سب کو ہیلو ہم مخروطی حصوں پر اپنی بحث جاری رکھیں گے خاص طور پر ہم اس لیکچر میں بیضوی اور ہائپربولا کے بارے میں مطالعہ کریں
گے اور اس طرح پچھلے لیکچر میں ہم نے ٹینجنٹ نارمل وغیرہ کی مساوات کے بارے میں بات کی تھی کہ یہ لیکچر بیضوی کے ساتھ پہلے جاری
سے ایک بیضوی تک مماس کے رابطے کی راگ کی x one y one رہے گا لہذا پہلے جس چیز کو ہم اخذ کریں گے وہ ایک بیرونی نقطہ
ایک ہونے دیں۔ x one y مربع کو ایک کے برابر سمجھیں اور b مربع بذریعہ y مربع کو مربع اور x مساوات کا فارمولا ہے لہذا بیضوی
ہے جو بیضوی کے باہر ہے اب اس x one y one بیضوی کے باہر ایک نقطہ ہے لہذا ہمارے پاس یہ بیضوی ہے اور ہمارے پاس کچھ نقطہ
سے دو مماس بیضوی کی طرف کھینچے جاسکتے ہیں اور ہمیں جس چیز کی ضرورت ہے وہ ہے راگ تلاش کرنا رابطہ x one y one نقطہ
کا
کی مساوات qr کو بیضوی نقطوں کے ساتھ رہنے دیں جہاں ٹینجنٹ کھینچے جاتے ہیں اور پھر ہم اس راگ r اور q کو اس نقطہ اور p تو
تلاش کرنا چاہتے ہیں
بیضوی پر پڑے ہیں r اور q وہ دو مماس ہیں جہاں p اور pq فرض کریں کہ tp تو اس کو نقطہ کہتے ہیں۔
پھر ٹینجنٹ لائن کی مساوات کسی r ڈبل پرائم کے ساتھ y ڈبل پرائم x پرائم ہونے دیں اور بیضوی پر پوائنٹ y پرائم x کو نقطہ q تو
مربع ایک کے برابر دیا گیا ہے b پرائم بذریعہ yy پرائم بذریعہ ایک مربع جمع xx پرائم کو y پرائم x نقطہ پر مماس کی مساوات کو یاد کریں
ڈبل yy مربع جمع dash by a ڈبل ہے۔ xx کی مساوات pr کی مساوات ہوگی اور اسی طرح لائن pq لہذا اس صورت میں یہ لائن
مربع برابر ایک b ڈیش بذریعہ
دونوں پر واقع ہے کیا ہمارے پاس ہے p اور px one y one pq کی مساوات ہیں اب چونکہ پوائنٹ p اور pq تو یہ لائن
ایک y dash y مربع پلس x dash x one by a کے لیے اس مساوات میں ایک اور ہمیں ملتا ہے pq ڈالیں x one y تو اگر ہم
مربع یہ بھی برابر ہے ایک b ایک بذریعہ y دگنی y مربع اور x one by a دگنا x مربع ایک کے برابر اور b بذریعہ
کی مساوات کی qr کی مساوات تلاش کرنی ہے لہذا ہمیں راگ qr تو ہمیں یہ دو مساواتیں ایک اور دو ملتی ہیں جو ہمیں ڈھونڈنی تھیں۔ ہمیں لائن
ڈبل اس طرح اگر ہمارے پاس کوئی سیدھی لائن y ڈبل ڈیش x ڈیش اور y ڈیش x یہ پوائنٹس ہیں r اور q ضرورت ہے لہذا نوٹ کریں کہ
ہے جس پر یہ دونوں ہیں پوائنٹس جھوٹ بولتے ہیں
مربع ایک کے by b ایک y بار y مربع جمع x x x one by a کی مساوات ہوگی لہذا مساوات پر غور کریں qr تو یہ سیدھی لائن
ڈیش ہے اوپر کی لکیر پر ہے اور دو y ڈیش x جو کہ q برابر یہ ایک سیدھی لکیر کی مساوات ہے نوٹ کہ ایک اور دو کا مطلب ایک ہے پوائنٹ
ڈبل ڈیش کے طور پر یہ بھی اسی لائن پر واقع ہے اب کسی بھی دو پوائنٹس سے گزرنے y دگنا ہیں x ہے جس کے نقاط r سے مراد وہ نقطہ
کو ملانے والی لائن کی مساوات کے سوا کچھ نہیں ہے لہذا چونکہ دو الگ الگ r اور q والی ایک انوکھی سیدھی لائن ہے لہذا یہ مساوات یہ
کو جوڑنے والی لائن کی ہے اس طرح ہمیں جو ملتا ہے وہ یہ ہے کہ r اور q پوائنٹس سے گزرنے والی ایک انوکھی سیدھی لکیر ہے جو کہ
مربع ایک کے برابر ہے لہذا نوٹ کریں کہ یہ مساوات ایک نقطہ uare plus yy one by b ایک مربع مربع ہے۔ xx کی مساوات qr
بیضوی سے باہر x one y one پر ٹینجنٹ لائن کی مساوات سے بہت ملتی جلتی نظر آتی ہے لیکن اس صورت میں نقطہ x one y one
کو جوڑنے والی راگ کی r اور q ایک ہے اور پھر اس دو نقطہ y ایک x ہے لہذا ہمارے پاس یہ ہے بیضوی اور ہمارے پاس کوئی نقطہ
کو جوڑنے کے سوا کچھ نہیں ہے یہ ہمیں فراہم کرتا ہے راگ کی x one y one مساوات بیضوی پر ایک نقطہ پر ٹینجنٹ لائن کی مساوات میں
مساوات کا فارمولہ اگلا ہم یہ مسئلہ کریں گے یہ ثابت کریں کہ بیضوی پر کسی بھی نقطہ پر نارمل لائنوں کے درمیان زاویہ کو فوکی سے منقطع
کرتا ہے
ہے p تو آئیے ایک خاکہ کھینچتے ہیں ہمارے پاس بیضوی ہے اور فرض کریں کہ ایک نقطہ
لیتے ہیں اور پھر ہم اس p ٹو کہتے ہیں اور فرض کریں کہ ہم بیضوی پر کوئی بھی نقطہ f one اور f تو ہم کیا دو فوکس ہیں آئیے ان کو
زاویہ b یہ عام لائن ہے یہ p پر فوکس فوکس میں شامل ہونے والی لائن کو دیکھتے ہیں جو ہمیں ثابت کرنا ہے کہ اس نقطہ پر نارمل p نقطہ
دو pf ایک f کو اس طرح الگ کرتا ہے تاکہ پی کے زاویہ پر نارمل دکھا سکے
دو کو دیکھتے ہیں اور یہاں ٹھیک ہے۔ آئیے ہم اس کے f ایک اور f اور دو فوکس p تو ہم کیا کریں گے اس بیضوی کو دیکھتے ہیں اور نقطہ
زاویہ کے دو سیکٹر کو دیکھتے ہیں
دو کا زاویہ دو بیکٹر بننا ہے اور ہمیں جو دکھانا ہے وہ یہ ہے کہ ہمیں یہ ظاہر کرنا ہوگا کہ یہ نارمل ہے لہذا f one pf کو زاویہ pn تو
جب ضرورت ہو
کے لیے نارمل ہے۔ بیضوی pn تو
پر کھڑا pn تو جب سے ہم نے یہ زاویہ بائزیکٹر لیا ہے آئیے ہم ان زاویوں کو تھیٹا کہتے ہیں اب ہم کہتے ہیں کہ اس لائن کو دیکھتے ہیں جو اس
ہم دو مائنس تھیٹا ہے۔ pi ہم دو مائنس تھیٹا ہے یہ بھی pi ہے پھر یہ زاویہ
نارمل ہے یہ ثابت کرنے کے مترادف ہے کہ یہ pn پر کھڑا ہے لہذا یہ ثابت کرنا کہ pn سے گزرنے والی لکیر پر غور کریں جو con p تو
لکیر ٹینجنٹ ہے
اس لائن پر q تو یہ ظاہر کرے گا کہ یہ لکیر بیضوی کی مماس ہے جس کا مطلب ہے کہ ہمیں یہ دکھانا ہوگا کہ اگر موجود ہے کوئی اور نقطہ
ایک اور f یہ n یہ ہے p لیں مجھے دوبارہ تصویر کھینچنے دیں یہ نقطہ q بیضوی پر نہیں پڑے گا لہذا اس کھڑی لکیر پر ایک نقطہ q پھر
پر پڑے p سے f مربع ایک کے برابر پھر اس لائن b مربع بذریعہ y مربع کی مساوات ایک مربع جمع x دو ہے اب فرض کریں بیضوی f
f پر غور کریں۔ l دو گنا ہے لہذا لائن پر نقطہ pl ٹو سے دو راستے کے فاصلے پر ہے لہذا یہ فاصلہ f ایک نقطہ پر غور کریں جو فوکس
بیضوی q لیتے ہیں ہمیں ثابت کرنا ہے کہ یہ q یہ دو کے برابر ہے اب ہم اس لائن پر کوئی بھی نقطہ l دو f اس طرح کہ فاصلہ p 2
کیا ہے a سے باہر ہے لہذا یہ فاصلہ دو
q کے فاصلے سے کم ہے لہذا اگر میں اس نقطہ ql دو جمع qf دو کے فاصلے کے برابر ہے جو f دو a l تو اب اس دو کو دیکھیں
سے جوڑتا ہوں l دو اور f کو
اس فاصلے سے سختی سے بڑا ہے ql دو جمع qf تو یہ صرف ایک مثلث کے دو اطراف کا یہ مجموعہ ہے تیسری طرف سے بڑا ہے لہذا
کو دیکھیں qf لیکن میں اس کے بارے میں کیا کہہ سکتا ہوں آئیے ہم اس s 2 a i جو lf 2
کو دو حصوں f one pl زاویہ pq دو کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے ہمیں ملتا ہے کہ f one pf زاویہ pn تو نوٹ کریں کہ چونکہ
میں تقسیم کرتا ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ یہ کھڑی لکیریں ہیں لہذا اگر آپ دیکھنا چاہتے ہیں یہ اگر یہ زاویہ تھیٹا ہے اور یہ زاویہ بھی تھیٹا ہے
مائنس تھیٹا ہے یہ دونوں pi by two مائنس تھیٹا ہے اور اس لیے یہ زاویہ پھر pi by 2 مائنس تھیٹا ہے یہ بھی pi by 2 تو یہ زاویہ
زاویے برابر ہیں
qf برابر ہے ql کا دو طرفہ ہے اور اس وجہ سے یہ دونوں مثلث متفق ہیں اور اس وجہ سے f one pl زاویہ pq تو ہم دیکھتے ہیں کہ
کے برابر ہے ql qf one لہذا one
ایک سے سختی سے کم ہے یاد رکھیں کہ بیضوی ایسا ہوتا ہے کہ بیضوی نقطے کے کسی qf دو جمع a qf تو اس کا کیا مطلب ہے کہ دو

اس کا a کے برابر ہوتا ہے کیونکہ یہاں فاصلے کا مجموعہ دو سے زیادہ ہے a بھی نقطے کے لیے دو مرکزوں سے فاصلے کا مجموعہ دو
بیضوی کے لیے نارمل ہے ٹھیک ہے اگلے مسئلے کے لیے بیضوی pn بیضوی کے باہر واقع ہے اور جب ہم یہ ثابت ہوا کہ یہ q مطلب ہے
کے فوکس سے ٹینجنٹ تک کھڑے پاؤں کے لوکس کو تلاش کرنے کی ضرورت ہے
سے بڑا کے b مربع کی طرف سے b مربع پر غور کیا ہے۔ y مربع میں ایک مربع جمع x تو فرض کریں کہ ہم نے بیضوی کو معیاری شکل
ساتھ ایک کے برابر ہے لہذا ہمارے پاس یہ بیضوی ہے اب ہمیں کیا کرنے کی ضرورت ہے فرض کریں کہ میں بیضوی پر کسی بھی عام مماس کو
کو دیکھتے ہیں f2 اور foci f1 لیتا ہوں اور پھر اگر آپ
سے ٹینجنٹ پھر ہمیں ایسے تمام پوائنٹس کے لوکس کو تلاش کرنا ہوگا لہذا ہم جانتے ہیں کہ f2 اور foci f1 تو آپ کو کھڑا کر سکتے ہیں ۔
c کے ذریعہ دی گئی ہے جہاں c جمع mx کے برابر y ہے m ٹینجنٹ کی مساوات اس طرح یاد کریں کہ ٹینجنٹ کی مساوات جس کی ڈھلوان
پلس یا مائنس مربع جڑ mx برابر ہے y کی کسی بھی مقررہ قدر کے لیے دو مماس ہیں جو m مربع ہے ایک مربع میٹر مربع جمع بی مربع لہذا
کی قدریں اب اگر ہمیں یہ تلاش کرنا ہے کہ m مربع یہ ہمیں مختلف کے لیے مماس کی مساوات فراہم کرتا ہے۔ b مربع جمع m ایک مربع
کھڑا کا پاؤں ہے hk فرض کریں کہ یہ کوئی عمومی نقطہ ہے
تو مساوات ہے
صفر سے کھڑا کا پاؤں ہے ae فوک پلس مائنس k کوما h تو اگر
ہے کیونکہ یہ ٹینجنٹ لائن پر کھڑا ہے اور اس وجہ سے مساوات ہوگی m کو جوڑتی ہے۔ دو فوکس مائنس ون بذریعہ hk تو لائن کی یہ ڈھلوان
مربع h جمع mk افسوس h ہے xx جمع mk اس کا مطلب ہے ae مائنس یا جمع x گنا m مائنس صفر برابر ہوگی مائنس ون بذریعہ k
بھی ٹینجنٹ لائن پر ہے اس لیے جہاں ٹینجنٹ لائن کی مساوات یہ ہے k کوما h مربع کے لیے یہ ایک مساوات ہے e برابر ہے مربع
m مربع یہ مساوات دو ہے اگر ہم ایک کو شامل کریں اور دو پھر ہمیں ملتا ہے b مربع کے برابر ہے جمع m مربع ایک مربع mh مائنس k تو
مربع m مربع جمع ایک مربع e برابر مربع mhk مربع مائنس دو h مربع m مربع جمع k جمع mhk مربع جمع دو h مربع جمع k مربع
مربع b جمع
k مربع جمع h مربع مشترک ہے اور ہم حاصل کرتے ہیں m تو ہم دیکھتے ہیں کہ یہ یہاں منسوخ ہو جائے گا اس کا مطلب ہے کہ ایک جمع
مربع b مربع جمع m مربع بہ ایک مربع جمع ایک مربع b مربع ہے 1 مائنس e مربع e مربع ایک مربع کے برابر کیا
مربع m مربع منسوخ کرتا ہے اور یہ مربع ضرب ایک جمع b مربع b مربع جمع m کے برابر ہے۔ مربع جمع ایک مربع b تو یہ مربع مائنس
مربع کو مربع کے برابر دیتا ہے کیونکہ یہ کسی کے لیے k مربع جمع h مربع کو منسوخ کیا جا سکتا ہے اور یہ m کے برابر ہے لہذا ایک جمع
k کوما h مربع مربع کے برابر ہے لہذا اس تصویر میں یہ y مربع جمع x جو کھڑا کا فٹ ہے لہذا لوکس k کوما h بھی درست ہے۔
رداس کے دائرے پر ہے جو بیضوی کے مرکز میں ہے لہذا اسے معاون دائرہ کہا جاتا ہے۔ لہذا فوکی سے ٹینجنٹ تک کھڑے ہونے کے پاؤں کے
لوکس کا پاؤں بیضوی کا معاون دائرہ ہے ٹھیک ہے اگلا مسئلہ ہم یہ تعین کرنا چاہتے ہیں کہ بیضوی شکل میں لکھے ہوئے مثلث کا زیادہ سے زیادہ
ممکنہ رقبہ کیا ہے تاکہ اس مسئلے کو حل کیا جا سکے۔ آئیے بیضوی پر ایک عمومی نقطہ کے لیے پیرامیٹر کا استعمال کرتے ہیں
تو آئیے ایک کے برابر کریں تاکہ cos تھیٹا b sin theta b برابر cos phi b sine phi c کے برابر cos psi b sin
مربع بذریعہ مربع مربع ایک کے برابر ہے لہذا ہم بیضوی پر کسی بھی y پر کوئی بھی تین پوائنٹس مربع بذریعہ مربع جمع x بیضوی psi b
تین نکات پر غور کر رہے ہیں جہاں تھیٹا فائی اور پی ایس آئی لہجے والے مثلث ہیں لہذا تھیٹا فائی پی ایس آئی پوائنٹس کے سنکی زاویے ہیں لہذا
لیں c اور ab ہم نے دیکھا آخری کلاس کہ اگر ہمارے پاس یہ بیضوی ہے اور اگر ہم یہاں کوئی نقطہ
تو یہ سنکی زاویہ کچھ بھی نہیں ہے لیکن اگر میں معاون دائرے کو دیکھتا ہوں
تو ہم معاون دائرے کے متعلقہ پوائنٹس کو دیکھتے ہیں
ہے r ہے اور یہ نقطہ ہے c کے مطابق ایک نقطہ ہے یہ c اور q یہ نقطہ p تو آئیے اس نقطہ کو دیکھتے ہیں۔
تو یہ تھیٹا phi اور psi اصل میں نقطہ p لہذا p کا زاویہ ہے p نقطہ ہے a cos theta b sin theta معذرت a cos
theta ایک گناہ تھیٹا
t تو مجھے لکھنے دو اگلی جگہ میں
تو چلو p برابر cos theta a sin theta q برابر cos phi a sin phi اب r برابر cos psi a sin psi b کے
مربع کے برابر ایک مربع اب یاد کریں اگر ہمارے پاس کسی بھی تین پوائنٹس کے نقاط ہیں جیسے y مربع جمع x متعلقہ پوائنٹس پر معاون دائرے
x ایک y ایک x دو y دو اور x تین y تین
x دو ایک اور y دو x ایک ایک y ایک x تین ہیں ہم کا نصف ہے y تین x دو y دو x ایک y ایک x تو مثلث کا رقبہ جس کے عمودی
a تین ایک کے تعین کو دیکھیں اور اس کی مطلق قدر مثلث کا رقبہ دیتی ہے لہذا ہم اس فارمولے کو استعمال کریں گے لہذا مثلث کا رقبہ y تین
abc کے برابر ہے۔ نصف بار نظر x ایک پر تعین کے ایک cos تھیٹا x 2 ہے y 1 ہے b sine theta 1 a cos phi b sin
phi 1 اور a cos psi b sin psi ہے اور عام سے کالم پہلے کے برابر ہے یہ نصف کے ایک b لیے اس عام سے کالم دوسرے ہے
نصف بار cos theta sin theta 1 cos phi sine phi 1 اور cos psi sin psi 1. یہ بھی کہ مثلث pqr کا رقبہ
کے معاون دائرے پر پوائنٹس ہیں a رداس pqr کیا ہے جہاں اب
y نقاط کا ہے b sin theta کے بجائے i sin theta ہے اسی طرح cos phi a sin phi one a تو یہاں فرق صرف
cos psi a sin psi n one یہ نصف مربع گنا کے برابر ہے cos theta sin theta one cos phi sine phi one
اور cos psi sin psi one
تو یہ یہاں ایک جیسا ہے
برابر ہے اگر میں ان دونوں کو تقسیم کرتا ہوں abc کے رقبہ کے لحاظ سے pqr تو ہم جو دیکھتے ہیں وہ ہے اس وجہ سے مثلث کا رقبہ مثلث

b کے رقبہ پر pqr ملتا ہے لہذا ہم دیکھتے ہیں کہ بیضوی پر لکھے ہوئے کسی بھی مثلث کا رقبہ اسی مثلث a بذریعہ b تو مجھے یہ تناسب
ایک مثلث ہے جو pqr کے ایک گنا رقبہ اب یہ pqr کے برابر ہے مثلث b کا رقبہ abc کے برابر تناسب کا ہے۔ معاون دائرہ اس لیے مثلث
pqr کے دائرے میں لکھا ہوا ہے لہذا ہم جانتے ہیں کہ اس کا زیادہ سے زیادہ رقبہ کب ہوتا ہے لہذا اس حقیقت کو دوبارہ یاد کریں مثلث a رداس
کا زیادہ سے زیادہ رقبہ ہوتا ہے جب تکون مساوی ہو cle کے اندر لکھا ہوا سر a
کا زیادہ سے زیادہ ممکنہ رقبہ چاہتے ہیں pqr ہے اور پھر ہم اس مثلث a تو اگر میرے پاس یہ دائرہ رداس
تو یہ بالکل اس وقت ہوتا ہے جب یہ مثلث مساوی مثلث ہو
ہے pqr تو اگر ہمارے پاس یہ
کے برابر لے رہے ہیں اور اس وجہ سے ہم یہ معلوم کر سکتے ہیں کہ اس مساوی مثلث کا زیادہ a تو یہ اس کا مرکز ہے دائرہ ہم اس رداس کو
سے زیادہ ممکنہ رقبہ کیا ہے کیونکہ اگر آپ اس زاویہ کو دیکھیں

ہے pi 6 x تو
a کے برابر ہے جڑ 3 ضرب 2 جڑ 3 گنا a سے 2 گنا ہو گی۔ بذریعہ 6 جو کہ cos pi 2 تو یہ سائیڈ کی لمبائی
اس دائرے کا رداس ہے a تو اگر
کا زیادہ سے زیادہ رقبہ جڑ تین ضرب چار کے برابر ہے۔ بار طرف کی pqr ہے اور اس وجہ سے مثلث a جڑ 3 گنا qr تو طرف کی لمبائی
کا زیادہ سے زیادہ رقبہ abc لمبائی مربع جڑ تین ایک مربع جو اس کے برابر ہے تین جڑ تین ضرب چار ایک مربع ہو گا اور اس وجہ سے مثلث
a b تین سے چار گنا ree root ایک مربع جو کہ ویں کے برابر ہے x 4 ایک بار یہ 3 جڑ b 3
تو یہ ایک بیضوی شکل میں لکھے ہوئے مثلث کا زیادہ سے زیادہ ممکنہ رقبہ ہے ٹھیک ہے لہذا یہ ہمیں اس لیکچر کے اختتام پر لے آتا ہے اگلے
لیکچر میں ہم ہائپربولا اور مستطیل ہائپربولا پر کچھ مسائل کریں گے شکریہ