ಎಲ್ಲರಿಗೂ ನಮಸ್ಕಾರ
ಆದ್ದರಿಂದ ಇಂದು ಮಿತಿಗಳ ಕುರಿತು ಮೊದಲ ಉಪನ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಮಿತಿಗಳ ಅರ್ಥವೇನು ಎಂದು ಇಂದು ನಾನು ವಿವರಿಸುತ್ತೇನೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಮಿತಿಗಳು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯವಾದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಮತ್ತು ಇದು ಇಡೀ ಕಲನಶಾಸ್ತ್ರದ ಬೆನ್ನೆಲುಬು
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ನಿಮಗೆ ಬಹಳ ಮುಖ್ಯವಾದ ಅಧ್ಯಾಯವಾಗಿದೆ ನಾನು ಮಿತಿಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತೇನೆ,
ಆದ್ದರಿಂದ f ಎಂಬುದು x ಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾದ ಒಂದು ಕಾರ್ಯವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ, ಬಹುಶಃ x ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ,
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು x ನ ಫಂಕ್ಷನ್‌ನ ಮಿತಿಯಿಂದ ನಾವು ಏನನ್ನು ಅರ್ಥೈಸುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೇವೆ. x a ಗೆ ಒಲವು ತೋರುವುದರಿಂದ ಇದರ ಸಂಕೇತವು ನಾವು ಬಳಸುವ ಲಿಮಿಟ್ ಲಿಮಿಟ್‌ಗಾಗಿ ನಾವು ಲಿಮ್ ಮಿತಿಯನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ ಏಕೆಂದರೆ x x ನ ಫಂಕ್ಷನ್‌ನ f ಗೆ ಒಲವು ತೋರುತ್ತದೆ ಬಲ ಇದು x ನ f ನ ಮಿತಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರ ಅರ್ಥವೇನೆಂದರೆ ಔಪಚಾರಿಕವಾಗಿ ಲಿಂಬ್ x x ನ ಎಫ್‌ಗೆ ಒಲವು ತೋರುವ ಮಿತಿಯು ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆ l ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ x ಅನ್ನು a ಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ x ಅನ್ನು ಕೋರ್ಸ್‌ಗೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಹತ್ತಿರವಾಗುವಂತೆ ಆರಿಸಿದರೆ fx ನಿರಂಕುಶವಾಗಿ l ಗೆ ಹತ್ತಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ವಿವರಿಸುತ್ತೇನೆ ಈ ಅರ್ಬಿಯಿಂದ ನಾವು ಏನು ಅರ್ಥೈಸುತ್ತೇವೆ trarily ಹತ್ತಿರ ಮತ್ತು a ಗೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿ ನಾನು ಒಂದು ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇನೆ ಮತ್ತು ನಾವು ಇಲ್ಲಿ a ಗೆ ಸಮಾನವಾದ x ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಈ ಕಾರ್ಯವು ಈ ರೀತಿಯದ್ದಾಗಿದೆ ,
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಈ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ನೋಡಿದರೆ fx ನ ಮಿತಿಯನ್ನು x ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಇದು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಒಲವು ತೋರುತ್ತದೆ l ಅಂದರೆ fx ನ ಮೌಲ್ಯವು ನಿಮಗೆ ಬೇಕಾದಷ್ಟು l ಗೆ ಹತ್ತಿರವಾಗಬೇಕೆಂದು ನೀವು ಬಯಸಿದರೆ , ಈ ಬಿಂದು l ಅನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಈ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ನನ್ನ f of x ಇರಬೇಕೆಂದು ನಾನು ಬಯಸುತ್ತೇನೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ ನಂತರ ಈ ಚಿತ್ರದಿಂದ ನೀವು ನೋಡಬಹುದು ಈ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಸುಳ್ಳು ಹೇಳಲು ನಾನು ನನ್ನ x ಅನ್ನು ಆರಿಸಿದರೆ x ಇಲ್ಲಿಗೆ ಸೇರಿದ್ದರೆ x ಈ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ನಂತರ f x ಈ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ನಂತರ ನಾನು ಈ ಮಧ್ಯಂತರವನ್ನು ನಾನು ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ನಾನು ಈ ಮಧ್ಯಂತರವನ್ನು ಕರೆಯುತ್ತೇನೆ i ಹಾಗಾಗಿ ಅಂತಹ ಯಾವುದೇ l ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ xx ನ ಮಿತಿ f ಇದು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಅಂತಹ l ಇದ್ದರೆ ನಾವು ಮಿತಿಯು l ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ , ಉದಾಹರಣೆಗೆ ನಾನು ಈ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ನೋಡಿದರೆ, ನಾನು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇನೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. x ನ ಈ ಫಂಕ್ಷನ್ f ಇದು 0 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ x ಗೆ ಸೊನ್ನೆಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದು e ಆಗಿದೆ x ಗೆ 1 ಕ್ಕೆ ಕ್ವಾಲ್ 0 ಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು x ಶೂನ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದ್ದರೆ ಇದು ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಫಂಕ್ಷನ್ ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು x ಶೂನ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಸಮಾನವಾಗಿದ್ದರೆ ಇದು ಒಂದಾಗಿದೆ,
ಆದ್ದರಿಂದ ಈಗ ಇಲ್ಲಿ ನೀವು ನೋಡಿದರೆ x 0 ಸಮೀಪಿಸುತ್ತಿದ್ದಂತೆ x ನ ಮಿತಿಯನ್ನು ಮಿತಿಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ 0 ಅನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಯಾವುದೇ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ನಾನು [ಸಂಗೀತ] ನನ್ನ x ಗೆ b ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಧನಾತ್ಮಕ x ಗಾಗಿ ನಾವು x ನ f ಮೌಲ್ಯವು 1 ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಋಣಾತ್ಮಕ x ಗಾಗಿ ನಾವು ಎಷ್ಟು ಚಿಕ್ಕದಾಗಿದ್ದರೂ ಸಹ, ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ ಇದು ಸೊನ್ನೆಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಉತ್ತರವು ಇಲ್ಲ ಏಕೆಂದರೆ ಶೂನ್ಯಕ್ಕಿಂತ x ಹೆಚ್ಚಿನದಕ್ಕೆ fx ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು x ಶೂನ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಯಾವಾಗಲೂ ಶೂನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ l ನ ಯಾವುದೇ ಮೌಲ್ಯವು ನಮ್ಮ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಪೂರೈಸುವುದಿಲ್ಲ
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದರ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯೂ ಇದೆ ಒಂದು ಬದಿಯ ಮಿತಿಗಳು
ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನಾನು ಒಂದು ಬದಿಯ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುತ್ತೇನೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಒಂದನ್ನು ಎಡಗೈ ಮಿತಿ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯದು ಬಲಗೈ ಮಿತಿ
ಆದ್ದರಿಂದ ಎಡಗೈ ಮಿತಿ ಏನು
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು x ನ f ನ ಸಂಕೇತ ಮಿತಿಯನ್ನು x ಎಂದು ಬಳಸುತ್ತದೆ ಒಂದು ಮೈನಸ್‌ಗೆ ಒಲವು ತೋರುತ್ತಿದೆ ಎಂದರೆ ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಕಾರ್ಯವನ್ನು ನೋಡುತ್ತಿದ್ದೇವೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ನನಗೆ ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಡಿ ಈ ಉದಾಹರಣೆಯ ಮೂಲಕ ವಿವರಿಸಿ
ಆದ್ದರಿಂದ ಕಾರ್ಯವು 1 ಗಾಗಿ x ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನದು 0 ಸೊನ್ನೆಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು x ಗಾಗಿ ಸೊನ್ನೆ ಸೊನ್ನೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ fx ಗಾಗಿ ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ x ಗಾಗಿ ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ x ನ ಎಫ್‌ನ ಶೂನ್ಯ ಮೈನಸ್‌ಗೆ ಹೋಗುವ ಕೈ ಮಿತಿ x ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಏಕೆಂದರೆ ನಾನು ಈ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು ಈ ಬಿಂದುವಿನ ಎಡಕ್ಕೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ fx 0 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಎಡಗೈ ಮಿತಿಯನ್ನು ಬರೆಯೋಣ fx x ಮೈನಸ್‌ಗೆ ಒಲವು ತೋರಿದರೆ ಇದು l ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ, ನಾವು fx ಅನ್ನು l ಗೆ ಅನಿಯಂತ್ರಿತವಾಗಿ ಹತ್ತಿರವಾಗುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ, x two ಲೈನಿನಲ್ಲಿ x ಎರಡು ಲೈ ಅನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ a ದ ಎಡಕ್ಕೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಸಣ್ಣ ತೆರೆದ ಮಧ್ಯಂತರವು ಒಂದು ಮೈನಸ್ ಡೆಲ್ಟಾ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಕೆಲವು ಡೆಲ್ಟಾ ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಅದೇ ರೀತಿ ನಾವು ಬಲಗೈ ಮಿತಿಯನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು ಇದನ್ನು x ನ ಮಿತಿಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ x ನ ಪ್ಲಸ್ f ಗೆ ಹೋಗುತ್ತದೆ ಇದು l ಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ fx ಅನ್ನು ನಾವು ಬಯಸಿದಷ್ಟು l ಗೆ ಹತ್ತಿರವಾಗಿಸಬಹುದು. ಒಂದು ಪ್ಲಸ್ ರೂಪದ ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಸಾಕಷ್ಟು ಮಧ್ಯಂತರ ಡೆಲ್ಟಾ
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದನ್ನು ಬಲಗೈ ಮಿತಿ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಏಕೆಂದರೆ ನಾವು a ನ ಬಲಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಕಾರ್ಯದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ ಆದರೆ ಎಡಗೈ ಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು x ಮೌಲ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಟಿಪ್ಪಣಿ ಎಡಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಎಡಗೈ ಮಿತಿಗೆ a ಯ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಕಾರ್ಯದ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಮಾತ್ರ ಮುಖ್ಯ ಮತ್ತು ಅದೇ ರೀತಿ ಬಲಗೈ ಮಿತಿಗೆ a ನ ಬಲಕ್ಕೆ fx ಮೌಲ್ಯಗಳು ಮಾತ್ರ ಮುಖ್ಯ ಮತ್ತು a ನ f ಮೌಲ್ಯವು ಮುಖ್ಯವಲ್ಲ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವ ಉದ್ದೇಶಕ್ಕಾಗಿ ಇದು x ಗೆ ಹೋಗುವ ಮಿತಿಯೇ ಅಥವಾ x ನ f ನ ಎಡಗೈ ಮಿತಿಯನ್ನು a ನಲ್ಲಿ ಮಿತಿಗೊಳಿಸುವುದು ಅಥವಾ x ನ f ನ ಬಲಭಾಗದ ಮಿತಿ a x ನಲ್ಲಿ x a ಸಮೀಪಿಸಿದಾಗ ಇದು l ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಎಡಗೈಯ ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಬಲಗೈಯ ಮಿತಿಯು x ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು r ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಎಡಗೈಯ ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಬಲಗೈಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಮಿತಿ ಇರುತ್ತದೆ ಇವೆರಡನ್ನೂ ಮಿತಿಗೊಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಎರಡೂ ಎಲ್ ಸೋ ಫೋ ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ r x ನ ಉದಾಹರಣೆಯು x ಗಾಗಿ 0 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ 0 ಮತ್ತು 1 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ x ಗಿಂತ 1 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಸೊನ್ನೆಯ ಜೊತೆಗೆ x ನ ಎಫ್‌ಗೆ ಹೋಗುವುದು ಇದು ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಎಡಗೈ ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಬಲಗೈ ಮಿತಿ ಎರಡೂ ಶೂನ್ಯದಲ್ಲಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿವೆ ಆದರೆ ಅವು ಸಮಾನವಾಗಿಲ್ಲದ ಕಾರಣ ಮಿತಿ ಮಿತಿ x x

ನ ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಹೋಗುವುದು ಇದು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿಲ್ಲ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಹೊಂದಬಹುದು ಎಡಗೈ ಮಿತಿ ಎಡಗೈ ಅಥವಾ ಬಲಗೈ ಮಿತಿಯು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿಲ್ಲ
ಆದ್ದರಿಂದ ಹಿಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಎಡಗೈ ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಬಲಗೈ ಮಿತಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ ಆದರೆ ಅವುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿಲ್ಲ
ಆದ್ದರಿಂದ ಮಿತಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿಲ್ಲ ಆದರೆ ನಾವು ಈ ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ಹೊಂದಬಹುದೇ?
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಇದನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ fx 1 ರಿಂದ x ನಿಂದ x ಗೆ x ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮವಲ್ಲ
ಆದ್ದರಿಂದ ಮಿತಿ x ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಹೋಗುವುದರ ಜೊತೆಗೆ fx ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು x ನ f ಅನ್ನು ಎಲ್ಲಾ x ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಮತ್ತು f x ಗೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುತ್ತೇವೆ ನೀವು ಈ ಕ್ರಿಯೆಯ ಗ್ರಾಫ್ ಅನ್ನು ಡ್ರಾ ಮಾಡಿದರೆ x ನಿಂದ ಒಂದರ ಸೈನ್‌ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಲ್ಲಾ x ಫಾರ್ಮ್‌ನ ಎಲ್ಲಾ x ಗೆ ಸೈನ್ 1 x 0 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ನಾನು n ಪೈ ಮೇಲೆ ಒಂದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಅಲ್ಲಿ n ಸಹಜ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಸರಿ ,
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ನಾನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಚಿಹ್ನೆ 0 ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ x ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ 1 ರಿಂದ n pi ನಂತರ ಸೈನ್ 1 ರಿಂದ x 1 ರಿಂದ x n pi ನ ಸೈನ್ ಇದು 0 ಬಲಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ, x 1 ರಿಂದ 2 n ಜೊತೆಗೆ ಒಂದು ಪೈ ಎರಡರಿಂದ ನಂತರ ಸೈನ್ ಒಂದರಿಂದ x ಇದು ಎರಡು n ನ ಸೈನ್‌ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಪೈ ಎರಡರಿಂದ ಇದು ಮೈನಸ್ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ n ಬಲಕ್ಕೆ
ಆದ್ದರಿಂದ n ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ n ಬೆಸವಾಗಿದ್ದರೆ ನಾವು ಒಂದನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ನಂತರ ನಾವು ಮೈನಸ್ ಒಂದನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಮಧ್ಯಂತರವನ್ನು ಹೇಳಿ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿರಲು 1 ರಿಂದ x ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ 2 n pi ಗೆ ಎರಡು n pi ಪ್ಲಸ್ pi ಎರಡು ಎಂದು ಹೇಳಿ ನಂತರ x ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಒಂದರಿಂದ ಎರಡು n pi ಜೊತೆಗೆ pi ಎರಡರಿಂದ ಒಂದರಿಂದ ಎರಡು n pi ನಂತರ ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಸಿನ್ 1 ಬೈ x ಸೊನ್ನೆ ಮತ್ತು ಬಲದ ನಡುವಿನ ಎಲ್ಲಾ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಏಕೆಂದರೆ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಎರಡು n pi ನಿಂದ 2n pi ಜೊತೆಗೆ pi x ನ 2 ಸೈನ್ 0 ನಿಂದ 1 ಗೆ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ನಾನು 2 n ನಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ವಾಸ್ತವವಾಗಿ pi ಮೈನಸ್ ಪೈ ಎರಡರಿಂದ ಎರಡು n pi ಜೊತೆಗೆ pi ಎರಡರಿಂದ ಅದು ಮೈನಸ್ ಒಂದರಿಂದ ಒಂದಕ್ಕೆ ಎಲ್ಲಾ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ನೋಡುವುದು ಏನೆಂದರೆ ನೀವು ಈ x ನ ಗ್ರಾಫ್ ಅನ್ನು ಸೆಳೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ ಮತ್ತು ನಂತರ ನಾನು ಸೈನ್‌ಗೆ ಸಮಾನವಾದ fx ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇನೆ ಒಂದರಿಂದ x
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ಬಲಗೈ ಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ನಾನು ಇದರ ಬಲಕ್ಕೆ ಈ ಫಂಕ್ಷನ್‌ನ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ನೋಡಬೇಕಾಗಿದೆ, ಹಾಗಾಗಿ ನಾನು ಒಂದರಿಂದ ಎರಡು n pi ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಮತ್ತು ನಂತರ ನನ್ನ ಬಳಿ ಒಂದರಿಂದ ಎರಡು n ಇದೆಯೇ ಎಂದು ನೀವು ನೋಡಿದರೆ ಪೈ ಪ್ಲಸ್ ಪೈ ಎರಡರಿಂದ ನಂತರ ಇದರ ಮೌಲ್ಯವು ನಾನು ಶೂನ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇನೆ ಎಂದು ಹೇಳೋಣ ಇದು ಒಂದು ಎಂದು ಹೇಳೋಣ
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಎಲ್ಲಾ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಒಂದಕ್ಕೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ನಂತರ ಮತ್ತೆ ಒಂದರಿಂದ ಎರಡರಿಂದ n pi ಪ್ಲಸ್ ಪೈ ಅದು ಮತ್ತೆ ಶೂನ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ನಂತರ ಅದು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಮೈನಸ್ ಒಂದಕ್ಕೆ ಹೋಗುತ್ತದೆ ನಂತರ ಅದು ಮತ್ತೆ ಒಂದಕ್ಕೆ ಹೋಗುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನೀವು ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ x ಹತ್ತಿರ ಹೋದಂತೆ ಅದು ಆಂದೋಲನಗೊಳ್ಳುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಫಂಕ್ಷನ್ fx ಶೂನ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದೇ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಮೈನಸ್ ಒಂದು ಮತ್ತು ಒಂದರ ನಡುವೆ ಆಂದೋಲನಗೊಳ್ಳುತ್ತಲೇ ಇರುತ್ತದೆ ಹೀಗೆ ನಾನು ಬಲಗೈ ಮಿತಿಯನ್ನು ನೋಡುತ್ತಿದ್ದರೆ ಈ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ಇದು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿಲ್ಲ ಅದೇ ರೀತಿ ಎಡಗೈ ಮಿತಿಯೂ ಸಹ n ಮಾಡುತ್ತದೆ ಈ ಕಾರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಈಗ ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ನಾನು ಕಾರ್ಯದ ಮಿತಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಕೆಲವು ಅರ್ಥಗರ್ಭಿತ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡಿದ್ದೇನೆ ಈಗ ಮುಂದೆ ನಾನು ರಿಗ್ರೆಸ್ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ನೀಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತೇನೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದನ್ನು ಮಿತಿಯ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಡೆಲ್ಟಾ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಸರಿ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ x ನ f ನ ಮಿತಿಯು x ನಂತೆ ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಧನಾತ್ಮಕ ನೀಡಿದರೆ l ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನೀವು ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ನಿಜವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಡೆಲ್ಟಾ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ , ಅದು ನಾನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ x ಸಾಲಾಗಿರಬೇಕೆಂದರೆ ಮಾಡ್ x ಮೈನಸ್ ಎ ಡೆಲ್ಟಾಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ x ಮೈನಸ್ l ನ ಮೋಡ್ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರಬೇಕು ಈ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ನಾನು ಹೈಲೈಟ್ ಮಾಡುತ್ತೇನೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ಇದನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಗ್ರಾಫ್ ಮೂಲಕ ವಿವರಿಸುತ್ತೇನೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು x ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು y x ನ ಎಫ್‌ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ನಾವು ಈಗ ಈ ಎಲ್ ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಮೊದಲು ವಿವರಿಸಿದಂತೆ ನಾವು ಈ ಎಲ್ ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಮಿತಿಯು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆ ಮೌಲ್ಯವಾಗಿದೆ ಅಂದರೆ ನಾನು ಈ x ಅನ್ನು ಎಡಭಾಗದಿಂದ ಅಥವಾ ಬಲಭಾಗದಿಂದ ಸಮೀಪಿಸಿದರೆ ನಂತರ ಫಂಕ್‌ನ ಮೌಲ್ಯ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ನಿರಂಕುಶವಾಗಿ ಹತ್ತಿರವಾಗುತ್ತದೆ l
ಆದ್ದರಿಂದ ನನ್ನ x ನ ಎಫ್ ಎಲ್ ಮೈನಸ್ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ನಿಂದ ಎಲ್ ಪ್ಲಸ್ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ನಡುವೆ ಇರಬೇಕೆಂದು ನಾನು ಬಯಸುತ್ತೇನೆ, ನಂತರ ನಾನು ಡೆಲ್ಟಾವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು ಅಂತಹ ನನ್ನದು ಮೈನಸ್ ಡೆಲ್ಟಾದಿಂದ ಪ್ಲಸ್ ಡೆಲ್ಟಾ ಆಗಿದ್ದರೆ ನನ್ನ ಎಕ್ಸ್ ಈ ತೆರೆದ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮೈನಸ್ ಡೆಲ್ಟಾದಿಂದ ಪ್ಲಸ್ ಡೆಲ್ಟಾಗೆ ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಬಹುಶಃ x ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ನಂತರ ನನ್ನ f ಆಫ್ x ಈ ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕು l ಮೈನಸ್ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ನಿಂದ l ಪ್ಲಸ್ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಈ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ 0.1 ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೀವು ಬಯಸಬಹುದು ನೀವು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಅನ್ನು ಪಾಯಿಂಟ್ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಇಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪ ಸಾಕಷ್ಟು ಮಧ್ಯಂತರವಿರಬಹುದು, ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮೈನಸ್ ಡೆಲ್ಟಾದಿಂದ ಒಂದು ಪ್ಲಸ್ ಡೆಲ್ಟಾಗೆ ಫಂಕ್ಷನ್ ಮೌಲ್ಯವು l ಮೈನಸ್ ಪಾಯಿಂಟ್ ಒಂದರಿಂದ ಎಲ್ ಪ್ಲಸ್ ಪಾಯಿಂಟ್ ಒನ್ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ, ನೀವು ಈ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಅನ್ನು ಚಿಕ್ಕದಾಗಿಸಿದರೆ ಪಾಯಿಂಟ್ ಸೊನ್ನೆ ಒನ್ ಎಂದು ಹೇಳಿ ನಂತರ ಇನ್ನೂ ಇನ್ನೊಂದು ಡೆಲ್ಟಾವು ಹಿಂದಿನದಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿದೆ, ಅಂದರೆ ನಾನು ಇಲ್ಲಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೆ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಇದು l ಮೈನಸ್ ಪಾಯಿಂಟ್ ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ l ಪ್ಲಸ್ ಪಾಯಿಂಟ್ ಸೊನ್ನೆಯ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಮಿತಿಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವಾಗಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಡೆಲ್ಟಾವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ep ಅನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತದೆ ಸಿಲೋನ್
ಆದ್ದರಿಂದ ನೀವು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಅನ್ನು ಚಿಕ್ಕದಾಗಿಸಿದರೆ ಡೆಲ್ಟಾವನ್ನು ಚಿಕ್ಕದಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕಾಗಬಹುದು
ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ x ಸ್ಕ್ವೇರ್ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಮಾನವಾದ fx ಫಂಕ್ಷನ್ ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಮತ್ತು ನಂತರ x 0 ಅನ್ನು ತಲುಪಿದಾಗ x ನ ಮಿತಿ ಏನು ಎಂದು ನೀವು ನೋಡಿದರೆ ಇದು ತುಂಬಾ ಆಗಿದೆ ಸರಳವಾದ ಇದು ಒಂದು ಪ್ಯಾರಾಬೋಲಾ
ಆದ್ದರಿಂದ ನೀವು ಎಡಭಾಗದಿಂದ ಈ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಸಮೀಪಿಸಿದರೆ ಎಡಗೈ ಮಿತಿಯನ್ನು ನೀವು ನೋಡಿದರೆ ಅದು ಶೂನ್ಯವಾಗಿರುವ ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು ಸಮೀಪಿಸುತ್ತಿದೆ ಮತ್ತು ನೀವು ಸಮೀಪಿಸಿದರೆ ಬಲದಿಂದ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಇದು ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರವಾಗುತ್ತಿದೆ ಗ್ರಾಫ್‌ನಿಂದ ಅರ್ಥಗರ್ಭಿತವಾಗಿ ಮಿತಿಯು ಶೂನ್ಯವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿದೆ, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಡೆಲ್ಟಾ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ, ನಿಮಗೆ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ನೀಡಿದರೆ ನೀವು ಏನು ಮಾಡಬೇಕು ಎಂದರೆ ಡೆಲ್ಟಾ ಯಾವುದು ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬೇಕು. ತೃಪ್ತರಾಗಿದ್ದೇವೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಯಾವುದೇ ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದುದನ್ನು ನಾವು ಡೆಲ್ಟಾ ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಬಯಸುತ್ತೇವೆ ಅಂದರೆ ನನ್ನ ಮೋಡ್ ನಾನು ಬರೆಯೋಣ x ಮೈನಸ್ 0 a ಇಲ್ಲಿ 0 ಆಗಿದ್ದರೆ ಇದು ಡೆಲ್ಟಾಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮತ್ತು 0 ಈ ಸೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ x ಮೈನಸ್‌ನ ನನ್ನ ಎಫ್ ಮಿತಿಯು 0 ಎಂದು ನಾವು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ, ಇದು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರಬೇಕು , ಅಂದರೆ ಮಾಡ್ x ಡೆಲ್ಟಾಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ , x ಚೌಕದ ಮಾಡ್ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಈಗ x ನ ಮೋಡ್ ಡೆಲ್ಟಾಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದ್ದರೆ x ಚೌಕದ ಮೋಡ್ ಇದು ಡೆಲ್ಟಾ ಚೌಕಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರಬೇಕು ಆದರೆ ನನ್ನ ಮಾಡ್ x ಚೌಕವು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರಬೇಕು
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು x ಚೌಕದ ಮೋಡ್ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರಬೇಕೆಂದು ಬಯಸಿದರೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ನ ವರ್ಗಮೂಲಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಡೆಲ್ಟಾವನ್ನು ಆರಿಸಿದರೆ, ಡೆಲ್ಟಾಕ್ಕಿಂತ ಮಾಡ್ x ಕಡಿಮೆ ಎಂದರೆ x ಸ್ಕ್ವೇರ್‌ನ ಮೋಡ್ ಡೆಲ್ಟಾ ಸ್ಕ್ವೇರ್‌ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರುತ್ತದೆ, ಇದು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಡೆಲ್ಟಾವು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿದ್ದರೆ ಸಹಜವಾಗಿ ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಡೆಲ್ಟಾ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು x 0 ಗೆ ಹೋದಂತೆ x ಚೌಕದ ಮಿತಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತದೆ, ಇದು ಶೂನ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ತುಂಬಾ ಸರಳವಾದ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ ಆದರೆ ಮಿತಿಯು ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು ನಾವು ಈ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಡೆಲ್ಟಾ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಮಾತ್ರ. ಮುಂದೆ ನಾವು ಏನು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ ಎಂದರೆ ನಾವು ಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತೇವೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಮಿತಿಗಳ ಕೆಲವು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು
ಆದ್ದರಿಂದ ಮೊದಲನೆಯದು ಈ ಮೊತ್ತದ ನಿಯಮವಾಗಿದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಹೇಳುತ್ತದೆ fx ಮತ್ತು gx ಎರಡು ಕಾರ್ಯಗಳು ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ ಅವುಗಳು x ಯ af ಗೆ ಹೋಗುವುದನ್ನು ಮಿತಿಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು x ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ ಮತ್ತು x ನ ag ಗೆ ಹೋಗುವ ಮಿತಿ x ಇದು ಸಹ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ ನಂತರ ತೀರ್ಮಾನವು fx ಜೊತೆಗೆ gx ನ ಮಿತಿಯಾಗಿದೆ x a ಗೆ ಹೋದಂತೆ ಇದು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿರಬೇಕು ಮತ್ತು ಮಿತಿಯು fx ಮತ್ತು gx ನ ಮಿತಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ x ನಲ್ಲಿ x ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಮತ್ತು ಜಿಎಕ್ಸ್‌ನ ಮಿತಿಯನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ , ಮೊತ್ತದ ಮಿತಿಯು ಮೊತ್ತದ ಮಿತಿಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತದೆ. ಮೊತ್ತದ ಮಿತಿಯು ಮಿತಿಯ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ ಆದರೆ ನೀವು ಇದನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ ಈ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಡೆಲ್ಟಾ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಬರುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಪುರಾವೆಯಾಗಿದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ x ನ ಮಿತಿಯನ್ನು ಅನುಮತಿಸಿ x a ಗೆ ಹೋದಂತೆ ಇದು ಕೆಲವು l ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಮಿತಿ x ಒಲವು ಎಗ್ ಆಫ್ x ಯು ಎಲ್ ಎರಡಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದನ್ನು ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಇದರ ಅರ್ಥವೇನೆಂದರೆ , ಮತ್ತು ನಾವು ತೋರಿಸಲು ಬಯಸುವುದು ಏನೆಂದರೆ, ಕ್ಲೈಮ್ ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಮತ್ತು ಜಿಎಕ್ಸ್‌ನ ಮಿತಿಯಾಗಿದೆ, ಎಕ್ಸ್ ಒಲವು a ಗೆ ಇದು ಎಲ್ ಒನ್ ಪ್ಲಸ್ ಎಲ್ ಟುಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದನ್ನು ತೋರಿಸಲು ನಾವು ಡೆಲ್ಟಾವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು ಸೊನ್ನೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಅನ್ನು ನೀಡೋಣ, ನಾವು ಡೆಲ್ಟಾವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು
ಆದ್ದರಿಂದ ಮೊದಲಿಗೆ ನಮಗೆ ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಮತ್ತು ಜಿಎಕ್ಸ್ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಮಿತಿ x ಎಫ್ ಆಫ್ x ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಏಕೆಂದರೆ ಕೆಲವು ಡೆಲ್ಟಾವು ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ ನನ್ನ ಮಾಡ್ x ಮೈನಸ್ ಎ ಡೆಲ್ಟಾ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮತ್ತು 0 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ, ಇದು ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್‌ನ ಮೋಡ್ ಮೈನಸ್ ಎಲ್ ಒನ್ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಬದಲಿಗೆ ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ಏಕೆಂದರೆ ನಾನು ಇಲ್ಲಿ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಅನ್ನು ಎರಡರಿಂದ ಹಾಕುತ್ತೇನೆ ಏಕೆಂದರೆ ಅದು ಏನು ಹೇಳುತ್ತದೆ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ನೀವು ಡೆಲ್ಟಾವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು, ಇದು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ಗೆ ಎರಡರಿಂದ ನಿಜವಾಗಬೇಕು
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ನನ್ನ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿದೆ ಅದೇ ರೀತಿ ಡೆಲ್ಟಾ ಎರಡು ಧನಾತ್ಮಕ ಡೆಲ್ಟಾ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ನಾನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಅಂದರೆ x ನ ಮೋಡ್ ಡೆಲ್ಟಾ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮತ್ತು x ಅಲ್ಲ a ಗೆ ಸಮ ಎಂದರೆ gx ನ ಮೋಡ್ ಮೈನಸ್ l ಟೂ ಇದು ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತೆ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಎರಡು ಎಂದು ಕರೆಯೋಣ
ಆದ್ದರಿಂದ ಈಗ ನಾವು ತೋರಿಸಬೇಕಾದದ್ದು ನಾವು ಡೆಲ್ಟಾವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು ಅಂದರೆ ನಾನು ಈಗ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ನಾವು fx ಪ್ಲಸ್ ಜಿಎಕ್ಸ್ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಮಿತಿಯು ಎಲ್ ಒನ್ ಪ್ಲಸ್ ಎಂದು ನಾವು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಬೇಕು l ಎರಡು
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಪ್ಲಸ್ ಜಿಎಕ್ಸ್ ಮೈನಸ್ ಎಲ್ ಒನ್ ಪ್ಲಸ್ ಎಲ್ ಟೂ ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಮತ್ತು ನಾವು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರುವ ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೌಲ್ಯದಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಮೈನಸ್ ಒನ್ ಪ್ಲಸ್ ಜಿಎಕ್ಸ್ ಮೈನಸ್ ಎಲ್ ಎರಡರ ಮೋಡ್‌ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ನಂತರ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ ಒಂದು ಪ್ಲಸ್ b ನ mod
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು fx ಮೈನಸ್ l1 ಮತ್ತು gx ನ mod ನ mod ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಮೈನಸ್ ಎಲ್ ಒಂದರಲ್ಲಿ ಇದು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ಗಿಂತ ಎರಡರಿಂದ ಕಡಿಮೆಯಿರುತ್ತದೆ, x ಮೈನಸ್ ಎ ಡೆಲ್ಟಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರುತ್ತದೆ . x ಮೈನಸ್ a ಸೊನ್ನೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಡೆಲ್ಟಾ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದು ಒಂದು ಮತ್ತು ಎರಡರಿಂದ ಮತ್ತು ಈ ಮೊತ್ತವು eq ಆಗಿದೆ ಅದರ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್‌ಗೆ ual
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ಡೆಲ್ಟಾವನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ಡೆಲ್ಟಾ 1 ಮತ್ತು ಡೆಲ್ಟಾ 2 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು ಎಂದು ಆರಿಸಿದರೆ, ಮಾಡ್ x ಮೈನಸ್ a 0 ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಡೆಲ್ಟಾಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದ್ದರೆ ಡೆಲ್ಟಾ ಕನಿಷ್ಠ ಮಾಡ್ x ಮೈನಸ್ a ಡೆಲ್ಟಾ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಹಾಗೆಯೇ ಡೆಲ್ಟಾ 2 ಇದು ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಪ್ಲಸ್ ಜಿಎಕ್ಸ್ ಮೈನಸ್ ಎಲ್ ಒನ್ ಪ್ಲಸ್ ಎಲ್ ಟು ಮೋಡ್ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ, ಹೀಗಾಗಿ ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಪ್ಲಸ್ ಜಿಎಕ್ಸ್ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದ ಮಿತಿಯು ಎಲ್ ಒನ್ ಪ್ಲಸ್ ಎಲ್ ಟುಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ನಿಯಮವು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಏಕೆಂದರೆ ಬಹಳ ಉಪಯುಕ್ತ ಏಕೆಂದರೆ ನೀವು ವೈಯಕ್ತಿಕ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ನಂತರ ನೀವು ಕಾರ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತದ ಮಿತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು ಬಲ ಎರಡನೇ ಆಸ್ತಿ ಮಿತಿಯನ್ನು ನಾನು x ಗೆ ಹೋದಂತೆ x ನ ಯಾವುದೇ ಆಲ್ಫಾ ಪಟ್ಟು f ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಇದು af ಗೆ ಹೋಗುವ x ನ ಆಲ್ಫಾ ಸಮಯದ ಮಿತಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ x ನ x ಅಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಇದು x ನ f ನ ಮಿತಿಯು x ಆಗಿ ಹೋದರೆ ಇದು ನಿಜವಾಗಿದೆ ಇದು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ ಸರಿ ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಯಾವುದೇ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ x ನ ಈ ಸ್ಥಿರ ಸಮಯದ ಮಿತಿಯು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ x ನ ಎಫ್‌ನ ಸ್ಥಿರ ಸಮಯದ ಮಿತಿಗೆ ಅದು ಕಾನ್‌ನ ಮಿತಿಯಾಗಿದೆ x ನ ಸ್ಥಿರ ಸಮಯಗಳು x ನ f ನ ಮಿತಿಯ ಸ್ಥಿರ ಸಮಯಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಪುರಾವೆಯು ಪುರಾವೆಯನ್ನು ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ನಾನು ಅದನ್ನು ವ್ಯಾಯಾಮವಾಗಿ ಬಿಡುತ್ತೇನೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಡೆಲ್ಟಾ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನೀವು ಡೆಲ್ಟಾ ಯಾವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬೇಕು ಇದು ಸರಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ಮತ್ತು ಮೂರನೆಯದು ನಾನು ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಮೈನಸ್ ಜಿಎಕ್ಸ್‌ನ ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಮಿತಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಅದು ಮೊತ್ತದ ನಿಯಮದಂತೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ, ಇದು ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಮೈನಸ್ ಜಿಎಕ್ಸ್‌ನ ಮಿತಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ , ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸಿದರೆ ಇದು ಮೊತ್ತದಂತೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ ನಿಯಮ ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಮತ್ತು ಜಿಎಕ್ಸ್ ಮಿತಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಮಿತಿಯು ಮಿತಿಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಒಂದು ಮತ್ತು ಎರಡು ಆಸ್ತಿಯಿಂದ ಅನುಸರಿಸುತ್ತದೆ, ಎಪ್ಸಿಲಾನ್ ಡೆಲ್ಟಾ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನೇರವಾಗಿ ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಬಹುದು ಆದರೆ ನಾನು ತೋರಿಸುತ್ತೇನೆ ಇದು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಒಂದು ಮತ್ತು ಎರಡರಿಂದ ಅನುಸರಿಸುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಮೈನಸ್ ಜಿಎಕ್ಸ್ ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನೀವು ಇದನ್ನು ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಜೊತೆಗೆ ಸ್ಥಿರವಾದ ಮೈನಸ್ ಒನ್ ಟೈಮ್ಸ್ ಜಿ x ಎಂದು ಬರೆಯಿರಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ಈಗ ನಾವು ಎರಡು ಫಂಕ್ಷನ್‌ಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಎಫ್‌ಎಕ್ಸ್ ಮತ್ತು ಮೈನಸ್ ಒನ್ ಟೈಮ್ಸ್ ಜಿ ಎಕ್ಸ್

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದರಿಂದ x ನ ನಿಜವಾದ ಮಿತಿಯು x ನ ಎಫ್‌ನ ಮಿತಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಬಾರಿ x ನ g ಯ ಮಿತಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ಅದು x ನ f ನ ಮಿತಿ x ನ g ನ x ನ ಮಿತಿ x ಸರಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಮೊದಲ ಉಪನ್ಯಾಸದ ಅಂತ್ಯಕ್ಕೆ ತರುತ್ತದೆ ಎರಡನೇ ಉಪನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ನಾನು ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಮಿತಿಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತೇನೆ ಮತ್ತು ನಂತರ ನಾವು ಕೆಲವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಮಿತಿಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ ಧನ್ಯವಾದಗಳು

Prutor@IITK