

آخری لیکچر میں مخروطی حصوں پر لیکچر نمبر آٹھ میں خوش آمدید جس میں ہم نے مماس کی مساوات اور پیرابولا کے نارمل کے بارے میں کے انقطاع کے پوائنٹس سے y کے برابر لائن c جمع mx مطالعہ کیا تھا اس لیکچر میں ہم بیضوی کے بارے میں مطالعہ کریں گے لہذا میں مربع ایک کے برابر ہے b مربع بذریعہ y مربع بذریعہ مربع جمع x شروع کرتا ہوں۔ بیضوی c جمع mx ہے y ہے اور ہمارے پاس کچھ لائن b اور صفر مائنس b تو ہمارے پاس یہ بیضوی ہے یہ صفر مائنس صفر ہے یہ نقطہ صفر کے برابر جیسا کہ آپ تصویر سے دیکھ سکتے ہیں کہ تین امکانات ہیں کہ یہ لکیر بیضوی کو دو پوائنٹس میں کاٹ سکتی ہے یا یہ لکیر اس طرح ہوسکتی ہے جب یہ بیضوی کو نہیں کاٹتی اور تیسری صورت یہ ہے کہ یہ لکیر بیضوی کو صرف ایک نقطہ میں کاٹ سکتی ہے۔ لہذا ہم ان تینوں صورتوں

ملتا ہے y مربع بذریعہ مربع جمع x کے برابر ڈالنے سے c جمع mx کو y توں کے لیے شرط اخذ کریں گے لہذا بیضوی کی مساوات میں کو حل کرنا ہے x مربع ایک کے برابر اور پھر ہمیں اس مساوات سے b مربع بذریعہ c جمع cmx جمع mx x is x مربع کے برابر ہے اور یہ ہمیں b مربع ایک مربع c جمع mcx مربع جمع $2x$ مربع m مربع جمع ایک مربع x مربع b مربع x مربع جمع b مربع مائنس c جمع ایک مربع mcx مربع جمع 2 مربع x مربع b میں ایک چوکور مساوات فراہم کرتا ہے۔ جو ایک مربع میٹر مربع جمع مربع صفر کے برابر ہے

mc یہ دو ایک مربع ac مربع مائنس چار کے برابر b ہے d میں یہ ایک چوکور مساوات کی مساوات ہے اور اس کا امتیاز x تو یہ ہے مربع c مربع m سے چار a مربع یہ امتیاز دیتا ہے چار b مربع مائنس c مربع بار ایک مربع b مربع جمع m مربع مائنس چار گنا ایک مربع b مربع a مربع جمع 4 مربع c مربع b مربع a مربع مائنس 4 سے چار میٹر مربع a مربع جمع چار c مربع m سے چار a مائنس چار مربع جمع c مربع مائنس ملتا ہے۔ m مربع عام ہے اور پھر ہمیں مربع b سے 4 یہ منسوخ ہوتا ہے اور اسے اس طرح لکھا جاسکتا ہے کہ مربع b مربع

مربع سے کم ہے اور m مربع ایک مربع c سختی سے مثبت ہے یعنی اگر d تو ہم جانتے ہیں۔ کہ ہمارے پاس چورابوں کے دو پوائنٹس ہیں اگر کے لیے ہے۔ d مربع سے کم ہے اور صرف ایک نقطہ انقطاع ہے اس کا مطلب ہے کہ چوکور مساوات کی اصلی اور مساوی جڑ ہے جو b صفر سے کم ہے d مربع کے برابر ہے اور اگر b مربع ایک مربع میٹر مربع جمع c صفر کے برابر ہو کہ مربع سے بڑا ہے b مربع جمع m مربع مربع c تو چورائے کا کوئی نقطہ نہیں ہے یعنی اگر

مربع ایک b مربع بذریعہ y مربع بذریعہ ایک مربع جمع x کا مماس بیضوی mx plus c برابر y تو اس سے ایک نتیجہ یہ ہے کہ لائن ہے مربع کے برابر ہو b مربع جمع m مربع ایک مربع c کے برابر ہے اگر اور صرف اس صورت میں جب تو یہ لائن کی شرط ہے بیضوی پر مماس بنیں اگلا ہم یہ جاننے کی کوشش کرتے ہیں کہ دو پوائنٹس کو جوڑنے والے راگ کی لمبائی کی لمبائی کتنی بیضوی پر ہے x two y two اور x one y one ہے اُنہی کہتے ہیں مربع ایک کے برابر پھر ہم تلاش کرنا b مربع بذریعہ y کہیں۔ مربع جمع a مربع بذریعہ x تو فرض کریں کہ بیضوی پر یہ دو پوائنٹس ہیں چاہتے ہیں کہ راگ کی لمبائی کیا ہے

تو ہمارے پاس یہ بیضوی ہے اور ہمارے پاس کوئی بھی دو نکات ہیں ہم یہ لمبائی چاہتے ہیں کے برابر ہے پھر ہم جانتے ہیں کہ چورابوں mx plus c کی شکل y تو ہم نے دیکھا ہے کہ اگر ہم اس کی مساوات کو جانتے ہیں سیدھی لکیر y کو x two y two اور x one y one کے پوائنٹس ایک چوکور مساوات کی جڑوں کے ذریعہ دیے جاتے ہیں لہذا لائن کی مساوات ایک x مائنس x ایک بار x دو مائنس x ایک y دو مائنس y کے ذریعہ دی جاتی ہے۔ ایک ڈھلوان کے برابر ہے y مائنس x ایک بذریعہ y دو مائنس y ایک بار x دو مائنس x ایک y دو مائنس y برابر ہے y تو یہ وہی چیز ہے جیسے x 2 اور x 1 ہے اب ہم جانتے ہیں کہ c کی قدر ہے اور اس لائن کے لئے یہ m ایک اس کا مطلب ہے کہ یہ x ایک بار x دو مائنس دو ہیں چوکور مساوات کی جڑیں جو ہم نے پچھلی سلائیڈ میں اخذ کی ہیں لہذا یہ وہ مساوات ہے جس کی x ایک اور x مساوات کی جڑیں ہیں dx 2. x 1 ان جڑیں

مربع صفر کے b مربع مائنس c جمع ایک مربع mcx مربع جمع دو ایک مربع x مربع b تو اُنہی اسے لکھتے ہیں ایک مربع میٹر مربع جمع دو کے لئے x ایک بار x دو اور x ایک جمع x دو چوکور مساوات کی جڑیں ہیں پھر ہم x ایک اور x برابر اب ہم جانتے ہیں کہ اگر ایک x مربع کے عدد سے تقسیم اور x کے عدد کے مائنس کے برابر ہے x دو x ایک جمع x فارمولہ لکھ سکتے ہیں لہذا اس کا مطلب ہے بطور فعل دیا گیا ہے اب راگ کی c اور m مربع جہاں b مربع جمع m مربع بذریعہ مربع b مربع مائنس c دو برابر ہے۔ ایک مربع x بار x one minus x two square دو مربع لیکن اسے y ایک مائنس y دو مربع جمع x ایک مائنس x برابر ہے مربع جڑ 1 لمبائی کے طور پر لکھا جاسکتا ہے c دو جمع mx one mx one اور y two mx one plus y one is mx one plus c مربع اوقات کے مربع جڑ کے برابر ہے۔ ایکس ایک مائنس ایکس ٹو کا m یہاں کینسل کرتا ہے اور ہمیں ملتا ہے کہ یہ ایک جمع c تو h تو ہمیں یہ تلاش کرنے کی ضرورت ہے کہ موڈ ایکس ایک مائنس ایکس ٹو کیا ہے اور پھر ہم لمبائی کو جانتے ہیں x 1 x 2 اور x 1 جمع x 1 کے علاوہ کچھ نہیں ہے لہذا اگر آپ x 1 x 2 دو مائنس 4 ایک جمع x دو مربع x ایک مائنس x تو کی قدر کو بدلتے ہیں

دو مربع مائنس x ایک جمع x مربع مربع سے تقسیم یہ ہے b مربع ملتا ہے۔ ایک مربع میٹر مربع جمع c مربع m کو چار a تو اس سے چار مربع اور آسان بنانے پر یہ دیتا ہے کہ ہمارے پاس ایک b مربع جمع m مربع تقسیم ایک مربع b مربع مائنس c دو ایک مربع x ایک x چار گنا c مربع مائنس b مربع جمع m مربع بار ایک مربع b مربع a مربع برج میں مربع اور بندسہ چار ہو جاتا ہے b مربع جمع m ہے مربع b مربع کا دو اب گنا مربع جڑ جمع m دو اس کا مثبت مربع جڑ ہے لہذا یہ برابر ہے ایک مربع x ایک مائنس mod x مربع اور اس وجہ سے دو تاکہ x ایک مائنس x مربع کا مربع جڑ ہے اس موڈ m ایک جمع 1 مربع اور لمبائی b مربع جمع m مربع تقسیم ایک مربع c مربع مائنس ہم لمبائی تلاش کر سکیں اس کا استعمال کرتے ہوئے بیضوی پر کسی بھی دو پوائنٹس کو جوڑنے والی راگ کا فارمولہ مربع ایک کے برابر b مربع بذریعہ y مربع بذریعہ ایک مربع اور $ellipse$ x سے x one y one تو اگلا ہم اخذ کریں گے کہ پوائنٹ

ہے تو ہم اسے دو مختلف طریقوں سے کریں گے سب سے پہلے ہم اس کا استعمال کرتے ہوئے کریں گے جو ہم نے ابھی کیا ہے لہذا ٹینجنٹ کی جمع mx ہے y ایک ہے جو x مائنس x گنا m ایک کے برابر y مائنس y پر رہنے دیں پھر لائن کی مساوات mx plus c x 1 y 1 bm ڈھلوان کو کے برابر ہے mx one مائنس y one

کے برابر رکھیں y one minus mx one c تو اُنہی

کے برابر ہے اور ہم اس حالت کو جانتے ہیں جب یہ لائن ٹینجنٹ ہوتی ہے c جمع mx کی لکیر کی مساوات y تو ہمارے پاس فارم مربع ایک کے B مربع y مربع بذریعہ مربع جمع $ellipse$ x کے tangent ہے mx plus c مساوی y تو ہم جان لیں کہ لائن مربع کے برابر ہو b مربع جمع m مربع ایک مربع c برابر اگر اور صرف ہے c یہ وہی چیز ہے جیسا کہ o ہوگی۔ s تو یہ شرط ہے بیضوی کو صرف ایک نقطے میں جوڑنے والی لکیر جس صورت میں یہ ٹینجنٹ

ہے جس کا کوآرڈینیٹ ایک p اب یہاں ایک عمومی نقطہ o یہ اصل ہے $b \theta \theta a \theta$ تو ہمارے پاس یہ نقطہ ایک کوما ہے θ مانس
تھیٹا ہیں اور ہمیں تصویر میں یہ زاویہ تھیٹا کہاں نظر آتا ہے $\sin b$ تھیٹا اور \cos

تو اب اگر آپ اسے دیکھتے ہیں

تھیٹا ہے \cos کوآرڈینیٹ ایک x تو پوائنٹ کا

تھیٹا ہے اب اگر میں اسے لینا چاہتا ہوں نقطہ \cos تو یہ لمبائی

محور کے ساتھ لیتے ہیں x تو اگر ہم زاویہ تھیٹا کو مثبت

کے طور پر لکھنے دیں $\sin \theta$ اور $\cos \theta$ کو q کوآرڈینیٹ دینے جاتے ہیں مجھے اس نقطہ y اور x تو

تو اگر میں اس زاویہ تھیٹا کو لینا ہوں

سے کم لے رہے ہیں لہذا یہ $a \sin \theta$ $a \cos \theta$ میں کوآرڈینیٹ ہوتا ہے۔ q تو اس نقطہ

کہاں ہے q نقطہ اس بیضوی سے باہر ہے اب یہ نقطہ

اس دائرے پر ہے q تو اگر آپ دیکھیں کہ یہ نقطہ

مربع مربع کے برابر ہے y مربع جمع x اس دائرے پر واقع ہے۔ دائرہ q تو نقطہ

ہے۔ اصل میں مرکز حاصل کریں لیکن رداس ایک کے برابر ہے لہذا اگر میں کہیچتا ہوں یا یہ دائرہ یہ وہ دائرہ ہے جس a تو یہ وہ دائرہ ہے جو

کے برابر p دائرے پر واقع ہے اور پوائنٹ q کے برابر ہے اور مرکز بیضوی کے مرکز کے برابر ہے لہذا یہ نقطہ a کا رداس

مربع پر کوئی x ہے لہذا ہم اس زاویہ کو تھیٹا کے ذریعے تلاش کر سکتے ہیں تاکہ بیضوی a ایکس کوآرڈینیٹ ہے یہ وہ دائرہ ہے جس کا رداس

مربع پر پوائنٹ کو لے y مربع پلس x مربع ایک کے برابر ہو اسے حاصل کیا جا سکتا ہے۔ دائرہ b مربع بذریعہ y بھی نقطہ ایک مربع جمع

محور پر کھڑا چھوڑتے ہیں اور پھر یہ بیضوی پر نقطہ x محور کے ساتھ ہے اور پھر x کر ایک مربع کے برابر ہے جس کا زاویہ تھیٹا مثبت

کی طرف سے دیے گئے بیضوی $\sin \theta$ $\cos \theta$ $b \sin \theta$ $a \cos \theta$ پر کاٹتا ہے جس کے نقاط ہیں p

y محور اور کیا ہے اس کے x مربع کے برابر ایک مربع کے برابر ایک زاویہ تھیٹا پر مثبت y مربع جمع x نقطہ پر عمودی لکیر پر دائرہ

نقاط کا y کے q اور p نقاط ہیں لہذا y کے p اور q تھیٹا بالترتیب $b \sin \theta$ تھیٹا ہے اور \sin نقاط کا تناسب اگر آپ دیکھتے ہیں کہ

بذریعہ b تھیٹا ہے جو کہ برابر ہے $s \sin$ تھیٹا سے تقسیم شدہ $b \sin$ تناسب

b مربع بذریعہ y مربع کو ایک مربع جمع x تو درحقیقت آپ بیضوی کو بیان کرنے کے لیے اس کا استعمال کر سکتے ہیں لہذا اگر میں بیضوی

مربع کے برابر بیان کرنا چاہتا ہوں

کو دیکھیں q تو آپ پہلے دائرے کے دائرے کو دیکھیں جو اصل میں مرکز ہے اور پھر آپ اس دائرے پر کسی بھی نقطہ

کہاں ہے یہ اس طرح کا تناسب ہے لہذا اگر میں اس کو p کے ذریعے اس عمودی لکیر پر بوگا اور یہ نقطہ q اس p تو بیضوی پر کا نقطہ

کہوں qm

a کے برابر ہے بذریعہ qm کو تقسیم کیا جائے گا۔ pm تو تناسب

کے qm کے برابر ہے ایک بار b pm تو اس کا مطلب ہے کہ

کو بدلتے رہتے ہیں۔ دائرہ q کوآرڈینیٹ سے اور اگر آپ پوائنٹ y کے q ہے b کوآرڈینیٹ y کو لیں جس کے ساتھ p تو آپ اس نقطہ

مربع ہے۔ b مربع ایک کے برابر ہے y مربع بذریعہ مربع جمع x بنائیں جو آپ کو ملتا ہے وہ بیضوی

مربع ایک کے b مربع بذریعہ y مربع سے ایک مربع جمع x تو اگلا ہم ایک مسئلہ کریں گے مماس کے انقطاع کے نقطہ کے مقام کا تعین بیضوی

برابر جو دائیں زاویوں سے ملتا ہے لہذا ہم کیا چاہتے ہیں دائیں زاویہ پر گوشت کے ساتھ مماس کے چوراہوں کے نقطہ کے مقام کا تعین کرنا ہے

تو اُٹے لکھتے ہیں کہ ٹینجٹ کی مساوات کیا ہے

مربع ایک مربع میٹر مربع جمع c کے ساتھ دیا گیا ہے۔ c جمع mx کے برابر y ہے اسے m تو اس ٹینجٹ کی حل مساوات جس کی ڈھلوان

مربع لہذا ایک بار جب آپ ڈھلوان b مربع جمع m جمع مربع جڑ ایک مربع mx برابر ہے y مربع کے برابر ہے کہ ہمارے پاس مساوات ہے b

کو جان لیں

ہے اس لیے ٹینجٹ کی مساوات m تو آپ مماس کی مساوات اسی طرح لکھ سکتے ہیں کہ کیا ہے ٹینجٹ سے ڈھلوان کی مساوات مانس ون بذریعہ

ہو گی m کے برابر ہے اس لیے ڈھلوان مانس ون بذریعہ y جو اوپر والے ٹینجٹ کے لیے کھڑی ہے

مربع اُٹے اس مساوات کو ایک لکھتے ہیں اور یہ b مربع جمع m مانس ون بذریعہ es جمع ایک مربع x گنا m تو مانس ایک بذریعہ

مربع مربع جڑ b مربع جمع m جمع ایک مربع بذریعہ mx برابر مانس ون بذریعہ y ہماری مساوات ہے دو

ایک اور دو کے تقطیع کا نقطہ ہے k کوما h ان کا ایک نقطہ ہے دو ٹینجٹ اگر k کوما h تو اگر

m مربع b مربع جمع a برابر ہے مربع جڑ h جمع mk مربع اور b مربع جمع m مربع a برابر مربع جڑ mh مانس k تو ہمارے پاس

مربع

مساوات ایک اور دو دونوں پر واقع ہے اس سے ہمیں یہ دو مساوات ملتی ہیں اب ان دونوں مساوا hk تو

توں کے مقام کو تلاش کرنے کے لیے جس کی ضرورت ہے ہمیں مندرجہ بالا دو مساوا

کو ختم کرنے کی ضرورت ہے۔ مساوات تین اور m کو ختم کرنے کی ضرورت ہے اُٹے ہم اسے تین اور چار کہتے ہیں لہذا ہمیں m توں سے

چار

تو اگر آپ مربع کا مربع کرتے ہیں اور تین اور چار مربع کو جوڑتے ہیں اور مساوات تین اور چار کو شامل کرتے ہیں

مربع اور یہ آسان m مربع b مربع جمع ایک مربع جمع b مربع جمع m مربع ملتا ہے ایک مربع h جمع mk مربع جمع mh مانس k تو

h مربع دیتا ہے اور یہ وہی چیز ہے جو m مربع ضرب ایک جمع b مربع برابر مربع جمع m مربع اوقات ایک جمع h مربع جمع k بنانے پر

مربع کے برابر ہے لہذا لوکس ایک b مربع ایک مربع جمع y مربع جمع ہے x مربع ہے لہذا لوکس b مربع برابر مربع جمع k مربع جمع

مربع کا رداس مربع جڑ ٹھیک ہے لہذا ہم اگلے لیکچر میں اس لیکچر کے b دائرہ ہے یہ ایک دائرہ ہے جس کا مرکز صفر صفر ہے اور مربع جمع

لئے یہاں رکیں گے ہم کچھ اور بات کریں گے۔ بیضوی پر مسائل اور پھر ہم ٹینجٹ اور نارمل سے ہائپر بولا کے بارے میں بات کریں گے شکر یہ