सभी को नमस्कार,
इसलिए यह तीसरा व्याख्यान है जिसमें हमने परवलय के बारे में अध्ययन किया और फिर परवलय के मानक समीकरणों को व्युत्पन्न किया और फिर दूसरे व्याख्यान में कुछ गुणों पर चर्चा की, हमने दीर्घवृत्त के बारे में चर्चा की और अब दीर्घवृत्त के मानक समीकरणों को सीखा।
इस व्याख्यान में हम तीसरे प्रकार के शंकु वर्गों के बारे में अध्ययन करेंगे , जिन्हें हाइपरबोला कहा जाता है, तो आइए हम एक अतिपरवलय में क्या है, इसके साथ शुरू करते हैं,
इसलिए परिभाषा एक अतिपरवलय है जो एक विमान में सभी बिंदुओं
का समूह है जिसकी दो निश्चित दूरी से दूरी का अंतर समतल में बिंदु एक स्थिरांक है और स्थिरांक को
दो निश्चित बिंदुओं के बीच की दूरी से कम मानेंगे,
इसलिए याद रखें कि हम दीर्घवृत्त को एक समतल में सभी बिंदुओं के समुच्चय के रूप में परिभाषित करते हैं , जिसकी दो निश्चित बिंदुओं से दूरी का योग एक है यहाँ स्थिर अंतर यह है कि हम दो निश्चित बिंदुओं से दूरियों के योग के बजाय दो निश्चित बिंदुओं से दूरियों का अंतर लेते हैं।
दीर्घवृत्त के लिए इन दोनों दो स्थिर बिंदुओं को अतिपरवलय का नाभियां कहा जाता है , मध्यबिंदु भी केंद्रबिंदु को मिलाने वाले रेखाखंड का मध्यबिंदु अतिपरवलय का केंद्र केंद्र कहलाता है और दो नाभियों से गुजरने वाली रेखा को अनुप्रस्थ कहा जाता है हाइपरबोला की धुरी और रेखा जो अनुप्रस्थ अक्ष के लंबवत है
इसलिए अनुप्रस्थ अक्ष के लंबवत और केंद्र से गुजरने वाली
रेखा को हाइपरबोला का संयुग्म अक्ष कहा जाता है,
इसलिए मुझे इसे खींचने दें ताकि हमारे पास विमान में दो निश्चित बिंदु हों।
हम उन्हें f1 और f2 कहते हैं,
इसलिए ये दोनों foci हैं
इसलिए यह एक फोकस है यह हाइपरबोला का एक और फोकस है,
इन दोनों फॉसी को मिलाने वाले लाइन सेगमेंट के मध्य बिंदु को केंद्र कहा जाता है,
इसलिए यह केंद्र है आइए हम कहें कि यह केंद्र है अतिपरवलय और इन दोनों नाभियों से गुजरने वाली रेखा को अनुप्रस्थ अक्ष कहा जाएगा और अनुप्रस्थ अक्ष और गुजरने वाली रेखा के लंबवत रेखा कहलाएगी।
h केंद्र यह संयुग्म अक्ष है तो अब मान लें कि केंद्र से प्रत्येक नाभियों की दूरी c है
इसलिए यह दूरी c है यह c है
इसलिए दो foci के बीच की दूरी f एक f दो बराबर है दो सी के लिए यह एक सकारात्मक संख्या है और
केंद्र को मूल पर होने दें और
फॉसी एक्स अक्ष पर स्थित है
इसलिए हमारे पास यह एक्स अक्ष है और हम केंद्र को मूल और फॉसी एफ 1 और एफ 2 ले रहे हैं।
x अक्ष पर स्थित है
इसलिए x अक्ष अनुप्रस्थ अक्ष है और लंबवत y अक्ष होगा जो संयुग्म अक्ष है और हमारे पास यह है कि f एक f दो के बीच की दूरी दो c है
इसलिए ये दूरियां c और c हैं
इसलिए एफ एक एफ दो के निर्देशांक यह शून्य से सी अल्पविराम शून्य है यह सी अल्पविराम शून्य है तो फिर एफ एक शून्य से सी शून्य है एफ दो सी अल्पविराम शून्य है अब हम इस अतिपरवलय का पता लगाना चाहते हैं
इसलिए अतिपरवलय सभी बिंदुओं का सेट है जैसे कि f एक और f दो से दूरी का अंतर शून्य है तो आइए हम कहते हैं ई यहां एक बिंदु पी है तो हमारे पास पीएफ एक बड़ी दूरी है यहां पीएफ 2 छोटी दूरी है अगर ठीक है तो पीएफ 1 घटा पीएफ 2
इसलिए यदि पी हाइपरबोला पर कोई बिंदु है तो पीएफ एक शून्य पीएफ दो यह पूर्ण में है मान के बराबर मान मान लें कि यह स्थिरांक 2 a के बराबर है तो हमारे पास परिभाषा में है कि यह स्थिरांक दो foci के बीच की दूरी से कम है
इसलिए हमारे पास 2a 2c से कम है
इसलिए a c से कम है अब आइए हम इस अतिपरवलय पर कुछ बिंदु खोजने का प्रयास करें तो मान लें कि इस अतिपरवलय पर एक बिंदु a है तो मान लीजिए कि a जिसका निर्देशांक अतिपरवलय पर x अल्पविराम शून्य ba बिंदु है, तो चलिए इसे फिर से बनाते हैं f1 f2 यह ऋण c अल्पविराम शून्य है यह c अल्पविराम है शून्य अब यदि हमारे पास एक बिंदु x अल्पविराम शून्य है तो यदि x 0 और c के बीच है तो हम देखते हैं कि यह दूरी मानती है कि यह बिंदु aaf 1 घटा af 2 है यह बिंदु a से foci f की दूरी के बीच का अंतर है एक और च दो यह हम दो के बराबर होना चाहते हैं a अब एक के बाद क्या है यह दूरी सी है यह एक्स है
इसलिए एएफ 1 सी प्लस एक्स के बराबर है और एएफ 2 सी माइनस एक्स के बराबर है क्योंकि यह फिर से सी है
इसलिए एएफ 1 माइनस एएफ दो सी प्लस एक्स माइनस सी है माइनस एक्स जो दो एक्स के बराबर है लेकिन हम जो चाहते हैं वह यह है कि अगर एक माइनस एएफ दो बराबर दो है तो दो एक्स दो के बराबर है, जिसका अर्थ है कि एक्स बराबर है,
इसलिए हमें जो मिलता है वह कॉमा जीरो पर होता है हाइपरबोला इसी तरह हम देख सकते हैं कि माइनस ए कॉमा जीरो भी हाइपरबोला पर स्थित है, अगर मॉड एक्स सी के बराबर से बड़ा है तो एक्स कॉमा जीरो हाइपरबोला पर झूठ नहीं बोलता है, ऐसा
इसलिए है क्योंकि अगर आप देखते हैं कि मेरा एक्स कॉमा 0 यहां है तो इस की दूरी f 1 घटा इस 2 f 2 की दूरी f 1 और f 2 के बीच की दूरी के अलावा और कुछ नहीं है।

इसलिए ऐसा
इसलिए है क्योंकि यदि x, c से बड़ा है या x, c या x के बराबर से कम है माइनस सी के बराबर से कम तो f एक और f दो से दूरियों का अंतर f एक f दो है जो दो के बराबर है सी यह दो के बराबर नहीं है,
इसलिए यदि हमारे पास एफ एक एफ दो इस तरह है और अगर हमारे पास यहां एक्स कॉमा शून्य है तो एक माइनस एएफ दो एफ एक एफ दो के बराबर है इसी तरह अगर मेरे पास यहां एक बिंदु बी है फिर बीएफ दो माइनस बीएफ एक फिर से एफ एक एफ दो के बराबर है
इसलिए हमारे पास एक्स अक्ष पर बिल्कुल दो बिंदु हैं जो हाइपरबोला पर स्थित हैं
इसलिए
अनुप्रस्थ अक्ष पर बिल्कुल दो बिंदु हैं जो हाइपरबोला पर स्थित
हैं इन दो बिंदुओं के निर्देशांक माइनस ए कॉमा ज़ीरो और कॉमा ज़ीरो हैं
इसलिए इन दो बिंदुओं को हाइपरबोला के कोने कहा जाता है,
इसलिए तस्वीर में हमारे पास एक्स एक्सिस माइनस सी जीरो और सी ज़ीरो पर स्थित एफ एक एफ दो है और हमारे पास ये दो बिंदु हैं। उन्हें ए और बी कहते हैं जिनके निर्देशांक शून्य से शून्य और शून्य हैं, ये शिखर हैं जिन्हें हाइपरबोला के शिखर कहा जाता है अब हाइपरबोला के मानक रूपों को खोजने देता है
इसलिए दो प्रकार होते हैं एक एक्स अक्ष पर फॉसी है और दूसरा प्रकार है y अक्ष पर foci तो सही n ओ हम सामान्य रूप पर चर्चा नहीं कर रहे हैं हम इन दो रूपों को ले रहे हैं
इसलिए पहला रूप जिसकी हम अभी चर्चा कर रहे हैं, हमारे पास अनुप्रस्थ अक्ष है x अक्ष और संयुग्म अक्ष y अक्ष है fci f एक f दो यह केंद्र है यह ऋणात्मक है c अल्पविराम शून्य f दो में निर्देशांक c अल्पविराम शून्य है, आइए हम p को कोई भी बिंदु मानें तो px अल्पविराम y
को अतिपरवलय पर x शून्य से बड़ा कोई बिंदु होने दें,
इसलिए हम बिंदु को पहले चतुर्थांश या चौथे चतुर्थांश में ले जा रहे हैं
इसलिए यदि मेरे पास कोई बिंदु p है जिसका निर्देशांक x अल्पविराम y है तो हमारे पास pf एक बड़ी दूरी है pf दो इन दो foci से छोटी दूरी है तो हमारे पास pf होना चाहिए एक घटा pf दो स्थिर के बराबर है जो दो है a तो pf क्या है एक pf एक बिंदु x अल्पविराम y से ऋण c अल्पविराम शून्य की दूरी है
इसलिए यह x प्लस c वर्ग प्लस y वर्ग वर्गमूल pf दो के अंतर्गत x घटा c वर्ग प्लस y वर्गमूल है
इसलिए हमारे पास है x जोड़ का वर्गमूल c वर्ग जोड़ y वर्ग घटा x का वर्गमूल घटा c वर्ग जमा y वर्ग यह स्थिर के बराबर है जो कि दो a है अब हमें x और y के बीच एक समीकरण खोजना होगा
इसलिए हम x जोड़ c वर्ग जोड़ y वर्ग लिखते हैं यह दो a प्लस वर्ग होगा x घटा c वर्ग जमा y वर्ग पूर्ण वर्ग का मूल जो चार के बराबर है एक वर्ग जोड़ x घटा c वर्ग जोड़ y वर्ग प्लस चार गुना वर्ग x घटा c वर्ग जोड़ y वर्ग यह x जोड़ c वर्ग जोड़ y वर्ग है यहां आप y वर्ग को रद्द कर सकते हैं इसका मतलब है कि चार गुना वर्गमूल x घटा c वर्ग जमा y वर्ग बराबर x जमा c पूरा वर्ग घटा x घटा c चुकता घटा चार a वर्ग लेकिन x जमा c वर्ग घटा x घटा c वर्ग यह बराबर है चार xc चार cx घटा चार एक वर्ग दोनों पक्षों से चार को रद्द करते हुए और फिर वर्ग करने पर हमें एक वर्ग गुणा x घटा c वर्ग जमा y वर्ग मिलता है यह cx घटा एक वर्ग पूर्ण वर्ग के बराबर है जिसका अर्थ है एक वर्ग x वर्ग और एक वर्ग c वर्ग ऋण 2 एक वर्ग सीएक्स जमा एक वर्ग y वर्ग यह बराबर है c वर्ग x वर्ग जमा a से चार घटा दो a वर्ग cx
इसलिए हमारे पास यह शब्द रद्द है और अब हम इसे लिख सकते हैं क्योंकि a, c से छोटा है
इसलिए हम इसे c वर्ग माइनस a के रूप में लिखते हैं वर्ग x वर्ग घटा एक वर्ग y वर्ग यह एक वर्ग के बराबर है सी वर्ग घटा एक से चार जो एक वर्ग गुणा के बराबर है सी वर्ग घटा एक वर्ग तो चलो सी वर्ग घटा एक वर्ग बी वर्ग के बराबर है तो हमें बी वर्ग मिलता है x वर्ग घटा एक वर्ग y वर्ग एक वर्ग के बराबर है b वर्ग को एक वर्ग b वर्ग से विभाजित करने पर हमें x वर्ग बटा वर्ग घटा y वर्ग बटा b वर्ग एक के बराबर होता है,
इसलिए यह समीकरण है जो किसी भी बिंदु x के लिए संतुष्ट है x धनात्मक
इसलिए हम यहाँ से देखते हैं कि इसका अर्थ होगा x वर्ग बटा एक वर्ग बराबर 1 जमा y वर्ग बटा b वर्ग,
इसलिए यदि हम कोई y लेते हैं तो यह हमेशा 1 से बड़ा या बराबर होता है जिसका अर्थ है कि x वर्ग एक के बराबर से बड़ा है वर्ग तो इसका मतलब है कि x बराबर से बड़ा है a x के लिए धनात्मक आधा तल में पड़ा हुआ है
इसलिए इस अतिपरवलय पर कोई भी बिंदु हमारे पास chi f1 f2 के लिए है और हमारे पास दो शीर्ष माइनस a कॉमा ज़ीरो a कॉमा ज़ीरो भी इस समीकरण से आप देख सकते हैं कि यदि y शून्य है तो x वर्ग एक वर्ग के बराबर
इसलिए एक अल्पविराम शून्य यहाँ एक बिंदु है और यह कहता है कि x हमेशा एक के बराबर से बड़ा होता है,
इसलिए कोई भी बिंदु रेखा x के दाईं ओर स्थित होगा, यह एक रेखा x के बराबर है,
इसलिए यदि p है यहाँ एक बिंदु है यह x अल्पविराम y है
इसलिए यदि आप इसे ट्रेस करते हैं तो आपको कुछ इस तरह से भी मिलेगा यहाँ से आप देख सकते हैं कि यह समीकरण x अक्ष और y अक्ष के बारे में सममित है यदि मैं रखूँ यदि x अल्पविराम y इस पर स्थित है तो x अल्पविराम ऋण y यह भी झूठ होगा
इसलिए ग्राफ इस तरह दिखेगा इसी तरह आप दिखा सकते हैं कि x ऋणात्मक के लिए हमें फिर से वही समीकरण मिलता है, इसी तरह यदि p अतिपरवलय पर x से कम x के साथ x अल्पविराम है
तो अब यदि p है यहां किसी भी बिंदु पर हमारे पास पीएफ दो पीएफ एक से बड़ा है

इसलिए इस मामले में हम पीएफ दो घटा पीएफ के लिए हल करेंगे, एक दो के बराबर है और पिछले मामले की तरह आगे बढ़ने पर हमें एक ही समीकरण x वर्ग बटा एक वर्ग घटा y वर्ग बटा b वर्ग एक के बराबर मिलता है जहां b वर्ग c वर्ग घटा एक वर्ग है तो इस मामले में फिर से हमारे पास एक बिंदु शून्य से एक अल्पविराम 0 है जो हाइपरबोला पर स्थित है और हाइपरबोला इस तरह होगा
इसलिए अब हमें ग्राफ मिलता है
इसलिए हाइपरबोला x वर्ग बटा वर्ग घटा y वर्ग बटा b वर्ग बराबर एक जैसा दिखता है हमारे पास दो शीर्ष माइनस एक अल्पविराम शून्य एक अल्पविराम शून्य है हाइपरबोला इन दो शीर्षों से होकर गुजरता है यह हमेशा a से अधिक x के लिए या माइनस a से x कम होता है और यह x अक्ष के बारे में सममित होगा और y अक्ष के बारे में सममित होगा
इसलिए यह हाइपरबोला इसकी दो शाखाएँ हैं एक यह x धनात्मक के लिए है और यह x ऋणात्मक के लिए है यह सममित है अतिपरवलय अनुप्रस्थ अक्ष के बारे में सममित है और साथ ही वे अक्ष को संयुग्मित करते हैं अब अतिपरवलय का दूसरा रूप है जब y अक्ष पर फ़ॉसी s तो यह y अक्ष पर दूसरा रूप फ़ॉसी है,
इसलिए इस मामले में आपका x अक्ष y अक्ष फ़ॉसी y अक्ष पर स्थित है,
इसलिए निर्देशांक शून्य ऋण और 0 c होंगे और अब हमारे पास यह y अक्ष है जो इस मामले में अनुप्रस्थ है अक्ष और यह संयुग्म अक्ष है और हम देख सकते हैं कि जो ग्राफ हमें मिलेगा वह केवल इस x और y अक्ष को बदलने से है,
इसलिए हाइपरबोला इस तरह दिखाई देगा और यह बिंदु शून्य अल्पविराम है यह शून्य शून्य से एक समीकरण है हाइपरबोला का y अक्ष पर foci के साथ दिया जाता है, हम x और y को प्रतिस्थापित करते हैं,
इसलिए हमारे पास y वर्ग बटा वर्ग घटा x वर्ग बटा b वर्ग बराबर है,
इसलिए यह अतिपरवलय है और आप देख सकते हैं कि यह y अक्ष को प्रतिच्छेद करता है प्लस माइनस ज़ीरो सॉरी यह y अक्ष को शून्य प्लस माइनस a पर काटता है और यह x अक्ष को नहीं काटेगा क्योंकि यदि आप y को शून्य के बराबर रखते हैं तो हमें माइनस x स्क्वायर बटा b स्क्वायर एक के बराबर मिलता है जिसका कोई वास्तविक रूट भी नहीं है
y हमेशा a के बराबर से बड़ा होता है कि i sy या तो a के बराबर से बड़ा है या y माइनस a के बराबर से कम है
इसलिए अब जैसे ah दीर्घवृत्त के लिए हम अतिपरवलय के जालक मलाशय को परिभाषित करेंगे
तो आइए हम अनुप्रस्थ अक्ष के साथ अतिपरवलय को x अक्ष के रूप में देखें, ये शीर्ष शून्य से शून्य हैं और एक शून्य और यहां फोकस सी कॉमा ज़ीरो है और दूसरा फोकस माइनस सी कॉमा ज़ीरो पर है तो लैटिस रेक्टम लैटिस रेक्टम क्या है
इस हाइपरबोला पर दो बिंदुओं को मिलाने वाला लाइन सेगमेंट ऐसा है कि यह एक फॉसी से होकर गुजरता है
और लंबवत है यह अनुप्रस्थ अक्ष
इसलिए यह एक जाली मलाशय की तरह है और दूसरा ऋणात्मक x अक्ष पर होगा,
इसलिए यह रेखा खंड है जो अनुप्रस्थ अक्ष पर एक फोकस और लंबवत से होकर गुजरता है और हाइपरबोला पर अंत बिंदु रखता है
इसलिए हम खोजना चाहेंगे इस जाली मलाशय की लंबाई
इसलिए यदि मैं
इस बिंदु को इस बिंदु को b कहता हूं तो हम समरूपता से देख सकते हैं कि यदि दोनों में x समन्वय c के रूप में है और यदि y समन्वय यहाँ बीटा है n यह माइनस बीटा है
इसलिए c माइनस बीटा और b बराबर c बीटा के बराबर होने दें फिर हम लैटिस रेक्टम की लंबाई इतनी लंबाई ज्ञात करना चाहते हैं तो जाली रेक्टम l की लंबाई 2 बीटा के बराबर है और यह वही बात है समरूपता द्वारा इस अन्य जाली मलाशय की लंबाई
इसलिए हम यह खोजना चाहते हैं कि बीटा क्या है
इसलिए सी अल्पविराम बीटा हाइपरबोला पर स्थित है जिसका समीकरण x वर्ग बटा वर्ग घटा है y वर्ग बटा b वर्ग एक के बराबर हम आपको x बराबर cc डालते हैं वर्ग बटा एक वर्ग घटा बीटा वर्ग बटा बी वर्ग यह एक के बराबर है इसका मतलब है कि बीटा वर्ग बटा बी वर्ग है सी वर्ग बटा एक वर्ग घटा एक जो कि सी वर्ग घटा एक वर्ग बटा एक वर्ग लेकिन सी वर्ग घटा एक वर्ग जिसे हमने इसे कहा है बी वर्ग तो यह एक वर्ग द्वारा बी वर्ग है इसका मतलब है कि बीटा वर्ग बी से चार तक एक वर्ग है जिसका अर्थ है कि बीटा
जालीदार मलाशय की लंबाई से बी वर्ग है l दो गुना है b वर्ग a यह वही सूत्र है हमें दीर्घवृत्त के लिए मिला है जाली मलाशय की लंबाई दो b .
है स्क्वायर बाय ए नाउ लाइक दीर्घवृत्त के लिए हम हाइपरबोला की विलक्षणता को परिभाषित करते हैं क्योंकि ई बराबर सी बटा ए है
इसलिए हाइपरबोला के लिए जो हम देखते हैं वह यह है कि ए सख्ती से सी से कम है
इसलिए यह एक से बड़ा है अब हम कुछ देखेंगे जालीदार मलाशय के foci vertices विलक्षणता और लंबाई को खोजने के लिए समस्याओं के लिए आइए हम पहले हाइपरबोला को x वर्ग बटा 16 घटा y वर्ग बटा नौ बराबर एक के रूप में देखें और दूसरा एक नौ y वर्ग घटा चार x वर्ग छत्तीस के बराबर है तो पहली समस्या अगर हम देखते हैं कि हमारे पास x वर्ग बटा 16 घटा y वर्ग बटा नौ बराबर एक है, तो यह x वर्ग बटा वर्ग घटा y वर्ग बटा b वर्ग बराबर एक के रूप का है,
इसलिए यह कहता है कि a चार के बराबर है b तीन है और फॉसी एक्स अक्ष पर स्थित है,
इसलिए फॉसी कोऑर्डिनेट प्लस माइनस सी कॉमा ज़ीरो है, इस मामले में सी क्या है सी स्क्वायर माइनस ए स्क्वायर बी स्क्वायर के बराबर है इसका मतलब है सी स्क्वायर एक स्क्वायर प्लस बी स्क्वायर है जो चार वर्ग प्लस तीन वर्ग है यह है पच्चीस इसका मतलब है कि सी ई है qual to Five
इसलिए foci प्लस माइनस फाइव कॉमा ज़ीरो वर्टिस प्लस माइनस ए ज़ीरो पर हैं
इसलिए यह प्लस माइनस फोर ज़ीरो एक्सेंट्रिकिटी है e बराबर c बटा ac पाँच है और a चार है
इसलिए यह पाँच बटा चार है और जाली की लंबाई मलाशय l दो b वर्ग बटा a के बराबर है जो दो गुणा के बराबर है b तीन है
इसलिए नौ बटा a चार है यह नौ बटा दो है इसी तरह दूसरी समस्या के लिए हमारे पास नौ y वर्ग घटा चार x वर्ग 36 के बराबर है तो

हम मानक रूप में पहले लिखें इसका मतलब है y वर्ग बटा 4 घटा x वर्ग बटा 9 बराबर 1 है यह y वर्ग बटा वर्ग घटा x वर्ग बटा b वर्ग बराबर एक के बराबर दो और b बराबर तीन के रूप का है तो यह रूप तब होता है जब फ़ॉसी y अक्ष पर स्थित होता है

इसलिए फ़ॉसी y अक्ष पर स्थित होगा और इसमें शून्य प्लस माइनस c समन्वय होगा जो cc वर्ग फिर से एक वर्ग प्लस b वर्ग है जो दो वर्ग प्लस तीन वर्ग चार प्लस है नौ तेरह है

इसलिए सी तेरह का वर्गमूल है तो वहाँ इससे पहले कि foci के पास शून्य जमा शून्य से वर्गमूल के निर्देशांक हैं तेरह कोने अब y अक्ष पर हैं जो शून्य जोड़ घटाकर aa बराबर दो का समन्वय करते हैं

इसलिए यह शून्य जोड़ घटा दो सनकी है e, c बटा ac है, तेरह को a से विभाजित किया गया है और लंबाई दो है जालीदार मलाशय का l दो b वर्ग बटा a है जो कि दो गुना b है यहाँ तीन वर्ग बटा a दो है

इसलिए यह नौ के बराबर है ठीक है

इसलिए हम इस व्याख्यान को यहाँ समाप्त करेंगे अगले व्याख्यान में हम कुछ और समस्याओं पर चर्चा करेंगे अतिपरवलय और फिर हम परवलय दीर्घवृत्त और अतिपरवलय पर कुछ और उन्नत विषयों पर चर्चा करेंगे, धन्यवाद