

सभी को नमस्कार हम विशेष रूप से शंकु वर्गों पर अपनी चर्चा जारी रखेंगे, हम इस व्याख्यान में दीर्घवृत्त और अतिपरवलय के बारे में अध्ययन करेंगे और अगले

इसलिए पिछले व्याख्यान में हमने एक दीर्घवृत्त के लिए स्पर्शरेखा सामान्य वगैरह के समीकरण के बारे में चर्चा की यह व्याख्यान पहले दीर्घवृत्त के साथ जारी रहेगा

इसलिए पहले हम जो चीज प्राप्त करेंगे वह बाहरी बिंदु x एक y एक से एक दीर्घवृत्त तक स्पर्शरेखा के संपर्क की जीवा के समीकरण के लिए सूत्र है,

इसलिए दीर्घवृत्त x वर्ग बटा वर्ग प्लस y वर्ग बटा b वर्ग एक के बराबर पर विचार करें और x एक y एक को मान लें अंडाकार के बाहर एक बिंदु तो हमारे पास यह अंडाकार है और हमारे पास कुछ बिंदु x एक y एक है जो अंडाकार के बाहर स्थित है अब इस बिंदु से x एक y एक दो स्पर्शरेखा अंडाकार के लिए खींची जा सकती है और हमें जो चाहिए वह तार खोजने के लिए है तो मान लीजिए कि p यह बिंदु है और q और r दीर्घवृत्त पर उन बिंदुओं के साथ है जहाँ स्पर्शरेखाएँ खींची गई हैं और फिर हम इस जीवा qr के समीकरण को खोजना चाहते हैं तो इसे बिंदु कहते हैं tp मान लीजिए कि pq और p दो स्पर्शरेखाएँ हैं जहाँ q और r दीर्घवृत्त पर स्थित हैं, तो मान लीजिए कि q बिंदु x अभाज्य y अभाज्य है और r बिंदु x डबल अभाज्य y डबल अभाज्य दीर्घवृत्त पर है तो स्पर्शरेखा रेखा का समीकरण तो किसी बिंदु पर स्पर्शरेखा का स्मरण समीकरण x अभाज्य y अभाज्य xx अभाज्य द्वारा एक वर्ग जोड़ yy अभाज्य बटा b वर्ग बराबर एक के द्वारा दिया जाता है,

इसलिए इस मामले में यह रेखा pq का समीकरण होगा

और इसी प्रकार रेखा pr का समीकरण xx दोगुना है एक वर्ग से डैश प्लस yy डबल डैश बटा b वर्ग एक के बराबर है,

इसलिए ये रेखा pq और p के समीकरण हैं क्योंकि बिंदु px एक y एक

pq और p दोनों पर स्थित है, क्या हमारे पास ऐसा है यदि हम x एक y डालते हैं pq के लिए इस समीकरण में से एक और हमें x डैश x एक बटा वर्ग प्लस y डैश y एक बटा b वर्ग बराबर एक और x दोगुना x एक गुणा एक वर्ग प्लस y दोगुना y एक बटा b वर्ग मिलता है यह भी बराबर है एक तो हमें ये दो समीकरण एक और दो मिलते हैं जो हमें खोजने थे हमें रेखा qr का समीकरण ज्ञात करना है,

इसलिए हमें जीवा qr के समीकरण की आवश्यकता है,

इसलिए ध्यान दें कि q और r ये बिंदु x डैश y डैश और x डबल डैश y डबल हैं, यदि हमारे पास कोई सीधी रेखा है जिस पर ये दोनों बिंदु झूठ बोलते हैं तो वह सीधी रेखा qr का समीकरण होगा

इसलिए समीकरण पर विचार करें x गुणा x एक बटा एक वर्ग प्लस y गुणा y एक बटा b वर्ग एक के बराबर यह एक सीधी रेखा का समीकरण है ध्यान दें कि एक और दो का तात्पर्य एक से है बिंदु q जो x डैश है y डैश

उपरोक्त रेखा पर स्थित है और दो बिंदु r का अर्थ है जिसके निर्देशांक x को y डबल डैश के रूप में दोगुना कर दिया गया है यह भी उसी रेखा पर स्थित है अब किन्हीं दो बिंदुओं से गुजरने वाली एक अनूठी सीधी रेखा है

इसलिए यह समीकरण q और r को मिलाने वाली रेखा के समीकरण के अलावा और कुछ नहीं है,

इसलिए चूंकि दो अलग-अलग बिंदुओं से गुजरने वाली एक अनूठी सीधी रेखा है,

समीकरण q और r को मिलाने वाली रेखा का है,

इस प्रकार हमें जो मिलता है वह यह है कि qr का समीकरण

xx एक बटा एक वर्ग है यूरे प्लस वाई एक बटा बी वर्ग बराबर एक तो ध्यान दें कि यह समीकरण एक बिंदु x एक y एक पर स्पर्शरेखा रेखा के समीकरण के समान दिखता है लेकिन इस मामले में बिंदु x एक y एक अंडाकार के बाहर स्थित है,

इसलिए हमारे पास यह है दीर्घवृत्त और हमारे पास कोई बिंदु x एक y एक है और फिर इस दो बिंदु q और r को मिलाने वाली जीवा का समीकरण दीर्घवृत्त पर एक बिंदु पर स्पर्शरेखा रेखा के समीकरण में x एक y एक को जोड़ने के अलावा और कुछ नहीं है, यह हमें देता है जीवा के समीकरण के लिए सूत्र आगे हम इस समस्या को करेंगे यह साबित करते हैं कि दीर्घवृत्त पर किसी भी बिंदु पर सामान्य रेखाओं के बीच के कोण को समद्विभाजित करता है

इसलिए हम एक अरेख बनाते हैं हमारे पास एक दीर्घवृत्त है और मान लीजिए कि एक बिंदु p है तो हम क्या दो फ़ॉसी हैं, उन्हें f एक और f दो कहते हैं और मान लीजिए कि हम दीर्घवृत्त पर कोई बिंदु p लेते हैं और फिर हम फ़ोकस फ़ॉसी को इस बिंदु p से मिलाने वाली रेखा को देखते हैं जो हमें साबित करना है कि इस बिंदु पर सामान्य है p यह सामान्य रेखा है यह b कोण को इस प्रकार समद्विभाजित करता है ताकि p समद्विभाजित कोण f एक pf दो पर अभिलंब दिखाया जा सके तो हम क्या करेंगे कि हम इस दीर्घवृत्त को देखें और बिंदु p और दो $foci$ f एक और f दो को देखें और यहाँ ठीक है तो आइए हम इसके कोण के द्विभाजक को देखें,

इसलिए pn कोण f एक pf दो का कोण द्विभाजक है और हमें जो दिखाना है वह यह है कि हमें यह दिखाने की आवश्यकता है कि यह सामान्य है

इसलिए जब आवश्यकता हो तो pn कोण के लिए सामान्य है दीर्घवृत्त

इसलिए चूंकि हमने इस कोण को द्विभाजक ले लिया है, आइए हम इन कोणों को थीटा कहते हैं, अब आइए हम उस रेखा को देखें जो इस pn के लंबवत है तो यह कोण pi बटा दो घटा थीटा है यह भी pi बटा दो घटा थीटा है

इसलिए पी से गुजरने वाली रेखा पर विचार करें जो पीएन के लंबवत है,

इसलिए यह साबित करना कि पीएन सामान्य है, यह साबित करने के बराबर है कि यह रेखा स्पर्शरेखा है,

इसलिए यह दिखाएगा कि यह रेखा अंडाकार के लिए स्पर्शक है जिसका अर्थ है कि हमें यह दिखाना होगा कि यदि वहां है कोई अन्य बिंदु q इस रेखा पर q दीर्घवृत्त पर नहीं होना चाहिए

इसलिए इस लंबवत रेखा पर एक बिंदु q लें मुझे फिर से चित्र बनाने दें यह बिंदु p यह है n यह f एक है और f दो अब दीर्घवृत्त x

वर्ग का समीकरण मान लीजिए एक वर्ग जोड़ y वर्ग बटा b वर्ग एक के बराबर है तो इस रेखा f से p पर स्थित एक बिंदु पर विचार करें जो फोकस f दो से दो तरह की दूरी पर है

इसलिए यह दूरी $p1$ दो गुना है

इसलिए रेखा पर बिंदु 1 पर विचार करें

f 2 p इस तरह की दूरी f दो 1 यह दो के बराबर है a अब हम इस रेखा पर कोई बिंदु q लेते हैं, हमें यह साबित करना होगा कि यह q दीर्घवृत्त के बाहर है

इसलिए यह दूरी दो है a क्या है तो अब इन दोनों पर ध्यान दें a , 1 दो f दो की दूरी के बराबर है जो qf दो जमा $q1$ की दूरी से कम है,

इसलिए यदि मैं इस बिंदु q को f दो से मिलाता हूँ और 1 यह केवल त्रिभुज की दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से अधिक है

इसलिए qf दो जमा $q1$, $1f$ 2 की दूरी से सख्ती से बड़ा है

जो कि i s 2 a लेकिन मैं ओके के बारे में क्या कह सकता हूँ, आइए हम इस qf one को देखें,

इसलिए ध्यान दें कि चूंकि pn कोण f एक pf दो को समद्विभाजित करता है,

इसलिए हमें वह pq कोण f एक $p1$ को समद्विभाजित करता है, क्योंकि यह लंबवत रेखाएं हैं

इसलिए यदि आप देखना चाहते हैं यह अगर यह कोण थीटा है और यह कोण भी थीटा है तो यह कोण pi बटा 2 घटा थीटा है यह भी pi बटा 2 घटा थीटा है और

इसलिए यह कोण फिर से pi बटा दो घटा थीटा है ये दोनों कोण बराबर हैं

इसलिए हम देखते हैं कि pq कोण f एक $p1$ का समद्विभाजक है और

इसलिए ये दो त्रिभुज सर्वांगसम हैं और

इसलिए $q1$ बराबर qf एक है

इसलिए $q1$ qf एक के बराबर है तो इसका क्या अर्थ है कि दो a अब qf दो जमा qf एक से सख्ती से कम है

याद रखें कि दीर्घवृत्त ऐसा है कि दीर्घवृत्त पर किसी भी बिंदु के लिए दो नाभियों से दूरी का योग दो a के बराबर होता है क्योंकि यहाँ दूरी का योग दो से अधिक है a इसका अर्थ है q दीर्घवृत्त के बाहर स्थित है और

इसलिए जब हम पास होना सिद्ध किया गया है कि यह pn दीर्घवृत्त के लिए सामान्य है, ठीक है, अगली समस्या एक दीर्घवृत्त के केंद्र से स्पर्शरेखा तक लंबवत के पैर के स्थान को खोजने की आवश्यकता है,

इसलिए मान लीजिए कि हमने दीर्घवृत्त को मानक रूप x वर्ग गुणा एक वर्ग प्लस y वर्ग में माना है।

बी वर्ग द्वारा बी

से अधिक के साथ एक के बराबर,

इसलिए हमारे पास अब यह अंडाकार है जो हमें करने की आवश्यकता है मान लीजिए कि मैं अंडाकार के लिए कोई सामान्य स्पर्शरेखा लेता हूँ और फिर यदि आप फॉसी एफ 1 और एफ 2 को देखते हैं तो आप लंबवत आकर्षित कर सकते हैं फॉसी $f1$ और $f2$ से

स्पर्शरेखा तब हमें ऐसे सभी बिंदुओं का स्थान ज्ञात करना होगा ताकि हम जान सकें कि स्पर्शरेखा का समीकरण इतना याद दिलाता है कि स्पर्शरेखा का समीकरण जिसका ढलान m है, y द्वारा mx प्लस c के बराबर दिया जाता है जहाँ c वर्ग है एक वर्ग एम वर्ग प्लस बी

वर्ग तो एम के किसी भी निश्चित मूल्य के लिए दो स्पर्शरेखाएं हैं जो कि y बराबर एमएक्स प्लस या माइनस वर्ग के वर्ग मीटर प्लस बी वर्ग के बराबर है यह हमें विभिन्न के लिए स्पर्शरेखा का समीकरण देता है m के मान अब अगर हमें यह पता लगाना है कि यह कोई सामान्य बिंदु है hk लंब का पाद है तो समीकरण

इसलिए यदि h अल्पविराम k $foci$ से लंब का पैर है और शून्य से ae शून्य है तो

hk को मिलाने वाली रेखा का यह ढलान दो फॉसी माइनस वन बटा मी है क्योंकि यह स्पर्शरेखा रेखा के लंबवत है और

इसलिए समीकरण k माइनस ज़ीरो बराबर माइनस वन बटा m गुना x माइनस या प्लस ए होगा इसका मतलब है कि एमके प्लस

एक्सएक्स एच सॉरी एमके प्लस एच स्क्वायर बराबर है एक वर्ग ई वर्ग के लिए यह एक समीकरण भी है एच अल्पविराम के स्पर्शरेखा रेखा पर स्थित है

इसलिए जहाँ स्पर्शरेखा रेखा का समीकरण यह है तो k घटा mh वर्ग एक वर्ग के बराबर है मीटर वर्ग प्लस बी वर्ग यह समीकरण दो है यदि हम एक जोड़ते हैं और दो तो हमें एम वर्ग के वर्ग प्लस एच स्क्वायर प्लस दो एमएचके प्लस के स्क्वायर प्लस एम स्क्वायर एच स्क्वायर

माइनस दो एमएचके बराबर एक वर्ग ई वर्ग प्लस एक वर्ग एम वर्ग प्लस बी स्क्वायर मिलता है,

इसलिए हम देखते हैं कि यह यहाँ रद्द हो जाएगा इसका मतलब है कि एक प्लस एम वर्ग आम है और हमें एच वर्ग प्लस के वर्ग एक वर्ग के बराबर मिलता है ई वर्ग क्या है ई वर्ग 1 घटा बी वर्ग एक वर्ग प्लस एक वर्ग मीटर वर्ग प्लस बी वर्ग है तो यह एक वर्ग शून्य से बी के

बराबर है स्क्वायर प्लस ए स्क्वायर एम स्क्वायर प्लस बी स्क्वायर बी स्क्वायर कैसिल और यह एक वर्ग गुणा एक प्लस एम वर्ग के बराबर है इसलिए एक प्लस एम वर्ग को रद्द किया जा सकता है और यह एच वर्ग प्लस के वर्ग को एक वर्ग के बराबर देता है क्योंकि यह किसी भी

के लिए सच है h अल्पविराम k जो लंबवत का पैर है

इसलिए स्थान x वर्ग है और y वर्ग एक वर्ग के बराबर है

इसलिए इस चित्र में यह h अल्पविराम दीर्घवृत्त के केंद्र में केंद्रित त्रिज्या के वृत्त पर स्थित है,

इसलिए इसे सहायक वृत्त कहा जाता है

इसलिए फॉसी से टेंगेट तक लंबवत के पैर के स्थान का पैर अंडाकार का सहायक सर्कल है ठीक है अगली समस्या हम यह निर्धारित

करना चाहते हैं कि इस समस्या को हल करने के लिए एक अंडाकार में लिखे गए त्रिभुज का अधिकतम संभव क्षेत्र क्या है आइए हम दीर्घवृत्त पर एक सामान्य बिंदु के लिए पैरामीटर का उपयोग करें, तो आइए एक बराबर तो एक कोस थीटा बी पाप थीटा बी के बराबर एक

कॉस फी बी साइन फी सी के बराबर एक कॉस पीएसआई बी पाप साई बी अंडाकार एक्स पर कोई तीन बिंदु वर्ग बटा वर्ग प्लस y वर्ग

बटा b वर्ग एक के बराबर है,

इसलिए हम दीर्घवृत्त पर किन्हीं तीन बिंदुओं पर विचार कर रहे हैं जहां थीटा फी और साई उच्चारण त्रिकोण हैं,

इसलिए थीटा फी साई बिंदुओं के सनकी कोण हैं,

इसलिए हमने इसमें देखा अंतिम वर्ग कि यदि हमारे पास यह दीर्घवृत्त है और यदि हम यहां कोई बिंदु ab और c लेते हैं तो यह सनकी कोण कुछ भी नहीं है, लेकिन अगर मैं सहायक वृत्त को देखता हूं तो हम सहायक वृत्त पर संबंधित बिंदुओं को देखते हैं तो आइए इस बिंदु को देखें p यह बिंदु q और c के अनुरूप एक बिंदु है यह c है और यह बिंदु r है

इसलिए यह थीटा फी और साई वास्तव में बिंदु p का कोण है

इसलिए p बिंदु $a \cos \theta$ थीटा b पाप थीटा क्षमा करें $a \cos \theta$ एक पाप थीटा तो मुझे लिखने दो I अगले स्थान में t तो p बराबर $a \cos \theta$ $a \sin \theta$ q बराबर $a \cos \phi$ $a \sin \phi$ r बराबर $a \cos \psi$ $a \sin \psi$ b सहायक सर्कल x वर्ग प्लस y वर्ग के बराबर अंक के बराबर होने दें एक वर्ग अब याद करता है कि यदि हमारे पास x एक y एक x दो y दो और x तीन y तीन के रूप में किन्हीं तीन बिंदुओं के निर्देशांक हैं तो त्रिभुज का क्षेत्रफल जिसका शीर्ष x एक y एक x दो y दो x तीन y तीन है, हम का आधा है x एक y एक एक x दो y दो एक और x तीन y तीन एक के निर्धारक को देखें और इसका निरपेक्ष मान त्रिभुज का क्षेत्रफल देता है

इसलिए हम इस सूत्र का उपयोग करेंगे

इसलिए त्रिभुज a का क्षेत्रफल abc आधे गुना के बराबर है।

एक्स के निर्धारक पर एक कॉस थीटा है एक्स 2 वाई 1 है बी साइन थीटा 1 एक कॉस फी बी पाप फी 1 और एक कॉस साई बी पाप साई एक यह आधे के बराबर है पहले कॉलम से आम है और बी है दूसरे कॉलम से आम तो आधा एबी गुना कॉस थीटा पाप थीटा 1 कॉस फी साइन फी 1 और कॉस साई पाप साई 1.

त्रिभुज pqr का क्षेत्रफल भी क्या है जहाँ अब pqr त्रिज्या के सहायक वृत्त पर बिंदु हैं,

इसलिए यहाँ अंतर केवल y निर्देशांक है $b \sin \theta$ थीटा के बजाय मेरे पास एक पाप थीटा है इसी तरह एक $\cos \phi$ $a \sin$ फी वन ए कॉस साई ए पाप साई ए वन यह आधे वर्ग गुना के बराबर है क्योंकि थीटा पाप थीटा एक कोस फी साइन फी वन और कॉस साई पाप साई एक तो यह यहाँ समान है

इसलिए हम जो देखते हैं वह है

इसलिए त्रिभुज का क्षेत्रफल त्रिभुज pqr के क्षेत्रफल से एबीसी बराबर है अगर मैं इन दोनों को विभाजित करता हूं तो मुझे यह अनुपात बी बटा ए मिलता है,

इसलिए हम देखते हैं कि अंडाकार पर अंकित किसी भी त्रिभुज का क्षेत्र निरंतर अनुपात बी बटा ए और संबंधित त्रिभुज पीक्यूआर के क्षेत्र में है।

सहायक सर्कल

इसलिए त्रिभुज एबीसी का क्षेत्रफल त्रिभुज पीक्यूआर के एक गुना क्षेत्र के बराबर बी के बराबर है अब यह पीक्यूआर त्रिज्या के एक सर्कल में खुदा हुआ एक त्रिकोण है,

इसलिए हम जानते हैं कि इसका अधिकतम क्षेत्रफल कब है

इसलिए इस तथ्य को फिर से याद करें त्रिकोण पीक्यूआर

एक के अंदर खुदा हुआ है सिरों त्रिभुज के समबाहु होने पर $c/2$ का अधिकतम क्षेत्रफल होता है,

इसलिए यदि मेरे पास त्रिज्या का यह वृत्त है और फिर हम इस त्रिभुज का अधिकतम संभव क्षेत्र चाहते हैं pqr यह ठीक तब होता है जब यह त्रिभुज समबाहु त्रिभुज होता है,

इसलिए यदि हमारे पास यह pqr है तो यह इसका केंद्र है वृत्त हम इस त्रिज्या को a के बराबर मान रहे हैं और

इसलिए हम यह पता लगा सकते हैं कि इस समबाहु त्रिभुज का अधिकतम संभव क्षेत्रफल क्या है क्योंकि यदि आप इस कोण को 60° बटा

π देखते हैं तो यह भुजा की लंबाई 2 गुना होगी $\cos \pi/3$ बटा 6 जो 2 ए गुणा रूट 3 बटा 2 रूट 3 गुना ए के बराबर है,

इसलिए यदि ए इस सर्कल की त्रिज्या है

तो पक्ष की लंबाई qr 3 गुना ए है और

इसलिए त्रिभुज पीक्यूआर का अधिकतम क्षेत्रफल रूट तीन बटा चार के बराबर है गुना भुजा की लंबाई वर्गमूल तीन एक वर्ग जो इसके बराबर है तीन मूल तीन बटा चार एक वर्ग होगा और

इसलिए

त्रिभुज एबीसी का अधिकतम क्षेत्रफल बी गुणा होगा यह 3 मूल 3 बटा 4 एक वर्ग जो वें के बराबर है री रूट थ्री बाय फोर गुना एबी तो यह एक दीर्घवृत्त में अंकित त्रिभुज का अधिकतम संभव क्षेत्र है,

इसलिए यह हमें अगले व्याख्यान में इस व्याख्यान के अंत में लाता है

हम हाइपरबोला और आयताकार हाइपरबोला पर कुछ समस्याएं करेंगे धन्यवाद