બધાને નમસ્કાર
તેથી આજે મર્યાદાઓ પરનું પહેલું પ્રવચન છે
તેથી આજે હું સમજાવીશ કે મર્યાદાનો અર્થ શું છે
તેથી મર્યાદા ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ ખ્યાલો છે અને તે સમગ્ર કલનનો આધાર છે
તેથી આ તમારા માટે ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ પ્રકરણ છે.
ચાલો હું મર્યાદાની વ્યાખ્યાથી શરૂઆત કરું
તેથી ધારો કે એફ એ એક અંતરાલ પર વ્યાખ્યાયિત થયેલ ફંક્શન છે જેમાં x સમાન હોય છે સિવાય કે સંભવતઃ x ની બરાબર હોય તો આપણે વ્યાખ્યાયિત કરવા માંગીએ છીએ કે x ના ફંક્શનની મર્યાદા દ્વારા અમારો શું અર્થ થાય છે જેમ x a તરફ વલણ ધરાવે છે
તેથી આ માટેનો સંકેત એ સંકેત છે જેનો આપણે ઉપયોગ કરીશું તે મર્યાદા માટે છે જે આપણે લિમિટ મર્યાદા લખીએ છીએ કારણ કે x x ના ફંકશનના a તરફ વલણ ધરાવે છે
જમણે આ x ની f ની મર્યાદા સૂચવે છે કારણ કે x અનૌપચારિક રીતે વલણ ધરાવે છે તેનો અર્થ શું છે ઔપચારિક રીતે મર્યાદા અંગ x એ x ની af તરફ વલણ ધરાવે છે એ વાસ્તવિક સંખ્યા 1 છે જેમ કે fx એ મનસ્વી રીતે 1 ની નજીક છે જો x એ ચોક્કસ બિંદુ x સમાનને બાદ કરતાં, a ની બરાબર નજીક હોવાનું પસંદ કરવામાં આવે તો ચાલો હું સમજાવું આ આર્બી દ્વારા અમારો અર્થ શું છે 1 ની થોડીક નજીક અને a ની પૂરતી નજીક છે
તેથી ધારો કે મારી પાસે એક ફંક્શન છે અને અમારી પાસે અહીં a ની બરાબર x છે અને આ ફંક્શન કંઈક આના જેવું છે તે કદાચ એક પર વ્યાખ્યાયિત ન થઈ શકે
તેથી જો આપણે આ વ્યાખ્યા જોઈએ તો fx ની મર્યાદા x તરીકે a તરફ વલણ આ આંકડો છે 1 જેમ કે જો તમે ઇચ્છો છો કે fx ની કિંમત 1 જેટલી નજીક હોય તો ધારો કે હું ઇચ્છું છું કે x નો f આ બિંદુ 1 ધરાવતા આ અંતરાલમાં હોય
તો તમે આ ચિત્રમાંથી જોઈ શકો છો કે જો હું આ અંતરાલમાં જૂઠું બોલવા માટે મારા xને પસંદ કરું તો જો x અહીંનો હોય તો x આ અંતરાલમાં આવેલું હોય તો x નું f આ અંતરાલમાં આવેલું હોય તો ચાલો હું આ અંતરાલને કહું કારણ કે હું અંતરાલમાં બોલું છું, જેથી જો એવું કોઈ 1 ન હોય તો અમે કહીએ છીએ કે xx ની મર્યાદા f એ આ અસ્તિત્વમાં નથી અને જો આવી 1 હોય તો અમે કહીશું કે મર્યાદા 1 ની બરાબર છે
તેથી ઉદાહરણ તરીકે જો હું આ ફંકશન જોઉં તો ચાલો હું એક ઉદાહરણ લખું ધારો કે મારી પાસે છે x નું આ ફંકશન f જે 0 કરતા ઓછા x માટે શૂન્ય બરાબર છે અને તે e છે 0 કરતાં મોટા x માટે 1 ની ક્વોલિટી છે
તેથી આ ફંક્શન fx બરાબર શૂન્ય છે જો x શૂન્ય કરતાં ઓછું હોય અને આ એક છે જો x શૂન્ય કરતાં મોટો હોય તો હવે અહીં જો તમે જોશો તો x 0 ની નજીક આવતાં x ની મર્યાદા f છે અસ્તિત્વમાં છે
તેથી આ કિસ્સામાં જો તમે જોશો કે 0 ધરાવતા કોઈપણ અંતરાલમાં હું [સંગીત] મારા x ને b સુધી લઈએ
તો હકારાત્મક x માટે આપણે જાણીએ છીએ કે x ની f ની કિંમત 1 છે અને કોઈપણ નકારાત્મક x માટે ભલે તે આપણે કેટલું નાનું હોઈએ પાસે આ શૂન્યની બરાબર છે
તેથી આ કિસ્સામાં જવાબ ના છે કારણ કે શૂન્ય કરતા મોટા x માટે fx એક સમાન છે અને x શૂન્ય કરતા ઓછા માટે fx હંમેશા શૂન્ય છે
તેથી 1 નું કોઈ મૂલ્ય આપણી જરૂરિયાતને સંતોષશે નહીં
તેથી ત્યાં પણ ખ્યાલ છે એક બાજુની મર્યાદા
તેથી આ કિસ્સામાં હું એક બાજુની મર્યાદાને વ્યાખ્યાયિત કરવા દો
જેથી બે છે એકને ડાબા હાથની મર્યાદા કહેવાય છે અને બીજી જમણી બાજુની મર્યાદા છે
તેથી ડાબા હાથની મર્યાદા શું છે
તેથી આ x ની f ની સંકેત મર્યાદા x તરીકે ઉપયોગ કરશે માઇનસ તરફ વલણ ધરાવે છે આનો અર્થ એ છે કે અહીં આપણે ફંક્શન જોઈ રહ્યા છીએ
તેથી મને ફરીથી દો આ ઉદાહરણ દ્વારા સમજાવો જેથી ફંક્શન શૂન્ય કરતાં 0 કરતાં મોટા x માટે 1 અને શૂન્ય કરતાં ઓછા x માટે શૂન્ય છે
તેથી આ કિસ્સામાં fx માટે શૂન્ય કરતાં ઓછા માટે x શૂન્ય કરતાં ઓછા એક માટે x શૂન્ય કરતાં વધુ ડાબી બાજુએ હાથની મર્યાદા x એ x ના f ના શૂન્ય માઈનસ પર જાય છે તે શૂન્ય બરાબર છે કારણ કે જો હું આ અંતરાલમાં આ બિંદુની ડાબી બાજુએ કોઈપણ બિંદુ લઉં તો fx સમાન રીતે 0 ની બરાબર છે
તેથી ડાબા હાથની મર્યાદા મને લખવા દો fx કારણ કે x માઈનસ તરફ વલણ ધરાવે છે તે 1 બરાબર છે જો આપણે fx ને પસંદ કરીને 1 ની મનસ્વી રીતે 1 ની નજીક બનાવી શકીએ.
અમુક ડેલ્ટા પોઝીટીવ માટે a માટે એ જ રીતે આપણે જમણા હાથની મર્યાદા વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ છીએ આ x ની મર્યાદા દ્વારા સૂચવવામાં આવે છે x ના વત્તા f પર જઈને આ 1 બરાબર છે જો fx ને 1 ની નજીક બનાવી શકાય છે જે આપણે ઈચ્છીએ છીએ તે x પસંદ કરીને ફોર્મ a થી પ્લસનું એક નાનું પર્યાપ્ત અંતરાલ ડેલ્ટા
તેથી આને જમણા હાથની મર્યાદા કહેવામાં આવે છે કારણ કે આપણે માત્ર a ની જમણી તરફના અંતરાલમાં ફંક્શનના મૂલ્યને ધ્યાનમાં લઈએ છીએ જ્યારે ડાબા હાથની મર્યાદા માટે આપણને સો નોંધની ડાબી બાજુના અંતરાલમાં x ના મૂલ્યોમાં રસ છે.
કે ડાબા હાથની મર્યાદા માટે માત્ર a
ની ડાબી બાજુના ફંક્શનના મૂલ્યો મહત્વપૂર્ણ છે અને તેવી જ રીતે જમણા હાથની મર્યાદા માટે માત્ર a ની જમણી બાજુના fx ની કિંમતો મહત્વપૂર્ણ છે તેમજ a ની f ની કિંમત બિલકુલ મહત્વપૂર્ણ નથી
મર્યાદા જાણવાના હેતુ માટે કે શું તે x ની af પર જવાની મર્યાદા x છે અથવા x ની f ની ડાબા હાથની મર્યાદા a પર અથવા x

ની f ની જમણી બાજુની મર્યાદા a પર મર્યાદિત છે
 તેથી બીજી ટિપ્પણી એ છે કે x ની f ની મર્યાદા x પર જ્યારે x a ની નજીક આવે છે ત્યારે આ l ની બરાબર છે જો અને માત્ર જો ડાબા હાથની મર્યાદા અને જમણા હાથની મર્યાદા
x ની બરાબર a અને r l ની બરાબર હોય તો મર્યાદા અસ્તિત્વમાં છે જો અને માત્ર જો ડાબા હાથની મર્યાદા અને જમણો હાથ હોય મર્યાદા બંને અસ્તિત્વમાં છે અને બંને l માટે સમાન છે r x નું ઉદાહરણ f એ 0 કરતા ઓછા x માટે 0 બરાબર છે અને 0 કરતા મોટા x માટે 1 છે જો આપણે x ની મર્યાદા શૂન્ય માઇનસ fx પર જઇને ગણીએ તો આ સ્પષ્ટપણે શૂન્યની બરાબર છે અને x ની મર્યાદા x ના શૂન્ય વત્તા f પર જઇએ તો આ એક સમાન છે
 તેથી ડાબા હાથની મર્યાદા અને જમણા હાથની મર્યાદા બંને
શૂન્ય પર અસ્તિત્વ ધરાવે છે પરંતુ તેઓ સમાન ન હોવાથી મર્યાદાની મર્યાદા x x ના f ના શૂન્ય પર જઇએ તો તે અસ્તિત્વમાં નથી તો આપણે કરી શકીએ? કેસ
કે ડાબા હાથની મર્યાદા ડાબા હાથ અથવા જમણા હાથની મર્યાદા પણ અસ્તિત્વમાં નથી
 તેથી અગાઉના ઉદાહરણમાં આપણે જોયું કે ડાબા હાથની મર્યાદા અને જમણા હાથની મર્યાદા અસ્તિત્વમાં છે પરંતુ તે સમાન નથી
 તેથી મર્યાદા અસ્તિત્વમાં નથી પરંતુ શું આપણે આ કેસ કરી શકીએ? તો ચાલો આપણે આને ધ્યાનમાં લઈએ fx એ 1 બાય x માટે x ની સાઇન બરાબર શૂન્યની બરાબર નથી
 તેથી x ની મર્યાદા શૂન્ય પર જઇને વત્તા fx અસ્તિત્વમાં છે
 તેથી આપણે બધા x બિન-શૂન્ય માટે x નું f વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ અને x નો
f છે એક બાય xની સાઇન બરાબર તરીકે વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે
 તેથી જો તમે આ ફંક્શનનો ગ્રાફ દોરો તો નોંધ કરો કે સાઇન 1 બાય x એ બધા x ફોર્મ x માટે 0 બરાબર છે જો હું n pi પર એક લઇશ જ્યાં n એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે જમણે આપણે જાણીએ છીએ કે ચિહ્ન 0 છે pi ના તમામ પૂર્ણાંક ગુણાંક પર
 તેથી જો હું લઉં x બરાબર 1 બાય n pi પછી સાઇન 1 બાય x બરાબર 1 બાય x ની સાઇન n pi જે બરાબર 0 જમણે પણ જો x બરાબર 1 બાય 2 n વત્તા એક pi બાય બે તો સાઇન વન બાય x આ બે n વત્તા એક પાઇ બાય બે ની સાઇન બરાબર છે જે ઘાત n ની ઘાત n બરાબર છે
 તેથી જો n બેકી હોય તો આપણને એક મળે છે જો n બેકી હોય તો હકીકતમાં માઇનસ વન મળે છે જો મારું x નું છે ઇન્ટરવલ કહો
 તેથી જો હું ઇન્ટરવલમાં 1 બાય x લઉં તો કહો કે 2 n pi થી ટુ n pi વત્તા pi બાય બે તો તે છે x અંતરાલમાં એક બાય બે n pi વત્તા pi બાય બે અને એક બાય બે n pi પછી fx બરાબર sin one by x એ
શૂન્ય અને એક જમણી વચ્ચેની બધી કિંમતો લે છે કારણ કે અંતરાલમાં બે n pi થી 2n pi વત્તા pi બાય 2 x ની સાઇન 0 થી 1 ની કિંમત લે છે હકીકતમાં જો હું 2 n માંથી લઉં તો pi માઇનસ pi બાય ટુ ટુ ટુ n pi વત્તા pi બાય બે પછી તે બાદબાકી એક થી એક સુધીની તમામ કિંમતો લે છે
 તેથી આપણે જે જોઇએ છીએ તે એ છે કે જો તમે આ x નો ગ્રાફ દોરવાનો પ્રયત્ન કરશો તો મારી પાસે સાઇન સમાન fx છે ની એક બાય x
 તેથી જો મને જમણા હાથની મર્યાદામાં રસ હોય તો મારે આ ફંકશનની જમણી તરફની કિંમત જોવાની જરૂર છે
 તેથી જો તમે જોશો કે હું અમુક એક બાય ટુ n પી લઉં અને પછી મારી પાસે એક બાય બે n છે pi વત્તા pi બાય બે પછી આનું મૂલ્ય બદલાય છે હું શૂન્ય ધરાવતો હોય છે ચાલો કહીએ કે આ એક છે
 તેથી આ શૂન્યથી એક સુધી તમામ મૂલ્યો લે છે અને પછી ફરી એક બાય બે n pi વત્તા pi પર તે ફરીથી શૂન્ય બને છે અને પછી તે ફરીથી માઇનસ વન પર જાય છે પછી તે ફરીથી એક પર જાય છે જેથી જેમ તમે x બરાબર શૂન્યની નજીક જાઓ તેમ આ ઓસીલેટીંગ ચાલુ રાખે છે તો શું થાય છે fx   શૂન્ય ધરાવતા કોઇપણ અંતરાલમાં માઇનસ વન અને વન વચ્ચે ઓસીલેટીંગ રાખે છે આમ જો હું જમણા હાથની મર્યાદા જોઈ રહ્યો છું આ કાર્યનું આ અસ્તિત્વમાં નથી તેવી જ રીતે ડાબા હાથની મર્યાદા પણ n કરે છે ot આ ફંક્શન માટે અસ્તિત્વમાં છે
 તેથી અત્યાર સુધી મેં ફંક્શનની મર્યાદા વિશે થોડી સાહજિક કલ્પના આપી છે હવે પછી હું રીગ્રેસ વ્યાખ્યા આપવાનો પ્રયત્ન કરું છું
 તેથી આને મર્યાદાની એપ્સીલોન ડેલ્ટા વ્યાખ્યા પણ કહેવામાં આવે છે
તેથી ઠીક છે
 તેથી વ્યાખ્યા આપણે કહીએ છીએ x ની f ની મર્યાદા જેમ કે x તરફ વલણ ધરાવે છે તે અસ્તિત્વમાં છે અને જો કોઇ એપ્સીલોન ધન આપવામાં આવે તો l ની બરાબર છે
 તેથી જો તમે કોઇપણ વાસ્તવિક સંખ્યા એપ્સીલોન લો જે ધન છે તો ત્યાં એક વાસ્તવિક સંખ્યા ડેલ્ટા છે જે ધન પણ છે જેમ કે જો હું લઉં x ની રેખા એવી હોવી જોઇએ કે જો મોડ x માઇનસ a ડેલ્ટા કરતા ઓછી હોય અને શૂન્ય કરતા મોટી હોય તો f નો મોડ x માઇનસ l આ એપ્સીલોન કરતા ઓછી હોવો જોઇએ, ચાલો હું આ બાબતોને હાઈલાઈટ કરું તો ચાલો હું આ ગ્રાફ દ્વારા ફરીથી સમજાવું જેથી આપણી પાસે x હોય અને y એ x ના f ની બરાબર છે અને હવે આપણી પાસે અમુક ફંક્શન છે આ l છે
 તેથી આપણે પહેલા સમજાવ્યું છે
કે મર્યાદા એ મૂલ્ય છે જો તે અસ્તિત્વમાં હોય તો જો હું આ x બરાબર ડાબી બાજુ અથવા જમણી બાજુથી સંપર્ક કરું તો ફંકની કિંમત
  tion આ સંખ્યાની મનસ્વી રીતે નજીક બની જાય છે l
 તેથી ધારો કે હું ઇચ્છું છું કે x નો મારો f એ l માઇનસ એપ્સીલોન થી l વત્તા એપ્સીલોન વચ્ચે હોવો જોઇએ તો હું એવો ડેલ્ટા પસંદ કરી શકું કે જો મારો આ માઇનસ ડેલ્ટા થી પ્લસ ડેલ્ટા હોય જો મારું x   શું આ ખુલ્લા અંતરાલમાં માઇનસ ડેલ્ટા થી પ્લસ ડેલ્ટા છે સિવાય કે સંભવતઃ x બરાબર a પછી x નો મારો f આ અંતરાલમાં હોવો જોઇએ l માઇનસ એપ્સીલોન થી l પ્લસ એપ્સીલોન ઉદાહરણ તરીકે તમે ઇચ્છો છો કે આ એપ્સીલોન 0.

1 કહેવા બરાબર છે
તેથી જો તમે એપ્સીલોનને પોઈન્ટ વનની બરાબર લો તો કદાચ અહીં માઈનસ ડેલ્ટાથી પ્લસ ડેલ્ટા સુધી થોડોક નાનો અંતરાલ છે જેના માટે ફંક્શન વેલ્યુ 1 માઇનસ પોઇન્ટ વનથી 1 વત્તા પોઇન્ટ વન વચ્ચે છે હવે જો તમે આ એપ્સીલોનને નાનો કરો તો કહો કે પોઇન્ટ ઝીરો વન પછી હજુ પણ અગાઉના ડેલ્ટા કરતાં સંભવતઃ નાનો બીજો ડેલ્ટા છે જેમ કે જો હું અહીં પસંદ કરું તો ફરીથી આ 1 માઈનસ પોઈન્ટ શૂન્ય વન થી 1 વત્તા પોઈન્ટ શૂન્ય વન વચ્ચે છે
તેથી આ મર્યાદાની વ્યાખ્યા છે
તેથી રીમાર્ક ડેલ્ટા સામાન્ય રીતે ep પર આધાર રાખે છે સિલોન
તેથી જો તમે એપ્સીલોન નાનું બનાવશો તો ડેલ્ટાને નાનો બનાવવો પડશે
તેથી એક ઉદાહરણ તરીકે
x ચોરસ કહેવા માટે fx સમાન ફંક્શનને ધ્યાનમાં લો અને પછી x 0 ની નજીક પહોંચતા x ની f ની મર્યાદા કેટલી છે
તેથી જો તમે આ કાર્ય જુઓ તો આ ખૂબ જ છે સરળ આ એક પેરાબોલા છે
તેથી અહીં જો તમે ડાબા હાથની મર્યાદા જોશો તો જો તમે આ ફંક્શનને ડાબી બાજુએથી સંપર્ક કરો છો તો તે આ બિંદુની નજીક આવી રહ્યું છે જે શૂન્ય છે અને જમણી બાજુથી ફરીથી જો તમે નજીક જાઓ છો તો આ શૂન્યની નજીક અને નજીક આવી રહ્યું છે.
ગ્રાફ પરથી સાહજિક રીતે તે સ્પષ્ટ છે કે મર્યાદા શૂન્ય છે, ચાલો આપણે એપ્સીલોન ડેલ્ટા વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને આને સાબિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ આમાં તમારે શું કરવાનું છે જો તમને એપ્સીલોન આપવામાં આવે તો તમારે જણાવવું પડશે કે ડેલ્ટા શું છે એવી સ્થિતિ છે.
સંતુષ્ટ છે
તેથી આપણે એપ્સીલોન સાથે શરૂ કરીએ છીએ જે આપણે જોઈએ છે તે કોઈપણ ધન સંખ્યા હોઇ શકે છે, અમને ડેલ્ટા પોઝિટિવ જોઈએ છે જેમ કે જો મારા મોડનો મને લખવા દો
તેથી x ઓછા 0 a છે 0 અહીં જો આ ડેલ્ટા કરતા ઓછું હોય અને 0 આ s કરતા વધારે હોય તેનો અર્થ એવો થાય કે x માઈનસનો મારો f અમે દાવો કરીએ છીએ કે મર્યાદા 0 છે આ એપ્સીલોન કરતા ઓછી હોવી જોઈએ એટલે કે જો મોડ x ડેલ્ટા કરતા ઓછો હોય અને શૂન્ય કરતા વધારે હોય તો તેનો અર્થ એ જોઈએ કે x ચોરસનો મોડ એપ્સીલોન કરતા ઓછો છે.
કે હવે જો x નો મોડ ડેલ્ટા કરતા ઓછો હોય તો x ચોરસનો મોડ આ ડેલ્ટા ચોરસ કરતા ઓછો હોવો જોઈએ, પરંતુ અમે ઈચ્છીએ છીએ કે મારો મોડ x ચોરસ એપ્સીલોન કરતા ઓછો હોવો જોઇએ
તેથી જો આપણે ઇચ્છીએ કે x ચોરસનો મોડ એપ્સીલોન કરતા ઓછો હોવો જોઇએ
તેથી જો આપણે એપ્સીલોનના વર્ગમૂળની બરાબર ડેલ્ટા પસંદ કરીએ
તો મોડ x ડેલ્ટા કરતા ઓછો છે આનો અર્થ એ થાય છે કે x ચોરસનો મોડ એ ડેલ્ટા ચોરસ કરતા ઓછો છે જે એપ્સીલોન બરાબર છે અને જો એપ્સીલોન પોઝીટીવ હોય તો ડેલ્ટા અલબત્ત હકારાત્મક છે
તેથી એપ્સીલોનની વ્યાખ્યા પરથી ડેલ્ટા વ્યાખ્યા તે
x ચોરસની મર્યાદાને અનુસરે છે કારણ કે x 0 પર જાય છે આ શૂન્ય હોવું જરૂરી છે
તેથી આ ખૂબ જ સરળ ઉદાહરણ હતું પરંતુ તે ફક્ત તે સમજાવવા માટે હતું કે આપણે આ એપ્સીલોન ડેલ્ટા વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કેવી રીતે સાબિત કરવા માટે કરીએ છીએ કે મર્યાદા અમુક સંખ્યાની બરાબર છે.
આગળ આપણે શું કરીશું એ છે કે આપણે અમુક મર્યાદાના ગુણધર્મો જોઈશું
તેથી મર્યાદાના અમુક ગુણધર્મો જોઈશું
તેથી પહેલો આ સરવાળો નિયમ છે
તેથી આ કહે છે કે ધારો કે fx અને gx બે ફંક્શન છે જેમ કે તેઓ x ની af પર જતા xને મર્યાદિત કરે છે અને અસ્તિત્વમાં છે.
x ની ag પર જવાની મર્યાદા x આ પણ અસ્તિત્વમાં છે પછી નિષ્કર્ષ પછી fx વત્તા gx ની મર્યાદા છે કારણ કે x a પર જાય છે આ અસ્તિત્વમાં હોવું જોઈએ અને મર્યાદા fx પ્લસ gx ની મર્યાદા જેટલી છે x બરાબર a પર સરવાળો છે fx અને gx ની મર્યાદા
તેથી સંક્ષિપ્તમાં તે કહે છે કે રકમની મર્યાદા મર્યાદાના સરવાળા જેટલી છે રકમની મર્યાદા મર્યાદાના સરવાળા જેટલી છે જો દરેક મર્યાદા અસ્તિત્વમાં હોય તો આ ફરીથી એક એવી વસ્તુ છે જે માનવું ખૂબ મુશ્કેલ નથી રકમની તે મર્યાદા એ મર્યાદાનો સરવાળો છે પરંતુ જો તમે આને સાબિત કરવાનો પ્રયાસ કરો છો તો આ એપ્સીલોન ડેલ્ટા વ્યાખ્યા કામમાં આવે છે
તેથી સાબિતી
તેથી ચાલો x ની f ની મર્યાદા જેમ x a પર જાય છે તે અમુક 1 એકની બરાબર છે અને મર્યાદા x તરફ વલણ ધરાવે છે x નો ag એ 1 બે બરાબર છે
તેથી ઉપયોગ કરીને તેનો અર્થ શું થાય છે અને
તેથી અમે જે બતાવવા માંગીએ છીએ તે એ છે કે દાવો fx વત્તા gx ની મર્યાદા છે કારણ કે x એ 1 વન વત્તા 1 બે સમાન છે
તેથી આ બતાવવા માટે આપણે ડેલ્ટા શોધવાની જરૂર છે
તેથી
શૂન્ય કરતા વધારે એપ્સીલોન આપવા દો આપણે ડેલ્ટા શોધવાની જરૂર છે
તેથી સૌ પ્રથમ આપણને fx અને gx ની મર્યાદા આપવામાં આવી છે
તેથી x ની af ની મર્યાદા 1 એકની બરાબર હોવાથી આપણે જાણીએ છીએ કે કેટલાક ડેલ્ટા એક ધન અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે કે જો x માઈનસ a નો મારો મોડ ડેલ્ટા 1 કરતા ઓછો અને 0 કરતા મોટો હોય તો આનો અર્થ એ થાય કે fx માઈનસ 1 વનનો મોડ એપ્સીલોન કરતા ઓછો છે

તેથી એપ્સીલોનને બદલે હું અહીં એપ્સીલોનને બે મૂકીશ કારણ કે તે જે કહે છે તે કોઈપણ આપેલ છે એપ્સીલોન તમે એક ડેલ્ટા શોધી શકો છો કે આવું થાય છે
તેથી તે એપ્સીલોન માટે પણ બે દ્વારા સાચું હોવું જોઈએ
તેથી આ મારું સમીકરણ છે એક તે જ રીતે હું શોધી શકું છું કે ત્યાં ડેલ્ટા બે પોઝિટિવ અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે x માઇનસ એ ડેલ્ટા બે કરતા ઓછો અને x નો મોડ a ની બરાબર આનો અર્થ એ હોવો જોઈએ કે gx માઇનસ l ટુનો મોડ આ ઓછો છે ફરી થી એપ્સીલોન બાય ટુ, ચાલો આને બે કહીએ તો હવે આપણે જે બતાવવાનું છે તે આપણે એક ડેલ્ટા શોધવાનો છે કે
તેથી જો હું હમણાં લઈશ તો આપણી પાસે ફંક્શન છે fx પ્લસ gx અને આપણે સાબિત કરવું પડશે કે મર્યાદા l વન પ્લસ છે l બે
તેથી જો આપણે fx વત્તા gx માઇનસ l વન વત્તા l બે લઈએ અને આપણે એપ્સીલોન
કરતા ઓછા હોવા માટે સંપૂર્ણ મૂલ્યમાં તફાવત કરવો પડશે, તો આ fx માઇનસ વન વત્તા gx માઇનસ l ટુના મોડની બરાબર છે અને પછી આપણે જાણીએ છીએ કે એ પ્લસ b નો મોડ
તેથી આ fx માઇનસ l1 પ્લસ મોડ ના gx માઇનસ l2 ના mod થી ઓછું છે આ કારણ છે કે a plus b નો મોડ હંમેશા mod a plus mod b ના સમાન કરતા ઓછો હોય છે હવે આપણને એક મોડમાંથી શું આપવામાં આવે છે એફએક્સ માઇનસ એલ વનનો આ એપ્સીલોન બાય બે કરતા ઓછો છે જો x માઇનસ એનો મોડ ડેલ્ટા વન કરતા ઓછો હોય અને જો x માઇનસ એનો મોડ શૂન્ય કરતા મોટો હોય અને ડેલ્ટા વન કરતા ઓછો હોય તો આ એપ્સીલોન બે બાય બેથી ઓછો છે.
x ઓછા a એ શૂન્ય કરતા મોટો અને ડેલ્ટા બે કરતા ઓછો આ એક અને બેમાંથી છે અને આ સરવાળો eq છે તેના એપ્સીલોન માટે ual
તેથી જો હું ડેલ્ટાને ન્યૂનતમ ડેલ્ટા 1 અને ડેલ્ટા 2 ની બરાબરી માટે પસંદ કરું તો જો મોડ x માઇનસ a 0 કરતા વધારે અને ડેલ્ટા કરતા ઓછો હોય તો કારણ કે ડેલ્ટા એ ન્યૂનતમ મોડ x માઇનસ a ડેલ્ટા 1 કરતા ઓછો છે તેમજ ડેલ્ટા 2 આ સૂચવે છે કે fx પ્લસ gx માઇનસ l વન વત્તા l ટુનો મોડ આ એપ્સીલોન કરતા ઓછો છે આમ
fx પ્લસ gx ની વ્યાખ્યા દ્વારા મર્યાદા l વન વત્તા l બે બરાબર છે
તેથી આ નિયમ ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ હશે કારણ કે ખૂબ જ ઉપયોગી કારણ કે જો તમે વ્યક્તિગત મર્યાદા જાણતા હોવ તો તમે વિધેયોના સરવાળાની મર્યાદા શોધી શકો છો જમણી બીજી ગુણધર્મની મર્યાદા જો હું x ની કોઈપણ આલ્ફા ગુણ્યા f લઉં તો x a પર જાય છે તે af પર જવાની x ની આલ્ફા વખત મર્યાદા બરાબર છે x ની જ્યાં આલ્ફા કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા છે અને આ સાચું છે જો x ની f ની મર્યાદા x તરીકે a પર જાય તો તે અસ્તિત્વમાં છે
તેથી જો હું ફંક્શનને કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા વડે ગુણાકાર કરું તો x ની f ના આ અચલ સંખ્યાની મર્યાદા બરાબર છે x ના f ની સતત સમય મર્યાદા સુધી જેથી તે con ની મર્યાદા છે x નો સ્થિર સમય f એ x ની f ની મર્યાદાની બરાબર છે
તેથી સાબિતી સાબિતી કરશે નહીં હું તેને એક કસરત તરીકે છોડી દઉં છું
તેથી ફરીથી એપ્સીલોન ડેલ્ટા વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને તમારે શોધવાનો પ્રયાસ કરવો જોઈએ કે ડેલ્ટા શું છે જે આ બરાબર માટે કામ કરશે
તેથી અને ત્રીજો એક અલબત્ત સરવાળો નિયમની જેમ જ છે જો હું fx માઇનસ gx ની તફાવત મર્યાદા લઉં તો તે g ની fx માઇનસ મર્યાદાની મર્યાદા બરાબર છે,
જો કે જમણી બાજુની મર્યાદા અસ્તિત્વમાં છે તે સરવાળોની જેમ જ છે.
નિયમ જો એફએક્સની મર્યાદા અને જીએક્સની મર્યાદા અસ્તિત્વમાં હોય તો તફાવતની મર્યાદા મર્યાદાના તફાવતની બરાબર છે અને આ હકીકતમાં એક અને બે પ્રોપર્ટીમાંથી અનુસરે છે , અલબત્ત એક એપ્સીલોન ડેલ્ટા વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને પણ સીધો સાબિત કરી શકે છે પરંતુ મને બતાવવા દો કે આ વાસ્તવમાં એક અને બે માંથી અનુસરે છે
તેથી અમારી પાસે fx માઇનસ gx છે તમે આને ફક્ત fx વત્તા x ના સતત ઓછા એક ગુણ્યા g તરીકે લખો,
તેથી હવે આપણી પાસે બે ફંક્શનનો સરવાળો છે fx અને x ના એક ગુણ્યા g,
તેથી આ શું x ની fx માઇનસ g ની સાચી મર્યાદા x ની f ની મર્યાદા બરાબર છે વત્તા x ના 1 ગુણ્યા g ની મર્યાદા આ 1 ગુણધર્મ 1 સરવાળા નિયમ દ્વારા છે અને પછી બીજી ગુણધર્મ મર્યાદા દ્વારા x ના એક ગુણ્યા g માઇનસ છે x ની g ની એક ગણી મર્યાદા જેથી તે x ની g ની ઓછી મર્યાદા x બરાબર છે
તેથી આ બીજા લેક્ચરમાં પ્રથમ વ્યાખ્યાનનો અંત લાવે છે હું મર્યાદાના કેટલાક વધુ ગુણધર્મો બતાવીશ અને પછી આપણે કેટલાક પણ કરીશું વધુ ઉદાહરણો અને અમુક મર્યાદાઓની ગણતરી કરો તમારો આભાર