حلقوں پر 12 لیکچر میں خوش آمدید اس لیکچر میں ہم ایک نیا موضوع شروع کریں گے جس کا نام فیملی آف حلقوں ہے جو سیدھی لکیروں کے
خاندان کے عنوان سے ملتا جلتا ہے لہذا یہاں ہم بنیادی طور پر ان تمام حلقوں کے لیے عمومی مساوات لکھنے کی بات کریں گے جو مطمئن ہوں.
ایک مشترکہ خاصیت مثال کے طور پر ہم ان تمام ممکنہ دائروں کی مساوات لکھ سکتے ہیں جو کسی بھی دو دیے گئے نقطوں سے گزرتے ہیں یا
مثال کے طور پر ان تمام دائروں کی مساوات لکھ سکتے ہیں جو دو دیئے گئے دائروں کے چوراہے سے گزرتے ہیں
تو اس کا موضوع یہی ہوگا۔ لیکچر
ایک s تو آئیے ہم پہلے منظر نامے کے ساتھ شروع کرتے ہیں جہاں یہ کہتے ہیں کہ ہمیں دو دائروں کی مساوات دی گئی ہیں جن کی مساوات
ایک یہ ہے s دو صفر کے برابر ہیں لہذا s صفر کے برابر اور
میں یہ دوسری دوسری ڈگری کثیر الثانی ہے y اور x دو s جب y اور x ایک یہ دوسری ڈگری کثیر الجہتی ہے s تو
اور ہم o دو صفر کے برابر s ایک صفر کے برابر اور یہ دوسرے دائرے کی نمائندگی کرتا ہے s تو یہ پہلے دائرے کی نمائندگی کرتا ہے
پر کاٹتے ہیں لہذا اب ہم ان تمام دائروں کی مساوات کو تلاش کرنے میں q اور p کہتے ہیں کہ یہ دونوں دائرے ایک دوسرے کو دو پوائنٹس
ابھی ایک اور دائرہ کھینچ رہا i دلچسپی رکھتے ہیں جو ان دو نقطوں سے گزرتے ہیں مثال کے طور پر ایک ایسا دائرہ یہ دائرہ ہو سکتا ہے جو
ہوں کچھ اس طرح کا ہو سکتا ہے ایک اور سرکٹ کچھ اس طرح کا ہو گا کیونکہ آپ کو جلد ہی احساس ہو جائے گا کہ لامحدود بہت سے دائرے ہیں
جنہیں کھینچا جا سکتا ہے جو ان دونوں دیئے گئے دائروں کے ان دونوں نقطوں سے گزریں گے لیکن یہاں مقصد ایک عمومی مساوات یا مساوات کو
تلاش کرنا ہے جس میں کچھ پیرامیٹر ہو گا کہ اگر ہم اس پیرامیٹر کو تبدیل کرتے ہیں
تو ہمیں کسی ایسے دائرے کی مساوات حاصل کرنے کے قابل ہونا چاہئے جو ان دو پوائنٹس سے گزرتا ہے ایسا کرنے کے لئے ہم ریڈیکل محور کا
تصور استعمال کریں گے۔ اور آئیے ہم اس پر تھوڑا سا یاد کرتے ہیں تاکہ اگر ہم کسی دو ایک دوسرے کو ملانے والے دائروں کے لئے یاد کرتے
ہیں
تو اگر ہم کسی دو ایک دوسرے کو ملانے والے دائرے کے لئے یاد کرتے ہیں لیس ریڈیکل محور کو انوکھی سیدھی لکیر نے دی تھی جو انقطاع کے
دو صفر کے برابر ہوں گے ریڈیکل محور یہ سرخ سیدھی لکیر ہوگی s ایک صفر کے برابر اور s دو پوائنٹس کو جوڑتی ہے لہذا اس صورت میں
دونوں سے گزرتی ہے۔ q اور p جو
y مربع جمع x ہے جس کی مساوات s ٹو کا ریڈیکل محور ہوگا لیکن پھر فرض کریں کہ ہمارے پاس ایک عمومی دائرہ s ایک اور s تو یہ
صفر کے برابر ہے c جمع fy جمع دو gx مربع جمع دو
تو ہمیں تلاش کرنے کو کہا جاتا ہے۔ اس طرح کے سرکٹس کی عمومی مساوات جو ان دونوں پوائنٹس سے گزرتی ہے اب اس سیدھی لکیر کی
دو کو گھٹائیں اور s ایک اور s ٹو صفر کے برابر ہے لہذا اگر ہم s ایک مائنس s مساوات یا جو ان دونوں دائروں کا ریڈیکل محور ہے صرف
c مائنس c 1 جمع y میں f 2 مائنس f 1 جمع 2 میں x میں g 2 مائنس g 1 دو صفر کے مساوی کریں جو ہمیں ملے گا وہ دو انٹ
برابر 0. 2
تو یہ ان دونوں کے درمیان ریڈیکل محور کی مساوات ہے۔ حلقوں میں اب واضح طور پر اگر کوئی اور ہے۔ اس مساوات کے ذریعہ دیا گیا عمومی
دائرہ جو ان دو نقطوں سے بھی گزرتا ہے
q s اور p کو کاٹتا ہے کیونکہ q اور p بھی s one اور دیا ہوا دائرہ s اور اس طرح کا کوئی بھی عمومی دائرہ s تو یہ واضح ہے کہ
پر ہونا ضروری ہے اور s کا بھی q اور p سے گزرتے ہیں اس لیے q اور p ایک پر ہوتا ہے اور ہم غور کر رہے ہیں۔ وہ تمام دائرے جو
پر ایک q اور p کو s اور s ایک کے لیے مشترک ہونے چاہئیں اور اس لیے s اور s دونوں q اور p کے پوائنٹس q اور p اس لیے
ایک صفر کے برابر ہے سیدھی لکیر کی مساوات s صفر کے برابر اور s دوسرے کو کاٹنا چاہیے۔ اور اس لیے دائروں کے درمیان ریڈیکل محور
ایک صفر کے برابر ہے s مائنس s
s مائنس s one سے بھی گزرتا ہے۔ اور یہ دائرہ pq تو ان دونوں دائروں کے درمیان ریڈیکل محور کسی بھی دائرے کے درمیان ہوگا جو
s سے گزرتی ہے اور اس سیدھی لکیر کی مساوات q اور p ہوگا صفر کے برابر لیکن یہ ریڈیکل محور بھی ایک سیدھی لکیر ہے جو one
ون ہوگی s مائنس
y ون f مائنس f جمع دو میں x ایک g مائنس inus s one will be two in g ہو گی۔ sm تو یہ مائنس اس کی مساوات یہ آہ
اس سیدھی لائن کے ساتھ ساتھ اس سیدھی لکیر پر q اور p ایک صفر کے برابر ہے لیکن پھر یہ نوٹ کیا جاتا ہے کہ پوائنٹس c مائنس c جمع
کے درمیان صرف ایک انوکھی سیدھی لکیر ہوتی ہے اور اس لیے یہ مساوات اور یہ مساوات ایک ہی q اور p بھی ہیں۔ کسی بھی دو پوائنٹس
f one مائنس f 2 plus x in 1 g مائنس g سیدھی لکیر کی نمائندگی کر رہی ہوتی ہے لہذا ہمارے پاس اب تک جو ہے وہ یہ ہے کہ 2
y جمع c مائنس c میں ایک صفر کے برابر ہے
ٹو کے درمیان s اور s one کے درمیان ریڈیکل محور ہے اور یہ دوسری سیدھی لکیر کی مساوات جو s one اور s تو یہ مساوات جو
ریڈیکل محور ہے
تو یہ دونوں ایک ہی سیدھی لکیر کے سوا کچھ نہیں ہیں اس کا بنیادی طور پر مطلب یہ ہے کہ اگر ہم اس پہلی مساوات کو لیں اور اگر ہم اسے کچھ
سے ضرب دیں q حقیقی قدر والے حقیقی عدد
exa ہمیں q کا ہونا ضروری ہے کہ اگر ہم اس پہلی مساوات کو اس سے ضرب دیں q تو چونکہ وہ ایک ہی مساوات ہیں وہاں کچھ حقیقی عدد
دوسری مساوات حاصل کریں کیونکہ وہ ایک ہی سیدھی لکیر کے سوا کچھ نہیں ہیں اور اس لیے جو چیز ہونی چاہیے وہ یہ ctly کرنا چاہیے۔
سے ضرب دیتے ہیں q ہے کہ جب ہم اس پہلی مساوات کو
q ایک صفر کے برابر ہے لہذا c ملتا ہے۔ مائنس c میں q جمع y ایک میں f مائنس qf جمع دو x مائنس جی ایک میں qg تو ہمیں دو
کے ساتھ ضرب کرنے کے بعد ہمیں یہ مساوات بالکل حاصل کرنی چاہیے جس کا بنیادی مطلب یہ ہے کہ یہ اور یہ بالکل ایک ہی مساوات کا گتانک
f ایک g مائنس g میں q دو برابر ہونا چاہیے۔ g ایک مائنس g بذریعہ عدد ہونا چاہیے اور ایسا ہونے کے لیے یہ درست ہونا چاہیے کہ
ایک c مائنس c میں q دو برابر ہونا چاہئے c ایک مائنس c ایک اور f مائنس f میں q دو کے برابر ہونا ضروری ہے f ایک مائنس
اب سب کو معلوم ہے کہ عام مساوات کو تلاش کرنے کے لیے اس عمومی c 2 1 c اور f 2 f 1 g 2 g one یہاں یاد رکھیں
کے درمیان کوئی نہ کوئی تعلق ہونا چاہیے c اور gf مساوات کے لیے
تو یہ اس لیے کہ یہ ان تمام دائروں کی مساوات کی نمائندگی کر رہا ہے جو ان دونوں نقطوں سے گزرتے ہیں
g کو مطمئن کرتے ہیں لہذا یہاں سے ہم جو کچھ دیکھ سکتے ہیں وہ یہ ہے کہ c اور gf تو آئیے دیکھتے ہیں کیا کیا یہ ڈبلیو بیٹ پراپرٹیز
c ہوگا۔ c ایک اور f جمع q ٹو بذریعہ f ایک مائنس f برابر ہوگا f ایک اسی طرح g پلس q ٹو بذریعہ g ایک مائنس g برابر ہوگا
ایک c جمع q ایک مائنس یو ٹو کے برابر ہو
تو یہ ہے جو ہم حاصل کرتے ہیں اس کو آسان بنایا جا سکتا ہے
تو یہ وہی ہے جو ہم حاصل کرتے ہیں
تو اب ہم کوشش کریں کہ اگر ہم اس عمومی مساوات پر واپس جائیں

کو اس سے بدل دیتے ہیں۔ دائیں ہاتھ کی طرف اور اگر ہم ایسا کرتے ہیں c اور gf تو ہم
ہوگا q تو ہمیں عام مساوات حاصل کرنے کے قابل ہونا چاہئے جہاں دائیں ہاتھ کی طرف
کو خاندان کے مختلف حلقے ملیں گے ۔ دائرہ بناتا ہے q ہوگا اور اس پیرامیٹر کو تبدیل کرنے سے q تو اس مساوات میں یہ پیرامیٹر
g میں x مربع جمع دو y مربع جمع x تو جب ہم یہ کرتے ہیں کہ ہمیں جو ملتا ہے وہ ہے
میں ڈالتے ہیں f کو y کے بجائے ہم اس دائیں ہاتھ کی طرف جمع دو g تو
ہم اس اظہار کو 0 کے برابر رکھتے ہیں اور پھر آئیے اب ہم کیا کر سکتے c ڈال دیتے ہیں c کے بجائے ہم اس دائیں ہاتھ کی طرف جمع f تو
مربع x میں x q مربع مائنس 1 q x بذریعہ q مربع کے برابر لکھیں 1 جمع x ہیں وہ یہ ہے کہ ہم کر سکتے ہیں۔ 1 جمع
مربع کے ساتھ کرے گی اور اگر ہم ایسا کرتے ہیں y مربع بدل جائے گا اگر یہ ان دو مختلف اصطلاحات کے ساتھ ہے اور یہی چیز x تو یہ
q ایک مائنس ون بذریعہ c جمع y one f جمع دو x ایک g مربع جمع دو y مربع پلس x میں q بذریعہ q ایک جمع s ہمیں ملے گا
جمع سی دو صفر کے برابر ہے اب واضح طور پر اگر ہم اس سلائیڈ پر واپس y دو f جمع دو x مربع جمع دو جی دو y مربع جمع x گنا
جائیں
کو صفر ہونا تھا q صفر نہیں ہو سکتا کیونکہ اگر q تو یہ واضح ہے کہ
تو یہ اور یہ مماثل نہیں ہوں گے کیونکہ واضح طور پر یہ نہیں ہے یہ غیر صفر مساوات ہے
دو f ایک اور f دو برابر نہیں ہیں g ایک اور ah تو یہ ہے ایک غیر صفر مساوات بھی ہے جس سے میرا مطلب یہ ہے کہ اس مساوات میں
ان دونوں میں سے کم از کم ایک غیر g2 اور g1 ایک g دو میں سے یہ واضح ہے کہ c ایک اور c دو f ایک اور f دو g ایک g تو
صفر ہے
تو یا
صفر نہیں ہو سکتا کیونکہ اگر دونوں صفر ہیں th غیر صفر ہے f2 مائنس f1 غیر صفر ہے یا g2 مائنس g1 تو
تو مراکز ایک ہیں
تو
تو مراکز ایک جیسے ہیں اس صورت میں جو ہمارے پاس ہے وہ مرتکز دائرے ہیں اور مرتکز دائرے ایک دوسرے کو نہیں کاٹیں گے اگر ہم پہلی
سلائیڈ پر واپس جائیں
تو ہم نے کہا کہ ہم دو دائروں کی بات کر رہے ہیں جو ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں یہاں واضح طور پر ان میں سے کم از کم ایک
سے q کبھی بھی صفر نہیں ہو گا کیونکہ اگر آپ اسے q عدد ہے جو غیر صفر ہے اور اس لیے یہ کوئی معمولی مساوات نہیں ہے اور اس لیے
ضرب دیں گے
q تو ملے گا۔ ایک صفر کی مساوات اور پھر اس کا کوئی طریقہ نہیں ہے کہ یہ اور یہ ایک ہی مساوات ہو کیونکہ اگر آپ اسے صفر کے برابر
سے ضرب دیں
صفر ہونا تھا q تو اگر
تو جب ہم اس مساوات سے ضرب کرتے ہیں
صفر نہیں ہے اور اس لیے ہم کیا q تو ہمیں صفر کی مساوات ملتی ہے جبکہ یہ مساوات صفر کی مساوات نہیں ہے اس لیے یہ حقیقی قدر والی
سے ضرب کر سکتے ہیں جب ہم ایسا کرتے ہیں q کر سکتے ہیں کہ ہم اس پوری مساوات کو
تو ہم یہاں ڈینومینیٹر سے چھٹکارا پاتے ہیں
ٹو میں صفر کے برابر ہے s ایک مائنس s کو q تو کیا ہم پھر حاصل یہ ہے کہ ایک جمع
کو ایس ون q تو یہ اس مساوات کی عمومی شکل ہے جو ہم حاصل کرتے ہیں اور ہم اسے یہ بھی لکھ سکتے ہیں کہ اس مساوات کو ایک جمع
دو صفر کے برابر ہے اور ہم یہ آہ کر سکتے ہیں کیونکہ اور مزید جو ہم دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم s سے q مائنس ون میں لکھیں ایک جمع
q ہے اور چونکہ q مائنس ون بذریعہ ایک جمع k اسے جمع برابر صفر لکھ سکتے ہیں لیکن یہ اس مساوات کے سوا کچھ نہیں ہے جہاں
مائنس ون کے برابر نہیں ہے لہذا یہ ان تمام دائروں کی عمومی مساوات k صفر کے برابر نہیں ہے q ہے بھی حقیقی قدر ہے کیونکہ k حقیقی
مائنس ون کے برابر k دو صفر کے برابر ہیں لیکن یہ s ہے جو دو دائروں کے ایک دوسرے کے برابر صفر کے مقام سے گزرتے ہیں۔ اور
نہیں ہونا چاہیے کوئی بھی حقیقی قدر ہو سکتی ہے جو مائنس ون کے برابر نہیں ہو سکتی اس کی وضاحت کے لیے ایک چھوٹی سی مثال لیتے ہیں
جیسا کہ مرکز h مائنس چار برابر صفر اس y جمع چار x مربع جمع دو y مربع جمع x تو ہم یہ کہتے ہیں کہ ہمارے پاس دو دائرے ہیں
برابر صفر ہوگا اس کا مرکز y مربع جمع چھ y مربع جمع x دو برابر s مائنس ایک پاور مائنس دو اور اس کا رداس تین ہے کہ دوسرا دائرہ
صفر کوما مائنس تین اور رداس تین کے برابر ہے جیسا کہ ہم واضح طور پر دیکھتے ہیں۔ دو مراکز کے درمیان فاصلہ دو کے مربع جڑ کے برابر
ہے جو رداس کے مجموعے سے کم ہے کیونکہ رداس کا مجموعہ چھ ہے اور یہ واضح طور پر اس سے زیادہ ہے کیونکہ رداس کے درمیان مطلق
فرق صفر ہے لہذا یہ صورتحال ہے جس کا بنیادی مطلب یہ ہے کہ دو دائرے دو نقطوں پر آپس میں جڑے ہوئے ہیں اور اب ہم ان تمام ممکنہ
دائروں کی مساوات کو تلاش کرنا چاہیں گے جو ان دو دائروں کے انتفاضہ کے دو نقطوں سے گزرتے ہیں
مائنس ون کے برابر نہیں ہے k اصلی ہے اور k برابر 0 جہاں 2 s اوقات k جمع 1 s تو ان تمام دائروں کی عمومی مساوات
برابر ہو گا s تو اس مثال کے لیے
y مربع جمع چھ y مربع جمع x دو y مربع جمع x pl us چار y مائنس فور جمع k ضرب s دو ہے x مربع جمع x ایک ہے s تو
کے برابر صفر ڈالتے ہیں k برابر صفر واضح طور پر اگر ہم
کے طور پر منتخب کرتے ہیں k ایک کے برابر ہونا چاہئے اور اگر ہم s صرف s تو ہمیں
دو کے مساوی ہوگی لہذا اس کو مزید بہتر کیا جاسکتا ہے آپ جانتے ہیں s تو یہ لامحدودیت کی طرف جاتا ہے ۔ مساوات حد میں صفر کے برابر
مائنس چار صفر کے برابر یہ y میں k جمع 4 جمع 6 x مربع جمع 2 ky مربع جمع 1 جمع kx کہ اسے مزید لکھا جاسکتا ہے 1 جمع
کی قدر کو بدلتے رہنا ہے اور ہر بار ایک مختلف دائرہ ملے گا لیکن ہمیں یہ یقینی بنانا ہوگا k ایسے تمام دائروں کی عمومی مساوات ہے ہمیں صرف
مائنس 1 کے برابر ہے k مائنس ون کے برابر نہ ہو کیونکہ اگر k کہ
s مائنس 1 s کے برابر مائنس 1 کے ساتھ جو ہم حاصل کرنے جا رہے ہیں وہ صرف k مربع کا عدد 0 ہے اور اس لیے y مربع اور s تو
کا ریڈیکل محور ہے۔ ایک اور دو اور وہ دائرہ مساوی نہیں s کے برابر ہے 0 جو کہ ایک سیدھی لکیر کی مساوات کے سوا کچھ نہیں ہے جو 2
کو مائنس ون کے برابر نہیں ہونا چاہیے k ہوگا۔ ایک دائرے کا آئن اسی لیے ہم نے کہا ہے کہ
تو یہ حلقوں کی فیملی کی پہلی قسم تھی دائروں کی فیملی کی ایک اور قسم ہے اگر ہمیں ایک دائرے کا پرائم صفر کے برابر دیا جائے
جو اس مساوات سے دی گئی ہے l تو اس کو اس مساوات کے ذریعہ دیا جائے اور ہم کہتے ہیں کہ ہمارے پاس ایک سیدھی لکیر ہے
تو یہ دونوں ہمیں دیے گئے ہیں اور ہم کہتے ہیں کہ یہ دونوں یہ سیدھی لکیر اور یہ دائرہ دو پوائنٹس پر آپس میں ملتے ہیں یا وہ یہاں تک کہ
صرف ایک نقطے کو چھو سکتا ہے اور پھر ہم ان تمام دائروں کی مساوات میں دلچسپی رکھتے ہیں جو چوراہے کے اس نقطہ سے گزرتے ہیں جو
اب یہ واضح ہے کہ اگر l اس دیئے گئے دائرے کے پرائم کے اس چوراہے کے نقطہ سے گزرتے ہیں اور یہ سیدھی لکیر دی گئی سیدھی لائن

ہمارے پاس کوئی اور دائرہ ہے
تو ہم کہتے ہیں کہ ہمارے پاس کوئی دوسرا دائرہ ہے جو ان دو نقطوں سے بھی گزرتا ہے
تو یہ واضح ہے کہ ریڈیکل محور
تو اس کو عمومی دائرہ کے برابر رہنے دیں۔ صفر تک
کے برابر صفر s اور دیئے گئے دائرے کے پرائم کے درمیان ریڈیکل محور یہ سیدھی لکیر ہونا چاہیے لہذا s تو یہ واضح ہے کہ اس دائرے
ان دو پوائنٹس کو جوڑتی ہے l صفر کے برابر ہونا چاہیے کیونکہ سیدھی لکیر l پرائم کے برابر صفر کے درمیان ریڈیکل محور s اور
صفر کے s پر ان دیئے گئے دائرے کے پرائم کو کاٹتی ہے اب اگر ہمارے پاس کوئی دوسرا دائرہ q اور p تو یہ سیدھی لکیر ان دو پوائنٹس
برابر ہے جو ان دونوں پوائنٹس سے بھی گزرتا ہے
پرائم کے برابر صفر کے درمیان ریڈیکل محور ہونا s کے برابر صفر اور s تو یہ واضح ہے کہ ان دو پوائنٹس کو جوڑنے والی سیدھی لکیر کو
چاہیے لیکن چونکہ ہمیشہ دو پوائنٹس کو جوڑنے والی ایک منفرد لائن ہوتی ہے یہ سیدھی لکیر اس سیدھی لکیر کی مساوات کے سوا کچھ نہیں تھی۔
پرائم s مائنس s اعظم کے برابر صفر کے درمیان ریڈیکل محور s کے برابر صفر اور s اس مساوات کے علاوہ کچھ بھی نہیں ہونا چاہئے
uation برابر صفر کے ذریعہ دیا گیا ہے لہذا ہم یہ کہتے ہیں کہ ہمارے عمومی دائرے میں یہ مساوات ہے
جس کی وجہ l اس مساوات کو دے گا لیکن پھر یہ مساوات کچھ بھی نہیں ہو گی مگر اس سیدھی لکیر کی مساوات s minus s prime تو
موجود ہونا چاہیے صفر کے برابر نہیں اس طرح کہ اگر ہم اس سیدھے ضرب کریں aq یہ ہے کہ یہ دونوں مساواتیں ایک جیسی ہونی چاہئیں وہاں
مائنس پرائم کی مساوات حاصل کرنی چاہئے جو کہ یہ ہے کیونکہ ہم نے استدلال کیا ہے کہ ان s کے ذریعہ لائن کی مساوات ہمیں بالکل q اس
سے ضرب کریں گے q دونوں کو ایک ہی سیدھی لکیر کی نمائندگی کرنی چاہئے لہذا جب آپ اسے
تو ہم حاصل کریں گے اور اب ہم مدت کے لحاظ سے اصطلاح کو برابر کرسکتے ہیں۔ بنیادی طور پر گتانک بذریعہ گتانک کیونکہ یہ مساوات اور یہ
پرائم f مائنس f دو گنا g prime nq مائنس g دو گنا کے برابر ہونا چاہیے mq ایسا ہونا چاہیے کہ q مساوات یکساں ہیں اور اس لیے
کے برابر ہونا چاہیے۔ اس مساوات سے ہمیں ان تینوں مساوا c مائنس c کو pq کے برابر ہونا چاہیے اور
توں سے پرائم ملتا ہے ہمیں دو جی برابر دو جی پرائم پلس ایم کیو ملتا ہے یہاں سے ہمیں دو ایف برابر دو ایف پرائم پلس این کیوب ملتا ہے اور یہاں
اب حلقوں کے خاندان کی عمومی مساوات کی طرف واپس جائیں q پرائم پلس پی c برابر ہوتا ہے c سے ہمیں
مربع جمع دو جی کی بجائے y مربع جمع x برابر s کے لیے ان اظہارات کو بدلتے ہیں اور ہمیں c اور f تو ہم اس مساوات میں دو جی دو
برابر 0۔ اور پھر اگر ہم اصطلاحات کو الگ pq پرائم پلس c پلس y میں nq پرائم پلس f پلس 2 x لکھتے ہیں۔ mq ہم دو جی پرائم جمع
کرتے ہیں
میں q کے طور پر لکھ سکتے ہیں۔ پرائم پلس c جمع y پرائم f جمع دو x مربع جمع دو جی پرائم y مربع جمع x تو ہم اس ایکسپریشن کو
پرائم کے سوا کچھ نہیں ہے یہ کثیر الثانی کا پرائم ہے اور یہ پہلی ڈگری کا s صفر کے برابر ہے لیکن نوٹ کریں کہ یہ p جمع ny جمع mx
بنتے ہیں۔ صفر کے برابر ہے ql پرائم پلس s ہے اور اس لیے ہمارے لیے عمومی مساوات ایسے تمام دائرے l کثیر الثانی
کو تبدیل کرتے ہیں q صفر کے برابر ہے لہذا جیسا کہ ہم اس ql پرائم کے علاوہ s برابر ہے s تو
q اور p یہاں حقیقی قدر ہے جیسا کہ ہم ترچھا تبدیل کرتے ہیں ہمیں حلقوں کے اس خاندان سے مختلف دائرے ملتے ہیں جو ان دو پوائنٹس q تو
دائروں کے ایک l تھے۔ دی گئی سیدھی لکیر کے ساتھ دیے گئے دائرے کے پرائم کے انقطاع کے پوائنٹس q اور p سے گزریں گے جہاں
دو ہیں اور کہا جاتا ہے کہ ہم تلاش y دو x ایک اور y ایک x اور خاندان کو شمار کیا جا سکتا ہے فرض کریں کہ اگر ہمارے پاس دو پوائنٹس
کرنا چاہتے ہیں ان تمام دائروں کی مساوات یا ان تمام دائروں کی عمومی مساوات جو ان دو پوائنٹس سے گزرتے ہیں جب تک کہ یہ دونوں پوائنٹس
ایک جیسے نہیں ہیں لاتعداد دائرے ہیں جو ان دونوں پوائنٹس سے گزریں گے ہم عمومی مساوات کو کیسے تلاش کریں گے؟ ان تمام دائروں میں
سے یہ کرنے کے لیے ہم جو کچھ کر سکتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم مندرجہ ذیل دائرے پر غور کریں
دو بائی دو x ایک جمع x تو ہم ان دو پوائنٹس کو جوڑتے ہیں اور ہمیں اس لائن سیگمنٹ کا وسط پوائنٹ ملتا ہے جب مڈ پوائنٹ کے کوآرڈینیٹس
دو بہ دو اور ہم ایک دائرہ بناتے ہیں جس کا رداس اس لکیر کے حصے کی لمبائی کے نصف کے برابر ہے واضح طور y ہوں گے۔ ایک جمع ny
سے ہمیں ایک اور ملتی ہے ہمیں q اور o p ہونے دیں۔ qs اور p پر وہ دائرہ ان دونوں پوائنٹس کو چھوئے گا یا گزرے گا لہذا پوائنٹس کو
اس دائرے کی مساوات ملتی ہے
کہہ کر ظاہر کریں s prime تو آئیے اس کی نشاندہی کریں گے ہم آسانی سے دائرے کی مساوات کا حساب لگا سکتے ہیں اور اس دائرے کو
گے
مرکز کا کوآرڈینیٹ پورے مربع کے x مائنس x مرکز کا کوآرڈینیٹ x مائنس سینٹر سوراخ x تو یہ دائرہ صرف مساوات سے دیا جائے گا۔
مرکز کا کوآرڈینیٹ پورا مربع مربع رداس کے برابر ہونا چاہئے اب مربع رداس مربع قطر کا ایک چوتھائی ہے اور مربع قطر y مائنس y علاوہ
دو پورے مربع y ایک مائنس y دو پورے مربع جمع x ایک مائنس x کے درمیان مربع فاصلہ کے سوا کچھ نہیں ہے جو q اور p پوائنٹس
کے ذریعہ دیا جاتا ہے لہذا یہ صرف اتنا ہے لہذا اگر ہم اس اصطلاح کو اس طرف لاتے ہیں
تو ایک مائنس ہوگا یہاں اور پھر صفر کے برابر ہے
تو یہ مربع جمع یہ مربع مائنس یہ چیز صفر کے برابر ہے
تو یہ اس دائرے کی مساوات ہے واضح طور پر یہ اس لمحے جب ہم اس لمحے کی وضاحت کرتے ہیں جب ہمیں ان دو پوائنٹس کا پرائمر آٹومیٹک
کی وضاحت کی گئی ہے اور ہم یہ بھی دیکھتے ہیں کہ اگر ہم یہ دیکھتے ہیں lly ہے
میں شامل کرتے ہوئے بڑھاتے ہیں q اور p تو آئیے اس سیدھی لکیر کو
صفر کے برابر ہے اور اس سیدھی l کہے گا کہ سیدھی لکیر کی مساوات l تو اس لائن کی مساوات ہم کہتے ہیں کہ اس کی نمائندگی کرے گی
لکیر کی مساوات کا پتہ لگانا بھی آسان ہے کیونکہ آہ
y one minus y 2 x 1 minus x 2 برابر y one by x مائنس x one مائنس y تو یہ سیدھی لکیر کی مساوات دی جائے گی
ایک صفر کے برابر ہے x دو مائنس x ایک میں y مائنس y ٹو پلس y ایک مائنس y کو x 1 مائنس x اور کون سا ہو سکتا ہے
میں اور یہ صفر کے برابر ہے y اور x اس واحد ڈگری کثیر نام کے برابر ہے l ہے لہذا l تو ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ ہمارا
صفر کے برابر اور l تو اب ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ ہمارے پاس ایک دائرے کا پرائم صفر کے برابر ہے ہمارے پاس ایک سیدھی لکیر ہے
ہم جانتے ہیں کہ یہ سیدھی لکیر اور یہ دائرہ ان دو پوائنٹس پر آپس میں ملتے ہیں
تو بنیادی طور پر ہمارے یہاں کیا ہے یہ ہے کہ ہم ان تمام حلقوں کی مساوات کو تلاش کرنے کی کوشش کر رہے ہیں ۔ ان تمام دائروں کی عمومی
صفر کے برابر ہے کیونکہ ڈیزائن کے l مساوات جو اس دائرے کے پوائنٹ آف انٹرسیکشن سے گزرتے ہیں صفر کے برابر اور یہ سیدھی لکیر
جو ہمیں دیا گیا ہے اس کی وجہ یہ q لحاظ سے اس دائرے کا پرائم صفر کے برابر اس سیدھی لکیر کو بالکل ان دو پوائنٹس پر کاٹ دے گا۔ اور
ہے کہ ہم نے اس دائرے کے پرائم کو جس انداز میں بنایا ہے اور چونکہ ہم ان تمام سرکٹس کی عمومی مساوات تلاش کرنے کی کوشش کر رہے ہیں
پرائم کے پوائنٹ آف s سے گزرتے ہیں یہ جنرل کو تلاش کرنے کے مترادف ہے۔ ان تمام دائروں کی مساوات جو صفر کے برابر q اور p جو

صفر کے برابر ہے اور یہ وہ چیز ہے جو ہم پہلے ہی پچھلی سلائیڈ میں کر چکے ہیں جہاں ہم نے l انٹرسیکشن سے گزرتی ہے اور سیدھی لکیر
اصل قدر ہے k جہاں kl پرائم پلس کے ذریعے دیا گیا ہے صفر کے برابر s کہا تھا کہ عمومی مساوات تمام حلقوں کو
سے بدلنا ہے۔ اس مساوات کو سمجھیں s کو اس بائیں ہاتھ کے s prime تو ہم اس طرح حاصل کر سکتے ہیں لہذا اب ہمیں اس
دو بذریعہ دو پورا مربع مائنس y ایک جمع y مائنس y دو بذریعہ دو پورا مربع پلس x ایک جمع x مائنس x تو یہ بنیادی طور پر ہو جائے گا
دو پورا مربع ضرب چار یہ چیز جمع ک گنا یہ اظہار y ایک مائنس y دو پورا مربع جمع x ایک مائنس x
پرائم کے لیے کثیر نام ہے s تو ک گنا اس چیز کے علاوہ یہ آہ یہ
l گنا سیدھی لکیر کے لیے واحد ڈگری کثیر الاضلاع K پرائم کے لیے کثیر نام یہ ہے ایک جمع s تو
ایک x بار اس کے برابر ہونا چاہیے صفر کے برابر ہونا ضروری ہے لہذا یہ ایسے تمام دائروں کی مساوات ہے جو ان دو پوائنٹس K تو اس جمع
کو تبدیل کرتے رہ سکتے ہیں اور ہم مختلف ہوتے رہ سکتے ہیں۔ k حقیقی قدر ہے لہذا ہم k دو سے گزرے گی اور y دو x ایک اور y
مختلف حلقے اس مثال کو واضح کرنے کے لیے لیتے ہیں کہ ہم نے ابھی کیا بات کی ہے
جو 6 کوما مائنس 4 ہے اور ہم ان سب کی عمومی مساوات q تو ہم کہتے ہیں کہ ہمارے پاس دو پوائنٹس ہیں جو دو کوما 0 ہے اور دوسرا پوائنٹ
تلاش کرنا چاہیں گے۔ دائرے ان دو پوائنٹس سے گزرتے ہیں یہ ان دو پوائنٹس کو جوڑنے والی سیدھی لکیر ہے وسط پوائنٹ یہ ہے جس کے نقاط
o چار کوما مائنس دو ہیں واضح طور پر یہ فاصلہ آٹھ کے مربع جڑ کے برابر ہے اور اس لیے اگر ہم مرکز کے ساتھ ایک دائرہ کھینچیں جیسا کہ
رداس آٹھ کا مربع جڑ ہے لہذا وہ دائرہ کچھ اس طرح ہوگا اور واضح طور پر کہ یہ دو پوائنٹس اس دائرے پر پڑے ہوں گے کیونکہ ہم نے رداس کو
جڑ آٹھ کے برابر منتخب کیا ہے جو اس لمبائی کا نصف ہے اور ہم نے منتخب کیا ہے۔ اس لائن سیگمنٹ کا مرکز اس لائن سیگمنٹ کا وسط پوائنٹ
ایک قطر pq اس دائرے پر اس کے متضاد طور پر مخالف سروں پر پڑے گا لہذا q اور p ہوگا تاکہ اس دائرے کا مرکز ہو لہذا واضح طور پر
جمع دو پورا مربع رداس کا مربع ہے جو آٹھ ہے y مائنس چار پورا مربع جمع x پرائم کو s ہوگا اور اس دائرے کی مساوات
تو یہ اس دائرے کی مساوات ہے جو سم ہو سکتی ہے معذرت کے لیے پلیفائیڈ کیا گیا
جمع y مائنس چار پورا مربع جمع s prime equal to x لکھا جا سکتا ہے کیونکہ اسے s تو یہ اس دائرے کی مساوات ہے لیکن اس کو
x مربع مائنس آٹھ y مربع جمع x جمع y لکھا جا سکتا ہے۔ مربع مائنس آٹھ y مربع جمع x دو پورے مربع مائنس آٹھ کے برابر صفر یعنی
جمع بارہ صفر کے برابر ہے y جمع چار
p کو جوڑنے والی اس سیدھی لائن کی مساوات کو لکھنا زیادہ مشکل نہیں ہے۔ دو پوائنٹس q اور p تو یہ اس دائرے کی مساوات ہے اسی طرح
مائنس دو برابر جو کہ مائنس ایک ہے اور اس x مائنس صفر سے تقسیم کیا جائے گا y کو جوڑنے والی اس سیدھی لائن کی مساوات کو q اور
مائنس دو صفر ہے y جمع x وجہ سے اس سیدھی لائن کی یہ مساوات
مائنس دو صفر کے برابر اور اب چونکہ ہم جانتے ہیں کہ یہ دائرہ پرائم ہے y کے برابر x کے ذریعے دیا جائے l تو یہ سیدھی لائن ہوگی
کو تلاش کرنے کی کوشش کر o ڈیزائن کے لحاظ سے وہ ان دو پوائنٹس کو آپس میں جوڑیں گے لہذا ہم بنیادی طور پر l اور یہ سیدھی لکیر
صفر کے برابر l رہے ہیں۔ خاندان یا دائروں کے خاندان کے ان تمام دائروں کی مساوات جو اس دائرے کے پرائم صفر کے برابر اور سیدھی لکیر
کے l پرائم اور s کے برابر ہے پرائم جمع کل صفر کے برابر ہے جسے اگر ہم یہاں پر s ہے جو اس عمومی مساوات کے ذریعہ دی گئی ہے
لیے کثیر ناموں کو بدلتے ہیں
برابر صفر ہے k جمع بارہ مائنس دو y جمع چار k جمع x مائنس آٹھ k مربع جمع y مربع جمع x تو ہمیں ملتا ہے
تو یہ اس کی عمومی مساوات ہے ایسے تمام حلقوں میں سے جو ان دونوں پوائنٹس سے گزریں گے اور کوئی بھی اسے چیک کر سکتا ہے
سے گزریں گے دو کوما صفر اور کیو سکس کوما مائنس p تو یہ عمومی مساوات ہے جو ہم نے ان تمام حلقوں کے لیے تلاش کی ہے جو پوائنٹس
چار
مربع کا y مربع اور s کا عدد صفر ہے اور xy کا کوئی گتانک نہیں ہے y اوقات x تو واضح طور پر یہ ایک دائرے کی مساوات ہے کیونکہ
مائنس آٹھ پورا مربع ضرب چار جمع ک جمع چار پورا مربع ضرب چار مائنس بارہ k ہے c مربع مائنس f مربع جمع g عدد ایک ہی ہے مزید
مربع جمع کے برابر ہے بتیس k تقسیم چار جو کہ دو k جمع 80 مائنس 48 جمع آٹھ k مربع مائنس 8 k اور جو نکلتا ہے دو k مائنس دو
بائی چار جو کہ صفر سے سختی سے بڑا ہے اس لیے واضح طور پر یہ کسی دائرے کا مساوات ہونا چاہیے اب آئیے یہ بھی دیکھتے ہیں کہ کیا
واقعی یہ دونوں پوائنٹس اس دائرے پر موجود ہیں، لہذا اگر ہم یہ چیک کرنے کے لیے تبدیل کریں کہ یہ پوائنٹ ٹو کوما صفر ہے دائرہ بائیں ہاتھ کی
صفر کے y کے برابر دو کے ساتھ اور x کے برابر صفر کے برابر رکھے گا اور دیکھے گا کہ آیا یہ کثیر الجہتی مساوات y کو دو x طرف
برابر ہے کہ آیا یہ صفر کا اندازہ کرتا ہے یا نہیں
مائنس 8 گنا 2 جمع 12 k کے برابر 0 ہوگا 4 جمع 0 جمع y کے برابر دو اور x تو اس کثیر الجہتی کی قدر اس کی قدر پر کثیر نام کے ساتھ
کے برابر ہوگا k مائنس 16 جمع 12 مائنس 2 k جو کہ 4 جمع 2 k مائنس 2
بنیادی طور پر یہ کثیر الثانی صفر کی تشخیص ah درحقیقت بائیں ہاتھ کی طرف o تو یہ منسوخ اور 4 جمع بارہ سولہ منفی سولہ صفر ہے
صفر کے برابر جس کا مطلب ہے کہ یا اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا ہے کہ ہم s کرتا ہے جس کا مطلب ہے کہ یہ نقطہ اس دائرے پر واقع ہے
کی کوئی قدر منتخب کریں ہمیں کچھ ملتا ہے۔ دائرہ اور وہ دائرہ اس پوائنٹ دو کوما صفر سے k کی کوئی بھی قیمت منتخب کرتے ہیں چاہے ہم k
گزرے گا اور اسی طرح کی چیز ہمیں ملے گی اگر ہم اس مساوات کو اس پوائنٹ سکس کوما مائنس فور کے ساتھ آزمائیں گے
تو اس کے ساتھ ہی ہم اگلے لیکچر میں اس لیکچر کو ختم کریں گے ہم بھی ایک لیں گے۔ مزید کیس باقی ہے جہاں ہم حلقوں کے خاندان کو تلاش
کرنے کی کوشش کریں گے اور پھر ہم گزشتہ امتحانات کے حلقوں کے خاندان کے کچھ مشکل مسائل کو حل کرنے کی کوشش کریں گے شکریہ