், $f(x)$ தன்னிச்சையாக l க்கு அருகில் இருக்கும், எனவே நான் விளக்குகிறேன்.

இந்த ஆர்பி என்பதன் அர்த்தம் என்ன? ϵ trarily close to a க்கு அருகில் மற்றும் போதுமான அளவு எனக்கு ஒரு செயல்பாடு உள்ளது என்று வைத்துக்கொள்வோம், இங்கே a க்கு சமமான x உள்ளது, மேலும் இந்த செயல்பாடு இது போன்றது.

இது இந்த எண் l என்று நீங்கள் விரும்புகிறீர்கள் என்றால், நீங்கள் விரும்பும் அளவுக்கு $f(x)$ இன் மதிப்பு l க்கு நெருக்கமாக இருக்க வேண்டும் எனில், இந்தப் புள்ளி l உள்ள இந்த இடைவெளியில் எனது f of x இருக்க வேண்டும் என்று நான் விரும்பினால், இந்தப் படத்தில் இருந்து நீங்கள் பார்க்கலாம்.

இந்த இடைவெளியில் நான் என் x ஐத் தேர்ந்தெடுத்தால், x இங்கே x இந்த இடைவெளியில் உள்ளது என்றால், f இன் x இந்த இடைவெளியில் உள்ளது, நான் இந்த இடைவெளியில் இருப்பதைப் போலவே இந்த இடைவெளியையும் அழைக்கிறேன், அப்படியானால் அப்படி இல்லை என்றால் xx இன் வரம்பு f ஆனது இது இல்லை என்று கூறுகிறோம், அப்படி ஒரு l இருந்தால், வரம்பு l க்கு சமம் என்று கூறுவோம், எடுத்துக்காட்டாக, நான் இந்த செயல்பாட்டைப் பார்த்தால், என்னிடம் உள்ளது என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

x இன் இந்த செயல்பாடு f ஆனது x க்கு பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் 0 க்கும் குறைவானது மற்றும் அது e^{-x} ஐ விட x க்கு 1 க்குக் குவால் பெரியது எனவே

x பூஜ்ஜியத்தை விட குறைவாக இருந்தால் இது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான செயல்பாடு $f(x)$ மற்றும் x பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இருந்தால் இது ஒன்றாகும், எனவே இப்போது இங்கே நீங்கள் பார்த்தால், $x \rightarrow 0$ ஐ நெருங்கும்போது x இன் வரம்பு f ஆகும்

இந்த விஷயத்தில் நான் [இசை] எனது x லிருந்து b ஐ எந்த இடைவெளியில் 0 உள்ளதா என்று பார்த்தால், நேர்மறை x க்கு x இன் f இன் மதிப்பு 1 என்றும், எந்த எதிர்மறை x க்கு நாம் எவ்வளவு சிறியதாக இருந்தாலும் 1 என்றும் தெரியும்.

இது பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமமாக இருந்தால், இந்த விஷயத்தில் இல்லை என்பதே பதில், ஏனெனில் x க்கு அதிகமான பூஜ்ஜியத்திற்கு $f(x)$ ஒன்றுக்கு சமம் மற்றும் x க்கு பூஜ்ஜியத்தை விட $f(x)$ எப்போதும் பூஜ்ஜியமாகும், எனவே l இன் எந்த மதிப்பும் நமது தேவையை பூர்த்தி செய்யாது, எனவே கருத்தும் உள்ளது ஒரு பக்க வரம்புகள் எனவே இந்த விஷயத்தில் நான் ஒரு பக்க வரம்புகளை வரையறுக்கிறேன், எனவே இரண்டு ஒன்று இடது கை வரம்பு என்றும், இரண்டாவது வலது கை வரம்பு என்றும், இடது கை வரம்பு என்ன, எனவே இது x இன் f இன் குறியீட்டு வரம்பை x ஆகப் பயன்படுத்தும் ஒரு மைனஸ் ஆகும், அதாவது இங்கே நாம் செயல்பாட்டைப் பார்க்கிறோம், எனவே மீண்டும் சொல்கிறேன் இந்த எடுத்துக்காட்டின் மூலம் விளக்கவும், எனவே செயல்பாடு 1 க்கு x க்கு 0 க்கும் அதிகமானது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் மற்றும் x க்கு பூஜ்ஜியம் பூஜ்ஜியத்திற்கு குறைவானது, எனவே இந்த விஷயத்தில் $f(x)$ க்கு பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான x பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான ஒன்றுக்கு பூஜ்ஜியத்திற்கு ஒன்றுக்கு x பெரிய பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான இடது கை வரம்பு $x \rightarrow 0$ இன் f இன் பூஜ்ஜியத்தை கழித்தல் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம், ஏனென்றால்

இந்த இடைவெளியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை நான் இந்த புள்ளியின் இடதுபுறமாக எடுத்துக் கொண்டால், $f(x) \rightarrow 0$ க்கு சமமாக இருக்கும், எனவே இடது கை வரம்பு வரம்பை எழுதுகிறேன்.

$f(x)$ ஆனது x மைனஸ் ஆக இருந்தால், இது l க்கு சமமாக இருக்கும்.

ஒரு சில டெல்டா பாசிட்டிவ் அதே போல வலது கை வரம்பை வரையறுக்கலாம், இது x இன்

பிளஸ் எஃப் வரம்பினால் குறிக்கப்படுகிறது, இது எல் க்கு சமமாகும் ஒரு பிளஸ் படிவத்தின் ஒரு சிறிய போதுமான இடைவெளி டெல்டா எனவே இது வலது கை வரம்பு என்று அழைக்கப்படுகிறது, ஏனெனில் a இன் வலப்புறம் உள்ள இடைவெளியில் செயல்பாட்டின் மதிப்பை மட்டுமே நாங்கள் கருத்தில் கொள்கிறோம், அதேசமயம் இடது கை வரம்பிற்கு ஒரு

so note இன் இடதுபுறத்தில் உள்ள இடைவெளியில் x இன் மதிப்புகளில் ஆர்வமாக உள்ளோம்.

இடது கை வரம்புக்கு a இன் இடதுபுறத்தில் உள்ள செயல்பாட்டின் மதிப்புகள் மட்டுமே முக்கியம், அதே போல் வலது கை வரம்புக்கு a இன் வலதுபுறத்தில் fx இன் மதிப்புகள் மட்டுமே முக்கியம், மேலும்

a இன் f இன் மதிப்பு முக்கியமல்ல.

வரம்புகளை அறியும் நோக்கத்திற்காக,

இது x இன் வரம்பு x க்கு செல்லும் வரம்பு அல்லது x இன் இடது கை வரம்பை a இல் வரம்புக்குட்படுத்துகிறது அல்லது x இன் f இன் வலது புற வரம்பு a இல் உள்ளது, எனவே மற்றொரு கருத்து என்னவென்றால் x இன் f இன் வரம்பு x இல், x a நெருங்கும் போது, இடது கை வரம்பு மற்றும் வலது கை வரம்பு இரண்டும்

x க்கு சமமான a மற்றும் r க்கு

சமமாக இருந்தால் மட்டுமே, இது 1 க்கு சமம்.

இரண்டும் உள்ளன மற்றும் இரண்டும் 1

so fo க்கு சமம் r உதாரணம் f என்பது x க்கு 0 க்குக் குறைவானது மற்றும் 1 க்கு சமமான x க்கு சமமாக இருக்கும்

x இன் பூஜ்ஜியம் கூட்டல் f க்கு இது ஒன்றுக்கு சமம் எனவே இடது கை வரம்பு மற்றும் வலது கை வரம்பு இரண்டும்

பூஜ்ஜியத்தில் உள்ளன, ஆனால் அவை சமமாக இல்லாத வரம்பு வரம்பு x x இன் பூஜ்ஜியத்திற்குச் செல்லும் போது இது இல்லை சரி,

அதனால் நாம் பெற முடியுமா? இடது கை வரம்பு இடது கை அல்லது வலது கை வரம்பு கூட இல்லை, எனவே முந்தைய எடுத்துக்காட்டில் இடது கை வரம்பு மற்றும் வலது கை வரம்பு இருப்பதைக் கண்டோம், ஆனால் அவை சமமாக இல்லை, எனவே வரம்பு இல்லை, ஆனால் இந்த வழக்கை வைத்திருக்க முடியுமா? எனவே இதை பரிசீலிப்போம் fx என்பது x க்கு x இன் sine ஐச் சொல்வதற்கு சமம் x பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமம் இல்லை எனவே x வரம்பு பூஜ்ஜியத்திற்குச் செல்கிறது மற்றும் fx உள்ளது, எனவே நாம் x இன் f ஐ வரையறுக்கிறோம் x அல்லாத அனைத்து x மற்றும் f இந்த செயல்பாட்டின் வரைபடத்தை நீங்கள் வரைந்தால், x மூலம் ஒன்றின் சைன் சமமாக இருக்கும் x படிவத்தின் அனைத்து xக்கும் சைன் 1 சமம் 0 க்கு சமம் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும் x சமம் 1 by n pi, பின்னர் sine 1 by x என்பது 1 by x என்பது n pi இன் சைன், இது 0 வலது, x சமம் 1 by 2 n கூட்டல் ஒரு pi இரண்டும் பிறகு சைன் ஒன்று x இது இரண்டு n கூட்டல் ஒன்று பை இரண்டின் சைனுக்குச் சமம், இது n வலது அதிகாரத்தில் மைனஸ் ஒன்றுக்கு சமம், எனவே n சமமாக இருந்தால், n ஒற்றைப்படையாக இருந்தால், மைனஸ் ஒன்றைப் பெறுவோம்.

இடைவெளியைச் சொல்லுங்கள், நான் இடைவெளியில் இருக்க 1 ஆல் x எடுத்தால், 2 n pi க்கு இரண்டு n pi பிளஸ் pi இரண்டாகக் கூறவும், அது x என்பது இடைவெளியில் ஒன்றுக்கு இரண்டு n pi கூட்டல் pi இரண்டிலிருந்து ஒன்றுக்கு இரண்டு n pi என்று சொல்லுங்கள் fx சமம் பாவம் ஒன்று x பூஜ்ஜியம் மற்றும் ஒரு வலது இடையே அனைத்து மதிப்புகள் எடுக்கும் ஏனெனில் இடைவெளியில் இரண்டு n pi முதல் 2n pi பிளஸ் pi x 2 சைன் 2 n இலிருந்து நான் எடுத்தால் உண்மையில் 0 முதல் 1 வரை மதிப்பை எடுக்கும் pi minus pi by two to two n pi plus pi by two பிறகு அது மைனஸ் ஒன்று முதல் ஒன்று வரை அனைத்து மதிப்புகளையும் எடுக்கும், எனவே நாம் பார்ப்பது என்னவென்றால், நீங்கள் இந்த x இன் வரைபடத்தை வரைய முயற்சித்தால், நான் சைனுக்கு சமமான fx ஐக் கொண்டுள்ளேன்.

x ல் ஒன் பை x எனவே நான் வலது கை வரம்பில் ஆர்வமாக இருந்தால், இந்த செயல்பாட்டின் மதிப்பை இதன் வலதுபுறத்தில் பார்க்க வேண்டும், எனவே நான் சில ஒன்றை இரண்டு n pi ஐ எடுத்துக் கொண்டால், என்னிடம் ஒரு இரண்டு n உள்ளது pi plus pi இரண்டாக இருந்தால் இதன் மதிப்பு நான் பூஜ்ஜியமாக உள்ளது என்பதிலிருந்து மாறுபடுகிறது, இது ஒன்று என்று சொல்லலாம், எனவே இது அனைத்து மதிப்புகளையும் பூஜ்ஜியத்திலிருந்து ஒன்றுக்கு எடுக்கும், பின்னர் மீண்டும் ஒன்றுக்கு இரண்டு n pi plus pi இல் அது மீண்டும் பூஜ்ஜியமாக மாறும். மீண்டும் மைனஸ் ஒன்றுக்கு செல்கிறது, அது மீண்டும் ஒன்றுக்கு செல்கிறது, எனவே நீங்கள்

பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான x க்கு அருகில் செல்லும்போது இது ஊசலாடுகிறது,

அதனால் என்ன நடக்கிறது

$f(x)$ செயல்பாடு பூஜ்ஜியத்தைக் கொண்ட எந்த இடைவெளியிலும் மைனஸ் ஒன்றுக்கும் ஒன்றுக்கும் இடையில் ஊசலாடுகிறது.

இந்த செயல்பாட்டின் இடது கை வரம்பு n ஐப் போலவே இல்லை இந்தச் செயல்பாட்டிற்காக உள்ளது, எனவே இன்றுவரை ஒரு செயல்பாட்டின் வரம்பைப் பற்றிய சில உள்ளூணர்வுக் கருத்தை நான் கொடுத்துள்ளேன், இப்போது அடுத்ததாக நான் பின்னடைவு வரையறையை கொடுக்க முயற்சிக்கிறேன், எனவே இது எப்சிலான் டெல்டா வரையறையின் வரையறை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது,

எனவே வரையறையை நாங்கள் சொல்கிறோம் x இன் f இன் வரம்பு x ஆக

உள்ளது, இது எப்சிலான் நேர்மறையாக இருந்தால் 1 க்கு சமமாக இருக்கும், எனவே நீங்கள் நேர்மறையாக இருக்கும் எப்சிலான் உண்மையான எண்களை எடுத்துக் கொண்டால், உண்மையான எண் டெல்டா உள்ளது, அதுவும் நேர்மறையாக இருக்கும்

x வரிசையாக இருக்க, மோட் x கழித்தல் a டெல்டாவை விட குறைவாகவும், பூஜ்ஜியத்தை விட அதிகமாகவும் இருந்தால்

, x மைனஸ் 1 இன் f இன் மோட் எப்சிலானை விட குறைவாக இருக்க வேண்டும், இந்த விஷயங்களை நான் முன்னிலைப்படுத்துகிறேன், எனவே இதை மீண்டும் வரைபடத்தின் மூலம் விளக்குகிறேன், எனவே நம்மிடம் x உள்ளது.

மற்றும் y என்பது x இன் எஃப் க்கு சமம் மற்றும் எங்களிடம் சில செயல்பாடுகள் உள்ளன, எனவே நாங்கள் முன்பு விளக்கியது போல் இந்த எல்

உள்ளது, அது இருந்தால் அந்த வரம்பு அந்த மதிப்பாகும்.

செயல்பாட்டின் மதிப்பு இந்த எண்ணுக்குத் தன்னிச்சையாக நெருக்கமாகிறது 1 எனவே எனது x இன் எஃப், எல் மைனஸ் எப்சிலான் முதல் எல் பிளஸ் எப்சிலான் வரை இருக்க வேண்டும் என்று நினைக்கிறேன், பின்னர் நான் ஒரு டெல்டாவைத் தேர்வு செய்யலாம், என்னுடைய இது ஒரு மைனஸ் டெல்டாவாக இருந்தால், என் எக்ஸ் என்றால் இந்த திறந்த இடைவெளியில் ஒரு மைனஸ் டெல்டா முதல் பிளஸ் டெல்டா வரை இருந்தால் x க்கு சமமாக இருக்கலாம், பிறகு என்னுடைய எஃப் x இந்த இடைவெளியில் இருக்க வேண்டும் 1 மைனஸ் எப்சிலானில் இருந்து எல் பிளஸ் எப்சிலான் எடுத்துக்காட்டாக, இந்த எப்சிலன் 0 .

1 என்று கூறுவதற்கு சமம் என்று நீங்கள் விரும்பலாம்.

நீங்கள் எப்சிலானை புள்ளி ஒன்றுக்கு சமமாக எடுத்துக் கொண்டால்,

இங்கே ஒரு மைனஸ் டெல்டாவில் இருந்து ஒரு பிளஸ் டெல்டாவிற்குச் சில சிறிய இடைவெளி இருக்கலாம், இதன் செயல்பாட்டு மதிப்பு எல் மைனஸ் பாயிண்ட் ஒன் முதல் எல் பிளஸ் பாயிண்ட் ஒன் வரை இருக்கும்.

பிறகும் முந்தையதை விடச் சிறியதாகக் கருதப்படும் மற்றொரு டெல்டா உள்ளது, நான் இங்கே தேர்வுசெய்தால், மீண்டும் இது எல் மைனஸ் பாயிண்ட் ஜீரோ ஒன் முதல் எல் பிளஸ் பாயிண்ட் ஜீரோ ஒன் வரை இருக்கும், எனவே இது வரம்பின் வரையறையாகும், எனவே டெல்டாவைக் குறிப்பிடுவது பொதுவாக ஈபியைப் பொறுத்தது.

ϵ எனவே நீங்கள் எப்சிலானை சிறியதாக மாற்றினால், டெல்டாவை சிறியதாக மாற்ற வேண்டும், எனவே ஒரு உதாரணம் $f(x)$ செயல்பாட்டை x சதுரம் என்று சொல்லவும், பின்னர் $x = 0$ ஐ நெருங்கும்போது x இன் f இன் வரம்பு என்ன என்பதைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள், எனவே இந்த செயல்பாட்டை நீங்கள் பார்த்தால் இது மிகவும் அதிகம் இது ஒரு பரவளையமாகும், எனவே நீங்கள் இடது பக்கத்திலிருந்து இந்த செயல்பாட்டை அணுகினால் இடது கை வரம்பைக் கண்டால்,

அது பூஜ்ஜியமாக இருக்கும் இந்த புள்ளியை நெருங்குகிறது மற்றும் நீங்கள் அணுகினால் வலதுபுறத்தில் இருந்து இது பூஜ்ஜியத்திற்கு நெருக்கமாகி வருகிறது.

உள்ளூணர்வாக வரைபடத்திலிருந்து வரம்பு பூஜ்ஜியம் என்பது தெளிவாகிறது, இதில் உள்ள எப்சிலான் டெல்டா வரையறையைப் பயன்படுத்தி இதை நிரூபிக்க முயற்சிப்போம், நீங்கள் செய்ய வேண்டியது என்னவென்றால், உங்களுக்கு எப்சிலான் வழங்கப்பட்டால், டெல்டா என்றால் என்ன என்பதை நீங்கள் சொல்ல வேண்டும்.

திருப்தி அடைகிறோம் எனவே எப்சிலோன் எந்த நேர்மறை எண்ணாக இருக்க வேண்டுமோ அதை டெல்டா பாசிட்டிவ் ஆக

இருக்கட்டும் x மைனஸின் என் எஃப் வரம்பு 0 என்று நாங்கள் கூறுகிறோம், இது எப்சிலானை விட குறைவாக இருக்க வேண்டும், அதாவது மோட் x டெல்டாவை விட குறைவாகவும், பூஜ்ஜியத்தை விட அதிகமாகவும் இருந்தால், x சதுரத்தின் மோட் எப்சிலானை விட குறைவாக

இருப்பதைக் குறிக்கிறது.

இப்போது x இன் மோட் டெல்டாவை விட குறைவாக இருந்தால் , x சதுரத்தின் மோட் இது டெல்டா சதுரத்தை விட குறைவாக இருக்க வேண்டும், ஆனால் எனது மோட் x சதுரம் எப்சிலனை விட குறைவாக இருக்க வேண்டும், எனவே x சதுரத்தின் மோட் எப்சிலனை விட குறைவாக இருக்க வேண்டும் என்று நாங்கள் விரும்புகிறோம் எப்சிலனின் வர்க்க மூலத்திற்குச் சமமான டெல்டாவைத் தேர்வுசெய்தால், டெல்டாவை விட மோட் x குறைவானது , இது x சதுரத்தின் மோட் டெல்டா சதுரத்தை விடக் குறைவாக இருப்பதைக் குறிக்கிறது.

டெல்டா வரையறை , x θ க்கு செல்லும் போது x சதுரத்தின் வரம்பு பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டும், எனவே இது மிகவும் எளிமையான உதாரணம் ஆனால் இந்த எப்சிலான் டெல்டா வரையறையை நாம் எவ்வாறு பயன்படுத்துகிறோம் என்பதை விளக்குவதற்கு , வரம்பு சில எண்ணுக்கு சமம் என்பதை நிரூபிக்க வேண்டும்.

அடுத்து நாம் என்ன செய்வோம் வரம்புகளின் சில பண்புகளை பார்ப்போம் எனவே வரம்புகளின் சில பண்புகள் முதலில் இந்த தொகை விதி எனவே fx மற்றும் gx இரண்டு செயல்பாடுகள் என்று வைத்துக்கொள்வோம் .

x என்ற வரம்பு x க்கு செல்லும் இதுவும் உள்ளது, பின்னர் முடிவு fx மற்றும் gx இன் வரம்பு, x a க்கு செல்கிறது இது இருக்க வேண்டும் மற்றும் வரம்பு fx மற்றும் gx இன் வரம்புக்கு சமம் x இல் x க்கு சமம் என்பது கூட்டுத்தொகைக்கு சமம் எஃப்எக்ஸ் மற்றும் ஜிஎக்ஸ் வரம்புகளின் வரம்பு சுருக்கமாக, தொகையின் வரம்பு வரம்புகளின் கூட்டுத்தொகைக்கு சமம் என்று கூறுகிறது.

அந்தத் தொகையின் வரம்பு வரம்பின் கூட்டுத்தொகையாகும், ஆனால் நீங்கள் இதை நிரூபிக்க முயற்சித்தால், இந்த எப்சிலான் டெல்டா வரையறை மிகவும் ஆதாரமாக உள்ளது, எனவே x இன் f இன் வரம்பு a க்கு செல்லும் போது இது சில l ஒன்றுக்கு சமம் மற்றும் வரம்பு x முனைகிறது ag இன் x என்பது l இரண்டுக்கு சமம் எனவே பயன்படுத்துவதன் மூலம் இதன் பொருள் என்னவெனில் , நாம் காட்ட விரும்புவது என்னவென்றால், x என்பது x க்கு முனையும்போது fx மற்றும் gx இன் வரம்பு, இது எல் ஒன் கூட்டல் எல் δ க்கு சமம் எனவே இதைச் செய்ய நாம் ஒரு டெல்டாவைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

பூஜ்ஜியத்தை விட எப்சிலோனை விட அதிகமாக இருந்தால், நாம் ஒரு டெல்டாவைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும், எனவே முதலில் எஃப்எக்ஸ் மற்றும் ஜிஎக்ஸ் வரம்புகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன, எனவே வரம்பு x எஃப் x க்கு சமம் எல் ஒன்றுக்கு சமம் என்பதால் சில டெல்டா பாசிட்டிவ் ஒன்று இருப்பதாக அறிகிறோம்.

எனது x மைனஸ் a இன் மோட் டெல்டா 1 ஐ விட குறைவாகவும் 0 ஐ விட அதிகமாகவும் இருந்தால், இது எப்சிலனுக்கு பதிலாக எஃப்எக்ஸ் மைனஸ் எல் ஒன் மோட் குறைவாக இருப்பதைக் குறிக்க வேண்டும், ஏனெனில் நான் இங்கு எப்சிலானை இரண்டாக வைக்கிறேன் .

ϵ நீங்கள் ஒரு டெல்டாவைக் காணலாம், இது எப்சிலனுக்கு இரண்டில் உண்மையாக இருக்க வேண்டும், எனவே இது எனது சமன்பாடு ஒன்று, அதே போல் டெல்டா இரண்டு நேர்மறை டெல்டா இரண்டு இருப்பதைக் காணலாம், அதாவது x இன் மோட் டெல்டா இரண்டை விடக் குறைவாகவும் x இல்லை இது a க்கு சமமானது gx minus l two இன் மோட் இது குறைவாக இருப்பதைக் குறிக்க வேண்டும் மீண்டும் எப்சிலானை இரண்டாக அழைப்பதை விட, இதை இரண்டாக அழைப்போம், இப்போது நாம் காட்ட வேண்டியது என்னவென்றால், நாம் ஒரு டெல்டாவைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும், எனவே நான் இப்போது எடுத்துக் கொண்டால் , fx பிளஸ் ஜிஎக்ஸ் செயல்பாடு உள்ளது , மேலும் வரம்பு எல் ஒன் பிளஸ் என்பதை நிரூபிக்க வேண்டும்.

l இரண்டு எனவே fx plus gx minus l one plus l two ஐ எடுத்துக் கொண்டால் , முழுமையான மதிப்பில் எப்சிலானை விடக் குறைவாக இருக்க வேண்டும், எனவே இது fx மைனஸ் ஒன் பிளஸ் ஜிஎக்ஸ் மைனஸ் எல் இரண்டின் மோட்க்கு சமம், பிறகு நமக்குத் தெரியும் mod இன் a plus b எனவே இது fx minus l 1 பிளஸ் mod இன் gx minus l 2 க்கு சமமானதை விட குறைவாக உள்ளது, ஏனெனில் a plus b இன் மோட் எப்போதும் mod a plus mod b க்கு சமமாக இருக்கும்

எஃப்எக்ஸ் மைனஸ் எல் ஒன் மோட் டெல்டா ஒன்றை விடக் குறைவாக இருந்தால் எப்சிலானை விட இரண்டு குறைவாக இருக்கும்.

x கழித்தல் a பூஜ்ஜியத்தை விட பெரியது மற்றும் டெல்டா இரண்டை விட குறைவானது இது

ஒன்று மற்றும் இரண்டில் இருந்து மற்றும் இந்த கூட்டுத்தொகை eq அதன் எப்சிலானுக்கு ual எனவே நான் டெல்டாவை குறைந்தபட்ச டெல்டா 1 மற்றும் டெல்டா 2 க்கு சமமாக தேர்வு செய்தால், மோட் x கழித்தல் a 0 ஐ விட அதிகமாகவும், டெல்டாவை விட குறைவாகவும் இருந்தால் டெல்டா குறைந்தபட்ச மோட் x கழித்தல் a டெல்டா 1 ஐ விட குறைவாக உள்ளது அத்துடன் டெல்டா 2, இது எஃப்எக்ஸ் பிளஸ் ஜிஎக்ஸ் மைனஸ் எல் ஒன் பிளஸ் எல் டூவின் மோட் என்பது எப்சிலானை விடக் குறைவானது, எனவே எஃப்எக்ஸ் பிளஸ் ஜிஎக்ஸ் வரையறையின்படி எல் ஒன் பிளஸ் எல் டூக்கு சமம் எனவே இந்த விதி மிகவும் முக்கியமானதாக இருக்கும்.

தனிப்பட்ட வரம்புகள் உங்களுக்குத் தெரிந்தால், செயல்பாடுகளின் கூட்டுத்தொகையின் வரம்பை நீங்கள் கண்டுபிடிக்கலாம்

, ஏனெனில் நான் x இன் ஆல்பா மடங்கு f ஐ எடுத்துக் கொண்டால், x a க்கு செல்லும் x இன் ஆல்பா நேர வரம்புக்கு சமம்.

x இன் x இன் உண்மையான எண்ணாக இருந்தால் இது உண்மையாகும், x ஆக x இன் f இன் வரம்பு x ஆகச் சென்றால் இது சரியாக இருக்கும், எனவே நான் செயல்பாட்டை ஏதேனும் உண்மையான எண்ணால் பெருக்கினால், x இன் இந்த மாறிலி நேரங்களின் வரம்பு சமமாக இருக்கும்.

x இன் f இன் நிலையான நேர வரம்புக்கு அது ஒரு con இன் வரம்பு x இன்

நிலையான நேரங்கள் f என்பது x இன் f இன் வரம்பின் நிலையான நேரங்களுக்குச் சமம், எனவே ஆதாரம் நிரூபணமாகாது, எனவே நான் அதை ஒரு பயிற்சியாக விட்டுவிடுகிறேன், எனவே மீண்டும் எப்சிலான் டெல்டா வரையறையைப் பயன்படுத்தி நீங்கள் டெல்டா என்ன என்பதைக் கண்டுபிடிக்க முயற்சிக்க வேண்டும், இது சரி.

எனவே மூன்றாவது ஒன்று நிச்சயமாக கூட்டு விதியைப் போலவே இருக்கும் விதி என்றால் fx மற்றும் gx வரம்பு இருந்தால், வித்தியாசத்தின் வரம்பு வரம்பு வேறுபாட்டிற்கு சமமாக இருக்கும், இது உண்மையில் ஒன்று மற்றும் இரண்டு சொத்துக்களில் இருந்து பின்பற்றப்படுகிறது, நிச்சயமாக ஒருவர் எப்சிலான் டெல்டா வரையறையைப் பயன்படுத்தி நேரடியாக நிரூபிக்க முடியும், ஆனால் நான் காட்டுகிறேன்.

இது உண்மையில் ஒன்று மற்றும் இரண்டிலிருந்து பின்தொடர்கிறது, எனவே எங்களிடம் fx மைனஸ் ஜிஎக்ஸ் உள்ளது, நீங்கள் இதை எஃப்எக்ஸ் மற்றும் மாறிலி மைனஸ் ஒரு மடங்கு ஜி x என்று எழுதுங்கள், எனவே இப்போது எங்களிடம் இரண்டு செயல்பாடுகளின் கூட்டுத்தொகை fx மற்றும் மைனஸ் ஒரு மடங்கு ஜி x ஆக உள்ளது.

x இன் உண்மையான வரம்பு fx மைனஸ் g இன் x இன் f இன் வரம்புக்கு சமம், x இன் 1 மடங்கு g இன் மைனஸ் 1 மடங்கு வரம்பு இது 1 பண்பு 1 கூட்டு விதி மற்றும் பின்னர் x இன் 1 மடங்கு g என்பது கழித்தல் x இன் g இன் ஒரு முறை வரம்பு, அது x இன் g இன் x மைனஸ் வரம்பு x இன் g இன் வரம்பு சரி, எனவே இது இரண்டாவது விரிவுரையில் முதல் விரிவுரையின் முடிவைக் கொண்டுவருகிறது, மேலும் வரம்புகளின் சில பண்புகளைக் காண்பிப்பேன்.

மேலும் எடுத்துக்காட்டுகள் மற்றும் சில வரம்புகளை கணக்கிடுங்கள் நன்றி