ସମସ୍ତଙ୍କୁ ନମସ୍କାର
ତେଣୁ ଆଜି ସୀମା ଉପରେ ପ୍ରଥମ ବକ୍ତୃତା
ତେଣୁ ଆଜି ମୁଁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବି ଯେ ସୀମା ଦ୍ we ାରା ଆମେ କ'ଣ କହିବାକୁ ଚାହୁଁ
ତେଣୁ ସୀମା ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଧାରଣା ଏବଂ ଏହା ସମଗ୍ର କାଲକୁଲସର ମେରୁଦଣ୍ଡ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହା ଆପଣଙ୍କ ପାଇଁ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଧ୍ୟାୟ ଅଟେ | ମୁଁ ସୀମାର ପରିଭାଷା ସହିତ ଆରମ୍ଭ କରିବା   ଯେହେତୁ x ଏକ ପ୍ରବୃତ୍ତି ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହା ପାଇଁ ନୋଟେସନ୍ ହେଉଛି ନୋଟେସନ୍ ଯାହା ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରିବୁ ସେହି ସୀମା ପାଇଁ ଆମେ ଲିମ୍ ସୀମା ଲେଖୁ ଯେହେତୁ x ର ଫଙ୍କସନ୍ ର ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ଟେଣ୍ଡର କରେ ଏହା x ର f ର ସୀମାକୁ ସୂଚିତ କରେ ଯେହେତୁ x ଏକ ଅନ ally ପଚାରିକ ଭାବରେ ଥାଏ | ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଆନୁଷ୍ଠାନିକ ଭାବରେ ସୀମା ଅଙ୍ଗ x x ର ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା l ଯେପରି ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା l ଯେପରି fx ଇଚ୍ଛାଧୀନ ଭାବରେ l ର ନିକଟତର ହୁଏ ଯଦି x କୁ ଏକ ପାଠ୍ୟର ଯଥେଷ୍ଟ ନିକଟତର ହେବାକୁ ମନୋନୀତ ହୁଏ ତେବେ x ସହିତ ସମାନ ପଏଣ୍ଟକୁ ବାଦ ଦେଇ ମୋତେ ବୁ explain ାଇବାକୁ ଦିଅ | ଏହି ଆର୍ବି ଦ୍ୱାରା ଆମେ ଯାହା କହିବାକୁ ଚାହୁଁଛୁ | ପ୍ରକୃତରେ l ର ନିକଟତର ଏବଂ ଯଥେଷ୍ଟ ନିକଟତର,
ତେଣୁ ଧରାଯାଉ ମୋର ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଅଛି ଏବଂ ଆମର ଏଠାରେ x ସହିତ ସମାନ ଅଛି ଏବଂ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ଏହିପରି କିଛି ଅଟେ, ଯଦି ଆମେ ଏହି ସଂଜ୍ଞାକୁ fx ର ସୀମାକୁ ଦେଖିବା ଏହା ହେଉଛି ଏହି ସଂଖ୍ୟା l ଯେପରି ଆପଣ ଯଦି ଚାହାଁନ୍ତି fx ର ମୂଲ୍ୟ l ର ନିକଟତର ହେବାକୁ ଚାହାଁନ୍ତି
ତେଣୁ ଧରାଯାଉ ମୁଁ ମୋର f ର x ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ଏହି ବିନ୍ଦୁ ଧାରଣ କରିବାକୁ ଚାହୁଁଛି ତେବେ ଏହି ଚିତ୍ରରୁ ଆପଣ ଦେଖିପାରିବେ | ଯଦି ମୁଁ ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ଶୋଇବା ପାଇଁ ମୋର x କୁ ବାଛେ ତେବେ ଯଦି x ଏଠାରେ ଅଛି ତେବେ x ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ଅଛି ତେବେ f ର x ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ଅଛି, ମୋତେ ଏହି ବ୍ୟବଧାନକୁ ଡାକିବାକୁ ଦିଅ, ଯେହେତୁ ମୁଁ ବ୍ୟବଧାନରେ ଅଛି
ତେଣୁ ଯଦି ସେପରି l ନଥାଏ | ଆମେ କହିଥାଉ ଯେ xx ର ସୀମା f ଏହା ଏକ ବିଦ୍ୟମାନ ନୁହେଁ ଏବଂ ଯଦି ଏପରି l ଥାଏ ତେବେ ଆମେ କହିବୁ ଯେ ସୀମା l ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯଦି ମୁଁ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଦେଖେ ତେବେ ମୋତେ ଏକ ଉଦାହରଣ ଲେଖିବାକୁ ଦିଅ | x ର ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ଯାହା 0 ରୁ କମ୍ x ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି e | 0 ରୁ x ରୁ ବଡ ପାଇଁ 1 କୁ ଯୋଗ୍ୟତା
ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ fx ଫଙ୍କସନ୍ ଯଦି x ଶୂନ୍ୟରୁ କମ୍ ଅଟେ ଏବଂ ଯଦି ଏହା ଶୂନ୍ୟରୁ ସମାନ ତେବେ ଏହା ଗୋଟିଏ ଅଟେ ତେବେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏଠାରେ ଯଦି ଆପଣ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ x ର f କୁ ସୀମିତ କରେ 0 ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ଯଦି ଆପଣ ଦେଖନ୍ତି ଯେ ମୁଁ [ମ୍ୟୁଜିକ୍] ମୋ x କୁ b କୁ ଯେକ any ଣସି ବ୍ୟବଧାନରେ 0 ଧାରଣ କରେ ତେବେ ପଜିଟିଭ୍ x ପାଇଁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ x ର f ର ମୂଲ୍ୟ 1 ଏବଂ ଯେକ negative ଣସି ନକାରାତ୍ମକ x ପାଇଁ ଆମେ ଯେତେ ଛୋଟ ଥାଉ ନା କାହିଁକି | ଏହା ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଅଛି
ତେଣୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉତ୍ତରଟି ନାହିଁ କାରଣ x ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟ fx ଠାରୁ ବଡ ଏବଂ x ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟ fx ଠାରୁ ସର୍ବଦା ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ
ତେଣୁ l ର କ value ଣସି ମୂଲ୍ୟ ଆମର ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ପୂରଣ କରିବ ନାହିଁ
ତେଣୁ ସେଠାରେ ଏକ ଧାରଣା ମଧ୍ୟ ଅଛି | ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ limits ସୀମା
ତେଣୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ମୋତେ ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ limits ସୀମା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ
ତେଣୁ ଦୁଇଟିକୁ ବାମ ହାତ ସୀମା କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟଟି ହେଉଛି ଡାହାଣ ହାତ ସୀମା
ତେଣୁ ବାମ ହାତର ସୀମା କଣ
ତେଣୁ ଏହା x ର f ର ନୋଟେସନ୍ ସୀମାକୁ x ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିବ | ଏକ ମାଇନସ୍ ପ୍ରବୃତ୍ତିର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏଠାରେ ଆମେ ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ଦେଖୁଛୁ
ତେଣୁ ମୋତେ ପୁନର୍ବାର ଦିଅନ୍ତୁ | ଏହି ଉଦାହରଣ ଦ୍ explain ାରା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର
ତେଣୁ ଫଙ୍କସନ୍ x ପାଇଁ 0 ରୁ ଅଧିକ ଶୂନ୍ୟରୁ ଅଧିକ ଏବଂ ଶୂନ୍ୟରୁ x ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟଠାରୁ ଅଧିକ,
ତେଣୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ fx ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟରୁ x ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟରୁ କମ୍ ଏବଂ x ପାଇଁ ବାମରୁ ଶୂନ୍ୟରୁ ଅଧିକ | ହାତ ସୀମା ସୀମା x ର ଶୂନ୍ୟ ମାଇନସ୍ କୁ ଯିବା ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ କାରଣ ଯଦି ମୁଁ ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ଯେକ point ଣସି ବିନ୍ଦୁକୁ ଏହି ବିନ୍ଦୁର ବାମକୁ ନେଇଥାଏ ତେବେ fx ସମାନ ଭାବରେ 0 ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ବାମ ହାତ ସୀମା ମୋତେ ଏତେ ସୀମା ଲେଖିବାକୁ ଦିଅ | fx ଯେହେତୁ x ଏକ ମାଇନସ୍ ଆଡକୁ ଥାଏ, ଏହା l ସହିତ ସମାନ, ଯଦି ଆମେ fx କୁ ଧାଡିରେ x ଦୁଇଟି ମିଛକୁ ବାଛିବା ଦ୍ୱାରା l ର ବାମକୁ ଯଥେଷ୍ଟ ଛୋଟ ଖୋଲା ବ୍ୟବଧାନ ଚୟନ କରି l ସହିତ ସମାନ ହୋଇପାରିବା ଯାହା ଏକ ମାଇନସ୍ ଡେଲ୍ଟା ର କିଛି ଅଟେ | କିଛି ଡେଲ୍ଟା ପଜିଟିଭ୍ ପାଇଁ ସମାନ ଭାବରେ ଆମେ ଡାହାଣ ହାତର ସୀମାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିପାରିବା ଏହା x ର ଏକ ପ୍ଲସ୍ f କୁ ଯିବା ସୀମା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ ଏହା l ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯଦି fx କୁ l ର ନିକଟତର କରିହେବ ଯେପରି ଆମେ x କୁ ଶୋଇବାକୁ ଚାହୁଁ | ଫର୍ମର ଏକ ଛୋଟ ଯଥେଷ୍ଟ ବ୍ୟବଧାନ a ରୁ ଏକ ପ୍ଲସ୍ | ଡେଲଟା
ତେଣୁ ଏହାକୁ ଡାହାଣ ହାତର ସୀମା କୁହାଯାଏ କାରଣ ଆମେ କେବଳ ଫଙ୍କସନ୍ ର ମୂଲ୍ୟକୁ ଏକ ବ୍ୟବଧାନରେ ଡାହାଣର ବ୍ୟବଧାନରେ ବିଚାର କରୁଛୁ ଯେତେବେଳେ ବାମ ହାତ ସୀମା ପାଇଁ ଆମେ ଏକ ନୋଟର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏକ ବ୍ୟବଧାନରେ x ର ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଆଗ୍ରହୀ | ଯେହେତୁ ବାମ ହାତର ସୀମା ପାଇଁ କେବଳ ଫଙ୍କସନ୍ ର ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଏକ ବାମକୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଡାହାଣ ହାତ ସୀମା ପାଇଁ କେବଳ fx ର ମୂଲ୍ୟ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ , a ର f ର ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ନୁହେଁ | ଏହାର ସୀମା ଜାଣିବା ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ ଏହା ହେଉଛି x ର ସୀମା x କୁ ଯିବା କିମ୍ବା x ର ବାମ ହାତର ସୀମାକୁ x ର f ର ଡାହାଣ ହାତ ସୀମା କିମ୍ବା ଅନ୍ୟ ଏକ ଟିପ୍ପଣୀ ହେଉଛି x ର f ର ସୀମା | x ରେ x ଯେତିକି ପାଖେଇ ଆସୁଛି ଏହା l ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଯଦି ଉଭୟ ବାମ ହାତର ସୀମା ଏବଂ ଡାହାଣ ହାତର ସୀମା x ସହିତ a ଏବଂ r ସହିତ ସମାନ ଥାଏ ତେବେ ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଥାଏ ଏବଂ ଯଦି ବାମ ହାତର ସୀମା ଏବଂ ଡାହାଣ ହାତ ଥାଏ ଉଭୟ ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ଏବଂ ଉଭୟ l ସହିତ ସମାନ | r ର x ର ଉଦାହରଣ x ପାଇଁ 0 ସହିତ ସମାନ ଏବଂ x ପାଇଁ 0 ରୁ ଅଧିକ x ପାଇଁ 0 ରୁ ଅଧିକ ଯଦି ଆମେ x ର ସୀମାକୁ ଗଣନା କରିବା ଶୂନ୍ୟ ମାଇନସ୍ fx ବାମ ହାତ ସୀମା ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ x ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ | x ର ଶୂନ୍ୟ ପ୍ଲସ୍ f କୁ ଯିବା ଏହା ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଉଭୟ ବାମ ହାତର ସୀମା ଏବଂ ଡାହାଣ ହାତ ସୀମା ଶୂନ୍ୟରେ ବିଦ୍ୟମାନ କିନ୍ତୁ ଯେହେତୁ ସେମାନେ ସୀମା ସୀମା x ସମାନ ନୁହଁନ୍ତି x ର ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବା ଏହା ଠିକ୍ ନୁହେଁ
ତେଣୁ ଆମେ ପାଇପାରିବା | ବାମ ହାତର ସୀମା ମଧ୍ୟ ବାମ ହାତ କିମ୍ବା ଡାହାଣ ହାତ ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ନାହିଁ
ତେଣୁ ପୂର୍ବ ଉଦାହରଣରେ ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ବାମ ହାତର ସୀମା ଏବଂ ଡାହାଣ ହାତ ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ କିନ୍ତୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ନୁହଁନ୍ତି
ତେଣୁ ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ଆମର ଏହି ମାମଲା ରହିପାରିବ କି? ତେବେ ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ବିଚାର କରିବା , fx କୁ x ପାଇଁ 1 ରୁ x କୁ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ବୋଲି କହିବା,
ତେଣୁ x କୁ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବା ସୀମା ସୀମିତ ଅଟେ
ତେଣୁ ଆମେ ସମସ୍ତ x ଅଣ-ଶୂନ୍ୟ ପାଇଁ x ର f କୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରୁଛୁ ଏବଂ x ର f ହେଉଛି | ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱାରା x ର ସାଇନ ସହିତ ସମାନ ହେବା ପାଇଁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି
ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ର ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ କରନ୍ତି | ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ ସାଇନ 1 ଦ୍ x ାରା x ର ସମସ୍ତ x ପାଇଁ 0 ସହିତ ସମାନ, ଯଦି ମୁଁ n pi ଉପରେ ଗୋଟିଏ ନେବି ଯେଉଁଠାରେ n ଏକ ପ୍ରାକୃତିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଚିହ୍ନଟି ହେଉଛି pi ର ସମସ୍ତ ଇଣ୍ଟିଜର୍ ଏକାଧିକ ଅଟେ
ତେଣୁ ଯଦି ମୁଁ ନେବି x 1 ରୁ n pi ସହିତ ସମାନ, ତେବେ ସାଇନ 1 ଦ୍ x ାରା ସାଇନ 1 ରୁ x ର ସାଇନ ସହିତ ସମାନ, ଯାହାକି 0 ଡାହାଣ ସହିତ ସମାନ, ଯଦି x 1 ରୁ 2 n ସମାନ ଏବଂ ଗୋଟିଏ pi ଦ୍ two ାରା ସମାନ ତେବେ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ | x ଏହା ଦୁଇଟି n ର ସାଇନ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଦୁଇଟି

ପି ଦ୍ by ାରା ଯାହା ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ସହିତ ପାୱାର୍ n ର ସମାନ ଅଟେ ଯଦି n ଯଦି ବି ଅଡୁଆ ହୁଏ ତେବେ ଆମେ ଗୋଟିଏ ପାଇଥାଉ ତେବେ ପ୍ରକୃତରେ ଯଦି ମାଇନସ୍ x ର ଅଟେ ତେବେ ଆମେ ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ପାଇଥାଉ | ବ୍ୟବଧାନରେ କୁହନ୍ତୁ ଯଦି ମୁଁ ବ୍ୟବଧାନରେ 1 ରୁ x ନେଇଥାଏ ତେବେ 2 n pi ରୁ ଦୁଇ n pi plus pi କୁ କୁହ ତେବେ ତାହା ହେଉଛି x ହେଉଛି ବ୍ୟବଧାନରେ ଗୋଟିଏ ଦ୍ two ାରା ଦୁଇ n pi ପ୍ଲସ୍ ଦ୍ by ାରା ଦୁଇରୁ ଗୋଟିଏ n pi ତାପରେ fx ପାପ ସହିତ ସମାନ, x ଦ୍ୱାରା ସମସ୍ତ ମୂଲ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଡାହାଣ ମଧ୍ୟରେ ନେଇଥାଏ କାରଣ ବ୍ୟବଧାନରେ ଦୁଇ n pi ରୁ 2n pi plus pi ଦ୍ 2 ାରା 2 ସାଇନ x ମୂଲ୍ୟ 0 ରୁ 1 କୁ ନେଇଥାଏ ଯଦି ମୁଁ 2 n ରୁ ନେବି ପି ମାଇନସ୍ ପି ଦ୍ by ାରା ଦୁଇରୁ ଦୁଇ n ପି ପ୍ଲସ୍ ପ ଦ୍ by ାରା ତାପରେ ଏହା ସମସ୍ତ ମୂଲ ଯକୁ ମାଇନସ୍ ଏକରୁ ଗୋଟିଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନେଇଥାଏ ଯାହା ଦ୍ we ାର ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି ଯଦି ପଣ ଏହି x ର ଗ୍ରାଫ୍ ଆଙ୍କିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବେ ଏବଂ ା’ ପରେ ମୋର fx ସାଇ ସହିତ ସମାନ | ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ x

ତେଣୁ ଯଦି ମୁଁ ଡାହାଣ ହାତର ସୀମା ପାଇଁ ଆଗ୍ରହୀ, ତେବେ ମୁଁ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ର ମୂଲ୍ୟକୁ ଏହାର ଡାହାଣକୁ ଦେଖିବା ଆବଶ୍ୟକ କରେ

ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ଦେଖିବେ କି ମୁଁ ଗୋଟିଏରୁ ଦୁଇଟି n pi ନେଉଛି ଏବଂ ତା’ ପରେ ମୋର ଗୋଟିଏ ପରେ ଦୁଇଟି n ଅଛି | pi plus pi by two ତେବେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ମୋ ଶୂନ୍ୟରୁ ଭିନ୍ନ ଅଟେ, ଏହା କହିବା ଯେ ଏହା ଗୋଟିଏ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହା ସମସ୍ତ ମୂଲ୍ୟକୁ ଶୂନରୁ ଗୋଟିଏକୁ ନେଇଯାଏ ଏବଂ ତା’ ପରେ ପୁଣି ଥରେ ଦୁଇଟି n pi plus pi ଏହା ପୁଣି ଶୂନ୍ୟ ହୋଇଯାଏ | ପୁନର୍ବାର ମାଇନସ୍ କୁ ଯାଏ ତା’ ପରେ ଏହା ପୁଣି ଗୋଟିଏକୁ ଯାଏ ଯେପରି ତୁମେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ x ପାଖାପାଖି ଯାଅ, ଏହା ଦୋହଲିଯାଏ

ତେଣୁ ଫଙ୍କ ଫଙ୍କସନ୍ କ’ଣ ଘଟେ ଶୂନ୍ୟ ଧାରଣ କରିଥିବା ବ୍ୟବଧାନରେ ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟରେ ଦୋହଲିଯାଏ, ଯଦି ମୁଁ ଡାହାଣ ହାତର ସୀମାକୁ ଦେଖେ | ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ର ବାମ ହାତର ସୀମା ମଧ ସମାନ ଭାବରେ ବିଦ୍ୟମାନ ନାହିଁ | ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ ବର୍ତ୍ତମାନ ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି, ଆଜି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ମୁଁ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ର ସୀମା ବିଷୟରେ କିଛି ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଧାରଣା ଦେଇଛି, ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ମୁଁ ରିଗ୍ରସ୍ ସଂଜ୍ଞା ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରେ

ତେଣୁ ଏହାକୁ ସୀମାର ଏପସିଲନ୍ ଡେଲ୍ଟା ସଂଜ୍ଞା ମଧ କୁହାଯାଏ

ତେଣୁ ଠିକ ଅଛି

ତେଣୁ ସଂଜ୍ଞା ଆମେ କହୁ | x ର f ର ସୀମା ଯେହେତୁ ଏହା ବିଦ୍ୟମାନ ଥାଏ ଏବଂ ଏହା l ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯଦି କ any ଣସି ଏପସିଲନ୍ ପଜିଟିଭ୍ ଦିଆଯାଏ ତେବେ ଯଦି ଆପଣ କ real ଣସି ପ୍ରକୃତ ନମ୍ବର ଏପସିଲନ୍ ଗ୍ରହଣ କରନ୍ତି ଯାହା ସକାରାତ୍ମକ ତେବେ ସେଠାରେ ଏକ ପ୍ରକୃତ ନମ୍ବର ଡେଲ୍ଟା ଅଛି ଯାହା ମଧ ସକାରାତ୍ମକ ଅଟେ ଯଦି ମୁଁ ନେବି | x ରେଖା ହେବା ଉଚିତ ଯେପରି ଯଦି ମୋଡ୍ x ମାଇନସ୍ a ଡେଲଟା ଠାରୁ କମ୍ ଏବଂ ଶୂନରୁ ବଡ ତେବେ x ର ମାଇନସ୍ l ଏହା ଏପସିଲନ୍ ଠାରୁ କମ୍ ହେବା ଉଚିତ , ମୋତେ ଏହି ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକୁ ହାଇଲାଇଟ୍ କରିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ

ତେଣୁ ମୋତେ ଏହାକୁ ଗ୍ରାଫ୍ ଦ୍ୱାରା ପୁନର୍ବାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ

ତେଣୁ ଆମର x ଅଛି | ଏବଂ y x ର f ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଆମର କିଛି ଫଙ୍କସନ୍ ଅଛି, ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମର ଏହି l ଅଛି ଯେପରି ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିଥିଲୁ ଯେ ସୀମା ହେଉଛି ସେହି ମୂଲ୍ୟ ଯଦି ଏହା ବିଦ୍ୟମାନ ଥାଏ ଯଦି ମୁଁ ଏହି x କୁ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ କିମ୍ବା ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ସମାନ କରେ ଫଙ୍କସର ମୂଲ୍ୟ ଟିଅନ୍ ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ଇଚ୍ଛାଧୀନ ଭାବରେ ଘନିଷ୍ଠ ହୋଇଯାଏ

ତେଣୁ ଧରାଯାଉ ମୁଁ ଚାହେଁ ଯେ ମୋର f ର l ମାଇନସ୍ ଏପସିଲନ୍ ରୁ l ପ୍ଲସ୍ ଏପସିଲନ୍ ମଧ୍ୟରେ ରହିବା ଉଚିତ ତେବେ ମୁଁ ଏକ ଡେଲ୍ଟା ବାଛି ପାରିବି ଯେପରି ଯଦି ମୋର x ଏକ ପ୍ଲସ୍ ଡେଲ୍ଟା ପାଇଁ ଏକ ମାଇନସ୍ ଡେଲ୍ଟା ଅଟେ | ଏହି ଖୋଲା ବ୍ୟବଧାନରେ ଏକ ମାଇନସ୍ ଡେଲ୍ଟା ସହିତ ଏକ ପ୍ଲସ୍ ଡେଲ୍ଟା ବ୍ୟତୀତ ସମ୍ଭବତ x x ସହିତ ସମାନ, ତେବେ ମୋର f ର ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ରହିବା ଉଚିତ l ମାଇନସ୍ ଏପସିଲନ୍ ରୁ l ପ୍ଲସ୍ ଏପସିଲନ୍ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଆପଣ ଚାହିଁପାରନ୍ତି ଯେ ଏହି ଏପସିଲନ୍ 0.1 କହିବା ସହିତ ସମାନ | ଯଦି ଆପଣ ଏପସିଲନ୍ କୁ ଗୋଟିଏ ପଏଣ୍ଟ ସହିତ ସମାନ ନିଅନ୍ତି ହୁଏତ ଏଠାରେ କିଛି ଛୋଟ ବ୍ୟବଧାନ ଅଛି, ଏକ ମାଇନସ୍ ଡେଲ୍ଟା ସହିତ ଏକ ପ୍ଲସ୍ ଡେଲ୍ଟା ପାଇଁ ଫଙ୍କସନ୍ ମୂଲ୍ୟ l ମାଇନସ୍ ପଏଣ୍ଟରୁ l ପ୍ଲସ୍ ପଏଣ୍ଟ ମଧ୍ୟରେ ଅଛି ଯଦି ଆପଣ ଏହି ଏପସିଲନ୍ କୁ ଛୋଟ କୁହନ୍ତି ପଏଣ୍ଟ ଶୂନ | ତା’ ହେଲେ ପୂର୍ବର ତୁଳନାରେ ଅନ୍ୟ ଏକ ଡେଲଟା ସମ୍ଭବତ smaller ଛୋଟ ଯେପରିକି ଯଦି ମୁଁ ଏଠାରେ ଚୟନ କରେ ତେବେ ପୁନର୍ବାର ଏହା l ମାଇନସ୍ ପଏଣ୍ଟ ଶୂନରୁ l ପ୍ଲସ୍ ପଏଣ୍ଟ ଶୂନ ମଧ୍ୟରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି ସୀମାର ପରିଭାଷା

ତେଣୁ ଟିପ୍ପଣୀ ଡେଲ୍ଟା ସାଧାରଣତ ep ep ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ | ସିଲନ୍

ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ଏପସିଲନ୍ କୁ ଛୋଟ କରନ୍ତି ତେବେ ଡେଲ୍ଟାକୁ ଛୋଟ କରିବାକୁ ପଡିବ

ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ x ବର୍ଗକୁ କହିବା ପାଇଁ fx ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ସମାନ ଭାବରେ ବିଚାର କରନ୍ତୁ ଏବଂ ତା’ ପରେ x ର f ର ସୀମା x ପାଖାପାଖି 0

ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଏହା ବହୁତ ଅଟେ | ସରଳ ଏହା ଏକ ପାରାବୋଲା

ତେଣୁ ଏଠାରେ ଯଦି ଆପଣ ବାମ ହାତର ସୀମା ଦେଖନ୍ତି ଯଦି ଆପଣ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଆସନ୍ତି ତେବେ ଏହା ଏହି ବିନ୍ଦୁକୁ ଯାଉଛି ଯାହା ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ଡାହାଣରୁ ଯଦି ଆପଣ ନିକଟତର ହୁଅନ୍ତି ତେବେ ଏହା ଶୂନ୍ୟର ନିକଟତର ହେଉଛି | ଗ୍ରାଫରୁ ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଭାବରେ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ହୋଇଛି ଯେ ସୀମା ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ, ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ଏପସିଲନ୍ ଡେଲ୍ଟା ସଂଜ୍ଞା ବ୍ୟବହାର କରି ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା, ଯଦି ଆପଣଙ୍କୁ ଏକ ଏପସିଲନ୍ ଦିଆଯାଏ ତେବେ ଆପଣଙ୍କୁ କହିବାକୁ ପଡିବ ଯେ ଡେଲଟା କ’ଣ ଅଟେ ଯାହା ଅବସ୍ଥା ଅଟେ | ସନ୍ତୁଷ୍ଟ

ତେଣୁ ଆମେ ଏପସିଲନ୍ କୁ ଯେକ positive ଣସି ପଜିଟିଭ୍ ନମ୍ବର ହେବାକୁ ଆରମ୍ଭ କରିବା ଯାହା ଆମେ ଚାହୁଁ, ଆମେ ଏକ ଡେଲ୍ଟା ପଜିଟିଭ୍ ଚାହୁଁ ଯେପରି ଯଦି ମୋ ମୋଡ୍ ମୋତେ ଲେଖିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ତେବେ x ମାଇନସ୍ 0 a ଏଠାରେ 0 ଅଟେ ଯଦି ଏହା ଡେଲଟା ଠାରୁ କମ୍ ଏବଂ 0 ରୁ ଅଧିକ | ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ମୋର x ମାଇନସ୍ ର f ଆମେ ଦାବି କରୁଛୁ ଯେ ସୀମା ହେଉଛି 0 ଏହା ଏପସିଲନ୍ ଠାରୁ କମ୍ ହେବା ଉଚିତ ଯଦି ମୋଡ୍ x ଡେଲ୍ଟା ଠାରୁ କମ୍ ଏବଂ ଶୂନରୁ ଅଧିକ ଏହା ଏହା ଦର୍ଶାଏ ଯେ x ବର୍ଗର ମୋଡ୍ ବର୍ତ୍ତମାନ ଇପ୍ସିଲନ୍ ଠାରୁ କମ୍ ଅଟେ | ବର୍ତ୍ତମାନ ଯଦି x ର ମୋଡ୍ ଡେଲ୍ଟା ଠାରୁ କମ୍ ତେବେ x ବର୍ଗର ମୋଡ୍ ଏହା ଡେଲଟା ବର୍ଗ ଡାହାଣଠାରୁ କମ୍ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ କିନ୍ତୁ ଆମେ ଚାହୁଁ ଯେ ମୋ ମୋଡ୍ x ବର୍ଗ ଏପସିଲନ୍ ଠାରୁ କମ୍ ହେବା ଉଚିତ ଯଦି ଆମେ x ବର୍ଗର ମୋଡ୍ ଏପସିଲନ୍ ଠାରୁ କମ୍ ହେବାକୁ ଚାହୁଁ |

ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ ଏପସିଲନ୍ ର ବର୍ଗ ମୂଳ ସହିତ ସମାନ ଡେଲଟା ବାଛିଥାଉ ତେବେ ଡେଲ୍ଟା ଠାରୁ ମୋଡ୍ x କମ୍ ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ x ବର୍ଗର ମୋଡ୍ ଡେଲ୍ଟା ବର୍ଗଠାରୁ କମ୍ ଅଟେ ଯାହା ଏପସିଲନ୍ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଡେଲଟା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ପଜିଟିଭ୍ ଅଟେ ଯଦି ଏପସିଲନ୍ ର ସଂଜ୍ଞାରୁ | ଡେଲ୍ଟା ପରିଭାଷା ଏହା ଅନୁସରଣ କରେ ଯେ x ବର୍ଗର ସୀମା x କୁ 0 କୁ ଯାଏ ଏହା ଶୂନ୍ୟ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ

ତେଣୁ ଏହା ଅତି ସରଳ ଉଦାହରଣ ଥିଲା କିନ୍ତୁ ସୀମାଟି କିଛି ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ସମାନ ବୋଲି ପ୍ରମାଣ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ କିପରି ଏହି ଏପସିଲନ୍ ଡେଲଟା ସଂଜ୍ଞା ବ୍ୟବହାର କରୁ ତାହା ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା | ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଆମେ ଯାହା କରିବୁ ତାହା ହେଉଛି ଆମେ ସୀମାର କିଛି ଗୁଣ ଦେଖିବା

ତେଣୁ ସୀମାର କିଛି ଗୁଣ

ତେଣୁ ପ୍ରଥମଟି ହେଉଛି ଏହି ରାଶି ନିୟମ

ତେଣୁ ଏହା କହୁଛି ଯେ fx ଏବଂ gx ଦୁଇଟି କାର୍ଯ୍ୟ ଅଟେ ଯେପରି ସେମାନେ x କୁ x ର ସୀମାକୁ ସୀମିତ କରନ୍ତି | x ର ag କୁ ଯାଉଥିବା ସୀମା ଏହା ମଧ ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି, ତେବେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତଟି ହେଉଛି fx ପ୍ଲସ୍ gx ର ସୀମା, ଯେହେତୁ x ଏହା ଯିବା ଆବଶ୍ୟକ ଏବଂ ଏହାର ସୀମା fx ପ୍ଲସ୍ gx ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ, x ସହିତ ସମାନ ଅଟେ | fx ଏବଂ gx ର ସୀମା ଏତେ ସଂକ୍ଷେପରେ ଏହା କହିଛି ଯେ ରାଶିର ସୀମା ସମଷ୍ଟିର ସୀମା ସମଷ୍ଟି ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଥାଏ ତେବେ ଏହା ପୁନର୍ବାର ଏକ ଜିନିଷ ଯାହାକୁ ବିଶ୍ to ାସ କରିବା କଷ୍ଟକର ନୁହେଁ | ରାଶିର ସୀମା ହେଉଛି ସୀମାର ସମଷ୍ଟି କିନ୍ତୁ ଯଦି ଆପଣ ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରନ୍ତି ତେବେ ଏହି ଏପସିଲନ୍ ଡେଲଟା ସଂଜ୍ଞା ସହଜ ହୋଇଥାଏ

ତେଣୁ ପ୍ରୁଫ୍

ତେଣୁ x ର ସୀମା ଯେପରି x କୁ ଯାଏ ଏହା କିଛି l ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ସୀମା x ପ୍ରବୃତ୍ତି | x ର ag l ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି | ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ସଂଜ୍ଞା ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏବଂ ଯାହା ପାଇଁ ଆମେ ଦେଖାଇବାକୁ ଚାହୁଁଛୁ ତାହା ହେଉଛି ଦାବି ହେଉଛି fx ପ୍ଲସ୍ gx ର ସୀମା ଯେହେତୁ x ଏହାକୁ ଟେଣ୍ଡର କରେ l l ପ୍ଲସ୍ l ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଏହାକୁ ଦେଖାଇବା ପାଇଁ ଆମକୁ ଏକ ଡେଲ୍ଟା ଖୋଜିବାକୁ ପଡିବ | ଶୂନରୁ ଅଧିକ ଏପସିଲନ୍ ଦିଆଯାଉ, ଆମକୁ ଏକ ଡେଲ୍ଟା ଖୋଜିବାକୁ ପଡିବ

ତେଣୁ ସର୍ବପ୍ରଥମେ ଆମକୁ fx ଏବଂ gx ର ସୀମା ଦିଆଗଲା

ତେଣୁ ଯେହେତୁ x ର ସୀମା x ସହିତ ସମାନ, ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ସେଠାରେ କିଛି ଡେଲଟା ଅଛି | ଯଦି ମୋ x ମାଇନସ୍ a ର ମୋଡ୍ ଡେଲଟା 1 ଠାରୁ କମ୍ ଏବଂ 0 ରୁ ଅଧିକ ତେବେ ଏହା ସୂଚିତ କରିବା ଉଚିତ ଯେ fx ମାଇନସ୍ l ର ମୋଡ୍ ଏପସିଲନ୍ ବଦଳରେ କମ୍ ଅଟେ ମୁଁ ଏଠାରେ ଏପସିଲନ୍ ଦୁଇଗୁଣ ରଖିବି କାରଣ ଏହା କହେ ଯେ ଯେକ given ଣସି ଦିଆଯାଏ | ଏପସିଲନ୍ ଆପଣ ଏକ ଡେଲ୍ଟା ପାଇପାରିବେ ଯେପରି ଏହା ଘଟେ

ତେଣୁ ଏହା ଦ୍ by ାରା ଏପସିଲନ୍ ପାଇଁ ମଧ ସତ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି ମୋର ସମୀକରଣ ମଧ ସମାନ ଭାବରେ ମୁଁ ଏକ ଡେଲ୍ଟା ଦୁଇଟି ପଜିଟିଭ୍ ଅଛି ଯେପରି x ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ ଡେଲଟା ଦୁଇରୁ କମ୍ ଏବଂ x ନୁହେଁ | ଏହା ସହିତ ସମାନ ହେବା ଉଚିତ ଯେ gx ମାଇନସ୍ l ଦୁଇଟିର ମୋଡ୍ ଏହା କମ୍ ଅଟେ | ଦୁଇଥର ଏପସିଲନ୍ ଅପେକ୍ଷା ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଦୁଇଟିକୁ ଡାକିବା

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଯାହା ଦେଖାଇବାକୁ ପଡିବ ତାହା ହେଉଛି ଆମକୁ ଏକ ଡେଲ୍ଟା ଖୋଜିବାକୁ ପଡିବ ଯେପରି ଯଦି ମୁଁ ବର୍ତ୍ତମାନ ନେବି ତେବେ ଫଙ୍କସନ୍ ହେଉଛି fx ପ୍ଲସ୍ gx ଏବଂ ଆମକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ପଡିବ ଯେ ସୀମା l ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ | l ଦୁଇଟି

ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ fx ପ୍ଲସ୍ gx ମାଇନସ୍ l ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ l ଦୁଇଟି ନେଇଥାଉ ଏବଂ ଆମକୁ ଏପସିଲନ୍ ଠାରୁ କମ୍ ହେବା ପାଇଁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ମୂଲ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ କରିବାକୁ ପଡିବ

ତେଣୁ ଏହା fx ମାଇନସ୍ ଏକ ପ୍ଲସ୍ gx ମାଇନସ୍ l ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ତା’ ପରେ ଆମେ ଜାଣୁ | ଏକ ପ୍ଲସ୍ b ର ମୋଡ୍

ତେଣୁ ଏହା fx ମାଇନସ୍ l1 ପ୍ଲସ୍ ଏବଂ gx ମାଇନସ୍ l2 ର ମୋଡ୍ ଠାରୁ କମ୍ ଅଟେ କାରଣ ଏହା ହେଉଛି ଏକ ପ୍ଲସ୍ b ର ମୋଡ୍ ସର୍ବଦା ମୋଡ୍ ପ୍ଲସ୍ ମୋଡ୍ b ସହିତ ସମାନ ଠାରୁ କମ୍, ଯାହା ଆମକୁ ଗୋଟିଏ ମୋଡ୍ ରୁ ଦିଆଯାଇଛି | fx ମାଇନସ୍ l ର ଏହା ଦୁଇଟି ଦ୍ e ାରା ଏପସିଲନ୍ ଠାରୁ କମ୍ ଯଦି x ମାଇନସ୍ a ର ମୋଡ୍ ଡେଲ୍ଟା ଠାରୁ କମ୍ ଏବଂ ଏହା x ଦ୍ min ାରା ଏପସିଲନ୍ ଠାରୁ କମ୍ ଯଦି x ମାଇନସ୍ a ର ଶୂନରୁ ଅଧିକ ଏବଂ ଡେଲଟା ଠାରୁ କମ୍ ଏବଂ ମୋଡ୍ x ମାଇନସ୍ a ଶୂନରୁ ବଡ ଏବଂ ଡେଲ୍ଟା ଦୁଇଟି ଠାରୁ କମ୍ ଏହା ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଦୁଇଟିରୁ ଏବଂ ଏହି ରାଶି ଏକ ଅଟେ | ଏହାର epsilon କୁ ual

ତେଣୁ ଯଦି ମୁଁ ଡେଲଟାକୁ ସର୍ବନିମ୍ନ ଡେଲଟା 1 ଏବଂ ଡେଲଟା 2 ସହିତ ସମାନ କରିବାକୁ ପସନ୍ଦ କରେ ତେବେ ଯଦି ମୋଡ୍ x ମାଇନସ୍ a 0 ରୁ ଅଧିକ ଏବଂ ଡେଲଟା ଠାରୁ କମ୍ ତେବେ ଡେଲଟା ସର୍ବନିମ୍ନ ମୋଡ୍ x ମାଇନସ୍ a ଡେଲଟା 1 ଠାରୁ କମ୍ ଅଟେ | ଡେଲଟା 2 ସହିତ ଏହା ମଧ ସୂଚିତ କରିବ ଯେ ମୋଡ୍ fx ପ୍ଲସ୍ gx ମାଇନସ୍ l ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ l ଦୁଇଟି ଏହା ଏପସିଲନ୍ ଠାରୁ କମ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ fx ପ୍ଲସ୍ gx ର ପରିଭାଷା ସୀମା ଦ୍ l ାରା l ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ l ଦୁଇଟି ଠିକ ଅଛି

ତେଣୁ ଏହି ନିୟମ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ କାରଣ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଉପଯୋଗୀ କାରଣ ଯଦି ଆପଣ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ସୀମା ଜାଣିଛନ୍ତି ତେବେ ଆପଣ ଫଙ୍କସନ୍ ର ରାଶି ର ଦ୍ୱିତୀୟ ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରପର୍ଟି ସୀମା ପାଇପାରିବେ ଯଦି ମୁଁ x ର ଯେକ any ଣସି ଆଲଫା ଟାଇମ୍ ନେବି, ଯେହେତୁ ଏହା x କୁ ଯିବା ଆଲଫା ଟାଇମ୍ ସୀମା ସହିତ ସମାନ | x ର ଯେଉଁଠାରେ ଆଲଫା ଯେକ real ଣସି ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ଏବଂ ଏହା ସତ ଅଟେ ଯଦି x ର f ର ସୀମା x କୁ ଯାଏ ଏହା ଠିକ୍ ଥାଏ

ତେଣୁ ଯଦି ମୁଁ କ any ଣସି ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ବ multip ାଇଥାଏ ତେବେ x ର ଏହି ସ୍ଥିର ସମୟର ସୀମା ସମାନ | x ର ସ୍ଥିର ସମୟ ସୀମାକୁ, ଯାହା ଏକ କୋଣର ସୀମା ଅଟେ | ସ୍ଥିର ସମୟ f ର x ର ସ୍ଥିର ସମୟ ସହିତ ସମାନ,

ତେଣୁ ପ୍ରୁଫ୍ ପ୍ରମାଣ କରିବ ନାହିଁ ମୁଁ ଏହାକୁ ଏକ ବ୍ୟାୟାମ ଭାବରେ ଛାଡିଦେବି

ତେଣୁ ପୁନର୍ବାର ଏପସିଲନ୍ ଡେଲଟା ସଂଜ୍ଞା ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ଖୋଜିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଉଚିତ ଯାହା ଡେଲ୍ଟା ଯାହା ଏହି ଠିକ ପାଇଁ କାମ କରିବ |

ତେଣୁ ଏବଂ ତୃତୀୟଟି ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ରାଶି ନିୟମ ପରି ଯଦି ମୁଁ fx ମାଇନସ୍ gx ର ପାର୍ଥକ୍ୟ ସୀମା ନିଏ ତେବେ ଏହା x ର fx ମାଇନସ୍ ସୀମା ସହିତ ସମାନ, ଯଦି ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଥାଏ ତେବେ ଏହା ରାଶି ପରି | ନିୟମ ଯଦି fx ର ସୀମା ଏବଂ gx ର ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଥାଏ ତେବେ ପାର୍ଥକ୍ୟର ସୀମା ସୀମାର ପାର୍ଥକ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଏହା ପ୍ରକୃତରେ ସମ୍ପତ୍ତିରୁ ଅନୁସରଣ ହୁଏ ଏବଂ ଦୁଇଟି ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଇପ୍ସିଲନ୍ ଡେଲଟା ସଂଜ୍ଞା ବ୍ୟବହାର କରି ସିଧାସଳଖ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବ କିନ୍ତୁ ମୋତେ ଦେଖାଇବାକୁ ଦିଅ | ଏହା ପ୍ରକୃତରେ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଦୁଇଟିରୁ ଅନୁସରଣ କରେ

ତେଣୁ ଆମର fx ମାଇନସ୍ gx ଅଛି, ତୁମେ ଏହାକୁ କେବଳ fx ପ୍ଲସ୍ ଭାବରେ ସ୍ଥିର ମାଇନସ୍ ଏକ ଥର g ର x ଭାବରେ ଲେଖ,

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମ ପାଖରେ ଦୁଇଟି ଫଙ୍କସନ୍ fx ଏବଂ ମାଇନସ୍ ଏକ ଥର g ର x ଅଛି

ତେଣୁ ଏହା ପରଠାରୁ | ଏହା ହେଉଛି fx ର ମାଇନସ୍ g ର ପ୍ରକୃତ ସୀମା x ର f ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଏବଂ ମାଇନସ୍ 1 ଗୁଣ g ର ସୀମା ଏହା 1 ପ୍ରପର୍ଟି 1 ରାଶି ନିୟମ ଦ୍ then ାରା ଏବଂ ତାପରେ ମାଇନସ୍ ଦ୍ property ିତୀୟ ସମ୍ପତ୍ତି ସୀମା ଦ୍ x ାରା x ର ମାଇନସ୍ | g ର x ର ଗୋଟିଏ ଥର ସୀମା ଯାହା ଦ୍ x ାରା x ର x ମାଇନସ୍ ସୀମାର f ର ସୀମା ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହା ଦ୍ lect ିତୀୟ ବକ୍ତୃତା ରେ ପ୍ରଥମ ବକ୍ତବ୍ୟର ସମାପ୍ତିକୁ ଆଣିଥାଏ ମୁଁ ସୀମାର କିଛି ଗୁଣ ଦେଖାଇବି ଏବଂ ତା’ ପରେ ଆମେ ମଧ କିଛି କରିବା | ଅଧିକ ଉଦାହରଣ ଏବଂ କିଛି ସୀମା ଗଣନା କର ଧନ୍ୟବାଦ |