

حلقوں کے بارے میں تیرھویں لیکچر میں خوش آمدید پچھلے لیکچر میں ہم نے حلقوں کے خاندان کی مساوات اخذ کرنے کے طریقہ کار پر بات کی تھی لہذا حلقوں کے خاندان کی ایک خاص جماعت وہ خاندان ہے جو ایک مقررہ نقطہ کو چھوتے ہیں تو اُنہی سے کہتے ہیں کہ ہمارے پاس ایک ایک برابر ہے  $y$  مائنس  $y$  ہیں اور ہم کہتے ہیں کہ یہ لکیر سیدھی لکیر ہے جس کی مساوات  $x$  one  $y$  one مقررہ نقطہ جس کے نقاط اس سیدھی لکیر پر ہے تو ہم ہیں دائروں کے خاندان کی مساوات تلاش کرنے جا رہے ہیں  $x$  one  $y$  one تو یہ نقطہ  $x$  one مائنس  $x$  گنا جو چھوتے ہیں جو اس سیدھی لکیر کو بالکل اسی نقطہ پر چھوتے ہیں صرف اتنا ظاہر ہے کہ لامحدود طور پر بہت سارے دائرے ہیں مثال کے طور پر یہ ایک دائرہ ہوسکتا ہے یا یہ دوسرا دائرہ ہوسکتا ہے تو کیا ہے ان تمام قسم کے دائروں کی عمومی مساوات تو یہ وہ آہ سوال ہے جس کو ہم یہاں حل کرنے کی کوشش کر رہے ہیں تو ایسے کسی بھی دائرے کے لیے جو چھوتا ہے اس مخصوص دائرے کو  $f$  مائنس  $g$  پر چھوتا ہے۔ کہتے ہیں کہ ایسے دائرے کی عمومی مساوات ہے اور مرکز مائنس  $x$  one  $y$  one کہتے ہیں جو سیدھی لکیر کو جو جوڑ دیں تو یہ زاویہ  $90^\circ$  ڈگری ہے کیونکہ چونکہ یہ دائرہ سیدھی لکیر کو  $x$  one  $y$  one سے تو ظاہر ہے کہ اگر ہم مرکز اور اس نقطہ پر چھوتا ہے۔  $1$  یہ سیدھی لکیر دراصل اس نقطہ پر دائرے کا ایک مماس ہے لہذا اس سیدھی لکیر کی ڈھلوان کی پیداوار کی ڈھلوان جو  $x$   $1$   $y$   $1$  مرکز سے مماس کے لیے کھڑی ہے اور خود سیدھی لکیر کی ڈھلوان کی ڈھلوان اور اس کھڑی کی ڈھلوان مائنس ون ہونی چاہیے اس طرح ہم اس کھڑے کی ڈھلوان کو شروع کرنے جا رہے ہیں  $m$  اس لیے مصنوع ہے ایک جمع جی بار  $xx$  سے تقسیم کیا جائے گا جو  $g$  ایک مائنس مائنس  $x$  کو  $f$  ایک جمع  $y$  ہے جو  $f$  ایک مائنس مائنس  $y$  واضح طور پر  $f$  ایک جمع  $y$  گنا  $m$  ہے مائنس ون ہونا چاہئے اور اس لیے یہاں سے ہمیں جو حاصل ہوتا ہے وہ یہ ہے کہ  $m$  سیدھی لکیر کی ڈھلوان جو کہ صفر کے برابر ہے تو اب ہم کیا کر سکتے ہیں مساوات اخذ کرنے کے لیے اس معلومات کو یہاں استعمال کریں۔ اس طرح  $g$  ایک جمع  $x$  جمع کے لیے ایک مساوات حاصل کر سکتے ہیں تو ہم جو  $g$  تو یہاں سے جو ہم دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم  $n$  کے تمام حلقوں کے خاندان میں سے  $g$  تو ہم کریں گے ہم کیا کریں گے اب ہم اس ایکسپریشن کو  $f$  ایک جمع  $y$  گنا  $m$  ایک مائنس  $x$  برابر ہے مائنس  $g$  دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ مربع  $x$  کے لیے لیں گے اور ہم اسے یہاں بدل دیں گے اور دیکھتے ہیں کہ ہمیں کیا ملتا ہے تو جب ہم یہ کرتے ہیں کہ ہمیں جو ملتا ہے وہ ہے  $c$  جمع  $y$  ضرب  $f$  کی بجائے ہم استعمال کریں گے۔ اخذ کردہ اظہار جو کہ یہ جمع دو گنا ہے  $g$  تو  $g$  دفعہ  $x$  مربع جمع دو گنا  $y$  جمع رداس ہے یا اس دائرے کا مربع رداس اس مساوات  $f$  مائنس  $g$  صفر کے برابر ہے لیکن ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ چونکہ مرکز کا رداس مائنس اور صرف اس اعداد و شمار کو دیکھ کر یہ مربع رداس اس نقطہ اور مرکز کے  $c$  مربع مائنس  $f$  ہے مربع جمع  $g$  سے ہے یہ مربع رداس پورا مربع ہے لہذا یہ اور یہ ظاہر ہونا چاہئے برابر ہو تو  $f$  ایک جمع  $y$  پورا مربع جمع  $g$  ایک جمع  $x$  درمیان مربع توازن کا فاصلہ ہے جو کہ مربع  $f1$  ایک جمع  $y$  پورا مربع مائنس  $g$  ایک جمع  $x$  مربع مائنس  $f$  مربع جمع کے برابر ہونا چاہیے۔  $g$  کو  $c$  یہاں سے ہم دیکھتے ہیں کہ  $x$  one  $y$  one کے لیے حاصل کرتے ہیں اور یقیناً فکسڈ پوائنٹ  $c$  تو یہ ایک اور اظہار ہے جو ہم دائرے کے مرکز کے نقاط کے لحاظ سے ایک مائنس میرا ایک  $x$  انٹوٹ مائنس  $x$  مربع جمع دو  $y$  مربع جمع  $x$  تو ہم استعمال کریں گے۔ یہ دائیں ہاتھ یہاں سے پھر ہمیں جو ملتا ہے وہ ہے کے بجائے ہم ایکسپریشن استعمال کرنے جا رہے ہیں۔ جسے ہم نے ابھی اخذ کیا  $c$  برابر صفر لیکن  $c$  جمع  $mx$  مائنس سے  $y$  میں دو  $f$  جمع ہے جو کہ جی اسکوائر پلس اسکوائرڈ مائنس ہے تو یہ مائنس صفر کے برابر ہے یقیناً یہاں کچھ کینسل ہونا ہے ایک  $y$  گنا  $m$  اس لیے ہمیں مزید کوئی آسانیاں نہیں ملیں گی اور پھر ہم کیا کرتے ہیں کہ ہم جی کو مائنس ایکس کے برابر بدل دیتے ہیں۔  $1$  مائنس یہاں پر جب ہم یہ کرتے ہیں کہ ہم حاصل کرتے ہیں تو یہ حلقوں کے خاندان کے لیے حتمی مساوات ہے جس پر یقیناً منحصر ہے لہذا یہ  $f$  جمع کو تبدیل کرتے ہیں ہمیں مختلف مختلف کی مساوات ملتی ہے حلقے لیکن ان تمام حلقوں کی مشترکہ خاصیت یہ ہے  $f$  ہے لہذا ہم  $f$  مفت پیرامیٹر کے برابر ہے اسے دوبارہ مزید آسان بنایا  $x$   $1$  مائنس  $x$  گنا  $m$  پر  $x$   $1$   $y$   $1$  پوائنٹ  $y$   $1$  مائنس  $y$   $1$  کہ سیدھی لکیر  $ch$  کہ وہ ٹو پر منحصر ہے لہذا اس صورتحال کے لیے کچھ خاص معاملات ہیں جہاں ہم اس سیدھی  $f$  جا سکتا ہے اور ہم صرف اس حصے کو لیتے ہیں جو لکیر کو چھونے والے دائروں کے خاندان کی مساوات کو تلاش کرنے میں دلچسپی رکھتے ہیں دو خاص صورتیں ایک وہ ہوتی ہیں جب سیدھی لکیر محور کے پیرنٹ ہوتی ہے تو ہم لیں گے اب یہ دو خاص صورتیں تو  $y$  محور کے متوازی ہوتی ہے اور دوسری وہ ہوتی ہے جب سیدھی لکیر  $x$  ہے ہم ایسے تمام دائروں کی تلاش میں ہیں جو  $x$  one  $y$  one محور کے متوازی ہے یہاں پوائنٹ  $y$  فرض کریں کہ یہ سیدھی لکیر ہے جو ایک واضح طور پر تمام دائروں  $y$  ایک  $x$  کو چھوتے ہیں تو ہم اس سیدھی لکیر کو اس سے شروع کرتے ہیں۔ نقطہ  $x$  one  $y$  one اس نقطہ کو آرڈینیٹ مائنس جی ہے اس صورت میں تمام  $x$  ایک کے برابر ہے اُنہی سے کہتے ہیں کہ  $y$  کو آرڈینیٹ ہونا چاہئے جو  $ay$  کے مرکز میں  $x$  ایک پوری ہے مربع مربع رداس اور مربع کے برابر ہے۔ رداس ایک بار پھر صرف  $y$  مائنس  $y$  پورا مربع جمع  $g$  جمع  $x$  دائروں کی مساوات ایک  $x$  ایک پورا مربع ہے  $y$  مائنس  $y$  مربع جمع  $g$  جمع  $gx$  مربع جمع دو  $x$  پورا مربع ہے اگر ہم اسے آسان کریں تو ہمیں  $g$  ایک جمع ایک پورا مربع جمع  $y$  مائنس  $y$  مربع جمع  $x$  مربع منسوخ ہو جاتا ہے اور پھر ہمیں جو ملتا ہے وہ ہے  $g$  ایک  $gx$  مربع جمع دو  $g$  مربع جمع محور کے متوازی چھوتے  $y$  ایک مربع صفر ہے تو یہ ان تمام دائروں کی مساوات ہوگی جو اس لائن کو  $x$  ایک مائنس  $x$  مائنس  $x$  میں  $g$  دو ایک  $x$  مائنس  $x$  مربع کو  $x$  ہم اسے مزید آسان بھی بنا سکتے ہیں اور ہم اسے اس طرح لکھ سکتے ہیں کہ اس  $x$  one  $y$  one پوائنٹ مربع ہے جمع کا باقی حصہ مساوات جس کو مزید آسان کیا  $x$  ایک مربع کے طور پر لکھا جا سکتا ہے تو یہ  $x$  ایک مائنس  $xx$  مکمل مربع جمع دو ایک مربع  $x$  ایک مائنس دو  $xx$  ایک جمع دو  $x$  مائنس  $x$  ایک پورا مربع جمع دو جی میں  $y$  مائنس  $y$  مربع جمع  $x$   $1$  مائنس  $x$  جا سکتا ہے کے طور پر سوچ  $k$  ایک صفر کے برابر ہے لہذا ہم اسے مفت پیرامیٹر  $x$  ایک میں دو جی جمع دو  $x$  مائنس  $x$  صفر کے برابر ہے جو جمع  $x$  one  $y$  one محور کے متوازی ایک سیدھی لکیر کو کسی مقررہ نقطہ  $y$  کے دائرے جو  $h$  کا خاندان  $suc$  سکتے ہیں اور اس وجہ سے تمام کو تبدیل کرتے ہیں تو ہمیں مختلف اور مختلف دائرے ملتے ہیں  $k$  پر چھوتے ہیں اس مساوات کے ذریعہ دی گئی ہے لہذا اگر ہم اس پیرامیٹر  $one$  ایک کے اس ہاتھ کی طرف واقعی صفر کا اندازہ  $y$  برابر  $y$  ایک اور  $x$  مساوی  $x$  اور یہ دیکھنا زیادہ مشکل نہیں ہے کہ اگر ہم ڈالتے ہیں۔ کی قدر  $k$  واقعی اس دائرے پر ایسے تمام دائروں پر واقع ہے قطع نظر اس کے کہ  $x$  one  $y$  one ہوتا ہے جس سے ظاہر ہوتا ہے کہ پوائنٹ محور کے متوازی ہوتی ہے جو اس متوازی سیدھی  $x$  کچھ بھی ہو دوسری صورت اس وقت ہوتی ہے جب سیدھا لکیر کسی بھی دائرے کے لیے  $y$  ایک ہو گا اُنہی سے کہتے ہیں کہ  $x$  کو آرڈینیٹ ظاہر ہے کہ  $x$  پر چھوتی ہے، دائرے کے مرکز کے  $x$  one  $y$  one لکیر کو کسی نقطہ  $f$  مائنس مائنس  $y$  پورا مربع جمع  $x$   $1$  مائنس  $x$  اور پھر اسی طرح ہم لکھ سکتے ہیں کہ اس دائرے کی مساوات  $f$  کو آرڈینیٹ مائنس ہے  $dis$  ہے پورا مربع مربع رداس کے برابر ہے مربع رداس ظاہر ہے کہ درمیان کا فاصلہ ہے۔ یہ نقطہ اور یہ نقطہ مربع  $f$  جمع  $y$  ہوگی جو پورے مربع کے برابر ہے اگر ہم اسے آسان بناتے ہیں تو ہمیں حلقوں کے  $f$  ایک جمع  $y$  اس نقطہ اور اس نقطہ کے درمیان طنز جو کہ صرف کا مجموعہ ہے جو کہ مفت پیرامیٹر ہے لہذا یہاں تک کہ اگر ہم حلقوں کے خاندان کی عمومی  $k$  خاندان کی مساوات اس قسم کی ہوگی جہاں  $x$  one  $y$  one پوائنٹ  $x$  one مائنس  $x$  گنا  $m$  ایک کے برابر  $yy$  مائنس  $y$  مساوات کی طرف واپس جائیں جو سیدھی لکیر کو چھوتا ہے پر تو یہ وہی ہے جو ہم نے اخذ کیا تھا لہذا اسے مزید آسان بنایا جا سکتا ہے۔ اور میں اسے ایک مشق کے طور پر چھوڑتا ہوں تاکہ اس پوری  $x$  گنا  $m$  ایک مائنس  $y$  مائنس  $y$  میں  $k$  ایک پورا مربع پلس  $y$  مائنس  $y$  ایک پورا مربع پلس  $x$  مائنس  $x$  مساوات کو دوبارہ لکھا جا سکے سوچیں کہ ہمیں صرف یہ کرنے کی ضرورت ہے کہ ہمیں ان دو اصطلاحات کو  $i$  ایک صفر کے برابر ہے اور یہ بہت مشکل نہیں ہے  $x$  مائنس ایک مکمل مربع جمع دو  $x$  مائنس  $x$  مربع کو  $x$  مربع کو تبدیل کرنے کی ضرورت ہے تاکہ ہم اس  $y$  مربع اور  $x$  متعارف کراتے ہوئے اس ایک مربع  $y$  ایک مائنس  $yy$  ایک پورا مربع جمع دو  $y$  مائنس  $y$  لکھ سکتے ہیں۔ مربع بطور  $y$  ایک مربع لکھ سکیں اور ہم  $x$  ایک مائنس  $xx$

ایک  $mx y$  ایک بے اگلی اصطلاح مائنس دو  $xx$  پھر ہم بقیہ اصطلاحات کو لکھ سکتے ہیں جیسا کہ یہ ہے تو یہ اصطلاح یہاں مائنس دو  $an d$  ایک مربع جمع  $y$  ہے تو یہ اور یہ منسوخ ہو جائے گا پھر یہاں ہمارے پاس جمع دو فانی مائنس ٹو ایم ایف ایکس مائنس ایکس ایک مربع بے مائنس ایک  $x$  مائنس ٹو فانی ون صفر کے برابر ہے تو ہم کیا دیکھتے ہیں کہ یہ مائنس  $f$  ایک جمع  $y$  ایک میں  $mx$  ایک مربع جمع دو  $x$  یہاں ہمیں دو ایک مربع کے ساتھ منسوخ ہو جاتا ہے اور پھر باقی  $x$  ایک مربع جو یہاں جمع دو  $x$  ایک مربع یہاں وہ مائنس دو بن جاتے ہیں۔  $x$  مربع اور مائنس ایک مربع لکھا جا سکتا ہے اور  $y$  مربع اور اسے ملا کر مائنس ٹو  $y1$  اصطلاحات کو مزید آسان کیا جا سکتا ہے ہمیں پلس ملتا ہے تو یہ مائنس minus اور  $mx$  one  $y$  one ایک کے طور پر لکھا جائے اور مزید اصطلاح دو  $y$  مائنس  $y$  ایک کو  $y$  پھر یہ پوری چیز ہو سکتی ہے۔ دو میں مل جاتا ہے لہذا ہم نے اس اور اس  $x$  one  $x$  مائنس  $x$  مائنس  $m$  کو  $y$  one کو ملا یا جا سکتا ہے اور ہمیں پلس ٹو  $two$   $mx$   $y$  one  $wh$  at ایک میں ملتا ہے اور پھر  $y$  مائنس  $y$  کو  $f$  اصطلاح کو ملا یا ہے۔ پھر ہم اس اور اس اصطلاح کو بھی جوڑ سکتے ہیں ہمیں جمع دو مائنس ایکس ایک کے  $x$  کے ساتھ یہاں یہ اصطلاح ہے جو ہمیں پلس ٹو ایم ایف سوری مائنس ٹو ایم ایف میں  $ah$  صرف یہ اصطلاح ہے  $rests$   $x$  مائنس  $x$  گنا  $m$  مائنس ملے گا۔  $y$  1 مائنس  $y$  میں  $y$  1 برابر صفر دے رہی ہے لہذا اگر ہم اسے دوبارہ آسان بناتے ہیں تو ہمیں جمع 2 ایک صفر کے برابر ہے اور  $x$  مائنس  $x$  میں  $m$  ایک مائنس  $y$  مائنس  $y$  میں  $f$  ایک جو اس اور اس اصطلاح کو ملا رہا ہے اور پھر جمع دو پیرامیٹر ہے تو آخر کار ہم  $k$  صفر کے برابر ہے اور یہ دراصل  $f$  ایک جمع لکھ سکتے ہیں۔  $y$  پھر یقیناً یہ اور یہ ایک ہی ہے لہذا ہم جمع اوقات کو  $y$  ایک کے برابر اور  $x$  کو  $x$  کی قدر سے قطع نظر اگر آپ  $k$  حلقوں کے خاندان کے لیے یہ فارم حاصل کرتے ہیں جب یہ واضح ہو کہ اس دائرے پر ان تمام  $x$  one  $y$  one ایک کے برابر رکھتے ہیں۔ بائیں ہاتھ کی طرف صفر پر تشخیص کرتا ہے جو ظاہر کرتا ہے کہ پوائنٹ  $y$  کی قدر ہو، اس سے حلقوں کے خاندان کی مساوات پر ہماری بحث ختم ہوتی ہے اگلا ہم اٹھانے جا رہے ہیں۔ ایک راگ  $k$  دائروں پر واقع ہے جو بھی کہتے ہیں کہ ہمارے یہاں ایک دائرہ ہے جس کا  $s$  کی مساوات کو کیسے اخذ کیا جائے اگر ہمیں ایک راگ کا وسط نقطہ دیا جائے فرض کریں کہ پر ہے اُتے ہم کہتے ہیں کہ ایک راگ ہے اور ہم یہ کہتے ہیں کہ ہم جانتے ہیں کہ اس راگ کا وسط پوائنٹ ہمیں دیا گیا  $f$  مائنس  $g$  مرکز مائنس ایک ہے اور پھر ہمیں دل کی مساوات کو تلاش کرنے کے لیے کہا تو واضح طور پر ہم جانتے ہیں کہ اگر ہم دل کے وسط نقطہ کو  $x$  ہے اور یہ ہے تو اس کی ڈھلوان راگ  $xy$  دائرے کے مرکز سے جوڑتے ہیں تو یہ زاویہ  $90$  ڈگری ہے، اُتے ہم کہتے ہیں کہ راگ پر کوئی دوسرا نقطہ سے جو یہ ہے لیکن چونکہ یہ دونوں  $g$  ایک مائنس مائنس  $x$  کے برابر ہے تقسیم  $f$  مائنس مائنس  $y$  1 اس سیدھی لکیر کی ڈھلوان پر ہے سیدھی لکیریں نوے ڈگری پر ہیں اس ڈھلوان کی پیداوار مائنس ون ہونی چاہئے لہذا اس بار یہ مائنس ون ہونا چاہیے جس کو آسان بنایا جا سکتا ہے اور یہ راگ کی مساوات ہے تو اس کے بعد ہم کورڈ کی مساوات کو تلاش کرنے میں دلچسپی رکھتے ہیں تو ہم کہتے ہیں کہ اس کے بعد ہم یہ کہتے ہیں کہ ایک اور ایک دائرہ جس کی مساوات ہمیں بھی دی گئی ہے ہم یہ کہتے ہیں۔  $y$  ہیں۔ ایک  $x$  دیا گیا ہے جس میں کوارڈینیٹس  $p$  ہیں کہ ہمیں ایک نقطہ  $t$  1  $t$  دو اور اگر ہم  $pt$  ایک  $pt$  سے دیئے گئے دائرے تک دو مماس ہیں  $p$  اس دائرے سے باہر ہے لہذا واضح طور پر پوائنٹ  $p$  یہ نقطہ کو جوڑتے ہیں تو یہ ایک راگ کے سوا کچھ نہیں ہے لہذا اب مقصد اس کی مساوات کو تلاش کرنا ہے۔ رابطہ کا راگ تو اس کو رابطہ کا راگ  $2$  کے لئے اس مساوات کے ساتھ ہے لہذا  $p$  کہا جاتا ہے لہذا رابطے کی راگ کی یہ مساوات کسی دیئے گئے دائرے کے باہر ایک دیئے گئے نقطہ کا مربع جڑ ان مماس کی لمبائی بھی معلوم  $c$  مربع مائنس  $f$  مربع جمع  $g$  کا رداس جانتے ہیں جس کے ذریعہ دیا گیا ہے۔  $r$  یقیناً ہم اس دائرے ایک صحیح زاویہ مثلث  $pt$  1  $o$  کے ساتھ جوڑتے ہیں تو  $o$  کو مرکز  $p$  کی جاسکتی ہے کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ یہ  $90$  ڈگری ہے اور اگر ہم مربع ہے کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ  $po$  مربع مزید  $r$  مربع جمع  $l$  برابر ہے  $po$  ہے لہذا پائنتھاگورس سے تھیوریم ہم جانتے ہیں کہ مربع فاصلہ مربع ہے اور  $po$  یہ دونوں نقاط

مربع مائنس کے مربع جڑ کے برابر ہے مربع تو ہم جانتے ہیں کہ میں بھی  $1$   $po$  اس لیے اگر ہم یہاں اس اظہار کو بدل دیتے ہیں تو ہمیں ملتا ہے کے برابر ہے لہذا سرخ رنگ میں دکھائے  $l$  پر ہے اور اس کا رداس  $p$  اب غور کرتا ہوں۔ اہ دائرہ اُتے اس دائرے پر غور کریں جس کا مرکز ٹو سے گزرتا ہے اور  $t$  اور  $t$  one واضح طور پر یہ دائرہ ہے یا یہ  $l$  رداس  $p$  گئے اس دائرے کا مرکز دو اس سرخ دائرے اور دیئے گئے دائرے کے درمیان تقطیع کا نقطہ ہے جس کی مساوات یہ ہے اور  $t$  ایک اور  $t$  اس لیے یہ واضح ہے کہ کی مساوات جسے ہم تلاش کرنا چاہتے ہیں وہ سرخ دائرے کے درمیان ریڈیکل محور کی مساوات کے سوا  $t$  one  $t$  two اس لیے اس راگ مائنس  $y$  ایک پورا مربع پلس  $x$  مائنس  $x$  کچھ نہیں ہے۔ اور دیا ہوا سیاہ دائرہ اور یہ ہم پہلے جانتے ہیں لہذا اس سرخ دائرے کی مساوات ہے لہذا جب ہم اسے  $s^2$  ہے۔ ایک یہ  $s$  مربع ہے اور دیئے گئے دائرے کی یہ مساوات ہے تو اُتے ہم کہتے ہیں کہ یہ  $l$  ایک پورا مربع  $y$  لکھتے ہیں تو کیا ہمیں اسے اس طرح لکھنا پڑ سکتا ہے اور ریڈیکل ایکس کی مساوات صرف جمع ایک مائنس دو صفر کے برابر ہوگی لہذا رابطہ مزید آسان  $ge$  سے گھٹانے کے لیے اور ہم  $s$  one  $s$  one کے گروہ کی مساوات ہمیں صرف ضرورت کے ذریعہ دی گئی ہے۔  $lnr$  بنانے پر ہمیں یہ ملتا ہے کہ یہ رابطے کی بھیڑ کی مساوات ہے تو اگلی ہم بھی اسی صورت حال کے لئے کریں گے لہذا ہم جانتے ہیں کہ کیسے تلاش کرنا ہے لہذا ہم کہتے ہیں کہ ہم سے رابطہ کی اس ڈوری کی لمبائی تلاش کرنے کو کہا گیا ہے۔ یہ بہت مشکل نہیں ہے کیونکہ ہم دیکھتے ہیں کہ یہ زاویہ  $90$  ڈگری ہوگا چلیں اگر یہ زاویہ تھیٹا ہے تو یہ زاویہ  $90$  مائنس تھیٹا ہے لیکن چونکہ یہ پورا زاویہ  $90$  ہے یہ زاویہ سے جوڑتا ہے یہ نقطہ اس  $p$  کو پوائنٹ  $o$  بھی تھیٹا ہے اس نقطہ کے آگے جو کہ کا چوراہا ہے۔ سیدھی لکیر کے ساتھ رابطہ کا راگ جو مرکز راگ کا وسط پوائنٹ ہے اور

ہم اسے بذریعہ  $om$  ہونے دیں اور ہم کہیں کہ یہاں یہ چھوٹی لمبائی  $m$  ہے تو اس وسط پوائنٹ کو  $x$  ہے تو یہ بھی  $x$  اس لیے اگر یہ لمبائی بھی ہے کوئی دیکھ سکتا  $pt$  one  $o$  اس طرح ہے اور ہمارے پاس مثلث  $pt$  one  $o$   $t$  one  $mo$   $t$  one  $mo$  ظاہر کریں گے تو ہمارے پاس یہ مثلث  $h$  ہے کہ ان دو مثلثوں کے تینوں زاویے ایک جیسے ہیں

مثلث ٹی ون پو کی طرح ہے اور اس وجہ سے متعلقہ اطراف کا تناسب یکساں ہونا چاہیے  $t$  one  $mo$  اس لیے مثلث مربع کی مماثلت کی وجہ سے اور  $l$  مربع جمع  $r$  کے مربع جڑ کے  $r$  برابر ہے  $r$  کے برابر ہے  $h$  برابر ہے  $l$  بذریعہ  $x$  اس لیے مربع  $r$  مربع بذریعہ مربع جڑ  $r$  برابر  $h$  مربع اور  $l$  مربع کی جڑ جمع  $r$  مربع جمع مربع  $r$  تقسیم  $r1$  برابر  $x$  یہاں سے ہمیں ملتا ہے  $x$  کے گروہ کی لمبائی صرف ہے  $t1$   $t2$  مربع اور اس وجہ سے رابطہ  $l$  مربع  $r$  مربع کی جڑ بذریعہ  $r$  برابر  $h$  مربع اور  $l$  جمع مربع ہے لہذا ہم اس صورت حال کو دیکھتے ہوئے اس کے بارے میں بہت  $l$  مربع جمع  $r$  بذریعہ مربع جڑ  $r1$  ہے جو  $2$   $x$  دوگنا تو جو  $2$  گنا دو تو ہم  $t$  ایک  $pt$  کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔ دو تو  $pt$  one  $t$  سی دوسری دلچسپ چیزیں تلاش کر سکتے ہیں مثال کے طور پر ہم مثلث ایک اوٹ ٹو کا کل رقبہ ان دونوں کے رقبہ کا مجموعہ ہے تو اس مثلث کا رقبہ جمع اس مثلث کا  $pt$  یہ کیسے کریں کہ اب واضح طور پر چوکور کا رقبہ  $ot1$   $t2$  کا رقبہ ایک ہی ہے مزید  $o$  دو  $pt$  اور  $r$  میں  $l$  کا رقبہ نصف ہے  $pt$  one  $o$  میں کیونکہ  $r$  نکلے گا  $l$  رقبہ مربع جمع  $r$  بذریعہ  $l$  مکعب  $r$  کی پہلے سے اخذ کردہ قدروں کو استعمال کر سکتے ہیں اور ہم اسے  $x$  اور  $h$  ہے ہم  $x$  میں  $h$  صرف مربع جمع  $r$  سمجھتے ہیں اور  $l$

جو برابر ہے جس کے  $pt$  one  $ot$  two minus area of  $ot$  one  $t$  two سے دو مماسوں کے ذریعہ جمع کردہ اس زاویہ کو بھی تلاش کر سکتے ہیں لہذا واضح  $p$  برابر ہے اس اظہار کے برابر ہے لہذا ہم اس نقطہ  $\tan$  inverse of  $r$  by  $p$  ایک  $t$  کے الٹا صرف ٹین ہے لہذا یہ پورا زاویہ زاویہ ہے  $l$  کے  $r$  طور پر یہ زاویہ فارمولہ استعمال کر سکتے ہیں اور یہ وہی ہے جو ہمیں آخر  $\tan$  inverse  $b$  جمع  $\tan$  inverse  $a$  جو کہ صرف اتنا ہے کہ ہم  $l$

میں ایک اور قسم کا سوال ملتا ہے جو پوچھا جا سکتا ہے۔ اسی سیٹ اپ کے لیے ہم سے اس دائرے کی مساوات تلاش کرنے کے لیے کہا جا سکتا ہے  $t$  اور  $pt$  کا طواف کرتا ہے لہذا ہمیں اس دائرے کی مساوات کو سرخ رنگ میں تلاش کرنا ہوگا جو  $t_1$   $t_2$  ہے جو مثلث سیاہ میں  $en$  کے تقاطع کا نقطہ ہیں۔  $giv$  دو  $t$  ایک اور  $t$  دو اور ہم جانتے ہیں کہ  $t$  ایک سے گزرتا ہے اور  $t$  گزرتا ہے تو یہ دائرہ کے برابر ہوتا ہے تو واضح طور پر نیلے  $1$  پر ہوتا ہے اور  $p$  دائرہ اور یہ دائرہ نیلے میں تو یہ دائرہ اس وقت ہوتا ہے جب نیلے کا مرکز پر کاٹتا ہے۔ دو لہذا اگر ہم ان تمام  $t$  اور  $t$  one سے گزرتا ہے اور یہ دیے گئے دائرے کو سیاہ رنگ میں  $t_1$  اور  $t_2$  رنگ میں یہ دائرہ سے گزرتے ہیں جو نیلے اور سیاہ دائرے کے ایک دوسرے سے ملنے والے نقطہ ہیں  $t_1$  اور  $t_2$  دائروں کے خاندان پر غور کریں جو پوائنٹس تو یہ سرخ دائرہ دائروں کے اس خاندان سے تعلق رکھتا ہے لہذا ہم اس طرح کرنے کی کوشش کریں گے۔ اس سرخ دائرے کی مساوات معلوم کریں ایک ہے اور اس سرخ دائرے کی مساوات ہے جسے آسان بھی بنایا جا سکتا ہے  $s$  تو اس دیے گئے دائرے کی مساوات اس لیے یہ دونوں دائرے ہمارے لیے خاندان کے تمام حلقوں کے خاندان کی مساوات معلوم ہوتے ہیں جو گزر جاتے ہیں۔ ان دونوں دائروں کے انٹرسیکشن پوائنٹ کے ذریعے لیمنڈا ایک مفت پیرامیٹر ہے لہذا ہم لیمنڈا کو تبدیل کر کے لیمنڈا کو تبدیل کرتے ہیں مجھے مختلف دائرے ملیں گے جو  $t$  one اور  $t$  سے گزرتے ہیں یہ ان دو دائروں کے انتفاضہ کا نقطہ ہے لہذا یہ مساوات اب ایسا ہی ایک دائرہ یہ سرخ دائرہ ہے لیکن ہم  $t$  اور  $t$  one سے گزرتا ہے  $x$  one  $y$  one جانتے ہیں کہ سرخ دائرہ بھی ایک کے برابر ہوتا ہے تو اس بائیں ہاتھ کی طرف کا تخمینہ صفر ہونا چاہئے۔ جب  $y$   $y$  کے برابر ڈالتے ہیں جب  $x$  one  $x$  کو  $x$  اس لیے اگر آپ مربع  $1$  ہم ایسا کرتے ہیں تو ہمیں ملتا ہے جس کا مطلب ہے کہ لیمنڈا کا برابر ہونا چاہیے بذریعہ کو جانا جاتا  $c$  اور  $gf$   $x$  one  $y$  one اس لیے ہم نے لیمنڈا کی قدر کا پتہ چلا لیا ہے اور پھر ہمیں صرف یہ کرنے کی ضرورت ہے کیونکہ مربع اس کا مربع ہے  $r$  مربع کیا ہم اس فارمولے کو استعمال کرتے ہیں اور  $1$  ہمیں بھی دیا گیا ہے حقیقت میں  $1$  ہے۔ ہمیں وہ ہمیں دیا گیا ہے مربع ہے لہذا لیمنڈا ایک کے برابر ہے لہذا اس سرخ دائرے کی مساوات کچھ نہیں  $1$  اگر ہم اسے یہاں استعمال کریں تو ہم دیکھیں گے کہ یہ عدد ہے لیکن ہمیں صرف اس مساوات میں لیمنڈا کو ایک کے برابر رکھنا ہے اور اس لیے یہ سرخ دائرے کی مساوات ہے شکریہ