सर्वांना नमस्कार
त्यामुळे आज मर्यादांवरील पहिले व्याख्यान आहे,
त्यामुळे आज मी मर्यादा म्हणजे काय हे स्पष्ट करेन
त्यामुळे मर्यादा ही अतिशय महत्त्वाची संकल्पना आहे आणि ती संपूर्ण कॅल्क्युलसचा कणा आहे
त्यामुळे तुमच्यासाठी हा अतिशय महत्त्वाचा अध्याय आहे.
मी मर्यादेच्या व्याख्येपासून सुरुवात करतो म्हणून समजा f हे फंक्शन
x च्या बरोबरीच्या मध्यांतरावर परिभाषित केले आहे आणि
शक्यतो x च्या बरोबरीने x व्यतिरिक्त x च्या बरोबरीच्या फंक्शनच्या मर्यादेचा अर्थ काय आहे हे आपण परिभाषित करू इच्छितो जसे x a कडे झुकतो म्हणून या साठीचे संकेतन हे आपण वापरणार आहोत त्या मर्यादेसाठी आपण लिम लिमिट लिहितो कारण x x च्या f फंक्शनच्या
a कडे झुकतो बरोबर हे x च्या f ची मर्यादा दर्शवते कारण x अनौपचारिकपणे याचा अर्थ औपचारिकपणे लिंब x हा x च्या af कडे झुकतो ती खरी संख्या l आहे म्हणजे fx अनियंत्रितपणे l च्या जवळ असेल तर x हा बिंदू x च्या बरोबरीच्या बिंदूला वगळून पुरेसा जवळ असणे निवडले असेल तर मी स्पष्ट करू.
या arbi चा अर्थ काय आहे l च्या अगदी जवळ आहे आणि a च्या पुरेशा जवळ आहे म्हणून समजा माझ्याकडे एखादे फंक्शन आहे आणि आपल्याकडे x बरोबर a आहे आणि हे फंक्शन असे काहीतरी आहे ते कदाचित एक येथे परिभाषित केले जाणार नाही म्हणून आपण या व्याख्येकडे पाहिले तर fx ची मर्यादा x म्हणून a या अंकाकडे झुकते l जसे की जर तुम्हाला fx चे मूल्य l च्या जवळ हवे असेल तर समजा मला x चा f हा बिंदू असलेल्या या मध्यांतरात हवा असेल
तर तुम्ही या चित्रातून पाहू शकता की या मध्यांतरात खोटे बोलण्यासाठी मी माझे x निवडले तर x येथे असेल तर x या मध्यांतरात आहे तर x चा f या मध्यांतरात आहे म्हणून मी मध्यांतरात आहे म्हणून मी या मध्यांतराला संबोधू या,
त्यामुळे असे कोणतेही l नसल्यास आपण म्हणतो की xx ची मर्यादा f a कडे झुकते हे अस्तित्वात नाही आणि जर असा l असेल तर आपण म्हणू की मर्यादा l च्या बरोबरीची आहे , उदाहरणार्थ मी हे फंक्शन पाहिल्यास , माझ्याकडे एक उदाहरण आहे असे समजा.
हे फंक्शन x चे f जे x साठी शून्य 0 पेक्षा कमी आहे आणि ते e आहे 0 पेक्षा मोठ्या x साठी 1 ची qual आहे
त्यामुळे हे फंक्शन fx समान आहे जर x शून्यापेक्षा कमी असेल आणि जर x शून्यापेक्षा मोठे असेल तर हे एक आहे म्हणून आता येथे जर तुम्हाला असे दिसले तर
x 0 च्या जवळ आल्यावर x ची मर्यादा f आहे अस्तित्वात आहे म्हणून या प्रकरणात जर तुम्ही पाहिले की मी [संगीत ] माझ्या x ला 0 असलेल्या कोणत्याही अंतरालमध्ये b ला घेतो तर सकारात्मक x साठी आपल्याला माहित आहे की x चे f चे मूल्य 1 आहे आणि कोणत्याही नकारात्मक x साठी ते कितीही लहान असले तरीही हे शून्याच्या बरोबरीचे आहे तर या प्रकरणात उत्तर नाही आहे कारण शून्यापेक्षा मोठ्या x साठी fx एक बरोबर आहे आणि x साठी शून्य fx नेहमी शून्य आहे
त्यामुळे l चे कोणतेही मूल्य आपली आवश्यकता पूर्ण करणार नाही म्हणून ही संकल्पना देखील आहे एक बाजूची मर्यादा म्हणून या प्रकरणात मी एक बाजूची मर्यादा परिभाषित करू या
म्हणून दोन आहेत ज्याला डाव्या हाताची मर्यादा म्हणतात आणि दुसरी उजव्या हाताची मर्यादा आहे,
त्यामुळे डाव्या हाताची मर्यादा काय आहे म्हणून हे x च्या f ची नोटेशन मर्यादा x म्हणून वापरेल वजाकडे झुकते याचा अर्थ असा की येथे आपण फंक्शन पाहत आहोत , म्हणून मला पुन्हा द्या या उदाहरणाद्वारे समजावून सांगा म्हणजे फंक्शन 0 पेक्षा जास्त x साठी 1 आहे आणि शून्य पेक्षा कमी x साठी शून्य आहे
त्यामुळे या प्रकरणात fx साठी शून्य पेक्षा कमी x शून्य पेक्षा कमी एक साठी x शून्य पेक्षा जास्त डावीकडे हँड लिमिट लिमिट x हे x च्या f चे शून्य वजा शून्यावर जाणे म्हणजे शून्य इतके आहे कारण जर मी या मध्यांतरातील कोणताही बिंदू या बिंदूच्या डावीकडे घेतला तर fx समान 0 बरोबर आहे
त्यामुळे डाव्या हाताची मर्यादा मला लिहू द्या fx म्हणून x वजाकडे झुकतो हे l च्या बरोबरीचे आहे जर आपण fx ला स्वैरपणे l च्या जवळ आणू शकलो तर
x दोन लाईन मध्ये a च्या डावीकडे पुरेसा छोटा खुला मध्यांतर आहे
जे एक वजा डेल्टा आहे.
काही डेल्टा पॉझिटिव्हसाठी a साठी
त्याचप्रमाणे आपण उजव्या हाताची मर्यादा परिभाषित करू शकतो x च्या मर्यादेने x च्या अधिक f वर जाणे हे l च्या बरोबरीचे आहे जर fx ला l च्या जवळ आणता आले तर x निवडून आपल्याला हवे आहे .
ए ते प्लस या फॉर्मचे पुरेसे लहान अंतर डेल्टा म्हणून याला उजव्या हाताची मर्यादा म्हणतात कारण आपण फक्त मध्यांतरातील फंक्शनचे मूल्य a च्या उजवीकडे विचारात घेत आहोत, तर डाव्या हाताच्या मर्यादेसाठी आपल्याला सो नोटच्या डावीकडील मध्यांतरातील x च्या मूल्यांमध्ये स्वारस्य आहे.
डाव्या हाताच्या मर्यादेसाठी फक्त a
च्या डावीकडील फंक्शनची मूल्ये महत्वाची आहेत आणि त्याचप्रमाणे उजव्या हाताच्या मर्यादेसाठी फक्त a च्या उजवीकडील fx ची मूल्ये महत्वाची आहेत तसेच
a च्या f चे मूल्य अजिबात महत्वाचे नाही
मर्यादा जाणून घेण्याच्या उद्देशाने x च्या af वर जाणारी x मर्यादा आहे की x च्या f ची डाव्या हाताची मर्यादा a वर किंवा x च्या f ची उजव्या हाताची मर्यादा a वर मर्यादित आहे म्हणून दुसरी टिप्पणी अशी आहे की x च्या f ची मर्यादा x वर जेव्हा x a जवळ येतो तेव्हा हे l च्या बरोबरीचे असते जर आणि फक्त जर डाव्या हाताची मर्यादा आणि उजव्या हाताची मर्यादा दोन्ही

x समान a आणि r l च्या समान असेल तर ही मर्यादा अस्तित्वात असेल तर आणि फक्त डाव्या हाताची मर्यादा आणि उजवा हात असेल तर मर्यादा दोन्ही अस्तित्वात आहेत आणि दोन्ही l म्हणून समान आहेत r उदाहरण f x साठी 0 पेक्षा कमी x साठी 0 आणि x साठी 1 पेक्षा जास्त x साठी 0 च्या बरोबरीचे असल्यास x ची मर्यादा शून्य वजा fx डावीकडील मर्यादा मोजली तर ही स्पष्टपणे शून्य आणि x ची मर्यादा आहे x च्या शून्य अधिक f वर जाणे हे एक समान आहे

त्यामुळे डाव्या हाताची मर्यादा आणि उजव्या हाताची मर्यादा दोन्ही
शून्यावर अस्तित्वात आहेत परंतु ते समान नसल्यामुळे
x च्या f च्या शून्यावर जाण्याची मर्यादा मर्यादा x हे अस्तित्वात नाही म्हणून आपण करू शकतो अगदी डाव्या हाताची मर्यादा डाव्या हाताची किंवा उजव्या हाताची मर्यादा अस्तित्त्वात नाही, म्हणून मागील उदाहरणात आपण पाहिले की डाव्या हाताची मर्यादा आणि उजव्या हाताची मर्यादा अस्तित्वात आहे परंतु ते समान नाहीत म्हणून मर्यादा अस्तित्वात नाही परंतु आपण हे प्रकरण करू शकतो का? तर आपण याचा विचार करूया fx म्हणजे x साठी 1 च्या sine च्या बरोबरीने x बरोबर शून्य नाही म्हणून x ला शून्यावर जाण्याची मर्यादा अधिक fx अस्तित्वात आहे म्हणून आपण सर्व x साठी x च्या f नॉन-शून्य आणि x चा f म्हणजे x ची व्याख्या करत आहोत.

एक च्या sine च्या बरोबरीने x म्हणून परिभाषित केले आहे म्हणून जर तुम्ही या फंक्शनचा आलेख काढला तर लक्षात घ्या की sine 1 बाय x हे सर्व x फॉर्म x साठी 0 च्या बरोबरीचे आहे जर मी n pi वर एक घेतले तर n ही नैसर्गिक संख्या आहे बरोबर आपल्याला माहित आहे की pi च्या पूर्णांक गुणाकारात 0 हे चिन्ह आहे म्हणून मी घेतले तर x बरोबर 1 बाय n pi नंतर साइन 1 बाय x 1 बाय x ची साइन 1 बाय x n pi ची साइन आहे जी 0 उजवीकडे आहे तसेच जर x 1 बाय 2 n अधिक एक pi बाय दोन असेल तर साइन एक बाय दोन x हे दोन n अधिक एक pi बाय दोन च्या sine च्या बरोबरीचे आहे जे n च्या घात वजा एक च्या बरोबर n बरोबर आहे तर n सम असल्यास आपल्याला एक मिळेल जर n विषम असेल तर आपल्याला वजा एक मिळेल जर माझे x बरोबर असेल मध्यांतर म्हणा, जर मी मध्यांतरात 1 बाय x घेतले तर 2 n pi ते दोन n pi अधिक pi by 2 असे समजा, म्हणजे x मध्यांतरात एक बाय दोन n pi अधिक pi बाय दोन ते एक बाय दोन n pi असेल तर fx समान sin एक बाय x ही

शून्य आणि एक उजवी मधील सर्व मूल्ये घेते कारण मध्यंतरात दोन n pi ते 2n pi अधिक pi by 2 x ची sine 0 ते 1 ची किंमत मी 2 n मधून घेतली तर pi वजा pi by two to two n pi अधिक pi by two नंतर ते वजा एक ते एक अशी सर्व मुल्ये घेतात, मग आपण पाहतो की आपण या x चा आलेख काढण्याचा प्रयत्न केला तर माझ्याकडे fx समान sine आहे.

ची एक बाय x म्हणून जर मला उजव्या हाताच्या मर्यादेत स्वारस्य असेल तर मला या फंक्शनचे मूल्य याच्या उजवीकडे पहावे लागेल म्हणून जर तुम्ही पाहिले तर मी काही एक बाय दोन n pi घेतो आणि माझ्याकडे एक बाय दोन n आहे pi plus pi by two नंतर याचे मूल्य i have zero वरून बदलत आहे, समजा हे एक आहे म्हणून ही सर्व मूल्ये शून्य ते one वर घेते आणि नंतर पुन्हा एक by two n pi अधिक pi वर पुन्हा शून्य होते आणि नंतर ते पुन्हा उणे वन वर जाते मग ते पुन्हा एक वर जाते म्हणून तुम्ही x च्या बरोबरीने शून्याजवळ जाता तेव्हा हे oscillating राहते

त्यामुळे काय होते fx फंक्शन शून्य असलेल्या कोणत्याही अंतराने वजा एक आणि एक दरम्यान दोलन करत राहते अशा प्रकारे मी उजव्या हाताची मर्यादा पाहत असल्यास या फंक्शनचे हे अस्तित्वात नाही त्याचप्रमाणे डाव्या हाताची मर्यादा देखील n आहे ओटी या फंक्शनसाठी अस्तित्वात आहे म्हणून आजपर्यंत मी फंक्शनच्या मर्यादेची काही अंतर्ज्ञानी कल्पना दिली आहे आता पुढे मी रीग्रेस व्याख्या देण्याचा प्रयत्न करतो म्हणून याला लिमिटची एप्सिलॉन डेल्टा व्याख्या देखील म्हणतात

त्यामुळे ठीक आहे म्हणून आम्ही व्याख्या म्हणतो x ची f ची मर्यादा x कडे झुकते म्हणून ती अस्तित्त्वात असते आणि कोणतेही एप्सिलॉन पॉझिटिव्ह दिल्यास l बरोबर असते, म्हणून जर तुम्ही कोणतीही वास्तविक संख्या एप्सिलॉन घेतली जी पॉझिटिव्ह असेल तर तेथे एक वास्तविक संख्या डेल्टा आहे जो सकारात्मक देखील आहे जसे की मी घेतल्यास x ची रेषा अशी असेल की जर mod x उणे a डेल्टा पेक्षा कमी असेल आणि शून्यापेक्षा जास्त असेल तर f चा मोड x उणे l हा एप्सिलॉन पेक्षा कमी असावा मला या गोष्टी हायलाइट करू द्या म्हणून मी हे पुन्हा आलेखाद्वारे स्पष्ट करू दे जेणेकरून आपल्याकडे x असेल आणि y हे x च्या f च्या बरोबरीचे आहे आणि आता आपल्याकडे काही फंक्शन आहे हे l आहे, जसे आपण आधी स्पष्ट केले आहे की मर्यादा हे मूल्य आहे जर ते अस्तित्वात असेल तर जर मी या x ला डाव्या किंवा उजव्या बाजूने a च्या बरोबरीने संपर्क साधला तर func चे मूल्य tion अनियंत्रितपणे या संख्येच्या जवळ होते l म्हणून समजा माझा x चा f हा l उणे एप्सिलॉन ते l अधिक एप्सिलॉन दरम्यान असावा असे
मला वाटत असेल तर मी असा डेल्टा निवडू शकतो की जर माझा हा मायनस डेल्टा पेक्षा अधिक डेल्टा असेल तर माझा x या ओपन इंटरव्हलमध्ये मायनस डेल्टा ते प्लस डेल्टा आहे आणि शक्यतो x च्या बरोबरीचे असेल तर x चा माझा f या इंटरव्हलमध्ये असावा l वजा एप्सिलॉन ते l प्लस एप्सिलॉन उदाहरणार्थ तुम्हाला हे एप्सिलॉन 0.
1 म्हणायचे असेल तर जर तुम्ही एप्सिलॉनला पॉइंट वनच्या बरोबरीने घेतले तर कदाचित इथे उणे डेल्टा ते प्लस डेल्टा पर्यंत काही अंतर असेल ज्यासाठी फंक्शन व्हॅल्यू l उणे पॉइंट वन ते l प्लस पॉइंट वन दरम्यान आहे आता तुम्ही या एप्सिलॉनला लहान केले तर पॉइंट शून्य एक म्हणा.

त्यानंतरही अजून एक डेल्टा आहे जो कदाचित मागील डेल्टा पेक्षा लहान आहे जसे की मी येथे निवडल्यास पुन्हा हे l वजा बिंदू शून्य एक ते l अधिक बिंदू शून्य एक दरम्यान आहे

त्यामुळे ही मर्यादेची व्याख्या आहे म्हणून टिप्पणी डेल्टा सामान्यतः ep वर अवलंबून असते सिलोन म्हणून जर तुम्ही एप्सिलॉन लहान केले तर डेल्टाला लहान करावे लागेल म्हणून एक उदाहरण fx हे फंक्शन x स्क्वेअरच्या बरोबरीचे विचारात घ्या आणि नंतर x 0 च्या जवळ आल्यावर x ची f ची मर्यादा किती आहे, म्हणून जर तुम्हाला हे फंक्शन दिसले तर हे खूप आहे साधा हा एक पॅराबोला आहे

त्यामुळे इथे जर तुम्हाला डाव्या हाताची मर्यादा दिसली तर तुम्ही या फंक्शनला डाव्या बाजूने गेलात तर तो या बिंदूजवळ येत आहे जो शून्य आहे आणि उजवीकडून पुन्हा जर तुम्ही जवळ आलात तर हे शून्याच्या जवळ येत आहे.

अंतर्ज्ञानाने आलेखावरून हे स्पष्ट होते की मर्यादा शून्य आहे, चला एप्सिलॉन डेल्टा व्याख्या वापरून हे सिद्ध करण्याचा प्रयत्न करू

या, तुम्हाला काय करायचे आहे जर तुम्हाला एप्सिलॉन दिले गेले तर तुम्हाला डेल्टा म्हणजे काय ते सांगावे लागेल.
समाधानी आहे म्हणून आम्ही एप्सिलॉनची कोणतीही सकारात्मक संख्या असू द्या, आम्हाला काय हवे आहे, आम्हाला डेल्टा पॉझिटिव्ह हवा आहे, जसे की माझ्या मोड ऑफ मी असे लिहू दे की जर हे डेल्टा पेक्षा कमी आणि 0 या s पेक्षा मोठे असेल तर येथे x उणे 0 a आहे 0 आहे.
x वजा ची माझी f म्हणजे आपण दावा करत आहोत की मर्यादा 0 आहे ही एप्सिलॉनपेक्षा कमी असली पाहिजे म्हणजे जर मॉड x डेल्टापेक्षा कमी असेल आणि शून्यापेक्षा जास्त असेल तर याचा अर्थ असा असावा की x स्क्वेअरचा मोड एप्सिलॉनपेक्षा कमी आहे.
आता जर x चा मोड डेल्टा पेक्षा कमी असेल तर x स्क्वेअर चा मोड हा डेल्टा स्क्वेअर पेक्षा कमी असावा बरोबर पण आमचा मॉड x स्क्वेअर एप्सिलॉन पेक्षा कमी असावा म्हणून जर आपल्याला x स्क्वेअर चा मोड एपसिलॉन पेक्षा कमी हवा असेल तर म्हणून जर आपण एप्सिलॉनच्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचा डेल्टा निवडला तर मॉड x डेल्टापेक्षा कमी आहे याचा अर्थ एक्स स्क्वेअरचा मोड डेल्टा स्क्वेअरपेक्षा कमी आहे जो एप्सिलॉनच्या बरोबरीचा आहे
आणि एप्सिलॉन पॉझिटिव्ह असल्यास डेल्टा अर्थातच पॉझिटिव्ह आहे.
डेल्टा व्याख्येनुसार x चौरसाच्या मर्यादेचे पालन केले जाते कारण x 0 वर जातो हे शून्य असणे आवश्यक आहे म्हणून हे अगदी साधे उदाहरण होते परंतु हे फक्त हे स्पष्ट करण्यासाठी होते की आपण ही एप्सिलॉन डेल्टा व्याख्या कशी वापरतो हे सिद्ध करण्यासाठी ते काही संख्येच्या बरोबरीचे आहे.
पुढे आपण काय करणार आहोत म्हणजे आपल्याला मर्यादांचे काही गुणधर्म दिसतील
त्यामुळे मर्यादांचे काही गुणधर्म दिसतील
त्यामुळे पहिला हा बेरीज नियम आहे म्हणून हे असे म्हणते की समजा fx आणि gx ही दोन फंक्शन्स आहेत जसे की x च्या af वर जाण्याची मर्यादा x अस्तित्वात आहे आणि x च्या ag वर जाणारी मर्यादा x ही देखील अस्तित्वात आहे नंतर निष्कर्ष म्हणजे fx अधिक gx ची मर्यादा आहे कारण x a ला जातो हे अस्तित्वात असणे आवश्यक आहे आणि मर्यादा fx अधिक gx च्या मर्यादेच्या बरोबरीची आहे x बरोबर a च्या बरोबरीची बेरीज आहे fx आणि gx च्या मर्यादेबद्दल थोडक्यात असे म्हटले आहे की बेरीजची मर्यादा मर्यादेच्या
बेरजेइतकी आहे बेरीजची मर्यादा मर्यादेच्या बेरजेइतकी आहे बशर्ते प्रत्येक मर्यादा अस्तित्त्वात असेल तर ही पुन्हा अशी गोष्ट आहे ज्यावर विश्वास ठेवणे फार कठीण नाही त्या बेरजेची मर्यादा ही मर्यादेची बेरीज आहे परंतु जर तुम्ही हे सिद्ध करण्याचा प्रयत्न केला तर ही एप्सिलॉन डेल्टा व्याख्या उपयोगी पडेल म्हणून पुरावा म्हणून x ची f मर्यादा x a ला जाते हे काही l एक इतके आहे आणि मर्यादा x कडे झुकते x चा ag l दोन बरोबर आहे म्हणून वापरून याचा अर्थ काय आहे आणि म्हणून आम्ही दाखवू इच्छितो की दावा fx अधिक gx ची मर्यादा आहे कारण x हे l एक अधिक l दोन च्या समान आहे म्हणून हे दाखवण्यासाठी आपल्याला डेल्टा शोधणे आवश्यक आहे.
शून्यापेक्षा मोठे एप्सिलॉन देऊ द्या , आपल्याला डेल्टा शोधण्याची आवश्यकता आहे, म्हणून सर्वप्रथम आपल्याला fx आणि gx ची मर्यादा दिली आहे, कारण मर्यादा x ची af x च्या l बरोबर आहे, आपल्याला माहित आहे की काही डेल्टा एक सकारात्मक आहे.
जर माझा x उणे a चा मोड डेल्टा 1 पेक्षा कमी आणि 0 पेक्षा मोठा असेल तर याचा अर्थ असा होतो की एफएक्स मायनस l चा मोड l वन पेक्षा कमी आहे म्हणून एप्सिलॉन ऐवजी मी येथे एप्सिलॉन दोन टाकेन कारण ते जे सांगते ते कोणत्याही दिलेले आहे एप्सिलॉन तुम्ही डेल्टा शोधू शकता जसे की हे घडते म्हणून ते एप्सिलॉनसाठी टू बरोबर खरे असले पाहिजे म्हणून हे माझे समीकरण आहे त्याचप्रमाणे मला आढळू शकते की डेल्टा दोन पॉझिटिव्ह अस्तित्वात आहेत जसे की एक्स वजा एक डेल्टा दोन पेक्षा कमी आणि x नाही a च्या बरोबरीने याचा अर्थ असा होतो की gx वजा l दोन चा मोड हा कमी आहे पेक्षा पुन्हा एप्सिलॉन बाय टू चला या दोनला कॉल करूया, आता आपल्याला काय दाखवायचे आहे ते म्हणजे आपल्याला डेल्टा शोधावा लागेल, जर मी आता घेतले तर आपल्याकडे फंक्शन fx प्लस gx आहे आणि आपल्याला हे सिद्ध करावे लागेल की मर्यादा l वन प्लस आहे.
l दोन म्हणून जर आपण fx अधिक gx उणे l वन अधिक l दोन घेतले आणि आपल्याला
निरपेक्ष मूल्यात फरक epsilon पेक्षा कमी करायचा असेल तर हे fx उणे एक अधिक gx उणे l दोन च्या मोड प्रमाणे आहे आणि मग आपल्याला ते कळेल a plus b चा mod म्हणून हे fx मायनस l1 च्या mod च्या बरोबरीने कमी आहे plus mod of gx मायनस l2 हे असे आहे कारण a plus b चा mod नेहमी mod a plus mod b च्या बरोबरीने कमी असतो आता आम्हाला एका mod मधून काय दिले आहे एफएक्स मायनस एल वनचा हा एप्सिलॉन बाय दोनपेक्षा कमी आहे जर x वजा a चा मोड डेल्टा वन पेक्षा कमी असेल आणि जर
x वजा a चा मोड शून्यापेक्षा मोठा असेल आणि डेल्टा वन पेक्षा कमी असेल तर हा एप्सिलॉन बाय टू कमी असेल आणि मॉड देखील असेल.
x उणे a शून्यापेक्षा मोठे आणि डेल्टा दोन पेक्षा कमी हे एक आणि दोन मधील आहे आणि ही बेरीज eq आहे ual त्याच्या एप्सिलॉनमध्ये आहे, म्हणून जर मी डेल्टा 1 आणि डेल्टा 2 च्या किमान समान असणे निवडले तर जर mod x उणे a 0 पेक्षा मोठे आणि डेल्टा पेक्षा कमी असेल तर कारण डेल्टा हा किमान mod x उणे a डेल्टा 1 पेक्षा कमी आहे तसेच डेल्टा 2 याचा अर्थ असा होतो की एफएक्स प्लस जीएक्स मायनस एल वन प्लस एल टू हा मोड एप्सिलॉनपेक्षा कमी आहे अशा प्रकारे
एफएक्स प्लस जीएक्सची परिभाषा मर्यादा एल वन प्लस एल टू बरोबर आहे म्हणून हा नियम खूप महत्त्वाचा असेल कारण खूप उपयुक्त कारण जर तुम्हाला वैयक्तिक मर्यादा माहित असतील तर तुम्ही फंक्शन्सच्या बेरजेची मर्यादा शोधू शकता उजवीकडे दुसरी प्रॉपर्टी लिमिट जर मी x चा अल्फा गुणा f घेतला तर x a ला जातो हे x च्या af च्या अल्फा वेळा मर्यादेइतके आहे x चा जेथे अल्फा ही कोणतीही वास्तविक संख्या आहे आणि हे खरे आहे जर x ची f ची मर्यादा x म्हणून a वर गेली तर हे बरोबर आहे म्हणून मी कोणत्याही वास्तविक संख्येने फंक्शनचा गुणाकार केला तर x च्या f च्या स्थिर गुणांची मर्यादा समान आहे x च्या f च्या स्थिर वेळा मर्यादेपर्यंत म्हणजे कॉनची मर्यादा x ची स्थिर वेळ f x च्या f ची मर्यादा बरोबर आहे म्हणून पुरावा पुरावा करणार नाही म्हणून मी तो

एक व्यायाम म्हणून सोडतो म्हणून पुन्हा एप्सिलॉन डेल्टा व्याख्या वापरून तुम्ही डेल्टा कोणता आहे हे शोधण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे जो यासाठी कार्य करेल तर आणि तिसरा हा अर्थातच बेरीजच्या नियमासारखा आहे जर मी fx वजा gx ची फरक मर्यादा घेतली तर ही x च्या g च्या fx वजा मर्यादेच्या मर्यादेइतकी आहे

, जर उजव्या बाजूला मर्यादा अस्तित्वात असेल तर ही बेरीज सारखीच आहे नियम जर fx ची मर्यादा आणि gx ची मर्यादा अस्तित्त्वात असेल तर फरकाची मर्यादा मर्यादेच्या फरकाइतकीच असते आणि हे खरेतर एक आणि दोनच्या गुणधर्मांनुसार आहे , अर्थातच एप्सिलॉन डेल्टा व्याख्या वापरून देखील थेट सिद्ध करू शकतो परंतु मला दाखवू द्या हे प्रत्यक्षात एक आणि दोन पासून

फॉलो होते म्हणून आमच्याकडे fx वजा gx आहे तुम्ही हे फक्त fx अधिक x च्या स्थिर वजा एक गुणा g म्हणून लिहा,

त्यामुळे आता आपल्याकडे दोन फंक्शन्सची बेरीज fx आणि x च्या एक गुणा g वजा आहे.

x ची fx वजा g ची खरी मर्यादा x च्या f च्या मर्यादेइतकी आहे अधिक x च्या वजा 1 गुणिले g मर्यादा ही 1 गुणधर्म 1 बेरीज नियमानुसार आहे आणि नंतर x च्या x च्या एक गुणिले g वजा च्या दुसऱ्या गुणधर्म मर्यादेने वजा आहे x च्या g ची एक गुणी मर्यादा म्हणजे x च्या f ची मर्यादा वजा x ची g ची मर्यादा आहे

त्यामुळे हे पहिल्या लेक्चरच्या शेवटी दुसऱ्या लेक्चरमध्ये आणते मी मर्यादेचे आणखी काही गुणधर्म दाखवतो आणि नंतर आपण काही करू.

अधिक उदाहरणे आणि काही मर्यादा मोजा धन्यवाद