

शंकूच्या भागांवरील व्याख्यान 7 मध्ये आपले स्वागत आहे म्हणून शेवटच्या व्याख्यानात आपण पॅराबोलाच्या स्पर्शिका आणि सामान्य बद्दल चर्चा केली या व्याख्यानात आपण पॅराबोलाच्या पॅरामेट्रिक स्वरूपाचे वर्णन करू आणि नंतर आपण पॅरामेट्रिक फॉर्म पॅरामेट्रिकच्या दृष्टीने स्पर्शिकेच्या सामान्यवर चर्चा करू.

पॅराबोला  $y$  स्कॅअरचे स्वरूप चार अक्षांच्या बरोबरीचे आहे म्हणून लक्षात घ्या की हा पॅराबोला  $x$  नेहमी नकारात्मक नसतो आणि  $y$  नकारात्मक तसेच सकारात्मक देखील असू शकतो आणि जसे  $x$  तुम्ही वाढवाल तेव्हा तुम्हाला प्रत्येक निश्चित  $x$  साठी येथे  $y$  ची दोन मूल्ये आहेत आणि जसे  $x$   $0$  वरून अनंताकडे जाते  $y$  ची मूल्ये घेतात जर तुम्ही पॅराबोलाच्या वरच्या अर्धा भागाकडे पाहिले तर  $y$  पुन्हा  $0$  वरून अनंताकडे जाते खालच्या अर्धा भागामध्ये ते शून्य ते ऋण अनंताकडे जाते, म्हणून जर आपण  $y$  ला  $t$  बरोबर ठेवले तर  $t$  ही कोणतीही वास्तविक संख्या आहे म्हणून  $y$  ही वजा अनंतापासून धनात्मक अनंतापर्यंत मूल्य घेऊ शकते तर  $x$   $y$  वर्ग  $4a$  च्या बरोबर आहे म्हणून हे  $t$  वर्ग  $4a$  च्या बरोबरीचे आहे म्हणून कोणतेही सामान्य रूप म्हणजे कोणताही सामान्य बिंदू म्हणून कोणताही सामान्य बिंदू पॅराबोलावर

$x$  हा  $t$  स्कॅअर बाय  $4a$  आणि  $y$  आहे  $t$  असे लिहिता येईल, असे लिहिण्याऐवजी  $t$  स्कॅअर  $4$  चा अपूर्णाक असेल समजा आपल्याला हा अपूर्णाक नको असेल तर  $y$  च्या बरोबर  $t$  ऐवजी असे लिहू शकतो.

जर आपण  $280$  च्या बरोबर  $y$  चा वापर केला तर

लक्षात घ्या की  $a$  सकारात्मक आहे तर हा पुन्हा  $t$  वजा अनंतापासून अनंताकडे जातो  $y$  देखील वजा अनंतापासून अनंताकडे जातो, तर  $x$  समान असेल  $y$  वर्ग दोन आठ  $t$  वर्ग बाय चार  $a$  म्हणजे चार एक चौरस  $t$  चौरस बाय चार  $a$  जो एक गुणा  $t$  चौरस आहे म्हणून आपण लिहू की आपण हे पॅरामेट्रिक फॉर्म म्हणून वापरू आपण  $x$  समान  $y$  स्कॅअर  $y$  इकल टू  $280$  पॅराबोला  $y$  स्कॅअर इकल टू फोरचे पॅरामेट्रिक फॉर्म म्हणून वापरू.

$x$  हा पॅराबोला  $y$  चौरसाचा कोणताही सामान्य बिंदू आहे जो चार  $x$  च्या बरोबरीचा आहे तो चौरस दोन वर लिहिला जाऊ शकतो त्यामुळे याचा फायदा असा आहे की पॅराबोलावरील कोणत्याही बिंदूचे वर्णन करण्यासाठी आम्ही फक्त एक पॅरामीटर  $t$  वापरतो हे तुम्ही लिहिल्यास ते आधीच समाधानी आहे.

सामान्य बिंदू  $x$  one  $y$  one नंतर तुम्ही आणखी एक समीकरण वापरायचे आहे की  $y$  एक चौरस चार कुन्हाडीच्या बरोबरीचा आहे, त्यामुळे हा सामान्य बिंदू आहे आणि तुम्ही पाहू शकता की हा शून्याच्या  $t$  वर तुम्हाला शिरोबिंदू शून्य शून्य मिळेल, जर  $t$  असेल तर ते शून्यावर  $t$  आहे.

मग तुम्हाला  $x$  बरोबर स्कॅअर  $y$  बरोबर  $280$  मिळेल याचा अर्थ  $y$  पॉझिटिव्ह आहे म्हणून हा  $t$  पॉझिटिव्ह साठी स्कॅअर  $280$  चा बिंदू आहे आणि आमच्याकडे  $t$  नकारात्मक साठी स्कॅअर दोन ऍंशीचा बिंदू आहे म्हणून तुम्ही टी वजा अनंतापासून बदलत आहात.

अनंततेसाठी तुम्हाला पॅराबोलावर एक बिंदू मिळेल आणि प्रत्येक  $t$  साठी तुम्हाला फक्त एक बिंदू मिळेल म्हणून  $t$  वजा अनंत  $n$  अधिक अनंतात बदलतो म्हणून आम्हाला पॅराबोलावर सर्व बिंदू मिळतात तसेच पॅराबोलावर चौरस दोन वर एक अद्वितीय बिंदू आहे .

$t$  दिल्यास सर्व बिंदू अनन्यपणे स्कॅअर ते सध्या दर्शविले जाऊ शकतात स्पर्शिकेच्या पॅरामेट्रिक फॉर्मच्या समीकरणाच्या संदर्भात स्पर्शिकेचे समीकरण आणि सामान्य आणि पॅरामीट्रिक स्वरूपातील सामान्य

बिंदू  $x$  एक येथे स्पर्शिकेचे समीकरण आठवू या  $y$  एक  $y$  द्वारे दिले जाते एक समान दोन कुन्हाडी अधिक  $x$  एक आणि सामान्य समीकरण  $x$  एक  $y$  एक वर  $y$  वजा  $y$  एक द्वारे दिले जाते स्पर्शिकेच्या उताराच्या समान या समीकरणावरून आपण सहजपणे पाहू शकता दोन  $a$  बाय  $y$  एक तर सामान्यचा उतार वजा  $y$  एक बाय दोन गुणिले  $x$  वजा  $x$  एक म्हणजे ही स्पर्शिकेची दोन समीकरणे आहेत आणि सामान्य वापरून  $x$  एक  $y$  एक समान आहे चौरस दोन वर आपल्याला स्पर्शिकेचे समीकरण  $y$  गुणिले  $y$  एक म्हणजे दोन ऍंशी समान मिळते दोन अक्ष अधिक  $x$  एक हे चौरस दोन वर आहे  $a$  रद्द केल्याने ते चौरसावर  $x$  अधिकच्या  $t$  गुणिले  $y$  आहे म्हणून हे एक उपयुक्त सूत्र आहे स्पर्शिकेसाठी वर्ग दोन वर बिंदूवर  $ty$  समान  $x$  अधिक चौरसावर समान आहे आपण सामान्य चे समीकरण शोधू या आपल्याजवळ  $y$  उणे  $y$  एक आहे

त्यामुळे  $y$  वजा दोन बरोबर वजा  $y$  एक आहे दोन ऍंशी भागिले दोन गुणिले  $x$  वजा  $x$  एक चौरसावर आहे की  $y$  उणे दोन आहे याच्या बरोबरी वजा आहे  $tx$  plus at cub ज्याला  $y$  plus  $tx$  समान  $280$  plus असे लिहिले जाऊ शकते क्यूब सेट करा जर तुम्ही स्पर्शिकेचा उतार बघितला तर हे म्हणतात उतार एक बाय  $t$  आणि सामान्य रेषेचा उतार हा  $t$  च्या दृष्टीने वजा एक बाय  $t$  आहे जर  $tt$  शून्याच्या समान नसेल तर आपल्याला स्पर्शिकेचा उतार मिळेल.

क्षमस्व आहे आणि सामान्य रेषेचा उतार हा वजा  $t$  आहे हा उतार वजा  $t$  आहे दोन बिंदू जोडणाऱ्या जीवाचे समीकरण देखील शोधूया  $p$  हा  $t1$  वर्ग  $281$  आहे आणि  $q$  हा बिंदू आहे दोन चौरस दोन ऍंशी तर या पॅराबोला  $p$  आणि  $q$  वर कोणतेही दोन बिंदू असल्यास आम्हाला या  $p$  आणि  $q$  ला जोडणाऱ्या रेषेचे समीकरण हवे आहे

जेणेकरून  $y$  वजा दोन एकावर उताराच्या बरोबरीने मिळू शकेल जे दोन वर एक वजा दोन वर दोन आहे.

$y$  एक वजा  $y$  दोन भागिले  $x$  एक वजा  $x$  दोन एक चौरसावर वजा दोन चौरस गुणा  $x$  वजा  $x$  एक एका चौरसावर  $y$  वजा दोन एक समान येथे मी रद्द करू शकतो  $a$  आणि  $t$  एक वजा  $t$  दोन

त्यामुळे दोन  $t$   $1$  अधिक  $t$  ने भागाकार  $2$  वेळा  $x$  उणे  $1$  चौरसावर

त्यामुळे  $t$   $1$  अधिक  $t$   $2$  ने गुणाकार करा हा  $g$  ives  $t$   $1$  अधिक  $t$   $2$  वेळा  $y$  वजा  $2$  येथे  $1$  गुणा  $t$   $1$  अधिक  $t$   $2$  समान  $2$  पट  $x$  वजा एका चौरसावर किंवा  $y$  गुणा  $t$  एक अधिक  $t$  दोन बरोबर दोन एका चौरसावर अधिक दोन वर एक  $t$  दोन अधिक दोन  $x$  वजा दोन एका चौकोनावर दोन एका चौकोनावर रद्द होतात आणि आपल्याला  $y$  गुणिले  $t$  एक अधिक  $t$  दोन म्हणजे दोन गुणिले  $x$  अधिक एक  $t$  दोन वर फक्त हे सूत्र रेकॉर्ड करा हे

एक चौरस दोन वर एका रेषेच्या जोडणीच्या बिंदूचे समीकरण आहे आणि दोन चौकोन दोन वर दोन पुढे आपण पॅराबोला  $y$  चौकोनावरील दोन भिन्न बिंदूवर स्पर्शिकेच्या छेदनबिंदूकडे चार कुन्हाडीच्या बरोबरीचे बिंदू पाहू या म्हणजे बिंदू  $p$  हा एक चौरस दोन वर आणि  $q$  दोन वर्ग दोन वर आहे असे समजू

282 आठवते की या पॅरामेट्रिक फॉर्मच्या संदर्भात आपण काढलेल्या स्पर्शिकेचे समीकरण  $ty$  बरोबर  $x$  अधिक स्केअरवर आहे म्हणून  $p$  वरील स्पर्शिका  $t$   $1$   $y$  बरोबर  $x$  अधिक एका वर्गावर आणि  $q$  वरील स्पर्शिका  $t$  ने दिली आहे.

दोन  $y$  समान  $x$  अधिक दोन चौरसावर आता आपण हे दोन  $eq$  सोडवू शकतो  $u$ ation छेदनबिंदू शोधण्यासाठी छेदनबिंदू मिळवण्यासाठी जर आपण हे समीकरण एक हे दोन असे लिहिले तर एक वजा दोन हे  $x$  रद्द करेल आणि आपल्याला  $t$  एक वजा  $t$   $2$  पट  $y$  समान गुणा  $t$   $1$  चौरस वजा  $t$  मिळेल.

$2$  वर्ग ज्याचा अर्थ  $y$  हा गुणा  $t$   $1$  अधिक  $t$   $2$  च्या बरोबरीचा आहे आणि म्हणून समीकरण  $1$  मधील  $x$  हे  $t$   $1$  गुणिले  $yt$   $1$   $y$  वजा एका चौरसावर आहे

जे एका वर्गावर एक  $t$  एक अधिक  $t$  दोन वजा आहे जे येथे समान आहे  $one$   $t$  दोन

त्यामुळे एक अधिक  $t$  दोन वर एक  $t$  दोन स्वल्पविरामाने छेदनबिंदू दिलेला आहे हे सूत्र पुन्हा लक्षात ठेवण्यासाठी उपयुक्त ठरेल दोन स्पर्शिकेचा छेदनबिंदू हा एक अधिक  $t$  दोन वर एक  $t$  दोन स्वल्पविराम आहे आता आपण पाहू.

काही समस्यांवर म्हणून पहिली समस्या जी आपण करणार आहोत ती पुढीलप्रमाणे आहे, जर पॅराबोलावरील

$p$  आणि  $q$  या बिंदूवरील स्पर्शिका

$t$  बिंदूवर एकत्र आल्यास हे सिद्ध होते की प्रथम  $tp$  आणि  $tq$  फोकसवर समान कोन कमी करतात आणि आपण  $s$  ने दर्शवितो

दुसऱ्याने हे सिद्ध केले की  $st$  चौरस हा  $sp$  गुणा  $sq$  आणि  $t$  च्या बरोबरीचा आहे तिसरा म्हणजे त्रिकोण  $spt$  हा त्रिकोण  $stq$  सारखाच असतो

त्यामुळे पहिली पायरी म्हणजे चित्र काढण्याचा प्रयत्न करा मला येथे चित्र काढू द्या आमच्याकडे हा पॅराबोला आहे समजा आपण  $p$  आणि  $qp$  आणि  $q$  असे दोन बिंदू घेतले तर ते स्पर्शिका पहा  $p$  वर स्पर्शिका आणि  $q$  वर स्पर्शिका समजा या स्पर्शिका  $t$  बिंदूवर भेटतात

आणि आपले फोकस स्वल्पविराम शून्य असेल तर आपल्याला हे सिद्ध करायचे आहे की  $tp$  आणि  $tq$  फोकसवर समान कोन कमी करतात याचा अर्थ असा की आपण हा त्रिकोण आणि हा त्रिकोण काढू या म्हणून आपल्याला आवश्यक आहे हा कोन आणि हा कोन

समान आहेत हे सिद्ध करण्यासाठी आपण काय करू असे म्हणूया की मला दुसरा रंग वापरू द्या म्हणजे  $t$  वरून या रेषेपर्यंत

लंब काढू या

आपल्याला माहित आहे की आपण पॅरामेट्रिक फॉर्ममध्ये बिंदू घेऊ शकतो म्हणून  $p$  हा बिंदू  $1$  वर्ग  $2$  वर  $1$  आणि  $q$  हा बिंदू  $2$  वर्ग  $2$  वर  $2$  असू द्या.

मग आम्ही फक्त स्पर्शिकेचा छेदनबिंदू काढला

म्हणून मागील सूत्रानुसार इंटरचा बिंदू

$p$  आणि  $q$  वरील स्पर्शिकेचा विभाग आपल्याकडे आहे बिंदू  $t$  चा समन्वय एक  $t$  दोन वर आणि एक अधिक  $t$  दोन वर दिलेला आहे

म्हणून आपल्याला बिंदू  $t$  चा समन्वय प्राप्त झाला आहे आता आपण  $sp$   $we$  चे समीकरण काय आहे ते लिहूया ही आकृती असेल तर रेषा फोकसला या बिंदूशी जोडते  $p$  या रेषेचे समीकरण काय आहे  $y$  वजा शून्य समान उतार दोन आठ  $t$  एक वजा शून्य भागिले एक

चौरस वजा एक गुणिले  $x$  वजा  $a$  कारण  $s$  हा बिंदू स्वल्पविराम आहे शून्य आणि  $p$  हा एक चौरस दोन ऐंशी वरचा बिंदू आहे

त्यामुळे हे  $y$  बरोबर दोन  $t$  एक बाय  $t$  एक चौरस वजा एक गुणा  $x$  वजा  $a$  म्हणजे  $t$   $1$  वर्ग वजा  $1$  गुणा  $y$  वजा  $2$   $t$   $1$   $x$

अधिक  $2$  एक समान देते शून्यावर आता  $m$  लंबाचा पाय असू द्या

$t$  पासून रेषेपर्यंत  $s$  आणि  $p$  जोडणाऱ्या रेषेपर्यंत मग या लंबाची लांबी किती आहे ते

आठवा बिंदू  $x$   $one$   $y$   $one$  ते रेषेतील अक्षापर्यंतचे लंब अंतर अधिक बाय प्लस  $c$  समान  $0$  ला  $ax$  च्या  $mod$  द्वारे  $1$  अधिक  $1$

अधिक  $c$  विभाजित केले जाते चौरस अधिक  $b$  वर्गाचे वर्गमूळ द्वारे म्हणून आपण  $tm$  अंतर मोजू शकतो

हे रेषेच्या समीकरणाच्या समान आहे या मागील समीकरणाने दिलेले आहे म्हणून आपण या समीकरणामध्ये  $x$   $1$   $y$   $1$  एक चौरस दोन वर एक असे ठेवले.

$t$  एक चौरस वजा एक गुणा  $y$  एक क्षमस्व, आम्ही हा बिंदू  $t$  वरून लंब काढला आहे म्हणून आम्ही  $y$   $1$  समान  $1$  अधिक  $t$   $2$  वर ठेवतो हे  $t$   $1$  चौरस वजा  $1$   $y$   $1$  वजा  $2$   $t$   $1$  आहे  $x$   $1$  वजा  $2$   $t$   $1$   $x$   $1$  हे  $1$   $t$   $2$  अधिक दोन एकावर आहे हे निरपेक्ष

मूल्यात  $t$  एक वजा एक चौरस अधिक दोन  $t$  एक वर्गाच्या वर्गमूळाने भागले जाते, म्हणून जर आपण हे सोपे केले तर हे आपण करू शकणाऱ्या गुणाप्रमाणे आहे.

या सर्व आणि [संगीत] भाजक जर तुम्हाला दिसला की हा टी एक वजा एक चौरस अधिक दोन टी एक पूर्ण चौरस आहे, हे खेद वाटेल हे टी एक चौरस वजा एक एल चौरस अधिक दोन टी एक चौरस आहे हा टी एक चौरस आहे अधिक वर्गमूळाखाली एक संपूर्ण वर्ग आणि अंश हा एक

गुणाकार मोड आहे आमच्याकडे  $t$  एक वर्ग आहे  $e$  वजा एक गुणिले  $t$   $1$  अधिक  $t$   $2$  वजा  $2$   $t$   $1$  चौरस  $t$   $2$  अधिक दोन  $t$  एक हे आणखी सोपे करू या आपण हे गुणाकार करू म्हणजे हे  $t$  एक घन वजा  $t$  एक अधिक  $t$  एक वर्ग  $t$  दोन वजा  $t$  दोन वजा

दोन  $t$  एक वर्ग  $t$  दोन अधिक दोन  $t$  एक भागाकार भाजक  $t$  एक चौरस अधिक एक जो एक गुणा  $t$  एक घन वजा  $t$  एक वर्ग  $t$  दोन आणि नंतर अधिक  $t$  एक वजा  $t$  दोन आता आपण घटक करू शकता आणि हे समान आहे  $a$  गुणिले  $t$   $1$  वजा  $t$   $2$  वेळा हे

होते  $t$  एक  $t$  एक चौरस अधिक एक भागिले  $t$  एक चौरस अधिक एक हे रद्द करते आणि तुम्हाला  $tm$  हे  $t$  एक वजा  $t$  दोन च्या गुणा मोडच्या बरोबरीचे आहे म्हणून ही लंबाची लांबी आहे स्पर्शिकेच्या छेदनबिंदूपासून रेषेकडे फोकस  $p$  बिंदूशी जोडणाऱ्या रेषेपर्यंत

ड्राईप करा कारण हे

$t$  एक आणि  $t$  दोन च्या संदर्भात सममितीय सममित आहे अंतर सेट  $tm$  डॅश जेथे  $m$  डॅश हा रेषेच्या लंबाचा पाय आहे चौ.

$tm$  च्या बरोबरी एक वेळा मोड  $t$  एक वजा  $t$  दोन च्या समान आहे म्हणून  $tm$   $s$  आहे  $ame$   $as$   $tm$   $dash$  आता आपण

पुन्हा चित्र पाहू या तुमच्याकडे एक बिंदू आहे  $q$  येथे एक बिंदू  $p$  आहे स्पर्शिका या बिंदूवर  $t$  येथे भेटतात आणि आमच्याकडे फोकस  $s$

वजा  $pnsq$  हा बिंदू  $m$  आहे आणि हा बिंदू  $m$  डॅश आहे

त्यामुळे आपण काय  $have\ got\ is\ tm\ is\ equal\ to\ tm$  डॅश आमच्याकडे  $tm$  समान  $tm$  डॅश आहे जे आम्हाला सिद्ध करायचे आहे पहिला भाग म्हणजे  $tp$  आणि  $tq$  फोकस  $s$  वर समान कोन कमी करतात म्हणजे  $tp$  हा हा कोन फोकस आणि  $t$  क्युबवर कमी करतो हा कोन  $subtends$  करून आपल्याला हे सिद्ध करायचे आहे की हे दोन कोन समान आहेत जे आपल्याकडे  $tm$  आणि  $ttm$  आणि  $tm$  डॅश समान आहेत आता हे दोन काटकोन त्रिकोण आहेत म्हणून त्रिकोण  $tms$  आणि त्रिकोण  $tm$  डॅश  $s$  एकरूप आहेत कारण दोन्ही काटकोन त्रिकोण आहेत सामान्य कर्ण आणि  $tm$  समान  $tm$  डॅश म्हणून याचा अर्थ असा होतो की कोन  $tms$  समान आहे कोन  $tms$  डॅश म्हणजे कोन  $tsp$  कोन  $tsq$  बरोबर आहे असे म्हणण्यासारखेच आहे हे सिद्ध करते की दुसरा भाग म्हणजे  $st$  चौरस सम दर्शविणे 1 ते  $sp$  वेळा चौरस आहे म्हणून आपल्याकडे  $st$  चौरस हा  $sp$  गुणा  $sq$  च्या बरोबरीचा आहे म्हणून आपल्याला अंतर शोधणे आवश्यक आहे  $s$  चा समन्वय स्वल्पविराम आहे 0  $t$  एक  $t$  दोन वर स्वल्पविराम आहे एक अधिक  $t$  दोन वर आता  $st$  स्केअर  $sp$  वेळा समान आहे हे सिद्ध करण्यासाठी चौ.

एक चौरस अधिक चार एक चौरस  $t$  एक चौरस जो चौरस गुणा  $t$  एक चौरस अधिक एक पूर्ण चौरस सारखा आहे म्हणून  $sp$  एक गुणा  $t$  एक चौरस अधिक एक समान आहे त्याचप्रमाणे आपल्याकडे  $t$  एक च्या जागी  $t$  दोन म्हणजे दोन आहे चौरस अधिक एक आणि जे  $st$  देखील  $st$  चौरस आहे ते  $t_1$   $t_2$  वजा चौरस अधिक  $t_1$  अधिक  $t_2$  वजा 0 चौरस आहे म्हणून हे चौरस गुणा  $t$  1  $t$  2 वजा 1 वर्ग अधिक  $t$  1 अधिक  $t$  2 पूर्ण चौरस आहे जे चौरस गुणा  $t$  एक वर्ग  $t$  दोन वर्ग अधिक एक च्या समान आहे वजा दोन  $t$  एक  $t$  दोन अधिक  $t$  एक चौरस अधिक  $t$  दोन चौरस अधिक दोन  $t$  एक  $t$  दोन हे दोन  $t$  एक  $t$  दोन टर्म रद्द करते आणि नंतर हे वर्ग गुणा  $t$  एक चौरस अधिक एक गुणा  $t$  दोन वर्ग अधिक एक म्हणून फॅक्टराइज केले जाऊ शकते जे  $sp$  times  $sq$  सारखीच गोष्ट आहे हे दुसरे विधान सिद्ध करते तिसरा भाग हे दाखवण्यासाठी होता की त्रिकोण  $sptspt$  त्रिकोण  $stq$  च्या पुढे आहे म्हणून

त्रिकोण  $spt$  त्रिकोणासारखा आहे  $stqi$  हे पुन्हा काढले हा बिंदू  $ts$  आहे फोकस त्रिकोण  $spt$  आहे त्रिकोण  $stq$  प्रमाणेच आपल्याला माहित आहे की हे दोन कोन जे  $tp$  आणि  $tq$  भाग एक मधून कमी करतात हे दोन कोन समान आहेत म्हणून जर मी या कोनाला धीटा म्हटले तर हे देखील धीटा आहे म्हणून आपल्याकडे एक आणि दोन कोन  $pst$  बरोबर कोन  $qst$  समान आहेत आणि आपल्याकडे  $st$  स्केअर म्हणजे  $sp$  गुणा  $s$  क्युब आहे

त्यामुळे  $st$  ओव्हर  $sp$  हे  $sq$  ओव्हर  $st$  च्या बरोबरीचे आहे हे या समीकरणातून  $st$  स्केअर म्हणजे  $sp$  गुणा  $s$  क्युब असे आपण लिहू शकतो म्हणून आपल्याकडे हे प्रमाण  $st$  ओव्हर  $s$  आहे.

या त्रिकोणातील  $q$  हे

$st$  प्रती  $sp$  चे गुणोत्तर  $sq$  प्रती  $st$  सारखे आहे

त्यामुळे हे त्रिकोण  $spt$  त्रिकोण  $sdq$  सारखे आहेत ठीक आहे म्हणून आपण आज आणखी एक समस्या करू

त्यामुळे आपल्याला हे सिद्ध करावे लागेल की

त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ किती आहे हे सिद्ध करा.

पॅराबोलावरील तीन बिंदूंनी तयार केलेले हे या बिंदूंच्या सोल्युशनवर स्पर्शिकांद्वारे तयार केलेल्या त्रिकोणाच्या क्षेत्रफळाच्या दुप्पट असते म्हणून आपण नेहमी असे म्हणू शकतो की असे गृहित धरा की पॅराबोलाचे समीकरण चार अक्षाच्या  $y$  चौरस आहे असे शिरोबिंदू निवडून मूळ आणि अक्ष हे  $x$  अक्ष म्हणून शिरोबिंदू  $0 \circ 0$  वर निवडून आणि अक्षाचा अक्ष  $x$  अक्ष म्हणून निवडून आपल्याजवळ पॅराबोला  $y$  चौरस आहे चार  $x$  कोणतेही तीन बिंदू आपण पॅरामेट्रिक स्वरूपात घेऊ शकतो म्हणून  $pbat$  1 चौरस 2 वाजता 1  $q$  हा 2 वर्ग 2 वर 2 वर आहे आणि  $r$  हा  $t_3$  चौरस 283  $b$  पॅराबोलावरील कोणतेही तीन बिंदू आहे म्हणून आपल्याला या तीन बिंदूंनी तयार झालेल्या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ शोधले पाहिजे.

ट्रायन  $gle$  हे शिरोबिंदूंनी बनवलेले  $x$  एक  $y$  एक  $x$  दोन  $y$  दोन आणि  $x$  तीन  $y$  तीन तर आपल्याला हे क्षेत्रफळ कसे मिळेल जर आपल्याकडे कोणतेही तीन बिंदू समन्वय असतील तर  $x$  एक  $y$  एक  $x$  दोन  $y$  दोन आणि  $x$  तीन  $y$  तीन हे लंब सोडले तर  $pq$  आणि  $r$  हे बिंदू आहेत आणि आपण याला  $ab$  आणि  $c$  असे म्हणू या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ  $pqr$  ची गणना ट्रॅपेझियम  $pabr$  चे क्षेत्रफळ अधिक ट्रॅपेझियम  $rbcq$  चे क्षेत्रफळ वजा trapezium  $pacq$  चे

क्षेत्रफळानुसार करता येते,

म्हणून हे क्षेत्र आपल्याला मोजायचे होते.

आपण दोन ट्रॅपेझियमचे क्षेत्रफळ शोधतो आणि नंतर हे क्षेत्र वजा करतो

त्यामुळे ट्रॅपेझियमचे क्षेत्रफळ सहज काढता येते येथे हे अर्धा पटाच्या बरोबरीचे आहे

येथे हे दोन  $y$  एक आणि  $y$  तीन म्हणजे अर्धा  $y$  एक अधिक लांबीच्या ट्रॅपेझियमच्या विरुद्ध बाजू आहेत  $y$  या अंतराच्या तिप्पट येथे  $x$  3 वजा  $x$  1  $x$  3 वजा  $x$  1 अधिक अर्धा आहे  $y$  2 अधिक  $y$  3 पट हे अंतर  $yx$  2 वजा  $x$  3 आहे.

या ट्रॅपेझियमचे क्षेत्रफळ वजा अर्धा  $y$  एक अधिक आहे  $y$  दोन वेळा या  $i$   $sx$  दोन वजा  $x$  एक आणि सरलीकरण केल्यावर आपल्याला त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ अर्धा पट  $x$  एक गुणिले  $y$  दोन वजा  $y$  तीन अधिक  $x$  दोन वेळा  $y$  तीन वजा  $y$  एक अधिक  $x$  तीन पट  $y$  एक वजा  $y$  दोन हे लक्षात ठेवण्याचा सोपा मार्ग मिळतो.

हे

$x$  एक  $x$  दोन  $x$  तीन  $y$  एक  $y$  दोन  $y$  तीन च्या निर्धारकाच्या निम्त्याएवढे आहे आणि तिसरा स्तंभ एक एक एक आहे

त्यामुळे  $pqr$  त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ अर्धा  $x$  एक  $x$  एक चौरस गुणा बरोबर आहे  $y$  दोन वजा  $y$  तीन तर दोन वर 2 वजा 2 वर 3

अधिक  $x$  2 वर 2 चौरस गुणा  $y$  3 वजा  $y$  1 2 वर 3 वजा दोन वर एक अधिक  $x$  तीन वर तीन वर्ग दोन वर एक वजा दोन वर दोन जे 2 च्या बरोबरीचे आहे एक चौरस जर तुम्ही अर्धासह 2 रद्द केले तर चौरस गुणा  $t_1$  चौरस  $t$  दोन वजा  $t$  तीन अधिक  $t$  दोन

चौरस  $t$  तीन वजा  $t$  एक अधिक  $t$  तीन वर्ग  $t$  एक वजा  $t$  दोन जे वजा एक चौरस गुणा  $t$  एक वजा समान आहे  $t$  दोन  $t$  दोन वजा  $t$  तीन  $t$  तीन वजा  $t$  एक हे कोणत्याही शीने तयार केलेल्या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ आहे पॅराबोलावरील  $ee$  बिंदू त्याचप्रमाणे आपल्याला या बिंदूवर स्पर्शिकांद्वारे तयार झालेल्या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ शोधवे लागेल म्हणून आपल्याला माहित आहे की स्पर्शिकाच्या छेदनबिंदूच्या स्पर्शिका बिंदूचा छेदनबिंदू एक  $t$  दोन वर एक अधिक  $t$  दोन वर दिला जातो. तुम्ही दुसरा आणि तिसरा बिंदू घ्या मग तुम्हाला दोन अधिक  $t$  तीन वर दोन  $t$  तीन मिळेल आणि पहिला आणि तिसरा बिंदू तीन  $t$  एक वर तीन अधिक  $t$  एक देईल आणि क्षेत्रासाठी सूत्र वापरून आपण त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ पाहू शकतो.

या स्पर्शिकांद्वारे

बनविलेले एक  $t$  दोन वर दोन वजा एक अधिक दोन  $t$  तीन वर  $y$  समन्वयातील

फरक तीन वजा  $2$  वर  $3$   $t$   $1$  गुणा  $1$  वजा  $3$  वर असेल जे जर तुम्ही हे सोपे करा चौरस गुणा  $t_1$  वजा  $t_2$   $t_2$  वजा  $t_3$  आणि  $t$  एक वजा  $t_3$  जे  $pqr$  च्या क्षेत्रफळाच्या निम्म्याएवढे आहे

त्यामुळे आजचे व्याख्यान पुढील लेखकमध्ये आपण स्पर्शिका आणि सामान्य किंवा लंबवर्तुळाविषयी चर्चा करू.

हाय perbola वगैरे धन्यवाद