

సర్కిల్‌లపై 12 ఉపన్యాసానికి స్వాగతం, కాబట్టి ఈ ఉపన్యాసంలో మేము ఫ్యామిలీ ఆఫ్ సర్కిల్స్ అనే కొత్త టాపిక్‌ను ప్రారంభిస్తాము, ఇది సరళ రేఖల కుటుంబం అనే అంశాన్ని పోలి ఉంటుంది కాబట్టి ఇక్కడ మేము ప్రాథమికంగా అన్ని సర్కిల్‌ల కోసం సాధారణ సమీకరణాలను వ్రాయడం గురించి మాట్లాడుతాము.

ఒక ఉమ్మడి అన్ని ఉదాహరణకు మనం ఏదైనా రెండు పాయింట్లు గుండా వెళ్ళే అన్ని వృత్తాల సమీకరణాన్ని వ్రాయవచ్చు లేదా ఉదాహరణకు ఇచ్చిన రెండు సర్కిల్‌ల ఖండన గుండా వెళ్ళే అన్ని సర్కిల్‌ల సమీకరణాన్ని వ్రాయవచ్చు.

ఉపన్యాసం కాబట్టి మొదటి దృష్టాంతంతో ప్రారంభిద్దాం, ఇక్కడ మనకు రెండు వృత్తాల సమీకరణాలు ఇవ్వబడ్డాయి, వాటి సమీకరణాలు ఒకటి సున్నాకి సమానం మరియు s రెండు సున్నాకి సమానం కాబట్టి s ఒకటి ఇది కాబట్టి ఒకటి ఈ రెండవ డిగ్రీ బహుపది x మరియు y x మరియు y లలో ఈ రెండవ డిగ్రీ బహుపది అయినప్పుడు ఇది మొదటి వృత్తాన్ని సూచిస్తుంది s ఒకటి సున్నాకి సమానం మరియు ఇది రెండవ వృత్తం s రెండు సున్నాకి సమానం 0 మరియు ఈ రెండు వృత్తాలు

p మరియు q అనే రెండు పాయింట్ల వద్ద ఒకదానికొకటి కలుస్తాయి కాబట్టి ఈ రెండు ఖండన బిందువుల గుండా వెళుతున్న అన్ని సర్కిల్‌ల సమీకరణాన్ని కనుగొనడంలో మేము ఇప్పుడు ఆసక్తి కలిగి ఉన్నాము, ఉదాహరణకు అలాంటి ఒక సర్కిల్ ఈ వృత్తం కావచ్చు.

నేను ఇప్పుడు గీస్తున్నాను మరొక వృత్తం ఇలాంటిదే కావచ్చు ఇంకా మరొక సర్క్యూల్ ఇలా ఉంటుంది, ఎందుకంటే ఈ రెండు సర్కిల్‌ల ఖండన బిందువుల గుండా వెళుతున్న అనంతమైన అనేక సర్కిల్‌లు ఉన్నాయని మీరు త్వరలో గ్రహిస్తారు,

కానీ ఇక్కడ లక్ష్యం ఒక సాధారణ సమీకరణం లేదా సమీకరణాన్ని కనుగొనడం అంటే కొంత పరామితిని కలిగి ఉన్న ఒక సమీకరణాన్ని కనుక్కోవాలి అంటే మనం ఆ పరామితిని మార్చినట్లయితే, ఈ రెండు బిందువుల గుండా వెళుతున్న ఏదైనా అటువంటి వృత్తం యొక్క సమీకరణాన్ని మనం పొందగలగాలి.

మరియు మనం

ఏదైనా రెండు ఖండన వృత్తాలను గుర్తుకు తెచ్చుకుంటే, ఏదైనా రెండు ఖండన వృత్తాన్ని గుర్తుకు తెచ్చుకుంటే దాని గురించి మనం కొంచెం గుర్తుచేసుకుందాం.

లెస్ రాడికల్ అక్షం ఖండన యొక్క రెండు బిందువులను కలిపే ప్రత్యేకమైన సరళ రేఖ ద్వారా ఇవ్వబడింది కాబట్టి ఈ సందర్భంలో s ఒకటి సున్నాకి సమానం మరియు s రెండు సున్నాకి సమానం అయితే రాడికల్ అక్షం ఈ ఎరువు సరళ రేఖగా ఉంటుంది, ఇది p మరియు q రెండింటి గుండా వెళుతుంది కాబట్టి ఇది s ఒకటి మరియు s రెండు యొక్క రాడికల్ అక్షం అవుతుంది, అయితే మనకు సాధారణ వృత్తం s ఉందని అనుకుందాం, దీని సమీకరణం x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ ప్లస్ రెండు gx ప్లస్ రెండు fy ప్లస్ c సున్నాకి సమానం కాబట్టి మనం కనుగొనవలసిందిగా కోరబడుతుంది ఈ రెండు బిందువుల గుండా వెళుతున్న అటువంటి సర్క్యూల్‌ల సాధారణ సమీకరణం ఇప్పుడు ఈ సరళ రేఖ యొక్క సమీకరణం లేదా ఈ రెండు వృత్తాల యొక్క రాడికల్ అక్షం కేవలం s ఒకటి మైనస్ s రెండు సున్నాకి సమానం కాబట్టి మనం s ఒకటి మరియు s రెండు తీసివేస్తే మరియు రెండు సున్నాకి సమానం చేస్తే మనం పొందగలిగేది

g 1 మైనస్ g 2 నుండి x ప్లస్ 2 లోకి f 1 మైనస్ f 2 లోకి y ప్లస్ c 1 మైనస్ c 2 సమానం 0.

కాబట్టి ఇది ఈ రెండింటి మధ్య రాడికల్ అక్షం యొక్క సమీకరణం.

వేరే ఏదైనా ఉంటే ఇప్పుడు సర్కిల్‌లు స్పష్టంగా ఉన్నాయి ఈ సమీకరణం ద్వారా ఇవ్వబడిన సాధారణ వృత్తం ఈ రెండు పాయింట్ల గుండా కూడా వెళుతుంది, అప్పుడు s మరియు అలాంటి ఏదైనా సాధారణ వృత్తం s మరియు ఇవ్వబడిన సర్కిల్‌లు కూడా p మరియు q వద్ద కలుస్తాయని స్పష్టంగా తెలుస్తుంది ఎందుకంటే p మరియు q లు ఒకదానిపై ఉన్నాయి మరియు మేము పరిశీలిస్తున్నాము p మరియు q గుండా వెళ్ళే అన్ని వృత్తాలు s , కాబట్టి p మరియు q కూడా s పై ఉండాలి మరియు అందువల్ల p మరియు q పాయింట్లు s మరియు s రెండింటికి ఉమ్మడిగా ఉండాలి మరియు అందువల్ల s మరియు s ఒకటి p మరియు q వద్ద కలుస్తాయి అందువల్ల వృత్తాల మధ్య సున్నాకి సమానం మరియు సున్నాకి సమానమైన వృత్తాల మధ్య రాడికల్ అక్షం సరళ రేఖ సమీకరణం ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది s మైనస్ s ఒకటి సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఈ రెండు వృత్తాల మధ్య రాడికల్ అక్షం pq గుండా వెళ్ళే ఏదైనా వృత్తం మధ్య ఉంటుంది.

మరియు ఈ వృత్తం ఒకటి s మైనస్ లు ఒకటి సున్నాకి సమానం అయితే ఈ రాడికల్ అక్షం కూడా p మరియు q గుండా వెళ్ళే సరళ రేఖ మరియు ఈ సరళ రేఖ యొక్క సమీకరణం s మైనస్ s ఒకటి కాబట్టి ఇది మైనస్ ఇది కాబట్టి సమీకరణం ఇది ah sm అవుతుంది $inus$ s ఒకటి రెండుగా g మైనస్ g ఒకటి x ప్లస్ రెండు ఉంటుంది f మైనస్ f వన్ y ప్లస్ c మైనస్ c ఒకటి సున్నాకి సమానం అయితే p మరియు q పాయింట్లు ఈ సరళ రేఖపై అలాగే ఈ సరళ రేఖపై ఉన్నాయని గుర్తించబడింది p మరియు q అనే రెండు బిందువుల మధ్య కూడా ఒకే ఒక ఏకైక సరళ రేఖ ఉంటుంది కాబట్టి ఈ సమీకరణం మరియు ఈ సమీకరణం ఒకే సరళ రేఖను సూచిస్తాయి కాబట్టి మనకు ఇప్పటివరకు $2g$ మైనస్ g 1 x ప్లస్ 2 f మైనస్ f ఒకటి y ప్లస్ c మైనస్ c ఒకటి సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఈ సమీకరణం s మరియు s ఒకటి మధ్య రాడికల్ అక్షం మరియు ఈ మరొక సరళ రేఖ సమీకరణం ఇది s ఒకటి మరియు s రెండు మధ్య రాడికల్ అక్షం కాబట్టి ఈ రెండూ ఒకే సరళ రేఖ తప్ప మరేమీ కాదు అది ప్రాథమికంగా సూచించేదేమిటంటే, మనం ఈ మొదటి సమీకరణాన్ని తీసుకుంటే మరియు మనం దానిని కొంత వాస్తవిక విలువ గల వాస్తవ సంఖ్య q తో గుణిస్తే, అది ఒకే సమీకరణం కాబట్టి, మనం ఈ మొదటి సమీకరణాన్ని గుణిస్తే, కొంత వాస్తవ సంఖ్య

q ఉండాలి.

q మనం తప్పక పరీక్షించాలి రెండవ సమీకరణాన్ని సరిగ్గా పొందండి ఎందుకంటే అవి ఒకే సరళ రేఖ తప్ప మరేమీ కావు మరియు అందువల్ల మనం ఈ మొదటి సమీకరణాన్ని qతో గుణించిన తర్వాత మనం రెండు qg మైనస్ g ఒకదానిని x లోకి రెండు qf మైనస్ f ఒకటి y ప్లస్ q లోకి c లోకి పొందాలి మైనస్ c ఒకటి సున్నాకి సమానం కాబట్టి qతో గుణించిన తర్వాత మనం ఖచ్చితంగా ఈ సమీకరణాన్ని పొందాలి అంటే ఇది మరియు ఇది గుణకం ద్వారా సరిగ్గా ఒకే సమీకరణ గుణకం ఉండాలి మరియు అది జరగాలంటే g ఒక మైనస్ g రెండు సమానంగా ఉండాలి.

qకి g మైనస్ g ఒకటి f ఒకటి మైనస్ f రెండు తప్పనిసరిగా qకి f మైనస్ f ఒకటి మరియు c ఒకటి మైనస్ c రెండు qకి సమానంగా ఉండాలి c మైనస్ c ఒకటి ఇక్కడ గుర్తుంచుకోండి g one g 2 f 1 f 2 మరియు c సాధారణ సమీకరణాన్ని కనుగొనడానికి 1 c 2 అన్నీ ఇప్పుడు తెలుసు, ఈ సాధారణ సమీకరణానికి gf మరియు c మధ్య కొంత సంబంధం ఉండాలి

కాబట్టి ఇది ఈ రెండు పాయింట్ల గుండా వెళ్ళే అన్ని సర్కిల్ల సమీకరణాన్ని సూచిస్తుంది కాబట్టి మనం ఏమి చూద్దాం ఇది w టోపీ లక్షణాలు gf మరియు c సంతృప్తి చెందుతాయి కాబట్టి ఇక్కడ నుండి మనం చూడగలిగేది ఏమిటంటే, g అనేది g ఒక మైనస్ g రెండు బై q ప్లస్ g ఒకటి సమానంగా ఉంటుంది అదే విధంగా f అనేది f ఒక మైనస్ f రెండు బై q ప్లస్ f వన్ మరియు c అవుతుంది q ప్లస్ c వన్ ద్వారా c వన్ మైనస్ u టూతో సమానంగా ఉండండి, కాబట్టి ఇది మనకు లభించేది దీన్ని సరళీకృతం చేయవచ్చు కాబట్టి ఇది మనకు లభిస్తుంది కాబట్టి ఇప్పుడు మనం ఈ సాధారణ సమీకరణానికి తిరిగి వెళితే ప్రయత్నిద్దాం, దీని ద్వారా మనం gf మరియు c భర్తీ చేస్తాము కుడి చేతి వైపులా మరియు మనం అలా చేస్తే

, కుడి వైపున q ఉన్న సాధారణ సమీకరణాన్ని మనం పొందగలుగుతాము

కాబట్టి ఈ సమీకరణంలో ఈ పారామితి q ఉంటుంది మరియు ఆ పారామితిని మార్చడం ద్వారా q

కుటుంబం నుండి విభిన్న సర్కిల్లను పొందుతుంది సర్కిల్లు కాబట్టి మనం అలా చేసినప్పుడు మనకు లభించేది x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ ప్లస్ టూ x in g కాబట్టి g కి బదులుగా మనం ఈ కుడి చేతి వైపు ప్లస్ రెండు y ని f లోకి పెడతాము కాబట్టి f బదులుగా ఈ కుడి వైపు ప్లస్ c కాబట్టి బదులుగా ఉంచాము c మేము ఈ వ్యక్తికరణను 0కి సమానంగా ఉంచాము మరియు ఇప్పుడు మనం చేయగలిగినది మనం చేయగలము 1 ప్లస్ x చతురస్రాన్ని 1 ప్లస్ qతో సమానంగా x స్క్వేర్ లో మైనస్ 1 బై q నుండి x స్క్వేర్ లో రాయండి, కాబట్టి ఈ రెండు వేర్వేరు నిబంధనలతో ఈ x స్క్వేర్ భర్తీ చేయబడుతుంది మరియు అదే పని y స్క్వేర్ తో చేస్తుంది మరియు మనం అలా చేస్తే మేము sని ఒక ప్లస్ q బై q కి x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ ప్లస్ టూ గ్రా వన్ x ప్లస్ టూ f వన్ y ప్లస్ c వన్ మైనస్ వన్ బై q రెల్లు x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ ప్లస్ టూ గ్రా టూ x ప్లస్ టూ ఎఫ్ టూ y ప్లస్ c టూ ఇప్పుడు సున్నాకి సమానం అని స్పష్టంగా మనం ఈ స్లయిడ్ కి తిరిగి వెళితే q అనేది సున్నా కాకపోవచ్చు ఎందుకంటే q సున్నా అయితే ఇది మరియు ఇది సరిపోలడం లేదు ఎందుకంటే స్పష్టంగా ఇది సున్నా కాని సమీకరణం కాదు.

నాన్ జీరో ఈక్వేషన్ అంటే నా ఉద్దేశ్యం ఏమిటంటే, ఈ ఈక్వేషన్ లో g వన్ మరియు జి టూ సమానం కాదు f వన్ మరియు ఎఫ్ రెండు కాబట్టి g వన్ జి టూ f వన్ మరియు ఎఫ్ టూ సి వన్ మరియు సి టూ నుండి g అని స్పష్టంగా తెలుస్తుంది ఒక g1 మరియు g2 ఈ రెండింటిలో కనీసం ఒకటి సున్నా కానిది కనుక g1 మైనస్ g2 నాన్-జీరో లేదా f1 మైనస్ f2 నాన్-జీరో బో th అనేది సున్నా కాకూడదు ఎందుకంటే రెండూ సున్నా అయితే కేంద్రాలు ఒకటే అయితే కేంద్రాలు ఒకటే అయితే మనకు ఉన్న ఏ ఏకాగ్ర వృత్తాలు మరియు మనం చెప్పిన మొదటి స్లయిడ్ కి తిరిగి వెళితే కేంద్రీకృత వృత్తాలు ఒకదానికొకటి కలుస్తాయి కాదు

మేము రెండు వృత్తాల గురించి మాట్లాడుతున్నాము, అవి ఒకదానికొకటి స్పష్టంగా కలుస్తాయి, ఇక్కడ ఈ గుణకాలలో కనీసం ఒకటి సున్నా కానిది కాబట్టి ఇది అల్పమైన సమీకరణం కాదు మరియు అందువల్ల q ఎప్పటికీ సున్నా కాదు ఎందుకంటే మీరు దీన్ని qతో గుణిస్తే పొందబడుతుంది సున్నా సమీకరణం ఆపై ఇది మరియు ఇది ఒకే సమీకరణం కావడానికి మార్గం లేదు ఎందుకంటే మీరు దీన్ని సున్నాకి సమానమైన qతో గుణిస్తే q సున్నాగా ఉంటే, ఈ సమీకరణంతో గుణించినప్పుడు మనకు సున్నా సమీకరణం వస్తుంది, అయితే ఈ సమీకరణం సున్నా సమీకరణం కాదు కాబట్టి ఈ నిజమైన విలువ గల q సున్నా కాదు కాబట్టి మనం ఏమి చేయగలం అంటే మనం ఈ మొత్తం సమీకరణాన్ని qతో గుణించగలము కాబట్టి మనం అలా చేసినప్పుడు ఇక్కడ ఉన్న హారం నుండి బయటపడవచ్చు అప్పుడు పొందండి అంటే s ఒకటి మైనస్ s రెండు సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఇది మనకు లభించే సమీకరణం యొక్క సాధారణ రూపం

మరియు మనం ఈ సమీకరణాన్ని ఒకటి ప్లస్ qగా s ఒకటి మైనస్ ఒకటిగా వ్రాయవచ్చు ఒక ప్లస్ q ద్వారా s రెండు సున్నాకి సమానం మరియు మనం దీన్ని ah చేయవచ్చు ఎందుకంటే మరియు ఇంకా మనం చూసేది ఏమిటంటే, మనం దీన్ని ప్లస్ ఈక్వల్ జీరో అని వ్రాయవచ్చు, అయితే ఇది ఈ సమీకరణం తప్ప మరొకటి కాదు, ఇక్కడ k మైనస్ వన్ బై వన్ ప్లస్ q మరియు q అనేది సున్నాకి సమానం కానందున k కూడా నిజమైన విలువను కలిగి ఉంటుంది, కాబట్టి ఇది సున్నాకి సమానం అయిన రెండు వృత్తాల ఖండన బిందువు గుండా వెళుతున్న అన్ని సర్కిల్ల సాధారణ సమీకరణం.

మరియు s రెండు సున్నాకి సమానం కానీ ఈ k మైనస్ ఒకటికి సమానంగా ఉండకూడదు, మైనస్ ఒకటికి సమానం కాదు ఏదైనా వాస్తవ విలువ కావచ్చు, దీనిని వివరించడానికి ఒక చిన్న ఉదాహరణ తీసుకుందాం కాబట్టి మనకు రెండు సర్కిల్లు x చదరపు ప్లస్ y స్క్వేర్ ప్లస్ ఉన్నాయని చెప్పుకుందాం.

రెండు x ప్లస్ నాలుగు y మైనస్ నాలుగు ఈ h సున్నాకి సమానం మధ్యలో మైనస్ ఒక పవర్ మైనస్ రెండు మరియు మూడు వ్యాసార్థాన్ని కలిగి ఉంటుంది, మరొక వృత్తం s రెండు x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ ప్లస్ సిక్స్ y సమానం సున్నా ఇది సెంటర్ సున్నా కామా మైనస్ మూడు మరియు వ్యాసార్థం మూడుతో సమానంగా ఉంటుంది .

రెండు కేంద్రాల మధ్య దూరం రెండు వర్గమూలానికి సమానం, ఇది వ్యాసార్థం మొత్తం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, ఎందుకంటే వ్యాసార్థం మొత్తం ఆరు మరియు వ్యాసార్థం మధ్య సంపూర్ణ వ్యత్యాసం సున్నా కాబట్టి ఇది స్పష్టంగా కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి ఇది పరిస్థితి దీనిన ప్రాథమికంగా రెండు వృత్తాలు రెండు బిందువుల వద్ద కలుస్తున్నాయి మరియు ఇప్పుడు మేము ఈ రెండు వృత్తాల ఖండన యొక్క రెండు బిందువుల గుండా వెళ్ళే అన్ని సాధ్యమైన సర్కిల్ సమీకరణాన్ని కనుగొనాలనుకుంటున్నాము కాబట్టి ఆ అన్ని సర్కిల్ సాధారణ సమీకరణం s 1 ప్లస్ k సార్లు s 2 సమానం 0 ఇక్కడ k నిజమైనది మరియు k మైనస్ ఒకటికి సమానం కాదు కాబట్టి ఈ ఉదాహరణకి s సమానంగా ఉంటుంది కాబట్టి s ఒకటి x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ ప్లస్ రెండు x ప్లస్ y మాకు నాలుగు y మైనస్ నాలుగు ప్లస్ k రెట్లు s రెండు x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ ప్లస్ సిక్స్ y సున్నాకి సమానం మనం k ని సున్నాకి సమానంగా ఉంచినట్లయితే, మనకు s కేవలం s ఒకటికి సమానంగా ఉండాలి మరియు k ఎంచుకుంటే ఇది అనంతం అవుతుంది సమీకరణం పరిమితిలో సున్నాకి సమానమైన s రెండుకు అనుగుణంగా ఉంటుంది కాబట్టి దీన్ని మరింత శుద్ధి చేయవచ్చు కాబట్టి దీన్ని

1 ప్లస్ kx స్క్వేర్ ప్లస్ 1 ప్లస్ ky స్క్వేర్ ప్లస్ 2 x ప్లస్ 4 ప్లస్ 6 k అని y మైనస్ నాలుగు సున్నాకి సమానం కాబట్టి దీన్ని మరింత మెరుగుపరచవచ్చు ఇది అటువంటి అన్ని సర్కిల్ యొక్క సాధారణ సమీకరణం, మనం k విలువను మారుస్తానే

ఉండాలి మరియు ప్రతిసారి వేరే సర్కిల్ ను పొందుతాము, అయితే k అనేది మైనస్ 1కి సమానం అయితే k మైనస్ 1కి సమానం కాదని నిర్ధారించుకోవాలి .

s స్క్వేర్ మరియు y స్క్వేర్ యొక్క గుణకం 0 మరియు అందువల్ల మనం పొందబోయేది మైనస్ 1కి సమానం అయిన s 1 మైనస్ s 2 0కి సమానం, ఇది s యొక్క రాడికల్ అక్షం అయిన సరళ రేఖ యొక్క సమీకరణం తప్ప మరొకటి కాదు.

ఒకటి మరియు రెండు మరియు అది వృత్తం సమానం కాదు ఒక వృత్తం యొక్క అయాన్ అందుకే మనం k అనేది మైనస్ ఒకటికి సమానంగా ఉండకూడదు అని చెప్పాము, కనుక ఇది మొదటి రకం సర్కిల్ కుటుంబం మరొక రకమైన సర్కిల్ కుటుంబం, మనకు సున్నాకి సమానమైన వృత్తం యొక్క ప్రధానం ఇచ్చినట్లయితే మనం చెప్పుకుందాం.

కాబట్టి అది ఈ సమీకరణం ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది మరియు ఈ సమీకరణం ద్వారా ఇవ్వబడిన సరళ రేఖ 1 ఉందని చెప్పుకుందాం

కాబట్టి ఈ రెండూ మనకు ఇవ్వబడ్డాయి మరియు ఈ రెండూ ఈ సరళ రేఖ మరియు ఈ వృత్తం రెండు పాయింట్ల వద్ద కలుస్తాయి లేదా అవి కేవలం ఒక బిందువు వద్ద కూడా తాకవచ్చు మరియు ఈ ఖండన బిందువు గుండా వెళ్ళే అన్ని సర్కిల్ సమీకరణంపై మేము ఆసక్తి కలిగి ఉన్నాము, ఇది ఈ ఖండన బిందువు గుండా వెళుతుంది, ఇది ఈ ఇచ్చిన సర్కిల్ యొక్క ప్రధాన మరియు ఈ సరళ రేఖ ఇప్పుడు ఇచ్చిన సరళ రేఖ 1 మనకు మరేదైనా వృత్తం ఉన్నట్లయితే, ఈ రెండు ఖండన బిందువుల గుండా వెళ్ళే ఏదైనా ఇతర వృత్తం ఉందని చెప్పుకుందాం , అప్పుడు రాడికల్ అక్షం స్పష్టంగా ఉంటుంది కాబట్టి ఇది సాధారణ వృత్తం సమానంగా ఉండనివ్వండి సున్నాకి అప్పుడు ఈ వృత్తం s మరియు ఇచ్చిన సర్కిల్ యొక్క ప్రైమ్ మధ్య రాడికల్ అక్షం తప్పనిసరిగా ఈ సరళ రేఖ అయి ఉండాలి కాబట్టి సున్నాకి సమానమైన s మరియు సున్నాకి సమానమైన s ప్రైమ్ మధ్య రాడికల్ అక్షం సున్నాకి సమానంగా ఉండాలి ఎందుకంటే సరళ రేఖ 1 ఈ రెండు బిందువుల ఖండన బిందువులను కలుస్తుంది కాబట్టి ఈ సరళ రేఖ ఈ రెండు బిందువుల వద్ద p మరియు q అనే రెండు బిందువుల వద్ద ఈ వృత్తం యొక్క ప్రైమ్ ను కలుస్తుంది, ఇప్పుడు మనకు సున్నాకి సమానమైన ఏదైనా ఇతర వృత్తం s ఉంటే, అది కూడా ఈ రెండు పాయింట్ల గుండా వెళుతుంది.

ఈ రెండు బిందువులను కలిపే సరళ రేఖ

s సున్నాకి సమానం మరియు s ప్రైమ్ సున్నాకి సమానం మధ్య రాడికల్ అక్షం అయి ఉండాలి కానీ ఎల్లప్పుడూ రెండు బిందువులను కలిపే ప్రత్యేకమైన రేఖ మాత్రమే ఉంటుంది కాబట్టి ఈ సరళ రేఖ ఈ సరళ రేఖ యొక్క సమీకరణం తప్ప మరొకటి కాదు.

ఈ సమీకరణం తప్ప మరేమీ కాకూడదు, s సున్నాకి సమానం మరియు సున్నాకి s ప్రైమ్ మధ్య రాడికల్ అక్షం సున్నాకి సమానమైన s మైనస్ s ప్రైమ్ సున్నాతో ఇవ్వబడుతుంది, కాబట్టి మన సాధారణ సర్కిల్ లో ఈ eq ఉందని చెప్పుకుందాం uation అప్పుడు s మైనస్ s ప్రైమ్ ఈ సమీకరణాన్ని ఇస్తుంది,

అయితే ఈ సమీకరణం ఎల్ అనే సరళ రేఖ యొక్క ఈ సమీకరణం తప్ప మరేమీ కాకూడదు,

అంటే ఈ రెండు సమీకరణాలు ఒకేలా ఉండాలి కాబట్టి మనం దీన్ని నేరుగా గుణిస్తే సున్నాకి సమానంగా aq ఉండాలి ఈ q ద్వారా పంక్తి సమీకరణం మనం ఖచ్చితంగా s మైనస్ s ప్రైమ్ కోసం సమీకరణాన్ని పొందాలి, ఎందుకంటే ఈ రెండూ ఒకే సరళ రేఖను సూచిస్తాయని మేము వాదించాము కాబట్టి మీరు దీన్ని q తో గుణించినప్పుడు మనకు లభిస్తుంది మరియు ఇప్పుడు మనం పదం ద్వారా పదాన్ని సమం చేయవచ్చు ప్రాథమికంగా కోవేషియంట్ ద్వారా గుణకం ఎందుకంటే ఈ సమీకరణం మరియు ఈ సమీకరణం ఒకేలా ఉంటాయి మరియు అందువల్ల q తప్పనిసరిగా mq తప్పనిసరిగా రెండు రెట్లు g మైనస్ g ప్రైమ్ nq రెండు రెట్లు f మైనస్ f ప్రైమ్ కి సమానంగా ఉండాలి

మరియు pq తప్పనిసరిగా c మైనస్ c కి సమానంగా ఉండాలి ఈ సమీకరణం నుండి ఈ మూడు సమీకరణాల నుండి ప్రైమ్ మనకు రెండు గ్రా ప్రైమ్ ప్లస్ ఎమ్కూకి సమానమైన రెండు గ్రా ఇక్కడ నుండి మనకు రెండు ఎఫ్ ప్రైమ్ ప్లస్ ఎన్ క్యూబ్కు సమానమైన రెండు ఎఫ్ వస్తుంది మరియు ఇక్కడ నుండి సి ప్రైమ్ ప్లస్ పికి సమానం వస్తుంది.

q ఇప్పుడు సర్కిల్ కుటుంబం యొక్క సాధారణ సమీకరణానికి తిరిగి వెళితే, ఈ సమీకరణంలో మనం ఈ వ్యక్తికరణలను రెండు g రెండు f మరియు c లకు ప్రత్యామ్నాయం చేస్తాము మరియు మనకు s సమానం x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ ప్లస్ రెండు g బదులుగా రెండు g ప్రైమ్ ప్లస్ mq అని వ్రాస్తాము x ప్లస్ $2f$ ప్రైమ్ ప్లస్ nq లోకి y ప్లస్ c ప్రైమ్ ప్లస్ pq సమానం 0 .

ఆపై మనం నిబంధనలను వేరు చేస్తే మనం ఈ వ్యక్తికరణను x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ ప్లస్ టూ g ప్రైమ్ x ప్లస్ టూ f ప్రైమ్ y ప్లస్ c అని వ్రాయవచ్చు ప్రైమ్ ప్లస్ q ని mx ప్లస్ ny ప్లస్ p సున్నాకి సమానం అయితే ఇది s ప్రైమ్ తప్ప మరేమీ కాదని గమనించండి ఇది బహుపది యొక్క ప్రైమ్ మరియు ఇది మొదటి డిగ్రీ బహుపది 1 మరియు అందువల్ల మనకు సాధారణ సమీకరణం అటువంటి సర్కిల్ న్ని s ప్రైమ్ ప్లస్ q అవుతుంది సున్నాకి సమానం కాబట్టి s s ప్రైమ్ ప్లస్ q సున్నాకి సమానం కాబట్టి మనం ఈ q ని మార్చినప్పుడు q నిజమైన విలువను కలిగి ఉంటుంది కాబట్టి మనం వక్రతను మార్చినప్పుడు q విలువ ఇక్కడ ఉంటుంది కాబట్టి

ఈ సర్కిల్ కుటుంబం నుండి మనకు వేర్వేరు సర్కిల్ లు లభిస్తాయి, ఇవి ఈ రెండు పాయింట్ల ద్వారా వెళ్తాయి p మరియు q p మరియు q ఉన్నాయి ఇవ్వబడిన వృత్తం యొక్క ప్రధాన ఖండన బిందువులు ఇవ్వబడిన సరళ రేఖతో 1 మరొక కుటుంబ వృత్తాలను గణించవచ్చు, మనకు రెండు ఇచ్చిన పాయింట్లు x ఒకటి y ఒకటి మరియు x రెండు y రెండు ఉంటే మరియు మేము దానిని కనుగొనాలనుకుంటున్నాము అని చెప్పబడింది.

ఆ అన్ని వృత్తాల సమీకరణం లేదా ఈ రెండు బిందువుల గుండా వెళ్ళే అన్ని వృత్తాల సాధారణ సమీకరణం కాబట్టి ఈ రెండు పాయింట్లు ఒకేలా లేనంత వరకు ఈ రెండు పాయింట్ల గుండా వెళ్ళే అనంతమైన అనేక వృత్తాలు ఉన్నాయి, మనం సాధారణ సమీకరణాన్ని ఎలా కనుగొంటాము ఈ సర్కిల్ లన్నింటిలో మనం చేయగలిగేది ఏమిటంటే, మనం ఈ క్రింది సర్కిల్ ను పరిగణించవచ్చు, కాబట్టి మనం ఈ రెండు పాయింట్లను కలుపుతాము మరియు మధ్య బిందువు యొక్క కోఆర్డినేట్లు x ఒకటి ప్లస్ x రెండు బై టూ ny అయినప్పుడు ఈ లైన్ సెగ్మెంట్ యొక్క మధ్య బిందువును కనుగొంటాము ఒకటి ప్లస్ y రెండు బై టూ మరియు మేము ఈ లైన్ సెగ్మెంట్ యొక్క సగం పొడవుకు సమానమైన వ్యాసార్థంతో ఒక వృత్తాన్ని నిర్మిస్తాము, ఆ వృత్తం ఈ రెండు పాయింట్లను తాకుతుంది లేదా వెళుతుంది కాబట్టి పాయింట్లు p మరియు q సగా ఉండనివ్వండి o p మరియు q నుండి మనం మరొకటి పొందుతాము ఈ వృత్తం యొక్క సమీకరణాన్ని పొందుతాము కాబట్టి దీనిని సూచిస్తాము కాబట్టి మనం వృత్తం యొక్క సమీకరణాన్ని సులభంగా గణించవచ్చు మరియు ఈ వృత్తాన్ని s ప్రైమ్ అని చెప్పనివ్వండి కాబట్టి ఈ వృత్తం సమీకరణం ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది x మైనస్ మధ్య రంధ్రాలు x కేంద్రం యొక్క కోఆర్డినేట్ x మైనస్ x మధ్యలో మొత్తం చతురస్రం యొక్క కోఆర్డినేట్ ప్లస్ y మైనస్ y మధ్యలో ఉన్న కోఆర్డినేట్ మొత్తం చతురస్రం తప్పనిసరిగా చదరపు వ్యాసార్థానికి సమానంగా ఉండాలి ఇప్పుడు చదరపు వ్యాసార్థం స్క్వేర్డ్ వ్యాసంలో నాల్గవ వంతు మరియు చదరపు వ్యాసం x ఒక మైనస్ x రెండు మొత్తం స్క్వేర్డ్ ప్లస్ y ఒక మైనస్ y రెండు మొత్తం చతురస్రం ద్వారా ఇవ్వబడిన p మరియు q పాయింట్ల మధ్య ఉన్న చతురస్ర దూరం తప్ప మరొకటి కాదు కాబట్టి మనం ఈ పదాన్ని ఈ వైపుకు తీసుకువస్తే మైనస్ ఉంటుంది ఇక్కడ ఆపై సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఈ స్క్వేర్డ్ ప్లస్ ఈ స్క్వేర్డ్ మైనస్ ఈ విషయం సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఇది ఈ వృత్తం యొక్క సమీకరణం స్పష్టంగా ఇది ఈ క్షణంలో మనకు ఈ రెండు పాయింట్లు ఇచ్చిన క్షణాన్ని నిర్వచించండి s ప్రైమ్ ఆటోమేటికా $11y$ నిర్వచించబడింది మరియు మనం దీనిని చూస్తే p మరియు q లను కలిపే ఈ సరళ రేఖను విస్తరింపజేద్దాం కాబట్టి ఈ రేఖ యొక్క సమీకరణం దానిని 1 తో సూచిస్తుందని చెప్పుకుందాం సరళ రేఖ యొక్క సమీకరణం 1 సున్నాకి సమానం మరియు సరళ రేఖ సమీకరణం కనుగొనడం కూడా సులభం ఎందుకంటే ఆహ్ కాబట్టి ఈ సరళ రేఖ సమీకరణం ఇవ్వబడుతుంది y మైనస్ y ఒకటి x మైనస్ x ఒకటి ఇవ్వబడుతుంది y ఒకటి మైనస్ y 2 బై x 1 మైనస్ x 2 మరియు ఏది చేయవచ్చు x మైనస్ x 1 కి y ఒకటి మైనస్ y రెండు ప్లస్ y మైనస్ y ఒకటికి x రెండు మైనస్ x ఒకటి సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఇది మన 1 కాబట్టి 1 అని చెప్పుకుందాం 1 కాబట్టి 1 x మరియు y లలో ఈ సింగిల్ డిగ్రీ బహుపదికి సమానం మరియు అది సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఇప్పుడు మన వద్ద ఉన్నది సున్నాకి సమానమైన వృత్తం యొక్క ప్రైమ్ ని కలిగి ఉంది, మనకు సున్నాకి సమానమైన సరళ రేఖ 1 ఉంది మరియు ఈ సరళ రేఖ మరియు ఈ వృత్తం ఈ రెండు పాయింట్ల వద్ద కలుస్తాయని మనకు తెలుసు కాబట్టి ముఖ్యంగా ఇక్కడ మనకు ఉన్నది మేము ఆ అన్ని సర్కిల్ సమీకరణాన్ని కనుగొనడానికి ప్రయత్నిస్తున్నాము ఈ వృత్తం యొక్క ప్రధాన ఖండన బిందువు గుండా వెళుతున్న అన్ని వృత్తాల సాధారణ సమీకరణం సున్నాకి సమానం మరియు ఈ సరళ రేఖ 1 సున్నాకి సమానం ఎందుకంటే ఈ వృత్తం యొక్క ప్రైమ్ డిజైన్ ద్వారా సున్నాకి సమానం ఈ సరళ రేఖను సరిగ్గా ఈ రెండు పాయింట్ల వద్ద కలుస్తుంది p మరియు q మనకు అందించబడినది, ఈ సర్కిల్ యొక్క ప్రైమ్ ను మనం నిర్మించిన విధానం కారణంగా మరియు p మరియు q గుండా వెళ్ళే అన్ని సర్క్యూల్ సాధారణ సమీకరణాన్ని కనుగొనడానికి ప్రయత్నిస్తున్నందున ఇది సాధారణాన్ని కనుగొనడం వలె ఉంటుంది.

సున్నాకి సమానమైన s ప్రైమ్ మరియు సరళ రేఖ 1 సున్నాకి సమానమైన ఖండన బిందువు గుండా వెళుతున్న అన్ని సర్కిల్ సమీకరణం మరియు ఇది మునుపటి స్లయిడ్ లో మేము ఇప్పటికే చేసిన పని, ఇక్కడ సాధారణ సమీకరణం అన్ని సర్కిల్ లు s ప్రైమ్ ప్లస్ k ద్వారా ఇవ్వబడ్డాయి, ఇక్కడ k అనేది సున్నాకి సమానం కాబట్టి మనం ఈ విధంగా పొందవచ్చు కాబట్టి ఇప్పుడు మనం ఈ s ప్రైమ్ ని ఈ ఎడమ చేతితో భర్తీ చేయాలి ide ఈ

సమీకరణం కాబట్టి ఇది ప్రాథమికంగా x మైనస్ x ఒకటి ప్లస్ x రెండు బై టూ హోల్ స్క్వేర్ అవుతుంది ప్లస్ y మైనస్ y వన్ ప్లస్ y రెండు బై టూ హోల్ స్క్వేర్ మైనస్ x ఒక మైనస్ x టూ హోల్ స్క్వేర్ ప్లస్ y ఒకటి మైనస్ y రెండు ఫుల్ స్క్వేర్ బై ఫోర్ ఈ థింగ్ ప్లస్ k ఈ ఎక్స్ప్రెషన్ ను k రెట్లు ఈ విషయంతో పాటు s ప్రైమ్ కి ఇది ah ఈ బహుపది కాబట్టి s ప్రైమ్ కి బహుపది ఇది ఒక ప్లస్ k రెట్లు ఒకే రేఖకు ఒకే డిగ్రీ బహుపది 1 కాబట్టి ఈ ప్లస్ k సార్లు దీనికి సమానంగా ఉండాలి తప్పనిసరిగా సున్నాకి సమానంగా ఉండాలి కాబట్టి ఇది ఈ రెండు పాయింట్లు గుండా వెళ్లే అటువంటి అన్ని సర్కిల్ల సమీకరణం x one y one మరియు x two y two మరియు k అనేది నిజమైన విలువ కాబట్టి మనం k ని మారుస్తూ ఉండవచ్చు మరియు మనం భిన్నంగా ఉండవచ్చు వివిధ సర్కిల్లు మనం ఇప్పుడే చర్చించిన వాటిని వివరించడానికి ఈ ఉదాహరణను తీసుకుందాం , కాబట్టి మనకు రెండు పాయింట్లు p అంటే రెండు కామా 0 మరియు మరొక పాయింట్ q అంటే 6 కామా మైనస్ 4 అని చెప్పండి మరియు మేము వాటి సాధారణ సమీకరణాన్ని కనుగొనాలనుకుంటున్నాము.

వృత్తాలు ఈ రెండు బిందువుల గుండా వెళతాయి, ఇది ఈ రెండు బిందువులను కలిపే సరళ రేఖ ఇది మధ్య బిందువు ఈ బిందువు o దీని కోఆర్డినేట్లు నాలుగు కామా మైనస్ రెండు స్పష్టంగా ఈ దూరం op అనేది ఎనిమిది వర్గమూలానికి సమానం కాబట్టి మనం కేంద్రంతో వృత్తాన్ని గీస్తే o వ్యాసార్థం ఎనిమిదికి వర్గమూలం కాబట్టి ఆ వృత్తం ఇలా ఉంటుంది మరియు స్పష్టంగా ఈ రెండు పాయింట్లు ఆ వృత్తంపై ఉంటాయి, ఎందుకంటే ఈ పొడవులో సగం ఉన్న రూట్ ఎనిమిదికి సమానంగా ఉండేలా వ్యాసార్థాన్ని ఎంచుకున్నాము మరియు మేము ఎంచుకున్నాము ఈ రేఖ సెగ్మెంట్ యొక్క కేంద్రం ఈ రేఖ సెగ్మెంట్ యొక్క మధ్య బిందువుగా ఉండాలి కాబట్టి స్పష్టంగా p మరియు q ఈ సర్కిల్ పై దీనికి పూర్తిగా వ్యతిరేక చివర్లలో ఉంటాయి కాబట్టి pq ఒక వ్యాసం మరియు ఈ వృత్తం యొక్క సమీకరణం అవుతుంది s ప్రైమ్ x మైనస్ నాలుగు మొత్తం చతురస్రం ప్లస్ y ప్లస్ టూ మొత్తం స్క్వేర్ డ్వారా ఇవ్వబడుతుంది, ఇది ఎనిమిది వ్యాసార్థం యొక్క స్క్వేర్ కాబట్టి ఇది ఈ వృత్తం యొక్క సమీకరణం, ఇది సిమ్ కావచ్చు క్షమించండి, కాబట్టి ఇది ఈ వృత్తం యొక్క సమీకరణం, అయితే దీనిని s కి సరళీకరించవచ్చు, ఎందుకంటే దీనిని s ప్రధానం x మైనస్ నాలుగు మొత్తం స్క్వేర్ ప్లస్ y ప్లస్ రెండు మొత్తం స్క్వేర్ మైనస్ ఎనిమిది సమానం సున్నా అంటే x స్క్వేర్ ప్లస్ y అని వ్రాయవచ్చు చతురస్రం మైనస్ ఎనిమిది y ప్లస్ x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ మైనస్ ఎనిమిది x ప్లస్ ఫోర్ y ప్లస్ పన్నెండు సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఇది ఈ వృత్తం యొక్క సమీకరణం అదే విధంగా p మరియు q లను కలిపే ఈ సరళ రేఖ యొక్క సమీకరణాన్ని వ్రాయడం చాలా కష్టం కాదు p మరియు q అనే రెండు బిందువులను కలిపే ఈ సరళ రేఖ యొక్క సమీకరణం y మైనస్ సున్నాతో భాగించబడి x మైనస్ రెండు సమానం ఇది మైనస్ ఒకటి కాబట్టి ఈ సరళ రేఖ యొక్క ఈ సమీకరణం x ప్లస్ y మైనస్ రెండు సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఈ సరళ రేఖ 1 డ్వారా ఇవ్వబడుతుంది x ప్లస్ y మైనస్ రెండు సున్నాకి సమానం మరియు ఇప్పుడు ఈ సర్కిల్ యొక్క ప్రైమ్ మరియు ఈ సరళ రేఖ 1 డిజైన్ డ్వారా అవి ఈ రెండు పాయింట్లు వద్ద కలుస్తాయి కాబట్టి మేము తప్పనిసరిగా o కనుగొనేందుకు ప్రయత్నిస్తున్నాము కుటుంబం లేదా ఈ వృత్తం యొక్క ఖండన బిందువు గుండా వెళుతున్న వృత్తాల కుటుంబంలోని అన్ని సర్కిల్ల సమీకరణం s ప్రధానం సున్నాకి సమానం మరియు సరళ రేఖ 1 సున్నాకి సమానం, ఈ సాధారణ సమీకరణం డ్వారా ఇవ్వబడుతుంది s కి సమానం ప్రైమ్ ప్లస్ $k1$ సున్నాకి సమానం, ఇక్కడ మనం s ప్రైమ్ మరియు 1 కోసం బహుపదిలను ప్రత్యామ్నాయం చేస్తే మనకు x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ ప్లస్ k మైనస్ ఎనిమిది x ప్లస్ k ప్లస్ ఫోర్ y ప్లస్ పన్నెండు మైనస్ రెండు k సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఇది సాధారణ సమీకరణం అటువంటి అన్ని సర్కిల్లలో ఈ రెండు పాయింట్లు గుండా వెళుతుంది మరియు ఒకరు దానిని కూడా తనిఖీ చేయవచ్చు కాబట్టి ఇది p పాయింట్ గుండా వెళ్ళే అన్ని సర్కిల్ల కోసం మేము కనుగొన్న సాధారణ సమీకరణం రెండు కామా సున్నా మరియు q ఆరు కామా మైనస్.

నాలుగు చాలా స్పష్టంగా ఇది ఒక వృత్తం యొక్క సమీకరణం ఎందుకంటే x రెట్లు y గుణకం లేదు xy యొక్క గుణకం సున్నా మరియు s స్క్వేర్ మరియు y స్క్వేర్ యొక్క గుణకం అదే తదుపరి g స్క్వేర్ ప్లస్ f స్క్వేర్ మైనస్ c k మైనస్ ఎనిమిది మొత్తం చతురస్రం డ్వారా నాలుగు ప్లస్ k ప్లస్ నాలుగు మొత్తం చతురస్రం నాలుగు మైనస్ పన్నెండు మైనస్ రెండు k మరియు ఇది రెండు k స్క్వేర్ మైనస్ 8 k ప్లస్ 80 మైనస్ 48 ప్లస్ ఎనిమిది k నాలుగుతో భాగించబడుతుంది ఇది రెండు k స్క్వేర్ ప్లస్ కి సమానం ముప్పై రెండు డ్వారా నాలుగు సున్నా కంటే ఖచ్చితంగా ఎక్కువ కాబట్టి స్పష్టంగా ఇది ఏదో సర్కిల్ యొక్క సమీకరణం అయి ఉండాలి, ఇప్పుడు ఈ రెండు పాయింట్లు నిజంగా ఈ సర్కిల్ పై ఉన్నాయో లేదో కూడా చూద్దాం, కాబట్టి మనం ఈ పాయింట్ పై రెండు కామా సున్నా ఉందని తనిఖీ చేయడానికి భర్తీ చేస్తే వృత్తం ఎడమ వైపున సున్నాకి సమానమైన రెండు y ని ఉంచుతుంది మరియు x తో ఈ బహుపది సమీకరణం రెండుకి సమానం మరియు y సున్నాకి సమానం అవుతుందా లేదా అనేది ఈ బహుపది విలువను సున్నాకి మదింపు చేస్తుందో లేదో చూడండి x తో సమానమైన బహుపది మరియు 0కి y సమానం 4 ప్లస్ 0 ప్లస్ k మైనస్ 8 సార్లు 2 ప్లస్ 12 మైనస్ 2 k ఉంటుంది, ఇది 4 ప్లస్ 2 k మైనస్ 16 ప్లస్ 12 మైనస్ 2 k కి సమానంగా ఉంటుంది కాబట్టి ఇది రద్దు చేయబడుతుంది మరియు 4 ప్లస్ పన్నెండు అవుతుంది పదహారు మైనస్ పదహారు సున్నా సె o నిజానికి ఎడమ చేతి వైపు ఆహ్ ప్రాథమికంగా ఈ బహుపది సున్నాకి మూల్యాంకనం చేస్తుంది అంటే ఈ బిందువు ఈ వృత్తం మీద సున్నాకి సమానం అని అర్థం, లేదా మనం k యొక్క ఏ విలువను ఎంచుకున్నా సరే, మనం k విలువను ఎంచుకున్నా మనకు కొంత లభిస్తుంది సర్కిల్ మరియు ఆ వృత్తం ఈ పాయింట్ లో రెండు కామా సున్నా గుండా వెళుతుంది మరియు

ఈ పాయింట్ కి ఆరు కామా మైనస్ ఫోర్ తో ఈ సమీకరణాన్ని పరీక్షిస్తే మనకు లభించేది అదే కాబట్టి మనం ఈ ఉపన్యాసాన్ని తదుపరి ఉపన్యాసంలో ముగిస్తాము.

మేము సర్కిల్ కుటుంబాన్ని కనుగొనడానికి ప్రయత్నిస్తాము మరియు మునుపటి పరీక్షల నుండి సర్కిల్ కుటుంబానికి సంబంధించిన కొన్ని సవాలు సమస్యలను పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నిస్తాము, ధన్యవాదాలు

Prutor@iitk