

वर्तुळावरील तेराव्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे मागील व्याख्यानात आपण वर्तुळांचे कुटुंब समीकरण काढण्याच्या पद्धतीवर चर्चा केली होती

त्यामुळे वर्तुळांच्या कुटुंबाचा एक विशेष वर्ग म्हणजे वर्तुळांचे कुटुंब जे एका निश्चित बिंदूला स्पर्श करतात म्हणून आपण ते सांगू या.

आपल्याकडे एक निश्चित बिंदू आहे ज्याचे निर्देशांक  $x$  one  $y$  one आहेत आणि आपण असे म्हणूया की ही रेषा सरळ रेषा आहे ज्याचे समीकरण  $y$  वजा  $y$  one समान  $m$  गुणिले  $x$  उणे  $x$  one आहे म्हणून हा बिंदू  $x$  one  $y$  one या सरळ रेषेवर आहे म्हणून आपण वर्तुळांच्या कुटुंबाचे समीकरण शोधणार आहोत जे स्पर्श करतात जे या सरळ रेषेला अगदी नेमक्या याच बिंदूवर स्पर्श करतात फक्त

त्यामुळे स्पष्टपणे अनेक वर्तुळे आहेत उदाहरणार्थ हे एक वर्तुळ असू शकते ते दुसरे वर्तुळ असू शकते किंवा हे दुसरे वर्तुळ असू शकते तर या सर्व प्रकारच्या वर्तुळांचे सामान्य समीकरण काय आहे, तर हा एक प्रश्न आहे जो आपण येथे सोडवण्याचा प्रयत्न करीत आहोत, तर अशा कोणत्याही वर्तुळाला स्पर्श करणाऱ्या वर्तुळासाठी हे विशिष्ट वर्तुळ म्हणूया जे  $x$  one  $y$  one वर सरळ रेषेला स्पर्श करतो म्हणून समजू या की अशा वर्तुळाचे सामान्य समीकरण आहे आणि केंद्र उणे  $g$  उणे  $f$  आहे

त्यामुळे स्पष्टपणे जर आपण केंद्र आणि हा बिंदू  $x$  one  $y$  one जोडला तर हा कोन 90 अंश आहे कारण हे वर्तुळ  $x$  1  $y$  1 वर सरळ रेषेला स्पर्श करत असल्याने ही सरळ रेषा प्रत्यक्षात या बिंदूवरील वर्तुळाची स्पर्शिका आहे

त्यामुळे या सरळ रेषेच्या उताराच्या गुणाकाराचा उतार जो मध्यभागी असलेल्या स्पर्शिकेला लंब आहे आणि सरळ रेषेचा उतार  $m$  आहे त्यामुळे उतार  $m$  चा गुणाकार आणि या लंबाचा उतार वजा एक असावा म्हणजे आपण या लंबाचा उतार कसा सुरू करणार आहोत हे स्पष्टपणे  $y$  एक वजा  $f$  म्हणजे  $y$  एक अधिक आहे  $f$  ला  $x$  एक वजा  $g$  ने भागले जे  $xx$  एक अधिक  $g$  च्या पटीने सरळ रेषेचा उतार जो  $m$  आहे वजा एक असावा आणि म्हणून इथून आपल्याला  $m$  गुणिले  $y$  एक अधिक  $f$  अधिक  $x$  एक अधिक  $g$  आहे.

$ze$  च्या बरोबरीचे आहे  $ro$  म्हणून आता आपण काय करू शकतो की आपण या माहितीचा वापर अशा सर्व वर्तुळांच्या कुटुंबाचे समीकरण काढण्यासाठी करू शकतो,

तर येथून आपण जे पाहतो ते म्हणजे आपण  $g$  साठी एक समीकरण काढू शकतो म्हणजे आपण जे पाहतो ते  $g$  समान आहे ते उणे  $x$  एक वजा  $m$  गुणिले  $y$  एक अधिक  $f$  म्हणून आपण आता काय करणार आहोत आपण ही अभिव्यक्ती  $g$  साठी घेऊ आणि आपण ती येथे बदलू आणि आपल्याला काय मिळते ते पाहू या मग आपण ते केल्यावर आपल्याला काय मिळेल  $x$  चौरस अधिक  $y$  चौरस अधिक दोन पट  $x$  पट  $g$  म्हणून  $g$  च्या ऐवजी आपण व्युत्पन्न अभिव्यक्ती वापरतो जी ही अधिक दोन पट  $f$  गुणिले  $y$  अधिक  $c$  समान शून्य आहे परंतु आपल्याला हे देखील माहित

आहे की केंद्राची त्रिज्या उणे  $g$  उणे  $f$  आहे या वर्तुळाची त्रिज्या किंवा चौरस त्रिज्या या समीकरणातून आहे ही चौरस त्रिज्या  $g$  चौरस अधिक  $f$  चौरस वजा  $c$  आहे आणि फक्त  $ah$  ही आकृती पाहून ही चौरस त्रिज्या हा बिंदू आणि केंद्र यामधील हा चौरस समतोल अंतर आहे जो  $x$  एक आहे अधिक  $g$  संपूर्ण चौरस अधिक  $y$  एक अधिक  $f$  संपूर्ण चौरस म्हणून हे आणि हे स्पष्टपणे समान असले पाहिजे म्हणून येथून आपण पाहतो की  $c$  समान  $g$  चौरस अधिक  $f$  चौरस वजा  $x$  एक अधिक  $g$  संपूर्ण चौरस वजा  $y$  एक अधिक  $f$  चौरस, म्हणून ही दुसरी अभिव्यक्ती आहे जी आपल्याला मिळते

$c$  साठी वर्तुळाच्या केंद्राच्या निर्देशांकांच्या संदर्भात आणि अर्थातच निश्चित बिंदू  $x$  one  $y$  one म्हणून आपण ही उजवी बाजू येथे वापरू,

मग आपल्याला मिळेल ते  $x$  चौरस अधिक  $y$  चौरस अधिक दोन  $x$  मध्ये वजा  $x$  एक वजा माझे एक अधिक  $f$  मध्ये दोन  $y$  वजा ते  $m$  अधिक  $c$  समान शून्य पण  $c$  च्या ऐवजी आपण जी अभिव्यक्ती आपण आताच काढली आहे जी  $g$  स्केअर अधिक  $f$  स्केअर वजा आहे

त्यामुळे हे वजा शून्य अर्थातच शून्य आहे येथे काही रद्द करणे आहे

त्यामुळे आम्हाला आणखी कोणतेही सरलीकरण मिळणार नाही आणि मग आम्ही काय करतो ते म्हणजे आपण  $g$  इकल टू वजा  $x$  1 वजा  $m$  गुणिले  $y$  एक अधिक  $f$  येथे बदलतो जेव्हा आपण ते करतो तेव्हा आपल्याला मिळते म्हणून हे अंतिम समीकरण आहे मंडळांचे कुटुंब कोणते कोर्स यावर अवलंबून आहे म्हणून हे फ्री पॅरामीटर  $f$  आहे म्हणून आपण  $f$  बदलतो आपल्याला वेगवेगळ्या भिन्न वर्तुळांचे समीकरण मिळते परंतु या सर्व वर्तुळांचा समान गुणधर्म असा आहे की ते त्या सरळ रेषेला स्पर्श करतात  $y$  1  $y$  वजा  $y$  1 समान  $m$  गुणिले  $x$  वजा  $x$  1  $x$  1  $y$  1 बिंदूवर हे पुन्हा आणखी सरलीकृत केले जाऊ शकते आणि आम्ही फक्त हा भाग घेतो जो  $f$  वर अवलंबून असतो म्हणून या परिस्थितीसाठी काही विशेष प्रकरणे आहेत जिथे आम्हाला त्या सरळ रेषेला स्पर्श करणाऱ्या वर्तुळांच्या कुटुंबाचे समीकरण शोधण्यात रस आहे.

विशेष प्रकरणे म्हणजे एक म्हणजे जेव्हा सरळ रेषा  $x$  अक्षाच्या समांतर असते आणि दुसरी असते जेव्हा सरळ रेषा  $y$  अक्षाच्या समांतर असते तेव्हा आपण आता ही दोन विशेष प्रकरणे घेऊ, म्हणून समजा ही सरळ रेषा आहे जी समांतर आहे.

येथे  $y$  अक्ष हा बिंदू  $x$  one  $y$  one आहे आम्ही अशा सर्व वर्तुळांचा शोध घेत आहोत जे या बिंदूला स्पर्श करतात  $x$  one  $y$  one म्हणून आम्ही ही सरळ रेषा या बिंदूपासून सुरू करतो  $x$  one  $y$  one स्पष्टपणे सर्व वर्तुळांचे केंद्र असावे  $ay$  समन्वय जो  $y$  च्या बरोबरीचा आहे तो  $x$  समन्वय हा वजा  $g$  आहे असे म्हणू या त्या बाबतीत सर्व वर्तुळांचे समीकरण  $x$  अधिक  $g$  पूर्ण वर्ग अधिक  $y$  वजा  $y$  एक संपूर्ण वर्ग चौरस त्रिज्या समान आहे आणि चौरस त्रिज्या फक्त आहे  $x$  एक अधिक  $g$  पूर्ण चौरस पुन्हा जर आपण हे सोपे केले तर आपल्याला  $x$  चौरस अधिक दोन  $gx$  अधिक  $g$  चौरस अधिक  $y$  वजा  $y$  एक पूर्ण वर्ग  $x$  एक चौरस अधिक  $g$  वर्ग अधिक दोन  $gx$  एक  $g$  वर्ग रद्द होईल आणि मग आपल्याला काय मिळेल  $x$  चौरस अधिक  $y$  वजा  $y$  एक संपूर्ण चौरस अधिक दोन  $g$  मध्ये  $x$  वजा  $x$  एक वजा  $x$  एक वर्ग शून्य आहे म्हणून हे त्या सर्व वर्तुळांचे समीकरण असेल जे या रेषेला  $x$  एक बिंदूवर  $y$  अक्षाच्या समांतर स्पर्श करतात.

$y$  एक तर आपण हे आणखी सोपे करू शकतो आणि आपण ते लिहू शकतो म्हणून हा  $x$  चौरस  $x$  वजा  $x$  एक पूर्ण चौरस अधिक

दोन xx एक वजा x एक चौरस म्हणून लिहिता येईल म्हणजे हा x चौरस अधिक समीकरणाचा उरलेला भाग आहे.

x वजा वर आणखी सरलीकृत करा x 1 चौरस अधिक y वजा y एक संपूर्ण चौरस अधिक दोन g मध्ये x वजा x एक अधिक दोन xx एक वजा दोन x एक चौरस शून्य म्हणजे अधिक x वजा x एक मध्ये दोन g अधिक दोन x एक शून्य म्हणजे आपण विचार करू शकतो हे प्री पॅरामीटर k आहे आणि म्हणून दिलेल्या बिंदूवर y अक्षाच्या समांतर सरळ रेषेला स्पर्श करणाऱ्या अशा सर्व वर्तुळांचे कुटुंब x one y one या समीकरणाद्वारे दिलेले आहे म्हणून आपण k हा पॅरामीटर बदलल्यास आपल्याला भिन्न आणि भिन्न वर्तुळे मिळतील.

आणि हे पाहणे फार कठीण नाही की जर आपण x समान x एक आणि y एक y समान ठेवले तर या डाव्या हाताच्या बाजूचे मूल्यमापन शून्य होते जे दर्शवते की x one y one हा बिंदू खरोखरच अशा सर्व वर्तुळांवर या वर्तुळांवर आहे.

k च्या मूल्याचे दुसरे केस म्हणजे जेव्हा सरळ रेषा

कोणत्याही वर्तुळासाठी x अक्षाच्या समांतर असते जी या समांतर सरळ रेषेला x one y one बिंदूवर स्पर्श करते तेव्हा वर्तुळाच्या मध्यभागी x समन्वय असेल उघडपणे x चालू e आपण म्हणू या की y समन्वय हा उणे f आहे आणि मग त्याच पद्धतीने आपण असे लिहू शकतो की या वर्तुळाचे समीकरण x वजा x 1 पूर्ण वर्ग अधिक y वजा वजा f असेल जे y अधिक f पूर्ण वर्ग चौरसाच्या समान असेल.

त्रिज्या चौरस त्रिज्या हे स्पष्टपणे हा बिंदू आणि हा बिंदू यामधील अंतर आहे आणि हा बिंदू आणि हा बिंदू यामधील चौरस अंतर जे फक्त y एक अधिक f पूर्ण वर्गाच्या समान आहे पुन्हा जर आपण हे सोपे केले तर आपल्याला कुटुंबाचे समीकरण मिळेल वर्तुळे या प्रकारची असतील जेथे k ही बेरीज आहे जी मुक्त पॅरामीटर आहे म्हणून जरी आपण वर्तुळांच्या कुटुंबाच्या सामान्य समीकरणाकडे परत गेलो तरी जी सरळ रेषेला स्पर्श करते y वजा yy एक समान m गुणिले x वजा x एक x बिंदूवर एक y एक म्हणून हे आम्ही मिळवले आहे जेणेकरून हे आणखी सोपे केले जाऊ शकते आणि मी ते व्यायाम म्हणून सोडले जेणेकरून हे संपूर्ण समीकरण x वजा x एक संपूर्ण वर्ग अधिक y वजा y एक संपूर्ण वर्ग अधिक k मध्ये y वजा y असे पुन्हा लिहिता येईल एक मैल nus m गुणा x उणे x एक बरोबर शून्य आहे आणि ते फार कठीण नाही मला वाटते की आपल्याला फक्त काय करावे लागेल हे x चौरस आणि y स्केअर बदलून या दोन संज्ञांचा परिचय करून देणे आवश्यक आहे जेणेकरून आपण हा x वर्ग x उणे x एक म्हणून लिहू शकू संपूर्ण चौरस अधिक दोन xx एक वजा x एक चौरस आणि आपण y चौकोन y वजा y एक पूर्ण चौरस अधिक दोन yy एक वजा y एक चौरस म्हणून लिहू शकतो आणि नंतर आपण उर्वरित संज्ञा जसे आहे तसे लिहू शकतो म्हणून ही संज्ञा येथे आहे वजा दोन xx एक पुढील टर्म वजा दोन mxy एक आहे

त्यामुळे हे आणि हे रद्द होईल मग येथे आपल्याकडे अधिक दोन fy वजा दोन mfx

वजा x एक चौरस वजा y एक चौरस अधिक येथे आपल्याला दोन x एक चौरस अधिक दोन mx एक मिळतील y एक अधिक f वजा दोन fy एक बरोबर शून्य आहे म्हणून आपण पाहतो की हा वजा x एक चौरस आणि वजा x एक चौरस येथे ते वजा दोन x एक चौरस होतात जे येथे अधिक दोन x एक वर्गासह रद्द होतात आणि नंतर उर्वरित अटी पुढे सरलीकृत केल्या जाऊ शकतात अधिक मिळवा म्हणजे हा वजा y1 चौरस आणि हे एकत्र करून वजा दोन y एक चौरस म्हणून लिहिता येईल आणि नंतर ही संपूर्ण गोष्ट दोन y वन मध्ये y वजा y वन असे लिहिता येईल.

एकत्र केले जाऊ शकते आणि आपल्याला प्लस टू y वन मध्ये m वजा x वजा x वन मिळेल म्हणून आपण हे आणि हे पद एकत्र केले आहे आणि नंतर आपण हे आणि हे पद देखील एकत्र करू शकतो आपल्याला y वजा y वन मध्ये प्लस टू y एक मिळेल आणि मग काय उरले आहे फक्त ही संज्ञा आहे या पदासह येथे आहे जी आपल्याला अधिक दोन mf देणार आहे माफ करा वजा दोन mf मध्ये x उणे x एक म्हणजे शून्य म्हणजे आपण हे आणखी सोपे केले तर आपल्याला अधिक 2 y 1 मध्ये y वजा y 1 वजा m गुणा x मिळेल वजा x वन जो हे आणि हे पद एकत्र करत आहे आणि नंतर अधिक दोन f मध्ये y वजा y एक वजा m मध्ये x वजा x एक शून्य आणि नंतर अर्थातच हे आणि हे समान आहे म्हणून आपण अधिक गुणाकार y एक अधिक f ला समान लिहू शकतो शून्य आणि हे प्रत्यक्षात k पॅरामीटर आहे म्हणून शेवटी आपण करू वर्तुळांच्या कुटुंबासाठी हा फॉर्म मिळवा

जेव्हा हे स्पष्ट असेल की k चे मूल्य विचारात न घेता

x समान x एक आणि y समान y एक ठेवले तर डावीकडील बाजू शून्यावर मूल्यमापन करते जे दर्शवते की x एक y एक बिंदू या सर्व वर्तुळांवर या वर्तुळांवर k चे मूल्य कितीही असू शकते, जेणेकरून वर्तुळांच्या कुटुंबाच्या समीकरणांवर आपली चर्चा पूर्ण होईल , पुढे आपण जीवाचे समीकरण कसे काढायचे याचा विचार करू.

एक जीवा समजा की आपल्या येथे एक वर्तुळ आहे ज्याचे केंद्र उणे g वजा f वर आहे असे म्हणू या की एक जीवा आहे आणि आपण म्हणू या की आपल्याला माहित आहे की या जीवाचा मध्यबिंदू आपल्याला दिलेला आहे आणि तो x एक y एक आहे आणि मग आपल्याला हृदयाचे समीकरण शोधण्यास सांगितले जाते,

इतके स्पष्टपणे आपल्याला माहित आहे की जर आपण हृदयाच्या मध्यबिंदूला वर्तुळाच्या मध्यभागी जोडले तर हा कोन 90 अंश आहे, तर आपण म्हणू या की जीवेवर दुसरा कोणताही बिंदू xy आहे.

या जीवाचा उतार उतारावर आहे या सरळ रेषेचा e y 1 उणे उणे f ला भागिले x एक वजा वजा g ने भागिले आहे जे हे आहे परंतु या दोन सरळ रेषा नव्वद अंशांवर असल्याने या उताराचा गुणाकार वजा एक असावा आणि म्हणून या वेळी ही उणे असावी एक ज्याचे सोपे केले जाऊ शकते आणि हे कॉर्डचे समीकरण आहे

त्यामुळे पुढे आपल्याला कॉर्डचे समीकरण शोधण्यात स्वारस्य आहे

म्हणून आपण असे म्हणू या की पुढे आपण असे म्हणू की आपल्याला x एक y एक समन्वय असलेला एक बिंदू p दिला आहे आणि एक वर्तुळ ज्याचे समीकरण देखील आपल्याला दिलेले आहे असे आपण म्हणू या की हा बिंदू p या वर्तुळाच्या बाहेर आहे

त्यामुळे स्पष्टपणे दोन स्पर्शिका आहेत pt एक pt दोन बिंदू p पासून दिलेल्या वर्तुळात आणि जर आपण t 1 t 2 ला जोडले तर

ते दुसरे काहीही नाही.

एक जीवा

त्यामुळे आता या संपर्काच्या जीवाचे समीकरण शोधणे हे उद्दिष्ट आहे

त्यामुळे याला संपर्क जीवा म्हणतात

त्यामुळे हे समीकरण दिलेल्या वर्तुळाच्या बाहेर दिलेल्या बिंदू  $p$  साठी  $t$  one  $t$  two संपर्काच्या जीवाचे हे समीकरण आहे.

कोर्स  $w$   $e$  या वर्तुळाची त्रिज्या जाणून घ्या जी  $g$  वर्ग अधिक  $f$  वर्ग वजा  $c$  च्या वर्गमूळाद्वारे दिली जाते या स्पष्टिकीची लांबी देखील शोधता येते कारण आपल्याला माहित आहे की हे  $90$  अंश आहे आणि जर आपण  $p$  ला केंद्र  $o$  सह जोडले तर  $pt$   $1$   $o$  हा काटकोन त्रिकोण आहे म्हणून पायथागोरसच्या प्रमेयावरून आपल्याला माहित आहे की चौरस अंतर  $po$  समान आहे  $1$  चौरस अधिक  $r$  चौरस पुढील  $po$  वर्ग आहे कारण आपल्याला माहित आहे की हे दोन समन्वय  $po$  वर्ग आहे आणि म्हणून जर आपण या अभिव्यक्तीला येथे बदलले तर आपल्याला  $1$  हे  $po$  वर्ग वजा चौरसाच्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपल्याला माहित आहे की  $1$  आता वर्तुळाचा विचार करूया ज्याचे केंद्र  $p$  वर आहे आणि त्रिज्या  $1$  च्या बरोबर आहे त्या वर्तुळाचा विचार करूया म्हणून लाल रंगात दर्शविलेल्या या वर्तुळाचे केंद्र  $p$  त्रिज्या  $1$  आहे.

स्पष्टपणे हे वर्तुळ किंवा ते  $t$  एक आणि  $t$  दोन मधून जाते आणि म्हणून हे स्पष्ट आहे की  $t$  एक आणि  $t$  दोन हे लाल वर्तुळ आणि दिलेल्या वर्तुळातील छेदनबिंदू आहेत ज्यांचे समीकरण हे आहे आणि म्हणून या जीवा  $t$  one  $t$  टू चे समीकरण जे आपल्याला शोधायचे आहे

ते लाल वर्तुळ आणि दिलेले काळे वर्तुळ यांच्यातील मूलगामी अक्षाचे समीकरण आहे आणि हे आपल्याला आधी माहित आहे म्हणून या लाल वर्तुळाचे समीकरण  $x$  उणे  $x$  एक आहे संपूर्ण वर्ग अधिक  $y$  वजा  $y$  एक संपूर्ण वर्ग  $1$  चौरस आहे आणि दिलेल्या वर्तुळाचे हे समीकरण आहे म्हणून आपण म्हणू या की हे  $s$  एक आहे हे  $s^2$  आहे म्हणून जेव्हा आपण ते लिहू तेव्हा आपल्याला ते असे लिहावे लागेल आणि याचे समीकरण मूलगामी अक्ष फक्त अधिक एक वजा  $s$  दोन समान शून्य असेल म्हणून संपर्काच्या समूहाचे समीकरण दिले आहे आपल्याला फक्त  $s$  एक मधून  $s$  एक  $s$  दोन वजा करणे आवश्यक आहे आणि आपल्याला आणखी सरलीकरण मिळेल.

संपर्काच्या समूहाचे समीकरण

त्यामुळे पुढे आपण देखील त्याच परिस्थितीसाठी करू

त्यामुळे आपल्याला  $1nr$  कसे शोधायचे हे माहित आहे म्हणून आपण या संपर्क दोरीची लांबी शोधण्यास सांगितले आहे

म्हणून हे फार कठीण नाही कारण आपण पाहतो की हा कोन  $90$  अंश असेल चला  $s$  जर हा कोन थोडा असेल तर हा कोन  $90$  उणे थोडा आहे असे म्हणू पण हा संपूर्ण कोन  $90$  असल्याने हा कोन थोडा देखील आहे हा बिंदू पुढे जो सरळ रेषेच्या संपर्काच्या जीवाचा छेदनबिंदू आहे जो थेट ओ बिंदूला  $p$  बिंदूला जोडतो.

हा बिंदू या जीवाचा मध्यबिंदू आहे आणि म्हणून जर ही लांबी  $x$  असेल तर हा देखील  $x$  असेल तर हा मध्यबिंदू  $m$  असू द्या आणि आपण असे म्हणूया की ही लहान लांबी ओम येथे आपण ती  $h$  ने दर्शवू म्हणजे आपल्याकडे हा त्रिकोण  $t$  एक आहे  $mot$  one  $mo$  या प्रमाणे आणि आपल्याकडे त्रिकोण  $pt$  one  $o$  देखील आहे हे आपण पाहू शकतो की या दोन त्रिकोणांचे तिन्ही कोन समान आहेत आणि म्हणून त्रिकोण  $t$  one  $mo$  त्रिकोण  $t$  one  $po$  सारखा आहे आणि म्हणून संबंधित बाजूचे गुणोत्तर असणे आवश्यक आहे. समानतेमुळे

$x \times 1$  बरोबर  $h$  बरोबर  $r$  बरोबर  $r$  बरोबर  $r$  वर्गाचे वर्गमूळ अधिक  $1$  वर्ग समानतेमुळे आणि येथून आपल्याला  $x$  समान  $r^1$  भागिले  $r$  वर्ग अधिक  $1$  चे वर्गमूळ  $r$  वर्ग अधिक  $1$  मिळते.

चौरस आणि  $h$  समान  $r$  वर्गाचे वर्गमूळ द्वारे  $r$  वर्ग अधिक  $1$  चौरस आणि  $h$  समान  $r$  वर्गाचे वर्गमूळ द्वारे  $r$  वर्ग अधिक  $1$  वर्ग आणि म्हणून संपर्क  $t_1$   $t_2$  च्या समूहाची लांबी  $x$  च्या फक्त दुप्पट आहे  $2$  गुणिले  $x$  जे  $r$  वर्ग अधिक  $1$  वर्गाचे वर्गमूळ द्वारे  $2r^1$  आहे

त्यामुळे ही परिस्थिती पाहता आपण या बदल इतर अनेक मनोरंजक गोष्टी शोधू शकतो उदाहरणार्थ आपण त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ शोधू शकतो  $pt$  one  $t$  two

$so$   $pt$  one  $t$  two आता हे कसे करायचे ते आता स्पष्टपणे

$pt$  one  $ot$  two चे एकूण क्षेत्रफळ ही या दोघांच्या क्षेत्रफळाची बेरीज आहे

त्यामुळे या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ अधिक या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ

$1$  मध्ये  $r$  असेल कारण  $pt$  चे क्षेत्रफळ एक  $o$  अर्धा  $1$  मध्ये  $r$  आहे आणि  $pt$  दोन  $o$  चे क्षेत्रफळ समान आहे पुढे  $ot_1$   $t_2$  चे क्षेत्रफळ फक्त  $h$  मध्ये  $x$  आहे आपण  $h$  आणि  $x$  ची पूर्वी मिळवलेली मूल्ये वापरू शकतो आणि आपल्याला हे  $r$  घन  $1$  द्वारे मिळेल  $r$  वर्ग अधिक  $1$  वर्ग आणि म्हणून  $pt$  एक  $t$  दोन चे क्षेत्रफळ समान  $t$  आहे  $o$   $pt$  एक ओटी दोनचे क्षेत्रफळ ओटी वन टी दोनचे क्षेत्रफळ वजा क्षेत्रफळ जे या अभिव्यक्तीच्या बरोबरीचे आहे

त्यामुळे

$p$  या बिंदूपासून दोन स्पर्शिकांनी जोडलेला हा कोन देखील आपण शोधू शकतो

त्यामुळे हा कोन फक्त  $r$  चा उलटा टॅन आहे  $1$  म्हणून हा संपूर्ण कोन कोन  $t$  एक  $pt$  दोन म्हणजे  $r$  च्या  $r$  च्या दोन पट टॅन व्युत्क्रम आहे जे फक्त इतके आहे की आपण  $\tan$  व्युत्क्रम  $a$  अधिक  $\tan$  व्युत्क्रम  $b$  सूत्र वापरू शकतो आणि शेवटी आपल्याला आणखी एक प्रकारचा प्रश्न येतो.

$pt_1$   $t_2$  त्रिकोणाला परिक्रमा करणाऱ्या वर्तुळाचे समीकरण शोधण्यासाठी आपल्याला विचारले जाते त्याच सेटअपसाठी आपल्याला या वर्तुळाचे समीकरण लाल रंगात शोधवे लागेल जे  $pt$  एक आणि  $t$  दोन मधून जाते म्हणून हे वर्तुळ  $t$  मधून जाते एक आणि टी दोन आणि आपल्याला माहित आहे की  $t$  एक आणि  $t$  दोन हे काळ्या रंगात दिलेल्या वर्तुळाच्या छेदनबिंदू आहेत आणि हे वर्तुळ निळ्या

रंगात आहे म्हणून हे वर्तुळ जेव्हा निव्व्याचे केंद्र  $p$  वर असते आणि त्रिज्या  $1$  च्या समान असते तेव्हा हे वर्तुळ स्पष्टपणे स्पष्ट होते निव्व्या रंगात  $t_1$  आणि  $t_2$  मधून जाते आणि ते दिलेल्या वर्तुळाला काव्या रंगात  $t$  one आणि  $t$  दोन मध्ये छेदते म्हणून जर आपण  $t_1$  आणि  $t_2$  या बिंदूंमधून जाणाऱ्या सर्व वर्तुळांच्या कुटुंबाचा विचार केला तर जे निव्व्या आणि काव्या वर्तुळाच्या छेदनबिंदू आहेत.

हे लाल वर्तुळ त्या वर्तुळाच्या कुटुंबातील असले पाहिजे, अशा प्रकारे आपण या लाल वर्तुळाचे समीकरण शोधण्याचा प्रयत्न करू, म्हणून दिलेल्या वर्तुळाचे समीकरण  $s$  एक आहे आणि या लाल वर्तुळाचे समीकरण सोपे आहे जे सोपे देखील केले जाऊ शकते.

ही दोन वर्तुळं आम्हांला कुटुंब ओळखतात.

या दोन वर्तुळांच्या छेदनबिंदूंमधून जाणाऱ्या सर्व वर्तुळांच्या कुटुंबाचे समीकरण म्हणजे लॅम्बडा हा एक फ्री पॅरामीटर आहे म्हणून आपण लॅम्बडा बदलून लॅम्बडा बदलतो, मला  $t$  मधून जाणारी वेगवेगळी वर्तुळे मिळतील.

एक आणि टी दोन हा या दोन वर्तुळांचा छेदनबिंदू आहे

त्यामुळे हे समीकरण आता असे एक वर्तुळ आहे हे लाल वर्तुळ आहे पण आपल्याला माहित आहे की लाल वर्तुळ देखील  $x$  एक  $y$  एक व्या मधून जाते यास्तव जर तुम्ही  $x$  ला  $x$  एक ला  $y$  बरोबर  $y$  एक असे ठेवले तर या डाव्या हाताच्या बाजूचे मूल्यमापन शून्य केले पाहिजे म्हणून जेव्हा आपण असे करतो तेव्हा आपल्याला मिळते ज्याचा अर्थ असा होतो की लॅम्बडा  $1$  वर्गाने समान असणे आवश्यक आहे म्हणून आम्हाला आढळले आहे लॅम्बडाचे मूल्य आणि मग आपल्याला फक्त काय करायचे आहे ते आपल्याला आवश्यक आहे कारण  $x$  one  $y$  one  $g$  आणि  $c$  हे आपल्याला माहित आहेत ते आपल्याला दिलेले आहेत  $1$  हे देखील आपल्याला माहित आहे खरं तर  $1$  चौकोन आपण हे वापरतो का? फॉर्म्युला आणि आर स्केअर हा याचा स्केअर आहे जर आपण ते येथे वापरले तर आपल्याला दिसेल की हा अंश  $1$  स्केअर आहे आणि म्हणून लॅम्बडा एक बरोबर आहे म्हणून या लाल वर्तुळाचे समीकरण काहीही नाही तर आपल्याला फक्त लॅम्बडा एक बरोबर ठेवणे आवश्यक आहे.

या समीकरणात आणि म्हणून हे लाल वर्तुळाचे समीकरण आहे धन्यवाद