मंडळांवरील 12 व्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे म्हणून या व्याख्यानात आपण वर्तुळांचे कुटुंब नावाचा एक नवीन विषय सुरू करू जो सरळ रेषांच्या कुटुंबाच्या विषयाशी मिळतीजुळती आहे, म्हणून येथे आपण सर्व वर्तुळांसाठी सामान्य समीकरणे लिहिण्याबद्दल बोलू ज्याचे समाधान होईल.

एक सामान्य गुणधर्म उदाहरणार्थ आपण कोणत्याही दोन दिलेल्या बिंदूंमधून जाणाऱ्या सर्व संभाव्य वर्तुळांचे समीकरण लिहू शकतो किंवा उदाहरणार्थ दोन दिलेल्या वर्तुळांच्या छेदनबिंदूतून जाणाऱ्या सर्व वर्तुळांचे समीकरण लिहू
शकतो म्हणजे हाच विषय असेल.

व्याख्यान तर आपण पहिल्या प्रसंगापासून सुरुवात करूया
जिथे आपण असे म्हणूया की आपल्याला दोन वर्तुळांची समीकरणे दिली आहेत ज्यांची समीकरणे s एक शून्य आणि s दोन शून्य बरोबर आहेत म्हणून s एक आहे तर s एक ही दुसरी पदवी बहुपदी आहे x आणि y जेव्हा s दोन हे x आणि y मध्ये हे दुसरे द्वितीय अंश बहुपदी असेल तर हे पहिले वर्तुळ s एक शून्य बरोबर दर्शवते आणि हे दुसरे वर्तुळ s दोन zer बरोबर दर्शवते o आणि आपण असे म्हणूया की ही दोन वर्तुळे एकमेकांना p आणि q या दोन बिंदूंनी छेदतात म्हणून आता आपल्याला या दोन छेदनबिंदूंमधून जाणाऱ्या सर्व वर्तुळांचे समीकरण शोधण्यात स्वारस्य
आहे उदाहरणार्थ असे एक वर्तुळ हे वर्तुळ असू शकते जे i मी आत्ता काढत आहे दुसरे वर्तुळ असे काहीतरी असू शकते परंतु दुसरे सर्किट असे काहीतरी असेल कारण तुम्हाला लवकरच समजेल की येथे असंख्य वर्तुळे आहेत जी काढली जाऊ शकतात जी या दोन दिलेल्या वर्तुळांच्या छेदनबिंदूच्या या दोन्ही बिंदूंमधून जातील परंतु येथे उद्देश एक सामान्य समीकरण किंवा समीकरण शोधणे ज्यामध्ये काही पॅरामीटर असेल जसे की आपण ते पॅरामीटर बदलल्यास आपल्याला या दोन बिंदूंमधून जाणाऱ्या कोणत्याही वर्तुळाचे समीकरण मिळू शकले पाहिजे यासाठी आपण मूलगामी अक्षाची संकल्पना वापरू.

आणि त्यावर थोडेसे स्मरण करूया म्हणजे जर आपल्याला कोणत्याही दोन छेदणाऱ्या वर्तुळांचे स्मरण झाले तर कोणत्याही दोन छेदणाऱ्या वर्तुळाचे स्मरण करूया les मूलगामी अक्ष विशिष्ट सरळ रेषेने दिलेला आहे जो छेदनबिंदूच्या दोन बिंदूंना जोडतो,

त्यामुळे या प्रकरणात s एक शून्य आणि s दोन शून्याच्या समान असेल तर ही लाल सरळ रेषा असेल जी p आणि q दोन्हीमधून जाते तर हा s एक आणि s दोनचा मूलगामी अक्ष असेल पण नंतर समजा की आपल्याकडे एक सामान्य वर्तुळ s आहे ज्याचे समीकरण x चौरस अधिक y वर्ग अधिक दोन gx अधिक दोन fy अधिक c समान शून्याने दिले आहे म्हणून आपल्याला शोधण्यास सांगितले जाईल या दोन्ही बिंदूंमधून जाणाऱ्या अशा सर्किट्सचे सामान्य समीकरण आता या सरळ रेषेचे समीकरण किंवा जे या दोन वर्तुळांचे मूलगामी अक्ष आहे ते फक्त s एक वजा s दोन समान शून्याने दिले आहे म्हणून जर आपण s एक आणि s दोन वजा केले तर आणि दोन शून्याचे समीकरण करा म्हणजे दोन मध्ये g 1 वजा g 2 मध्ये x अधिक 2 मध्ये f 1 वजा f 2 मध्ये y अधिक c 1 वजा c 2 बरोबर 0.

तर हे या दोघांमधील मूलगामी अक्षाचे समीकरण आहे
मंडळे आता स्पष्टपणे इतर कोणतेही असल्यास या समीकरणाद्वारे दिलेले सामान्य वर्तुळ जे या दोन बिंदूंमधून देखील जाते, तर हे स्पष्ट आहे की s आणि असे कोणतेही सामान्य वर्तुळ s आणि दिलेले वर्तुळ s एक देखील p आणि q ला छेदतील कारण p आणि q s एक वर आहेत आणि आम्ही विचार करत आहोत ती सर्व वर्तुळे s जी p आणि q मधून जातात

त्यामुळे p आणि q सुद्धा s वर असले पाहिजेत आणि म्हणून p आणि q हे बिंदू p आणि q दोन्ही s आणि s एक साठी समान असले पाहिजेत आणि म्हणून s आणि s एक p आणि q ला छेदले पाहिजेत आणि म्हणून वर्तुळांमधील मूलगामी अक्ष s समान शून्य आणि s एक शून्य s वजा s एक बरोबर शून्य या सरळ रेषेने दिलेला असतो

त्यामुळे या दोन वर्तुळांमधील मूलगामी अक्ष pq मधून जाणाऱ्या कोणत्याही वर्तुळातील असेल.

आणि हे वर्तुळ s एक s वजा s एक बरोबर शून्य असेल परंतु हा मूलगामी अक्ष देखील एक सरळ रेषा आहे जी p आणि q मधून जाते आणि या सरळ रेषेचे समीकरण s वजा s एक असेल

त्यामुळे हे वजा हे समीकरण असेल हे ah sm असेल inus s one असेल दोन मध्ये g वजा g एक x अधिक दोन मध्ये f उणे f एक y अधिक c वजा c एक शून्य असेल परंतु नंतर हे लक्षात घेतले जाते की p आणि q बिंदू या सरळ रेषेवर तसेच या सरळ रेषेवर आहेत तसेच कोणत्याही दोन बिंदू p आणि q मध्ये एकच एकमेव सरळ रेषा असते आणि म्हणून हे समीकरण आणि हे समीकरण समान सरळ रेषेचे प्रतिनिधित्व करत असले पाहिजे , म्हणून आतापर्यंत आपल्याकडे 2 g वजा g 1 मध्ये x अधिक 2 f वजा f वन आहे.

y अधिक c वजा c मध्ये शून्य एक समान आहे म्हणून हे समीकरण जे s आणि s one मधील मूलगामी अक्ष आहे आणि हे दुसरे सरळ रेषेचे समीकरण जे s one आणि s दोन मधील मूलगामी अक्ष आहे

त्यामुळे हे दोन्ही समान सरळ रेषेशिवाय काहीच नाहीत याचा मुळात अर्थ असा आहे की जर आपण हे पहिले समीकरण घेतले आणि जर आपण ते काही वास्तविक मूल्यवान वास्तविक संख्येने गुणाकार केले तर
ते समान समीकरण असल्याने तेथे काही वास्तविक संख्या q असणे आवश्यक आहे जसे की आपण या पहिल्या समीकरणाचा गुणाकार केला तर q आपण exa करणे आवश्यक आहे ctly दुसरे समीकरण मिळवा कारण ते समान सरळ रेषेशिवाय दुसरे काही नाही आणि म्हणून काय धरले पाहिजे की या पहिल्या समीकरणाचा q ने गुणाकार केल्यावर आपल्याला दोन qg वजा g एक x अधिक दोन qf वजा f एक मध्ये y अधिक q मध्ये c मिळेल.

उणे c एक बरोबर शून्य आहे म्हणून q ने गुणाकार केल्यावर आपल्याला हे समीकरण नक्की मिळेल ज्याचा मुळात अर्थ असा होतो की हे आणि हे गुणांकाने तंतोतंत समान समीकरण असावे आणि तसे होण्यासाठी हे खरे असले पाहिजे की g एक वजा दोन समान असणे आवश्यक आहे ते q मध्ये g वजा g एक f एक वजा f दोन q मध्ये f वजा f एक आणि c एक वजा c दोन समान q मध्ये c वजा c येथे लक्षात ठेवा g एक g 2 f 1 f 2 आणि c 1 c 2 आता सर्व ज्ञात आहेत सामान्य समीकरण शोधण्यासाठी या सामान्य समीकरणासाठी gf आणि c मध्ये काही संबंध असणे आवश्यक आहे,

कारण हे त्या सर्व वर्तुळांचे समीकरण दर्शवित आहे जे या दोन्ही बिंदूंमधून जातात, तर आपण काय ते पाहूया.
हे w आहे हॅट गुणधर्म gf आणि c चे समाधान करतात म्हणून येथून आपण जे पाहू शकतो ते म्हणजे g समान असेल g एक वजा दोन बाय q अधिक g एक त्याचप्रमाणे f f एक वजा f दोन बाय q अधिक f एक आणि c होईल c एक वजा u दोन द्वारे q अधिक c एक च्या बरोबरी करा

त्यामुळे आपल्याला जे मिळते ते सोपे केले जाऊ शकते म्हणून आपल्याला हेच मिळते म्हणून आता आपण प्रयत्न करूया जर आपण या सामान्य समीकरणाकडे परत गेलो तर आपण gf आणि c याने बदलू.

उजव्या बाजूस आणि जर आपण असे केले तर आपल्याला सामान्य समीकरण मिळू शकेल जेथे उजव्या बाजूला q असेल तर या समीकरणात हा पॅरामीटर q असेल आणि तो पॅरामीटर बदलल्याने q ला च्या कुटुंबातील भिन्न वर्तुळे मिळतील.

वर्तुळे म्हणून जेव्हा आपण असे करतो की आपल्याला x स्क्वेअर अधिक y स्क्वेअर अधिक दोन x मध्ये g मिळते म्हणून g ऐवजी आपण ही उजवी बाजू अधिक दोन y f मध्ये ठेवतो म्हणून f च्या ऐवजी ही उजवी बाजू अधिक c ठेवतो c आपण ही अभिव्यक्ती 0 च्या बरोबरीने ठेवतो आणि आता आपण काय करू शकतो ते आपण करू शकतो 1 अधिक x वर्ग 1 अधिक q बरोबर 1 अधिक q बरोबर x चौरस वजा 1 बाय q बरोबर x चौरस लिहा म्हणजे हा x वर्ग या दोन भिन्न पदांसह बदलेल आणि तीच गोष्ट y वर्गासह करेल आणि जर आपण ते केले तर आपल्याला s एक अधिक q द्वारे q मध्ये x चौरस अधिक y वर्ग अधिक दोन g एक x अधिक दोन f एक y अधिक c एक वजा एक बाय q गुणिले x वर्ग अधिक y वर्ग अधिक दोन g दोन x अधिक दोन f दोन y मिळतील अधिक c दोन बरोबरीचे शून्य आता आपण या स्लाइडवर परत गेलो तर हे स्पष्ट आहे की q शून्य असू शकत नाही कारण जर q शून्य असेल तर हे आणि हे जुळणार नाही कारण स्पष्टपणे हे नाही हे शून्य नसलेले समीकरण आहे.

तसेच शून्य नसलेले समीकरण ज्याद्वारे मला असे म्हणायचे आहे की ah या समीकरणात g एक आणि g दोन समान f एक आणि f दोन नाहीत म्हणून g एक g दोन f एक आणि f दोन c एक आणि c दोन हे स्पष्ट आहे की g एक g1 आणि g2 या दोघांपैकी किमान एक शून्य नसलेला आहे म्हणून एकतर g1 उणे g2 शून्य नसलेला किंवा f1 उणे f2 शून्य नसलेला bo आहे th शून्य असू शकत नाही कारण जर दोन्ही शून्य असतील तर केंद्रे सारखीच असतील तर केंद्रे सारखीच असतील अशा परिस्थितीत आपल्याकडे जे आहे ते एकाग्र वर्तुळे आहेत आणि जर आपण पहिल्या स्लाइडवर परत गेलो तर केंद्रीभूत वर्तुळे एकमेकांना छेदणार नाहीत
की आपण दोन वर्तुळांबद्दल बोलत आहोत जे एकमेकांना इतके स्पष्टपणे छेदतात की येथे यापैकी किमान एक गुणांक आहे जो शून्य नसलेला आहे आणि म्हणून हे क्षुल्लक समीकरण नाही आणि म्हणून q कधीही शून्य होणार नाही कारण जर तुम्ही याला q ने गुणाकार केला तर मिळेल एक शून्य समीकरण आणि नंतर हे आणि हे समान समीकरण असू शकत नाही कारण जर तुम्ही याला शून्याने q ने गुणाकार केला तर q शून्य असेल तर जेव्हा आपण या समीकरणाने गुणाकार केला तेव्हा आपल्याला शून्य समीकरण मिळेल तर हे समीकरण शून्य समीकरण नाही म्हणून हे खरे मूल्य असलेले q शून्य नाही आणि म्हणून आपण काय करू शकतो की आपण हे संपूर्ण समीकरण q ने गुणाकार करू शकतो, जेव्हा आपण असे करतो तेव्हा आपण येथे भाजक काढून टाकतो म्हणजे आपण काय करू शकतो मग मिळवा एक अधिक q मध्ये s एक वजा s दोन बरोबर शून्य आहे म्हणून हे समीकरणाचे सामान्य रूप आहे जे आपल्याला मिळते आणि आपण ते देखील लिहू शकतो हे समीकरण एक अधिक q मध्ये s एक वजा एक असे लिहा एक अधिक q द्वारे s दोन बरोबर शून्य आणि आपण हे आह करू शकतो कारण आणि पुढे आपण हे देखील पाहू शकतो की आपण हे अधिक समान शून्य असे लिहू शकतो परंतु हे काही नाही तर हे समीकरण आहे जेथे k हे एक वजा q आहे आणि q हे वास्तव k असल्यामुळे q हेही खरे मूल्य आहे कारण q हे शून्य k च्या बरोबरीचे नाही वजा एक च्या बरोबरीचे नाही म्हणून हे त्या सर्व वर्तुळांचे सामान्य समीकरण
आहे जे दोन वर्तुळांच्या छेदनबिंदू मधून जातात आणि s दोन शून्य बरोबर आहेत पण हे k वजा एक च्या बरोबरीचे नसावे कोणतेही वास्तविक मूल्य वजा एक च्या बरोबरीचे नाही असू शकते
हे स्पष्ट करण्यासाठी आपण एक छोटेसे उदाहरण घेऊ या म्हणजे आपण असे म्हणूया की आपल्याकडे x चौरस अधिक y वर्ग अधिक आहे दोन x अधिक चार y वजा चार समान शून्य हा h केंद्र वजा एक घात वजा दोन आणि तिची त्रिज्या तीन आहे की दुसरे वर्तुळ s दोन समान x चौरस अधिक y चौरस अधिक सहा y समान शून्य असेल याला केंद्र शून्य स्वल्पविराम वजा तीन आणि त्रिज्या समान तीन असेल जसे आपण स्पष्टपणे पाहतो दोन केंद्रांमधील अंतर दोनच्या वर्गमूळाएवढे आहे जे त्रिज्येच्या बेरजेपेक्षा कमी आहे कारण त्रिज्येची बेरीज सहा आहे आणि हे स्पष्टपणे मोठे आहे कारण त्रिज्यामधील परिपूर्ण फरक शून्य आहे म्हणून ही परिस्थिती आहे ज्याचा मुळात अर्थ असा आहे की दोन वर्तुळे दोन बिंदूंना छेदत आहेत आणि आता आपण सर्व संभाव्य वर्तुळांचे समीकरण शोधू इच्छितो जे या दोन वर्तुळांच्या छेदनबिंदूच्या दोन बिंदूंमधून जातात
त्यामुळे त्या सर्व वर्तुळांचे सामान्य समीकरण होईल s 1 अधिक k गुणिले s 2 समान 0 जेथे k वास्तविक आहे आणि k वजा एक बरोबर नाही म्हणून या उदाहरणासाठी s बरोबर s असेल म्हणजे s एक x चौरस अधिक y वर्ग अधिक दोन x pl us चार y वजा चार अधिक k गुणिले s दोन म्हणजे x चौरस अधिक y वर्ग अधिक सहा y समान शून्य स्पष्टपणे जर आपण k बरोबर शून्य बरोबर ठेवले तर आपल्याला s फक्त s एक बरोबर असायला हवे आणि k म्हणून निवडल्यास हे अनंततेकडे झुकते.

समीकरण मर्यादित s दोन समान शून्याशी संबंधित असेल

त्यामुळे हे आणखी शुद्ध केले जाऊ शकते, तुम्हाला माहिती आहे की हे पुढे 1 अधिक kx वर्ग अधिक 1 अधिक ky वर्ग अधिक 2 x अधिक 4 अधिक 6 k मध्ये y वजा चार समान शून्य असे लिहिले जाऊ शकते.

हे अशा सर्व वर्तुळांचे सामान्य समीकरण आहे आपल्याला फक्त k चे मूल्य बदलत राहावे लागेल आणि प्रत्येक वेळी वेगळे वर्तुळ मिळेल पण k हे वजा एक च्या बरोबरीचे नाही याची खात्री करून घेतली पाहिजे कारण k जर वजा 1 असेल तर s स्क्वेअर आणि y स्क्वेअरचे गुणांक 0 आहेत आणि म्हणून k च्या बरोबरीने वजा 1 जे आपण मिळवणार आहोत ते फक्त s 1 वजा s 2 बरोबर 0 आहे जे सरळ रेषेचे समीकरण आहे जे s चा मूलगामी अक्ष आहे.

एक आणि एस दोन आणि ते समतुल्य वर्तुळ असणार नाही वर्तुळाचे आयन म्हणूनच आपण म्हटले आहे की k हे वजा एक बरोबर नसावे म्हणजे ते वर्तुळांचे कुटुंबाचा पहिला प्रकार होता दुसऱ्या प्रकारचे वर्तुळांचे कुटुंब म्हणजे जर आपल्याला वर्तुळाचा अविभाज्य शून्य बरोबर

दिला असेल तर आपण म्हणूया तर ते या समीकरणाने दिले आहे आणि आपण म्हणू या की आपल्याकडे एक सरळ रेषा आहे l जी या समीकरणाने दिली आहे म्हणून हे दोन आपल्याला दिले आहेत आणि आपण असे म्हणूया की या दोन ही सरळ रेषा आणि हे वर्तुळ दोन बिंदूंना छेदतात किंवा ते अगदी एका बिंदूवर स्पर्शही होऊ शकतो आणि मग आपल्याला त्या सर्व वर्तुळांच्या समीकरणामध्ये रस आहे जे या छेदनबिंदूमधून जातात जे
या दिलेल्या वर्तुळाच्या प्राइमच्या छेदनबिंदूमधून जातात आणि ही सरळ रेषा आता दिलेली सरळ रेषा l हे स्पष्ट आहे की जर आपल्याकडे दुसरे कोणतेही वर्तुळ असेल तर आपण असे म्हणू या की आपल्याकडे दुसरे कोणतेही वर्तुळ आहे जे या दोन छेदनबिंदूंमधून देखील जाते, तर हे स्पष्ट आहे की मूलगामी अक्ष आहे म्हणून हे सामान्य वर्तुळ समान असू द्या शून्यावर मग हे स्पष्ट आहे की हे वर्तुळ s आणि दिलेल्या वर्तुळाच्या अविभाज्य मधील मूलगामी अक्ष ही सरळ रेषा असणे आवश्यक आहे म्हणून s समान शून्य आणि s अविभाज्य शून्य मधील मूलगामी अक्ष
l शून्य बरोबर असणे आवश्यक आहे कारण सरळ रेषा l ही छेदनबिंदूच्या या दोन बिंदूंना जोडते म्हणून ही सरळ रेषा या दिलेल्या वर्तुळाच्या प्राइमला p आणि q या दोन बिंदूंवर छेदते आता जर आपल्याकडे शून्याच्या बरोबरीचे दुसरे कोणतेही वर्तुळ असेल जे या दोन बिंदूंमधून देखील जाते तर ते स्पष्ट आहे या दोन बिंदूंना जोडणारी सरळ रेषा ही
s समान शून्य आणि s अविभाज्य शून्य मधील मूलगामी अक्ष असावी परंतु दोन बिंदूंना जोडणारी नेहमीच एक अनन्य रेषा असल्याने ही सरळ रेषा या सरळ रेषेचे समीकरण b आहे.
या समीकरणाशिवाय दुसरे काहीही नसावे uation नंतर s उणे s prime हे समीकरण देईल पण नंतर हे समीकरण दुसरे काहीही नसावे l सरळ रेषेचे हे समीकरण आहे कारण ही दोन समीकरणे समान असली पाहिजेत तेथे aq अस्तित्वात असणे आवश्यक आहे शून्याच्या बरोबरीचे नाही जसे की जर आपण हा सरळ गुणाकार केला तर या q द्वारे रेषेचे समीकरण आपल्याला s वजा s प्राइमचे समीकरण तंतोतंत मिळाले पाहिजे जे हे आहे कारण आम्ही असा युक्तिवाद केला आहे की या दोघांनी समान सरळ रेषेचे प्रतिनिधित्व केले पाहिजे म्हणून जेव्हा तुम्ही याला q ने गुणाकार करता तेव्हा आपल्याला मिळते आणि आता आपण पदाच्या मुदतीने समीकरण करू शकतो.
मुळात गुणांकानुसार गुणांक कारण हे समीकरण आणि हे समीकरण सारखेच आहे आणि म्हणून q असे असले पाहिजे की mq दोन पट g उणे g प्राइम nq समान असणे आवश्यक आहे f वजा f प्राइमच्या दोन पट आणि pq हे c उणे c च्या समान असणे आवश्यक आहे या समीकरणातून या तीन समीकरणांमधून prime मिळेल दोन g समान दोन g prime अधिक mq येथून आपल्याला दोन f समान दोन f प्राइम अधिक n घन मिळेल आणि येथून आपल्याला c समान c प्राइम अधिक p मिळेल.
q आता वर्तुळांच्या कुटुंबाच्या सामान्य समीकरणाकडे परत जाताना
आपण या समीकरणामध्ये दोन g दोन f आणि c साठी या अभिव्यक्ती बदलतो आणि आपल्याला दोन g च्या ऐवजी s समान x चौरस अधिक y वर्ग अधिक मिळेल आपण दोन g prime अधिक mq लिहू.
x plus 2 f prime plus nq मध्ये y plus c prime plus pq equals 0.
आणि मग जर आपण शब्द वेगळे केले तर आपण
x स्क्वेअर अधिक y स्क्वेअर प्लस टू g प्राइम x अधिक दोन f प्राइम y अधिक c असे लिहू शकतो.
अविभाज्य अधिक q मध्ये mx अधिक ny अधिक p बरोबर शून्य पण हे लक्षात घ्या की हे दुसरे काहीही नाही s prime हा बहुपदी s अविभाज्य आहे आणि हा पहिला अंश बहुपदी l आहे आणि म्हणून आपल्यासाठी अशी सर्व वर्तुळे s prime अधिक ql बनतात.
शून्याच्या बरोबरी म्हणजे s समान s प्राइम बरोबर ql बरोबर शून्य म्हणजे आपण हा q बदलतो म्हणून q ची इथे खरी किंमत आहे कारण आपण तिरकस बदलतो म्हणून आपल्याला वर्तुळांच्या या कुटुंबातून वेगवेगळी वर्तुळे मिळतात जी p आणि q या दोन बिंदूंमधून जातील p आणि q होते
दिलेल्या सरळ रेषेने दिलेल्या वर्तुळाच्या प्राइमच्या छेदनबिंदूचे बिंदू l वर्तुळांचे दुसरे कुटुंब मोजले जाऊ शकते समजा आपल्याकडे दोन दिलेले बिंदू x एक y एक आणि x दोन y दोन असतील आणि असे म्हटले जाते की आपल्याला हे शोधायचे आहे त्या सर्व वर्तुळांचे समीकरण किंवा त्या सर्व वर्तुळांचे सामान्य समीकरण जे या दोन बिंदूंमधून जातात तोपर्यंत हे दोन बिंदू एकसारखे नसतील तर या दोन्ही बिंदूंमधून जाणारी अनंत वर्तुळं आहेत ती आपल्याला सामान्य समीकरण कसे शोधायचे? या सर्व वर्तुळांमध्ये आपण पुढील वर्तुळाचा विचार करू शकतो म्हणून आपण हे दोन बिंदू जोडू शकतो आणि आपल्याला या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू सापडतो जेव्हा मध्यबिंदूचे समन्वय x एक अधिक x दोन बाय दोन ny असतील एक अधिक y दोन बाय दोन आणि आपण या रेषाखंडाच्या अर्ध्या लांबीएवढी त्रिज्या असलेले वर्तुळ
स्पष्टपणे तयार करतो ते वर्तुळ या दोन्ही बिंदूंना स्पर्श करेल किंवा त्यातून जाईल
त्यामुळे बिंदू p आणि qs असू द्या o p आणि q वरून आपल्याला दुसरे मिळते आपल्याला या वर्तुळाचे समीकरण मिळते म्हणून आपण हे दर्शवू या आपण वर्तुळाचे समीकरण सहज काढू शकतो आणि हे वर्तुळ s prime म्हणू याने दर्शवू म्हणजे हे वर्तुळ फक्त समीकरणाने दिले जाईल x उणे केंद्र छिद्र x केंद्राचा समन्वय x वजा x केंद्राचा समन्वय संपूर्ण चौरस अधिक y वजा y केंद्राचा समन्वय संपूर्ण चौरस चौरस त्रिज्याएवढा असणे आवश्यक आहे आता चौरस त्रिज्या चौरस व्यासाचा एक चतुर्थांश आहे आणि चौरस व्यास x एक वजा x दोन पूर्ण वर्ग अधिक y एक वजा y दोन पूर्ण वर्गाने दिलेले p आणि q या बिंदूंमधील चौरस अंतर हे दुसरे काहीही नाही , म्हणून हे फक्त आहे, म्हणून जर आपण ही संज्ञा या बाजूला आणली तर वजा होईल येथे आणि नंतर शून्याच्या बरोबरी म्हणजे हा चौरस अधिक हा चौरस वजा ही गोष्ट शून्य बरोबर आहे
त्यामुळे हे या वर्तुळाचे समीकरण स्पष्टपणे आहे हे या क्षणी आपण परिभाषित करतो ज्या क्षणी आपल्याला हे दोन बिंदू दिले जातात s prime is automatica lly परिभाषित केले आहे आणि आपण हे देखील पाहतो की आपण ही सरळ रेषा p आणि q ला जोडून वाढवू या तर या रेषेचे समीकरण l ने दर्शविल असे म्हणू की सरळ रेषेचे समीकरण l शून्य आहे आणि ते सरळ रेषेचे समीकरण

शोधणे देखील सोपे आहे कारण ah म्हणून हे सरळ रेषेचे समीकरण दिले जाईल y वजा y one by x वजा x one समान y one वजा y 2 x 1 वजा x 2 आणि कोणते x वजा x 1 मध्ये y एक वजा y दोन अधिक y वजा y एक मध्ये x दोन वजा x एक बरोबरीचे शून्य असे साधे केले तर आपण असे म्हणूया की हे आमचे l आहे
त्यामुळे l म्हणून l
x आणि y मधील या सिंगल डिग्री बहुपदी समान आहे आणि ते शून्याच्या बरोबरीचे आहे म्हणून आता आपल्याकडे जे आहे ते म्हणजे आपल्याकडे वर्तुळाचा अविभाज्य शून्य बरोबर आहे आपल्याकडे एक सरळ रेषा आहे l शून्य बरोबर आहे आणि आपल्याला माहित आहे की ही सरळ रेषा आणि हे वर्तुळ या दोन बिंदूंना छेदतात
त्यामुळे मूलत: आपल्याकडे काय आहे आम्ही त्या सर्व वर्तुळांचे समीकरण शोधण्याचा प्रयत्न करत आहोत
या वर्तुळाच्या छेदनबिंदूमधून जाणाऱ्या सर्व वर्तुळांचे सामान्य समीकरण l शून्याचे अविभाज्य आणि ही सरळ रेषा l बरोबर शून्य कारण या वर्तुळाचा अविभाज्य रचनेनुसार शून्य या सरळ रेषेला या दोन बिंदूंवर छेदेल p आणि q हे आम्हाला दिले गेले आहे कारण आम्ही या वर्तुळाचा प्राइम ज्या पद्धतीने तयार केला आहे आणि आम्ही p आणि q मधून जाणाऱ्या सर्व सर्किट्सचे सामान्य समीकरण शोधण्याचा प्रयत्न करत असल्याने ते सामान्य शोधण्यासारखेच आहे.
त्या सर्व वर्तुळांचे समीकरण जे s अविभाज्य शून्याच्या छेदनबिंदूच्या बिंदूमधून जातात आणि सरळ रेषा l शून्य समान असतात आणि हे असे काहीतरी आहे जे आपण आधीच्या स्लाइडमध्ये केले आहे जिथे आपण सांगितले होते की सामान्य समीकरण सर्व वर्तुळे s prime plus kl द्वारे शून्य बरोबर दिली आहेत जेथे k ही वास्तविक किंमत आहे
त्यामुळे आपण हे कसे मिळवू शकतो
त्यामुळे आता आपल्याला फक्त या डाव्या हाताने s प्राइम बदलायचा आहे हे समीकरण समजा म्हणजे हे मूलत: x उणे x एक अधिक x दोन बाय दोन पूर्ण चौरस अधिक y वजा y एक अधिक y दोन बाय दोन पूर्ण चौरस वजा x एक वजा x दोन पूर्ण वर्ग अधिक y एक वजा y दोन पूर्ण वर्ग चौरस होईल ही गोष्ट अधिक k पट ही अभिव्यक्ती म्हणजे k पट ही गोष्ट अधिक ही ah ही बहुपदी s अविभाज्य साठी बहुपदी म्हणजे s अविभाज्य साठी बहुपदी ही एक अधिक k गुणी सरळ रेषेसाठी एकल पदवी बहुपदी l म्हणून या अधिक k पट हे समान असणे आवश्यक आहे शून्याच्या समान असणे आवश्यक आहे म्हणून हे अशा सर्व वर्तुळांचे समीकरण आहे जे या दोन दिलेल्या बिंदूंमधून जातील x एक y एक आणि x दोन y दोन आणि k हे खरे मूल्य आहे म्हणून आपण k बदलत राहू शकतो आणि आपण भिन्न होत राहू शकतो भिन्न वर्तुळांनी आपण आत्ताच काय चर्चा केली आहे हे स्पष्ट करण्यासाठी आपण हे उदाहरण घेऊ या म्हणून आपण असे म्हणू की आपल्याकडे दोन बिंदू आहेत p म्हणजे दोन स्वल्पविराम 0 आणि दुसरा बिंदू q जो 6 स्वल्पविराम वजा 4 आहे आणि आपल्याला त्या सर्वांचे सामान्य समीकरण शोधायचे आहे.
वर्तुळे या दोन बिंदूंमधून जातात ही या दोन बिंदूंना जोडणारी ही सरळ रेषा आहे मध्यबिंदू हा बिंदू आहे ज्याचे समन्वय चार स्वल्पविराम वजा दोन आहेत स्पष्टपणे हे अंतर op आठच्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचे आहे आणि म्हणून जर आपण मध्यभागी वर्तुळ काढले तर o त्रिज्या हे आठचे वर्गमूळ आहे
त्यामुळे ते वर्तुळ असे काहीतरी असेल आणि स्पष्टपणे हे दोन बिंदू त्या वर्तुळावर असतील कारण आम्ही त्रिज्या मूळ आठच्या बरोबरीची निवडली आहे जी या लांबीच्या अर्धी आहे आणि आम्ही निवडली आहे या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू त्या वर्तुळाचा मध्यबिंदू असेल
त्यामुळे स्पष्टपणे p आणि q हे या वर्तुळावर याच्या विरुद्ध टोकाला व्यास असेल
त्यामुळे pq हा व्यास असेल आणि या वर्तुळाचे समीकरण s अविभाज्य हा x वजा चार पूर्ण चौरस अधिक y अधिक दोन पूर्ण वर्ग हा त्रिज्येचा वर्ग आहे जो आठ आहे म्हणून हे या वर्तुळाचे समीकरण आहे जे सिम असू शकते प्लीफाईड टू सॉरी म्हणून हे या वर्तुळाचे समीकरण आहे परंतु हे s लिहीले जाऊ शकते कारण ते s अविभाज्य बरोबर x वजा चार पूर्ण चौरस अधिक y अधिक दोन पूर्ण वर्ग वजा आठ म्हणजे शून्य म्हणजे x चौरस अधिक y असे लिहिता येते वर्ग वजा आठ y अधिक x वर्ग अधिक y वर्ग वजा आठ x अधिक चार y अधिक बारा समान शून्य
त्यामुळे हे या वर्तुळाचे समीकरण आहे त्याचप्रमाणे p आणि q ला जोडणाऱ्या या सरळ रेषेचे समीकरण लिहिणे फार कठीण नाही .
p आणि q या दोन बिंदूंना जोडणाऱ्या या सरळ रेषेचे समीकरण y वजा शून्याने भागिले x वजा दोन समान दिले जाईल जे वजा एक आहे आणि म्हणून या सरळ रेषेचे समीकरण x अधिक y वजा दोन समान शून्य आहे
त्यामुळे ही सरळ रेषा मिळेल l द्वारे दिलेले असेल x अधिक y उणे दोन समान शून्य आणि आता आम्हाला माहित आहे की हे वर्तुळ अविभाज्य आहे आणि ही सरळ रेषा l डिझाइननुसार ते या दोन बिंदूंना छेदतील म्हणून आम्ही मूलत: ओ शोधण्याचा प्रयत्न करत आहोत ut कुटुंब किंवा वर्तुळांच्या कुटुंबातील त्या सर्व वर्तुळांचे समीकरण जे या वर्तुळाच्या अविभाज्य शून्याच्या छेदनबिंदूमधून जाते आणि सरळ रेषा l शून्य समान असते जी या सामान्य समीकरणाने दिलेली असते s बरोबर s अविभाज्य अधिक kl हे शून्य बरोबर आहे ज्याला आपण s prime आणि l साठी बहुपदी बदलल्यास येथे आपल्याला x चौरस अधिक y वर्ग अधिक k वजा आठ x अधिक k अधिक चार y अधिक बारा वजा दोन k समान शून्य मिळेल म्हणून हे सामान्य समीकरण आहे अशा सर्व वर्तुळांपैकी जे या दोन्ही बिंदूंमधून जातील आणि कोणीही ते तपासू शकेल, म्हणून हे सामान्य समीकरण आहे जे आम्ही त्या सर्व वर्तुळांसाठी शोधले आहे जे पॉइंट्स p मधून जातील दोन स्वल्पविराम शून्य आणि q सहा स्वल्पविराम वजा चार म्हणजे स्पष्टपणे हे वर्तुळाचे समीकरण आहे कारण x गुणिले y चा गुणांक नाही xy चा गुणांक शून्य आहे आणि s वर्ग आणि y वर्गाचा गुणांक समान पुढील g वर्ग अधिक f वर्ग वजा c आहेत k वजा आठ पूर्ण वर्ग बाय चार अधिक k अधिक चार पूर्ण चौरस बाय चार वजा बारा वजा दोन k आणि जो दोन k वर्ग वजा 8 k अधिक 80 वजा 48 अधिक आठ k ला चार ने भागला जातो जो दोन k वर्ग अधिक असतो बत्तीस बाय चार जे शून्यापेक्षा काटेकोरपणे मोठे आहे
त्यामुळे स्पष्टपणे हे काही वर्तुळाचे समीकरण असले पाहिजे आता हे दोन बिंदू खरोखरच या वर्तुळावर आहेत की नाही ते पाहू या, म्हणून आपण बदलल्यास हा बिंदू दोन स्वल्पविराम शून्यावर आहे हे तपासण्यासाठी वर्तुळ डाव्या बाजूला x समान दोन y समान शून्य

ठेवेल आणि हे बहुपदी समीकरण x बरोबर दोन आणि y बरोबर शून्य आहे की नाही ते पहा की ते शून्याचे मूल्यमापन करते की नाही म्हणून या बहुपदीचे मूल्य या मूल्यावर x समान दोन आणि y बरोबर 0 असलेले बहुपद 4 अधिक 0 अधिक k वजा 8 गुणिले 2 अधिक 12 वजा 2 k असेल जे 4 अधिक 2 k वजा 16 अधिक 12 वजा 2 k असेल

त्यामुळे हे रद्द होईल आणि 4 अधिक बारा सोळा वजा सोळा म्हणजे शून्य s o खरंच डाव्या बाजूने ah हे बहुपदीचे मूल्यमापन शून्यावर होते याचा अर्थ असा की हा बिंदू या वर्तुळावर s बरोबर शून्य आहे याचा अर्थ असा आहे की आपण k चे कोणतेही मूल्य निवडले तरीही k चे कोणतेही मूल्य निवडले तरी आपल्याला काही मिळते वर्तुळ आणि ते वर्तुळ या बिंदूमधून जाईल दोन स्वल्पविराम शून्य आणि तत्सम गोष्ट आपण या समीकरणास सहा स्वल्पविराम वजा चार या बिंदूसाठी चाचणी केली तर आपल्याला मिळेल,

त्यामुळे आपण पुढील लेक्चरमध्ये हे व्याख्यान संपवू.

आणखी उरलेले प्रकरण जेथे आम्ही मंडळांचे कुटुंब शोधण्याचा प्रयत्न करू आणि नंतर आम्ही मागील परीक्षेतील मंडळांच्या कुटुंबातील काही आव्हानात्मक समस्या सोडवण्याचा प्रयत्न करू धन्यवाद.

Prutor@IITK