

વર્તુળો પરના 12 વ્યાખ્યાનમાં આપનું સ્વાગત છે

તેથી આ વ્યાખ્યાનમાં આપણે વર્તુળોનું કુટુંબ નામનો નવો વિષય શરૂ કરીશું જે સીધી રેખાઓના કુટુંબના વિષય જેવો જ છે તેથી અહીં આપણે મૂળભૂત રીતે બધા વર્તુળો માટે સામાન્ય સમીકરણો લખવાની વાત કરીશું જે સંતોષે છે.

એક સામાન્ય ગુણધર્મ ઉદાહરણ તરીકે આપણે તમામ સંભવિત વર્તુળોનું સમીકરણ લખી શકીએ જે કોઈપણ બે આપેલ બિંદુઓમાંથી પસાર થાય છે અથવા ઉદાહરણ તરીકે આપેલા બે વર્તુળોના આંતરછેદમાંથી પસાર થતા તમામ વર્તુળોનું સમીકરણ લખી શકીએ છીએ જેથી આનો વિષય હશે.

વ્યાખ્યાન તો ચાલો આપણે પ્રથમ દૃશ્ય સાથે શરૂ કરીએ

જ્યાં ચાલો કહીએ કે આપણને બે વર્તુળોના સમીકરણો આપવામાં આવ્યા છે જેના સમીકરણો s એક શૂન્યના સમાન છે અને s બે શૂન્યના સમાન છે

તેથી s એક છે

તેથી s એક આ બીજી ડિગ્રી બહુપદી છે x અને y જ્યારે s બે એ x અને y માં બીજી બીજી ડિગ્રી બહુપદી છે

તેથી આ પ્રથમ વર્તુળ s એક શૂન્ય સમાન છે અને આ બીજા વર્તુળ s બે z સમાન દર્શાવે છે o અને ચાલો આપણે કહીએ કે આ બે વર્તુળો એકબીજાને બે બિંદુઓ પર છેદે છે p અને q

તેથી હવે આપણે તે બધા વર્તુળોના સમીકરણ શોધવામાં રસ ધરાવીએ છીએ જે છેદનના આ બે બિંદુઓમાંથી પસાર થાય છે ઉદાહરણ તરીકે આવું એક વર્તુળ આ વર્તુળ હોઈ શકે છે જે i હું હવે બીજું વર્તુળ દોરું છું આના જેવું કંઈક હોઈ શકે છે અને બીજું સર્કિટ કંઈક આના જેવું હશે કારણ કે તમને ટૂંક સમયમાં ખ્યાલ આવશે કે ત્યાં અસંખ્ય વર્તુળો છે જે દોરી શકાય છે જે આ બે આપેલ વર્તુળોના આંતરછેદના આ બંને બિંદુઓમાંથી પસાર થશે પરંતુ અહીં ઉદ્દેશ્ય એક સામાન્ય સમીકરણ અથવા સમીકરણ શોધવાનું છે જેમાં કેટલાક પરિમાણ હશે જેમ કે જો આપણે તે પરિમાણ બદલીએ તો આપણે આવા કોઈપણ વર્તુળનું સમીકરણ મેળવી શકીએ જે આ બે બિંદુઓમાંથી પસાર થાય છે તે કરવા માટે આપણે રેડિકલ અક્ષની વિભાવનાનો ઉપયોગ કરીશું.

અને ચાલો તેના પર થોડુંક સ્મરણ કરીએ જેથી જો આપણે કોઈપણ બે છેદતા વર્તુળો માટે યાદ કરીએ તો જો આપણે કોઈપણ બે છેદતા વર્તુળ માટે યાદ કરીએ લેસ રેડિકલ અક્ષ અનન્ય સીધી રેખા દ્વારા આપવામાં આવી હતી જે આંતરછેદના બે બિંદુઓને જોડે છે તેથી આ કિસ્સામાં s એક શૂન્યના બરાબર અને s બે શૂન્યના સમાન હોય તો રેડિકલ અક્ષ આ લાલ સીધી રેખા હશે જે p અને q બંનેમાંથી પસાર થાય છે.

તો આ s એક અને s બે ની આમૂલ ધરી હશે પણ પછી ધારો કે આપણી પાસે એક સામાન્ય વર્તુળ s છે જેનું સમીકરણ x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે g વત્તા બે f વત્તા c બરાબર શૂન્ય દ્વારા આપવામાં આવ્યું છે

તેથી અમને શોધવાનું કહેવામાં આવે છે.

આવા સર્કિટનું સામાન્ય સમીકરણ જે આ બંને બિંદુઓમાંથી પસાર થાય છે તે હવે આ સીધી રેખાનું સમીકરણ અથવા જે આ બે વર્તુળોની આમૂલ ધરી છે તે ફક્ત s એક ઓછા s બે બરાબર શૂન્ય દ્વારા આપવામાં આવ્યું હતું

તેથી જો આપણે s એક અને s બે બાદ કરીએ અને બે શૂન્યની સમકક્ષ કરીએ તો આપણને જે મળશે તે બે છે g 1 ઓછા g 2 માં x વત્તા 2 માં f 1 ઓછા f 2 માં y વત્તા c 1 ઓછા c 2 બરાબર 0.

તેથી આ બે વચ્ચેના આમૂલ ધરીનું સમીકરણ છે

વર્તુળો હવે સ્પષ્ટપણે જો ત્યાં કોઈ અન્ય છે આ સમીકરણ દ્વારા આપવામાં આવેલ સામાન્ય વર્તુળ જે આ બે બિંદુઓમાંથી પણ પસાર થાય છે તો તે સ્પષ્ટ છે કે s અને આવા કોઈપણ સામાન્ય વર્તુળ s અને આપેલ વર્તુળ s એક પણ p અને q પર છેદે છે કારણ કે p અને q s એક પર આવેલું છે અને અમે વિચારી રહ્યા છીએ તે બધા વર્તુળો s જે p અને q માંથી પસાર થાય છે

તેથી p અને q પણ s પર આવેલા હોવા જોઈએ અને

તેથી p અને q બિંદુઓ p અને q બંને s અને s એક માટે સામાન્ય હોવા જોઈએ અને

તેથી s અને s એકને p અને q પર છેદે છે.

અને

તેથી વર્તુળો s બરાબર શૂન્ય અને s એક શૂન્ય બરાબર એ સીધી રેખા સમીકરણ s ઓછા s એક શૂન્ય દ્વારા આપવામાં આવે છે તેથી આ બે વર્તુળો વચ્ચેની આમૂલ ધરી કોઈપણ વર્તુળ વચ્ચે હશે જે p માંથી પણ પસાર થાય છે.

અને આ વર્તુળ s એક s માઈનસ s એક શૂન્ય બરાબર હશે પરંતુ આ રેડિકલ અક્ષ પણ એક સીધી રેખા છે જે p અને q માંથી પસાર થાય છે અને આ સીધી રેખાનું સમીકરણ s ઓછા s વન હશે

તેથી આ બાદ આનું સમીકરણ આ આહ sm હશે in us s one $will$ be two in g માઈનસ g એક x વત્તા બે in f માઈનસ f વન y વત્તા c માઈનસ c એક શૂન્ય બરાબર છે પણ પછી એ નોંધ્યું છે કે બિંદુ p અને q આ સીધી રેખા તેમજ આ સીધી રેખા પર આવેલા છે

કોઈપણ બે બિંદુઓ p અને q વચ્ચે માત્ર એક જ અનોખી સીધી રેખા હોય છે અને

તેથી આ સમીકરણ અને આ સમીકરણ એ જ સીધી રેખાને રજૂ કરતું હોવું જોઈએ,

તેથી આપણી પાસે અત્યાર સુધી જે છે તે એ છે કે 2 g ઓછા g 1 માં x વત્તા 2 f ઓછા f one y વત્તા c ઓછા c માં એક શૂન્ય બરાબર છે

તેથી આ સમીકરણ જે s અને s એક વચ્ચેનો આમૂલ અક્ષ છે અને આ અન્ય સીધી રેખા સમીકરણ જે s one અને s બે વચ્ચેનો આમૂલ ધરી છે

તેથી આ બે એક જ સીધી રેખા સિવાય બીજું કંઈ નથી તે મૂળભૂત રીતે શું સૂચવે છે કે જો આપણે આ પ્રથમ સમીકરણ લઈએ અને જો આપણે તેને અમુક વાસ્તવિક મૂલ્યવાળી વાસ્તવિક સંખ્યા q સાથે ગુણાકાર કરીએ,

તેથી તે સમાન સમીકરણ છે ત્યાં અમુક વાસ્તવિક સંખ્યા q હોવી જોઈએ જેમ કે જો આપણે આ પ્રથમ સમીકરણને તેના દ્વારા ગુણાકાર કરીએ q આપણે exa જોઈએ $ctly$ બીજું સમીકરણ મેળવો કારણ કે તે એક જ સીધી રેખા સિવાય બીજું કંઈ નથી અને

તેથી શું રાખવું જોઈએ કે આપણે આ પ્રથમ સમીકરણને q વડે ગુણાકાર કર્યા પછી આપણને બે qg ઓછા g એકમાં x વત્તા બે qf ઓછા f વનમાં y વત્તા q માં c મળશે.

બાદબાકી c એક શૂન્ય બરાબર છે

તેથી q સાથે ગુણાકાર કર્યા પછી આપણને આ સમીકરણ બરાબર મળવું જોઈએ જેનો મૂળભૂત અર્થ એ થાય છે કે આ અને આ બરાબર સમાન સમીકરણ ગુણાંક દ્વારા ગુણાંક હોવું જોઈએ અને તે થવા માટે તે સાચું હોવું જોઈએ કે g એક ઓછા g બે સમાન હોવા જોઈએ q માં g માઈનસ g એક f એક ઓછા f બે q માં f ઓછા f એક અને c એક ઓછા c બે q માં c ઓછા c ના બરાબર હોવા જોઈએ એક અહીં યાદ રાખો g એક g 2 f 1 f 2 અને c 1 c 2 હવે બધા જાણીતા છે સામાન્ય સમીકરણ શોધવા માટે આ સામાન્ય સમીકરણ

માટે gf અને c વચ્ચે કોઈ સંબંધ હોવો જોઈએ

તેથી આ કારણ કે આ તે બધા વર્તુળોના સમીકરણને રજૂ કરે છે જે આ બંને બિંદુઓમાંથી પસાર થાય છે તો યાવો જોઈએ કે શું શું આ S બલ્યુ હેટ પ્રોપર્ટીઝ gf અને c ને સંતોષે છે

તેથી અહીંથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે g બરાબર હશે g એક ઓછા g બે બાય q વત્તા g એક એ જ રીતે f બરાબર f એક ઓછા f બે બાય q વત્તા f એક અને c થશે c એક માઈનસ u બે બાય q વત્તા c એકની બરાબર બનો

તેથી આપણે જે મેળવીએ છીએ તે સરળ બનાવી શકાય છે

તેથી આ આપણને મળે છે

તેથી હવે આપણે પ્રયત્ન કરીએ કે જો આપણે આ સામાન્ય સમીકરણ પર પાછા જઈએ તો આપણે gf અને c ને આ દ્વારા બદલીએ જમણી બાજુએ અને જો આપણે તેમ કરીએ તો આપણે સામાન્ય સમીકરણ મેળવી શકીશું જ્યાં જમણી બાજુએ q હશે

તેથી આ સમીકરણમાં આ પરિમાણ q હશે અને તે પરિમાણ બદલવાથી q ના કુટુંબમાંથી જુદા જુદા વર્તુળો મેળવશે વર્તુળો

તેથી જ્યારે આપણે કરીએ છીએ ત્યારે આપણને x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે x માં g મળે છે

તેથી g ને બદલે આપણે આ જમણી બાજુ વત્તા બે y ને f માં મૂકીએ છીએ

તેથી f ને બદલે આ જમણી બાજુ વત્તા c મૂકીએ છીએ c આપણે આ અભિવ્યક્તિને 0 ની બરાબર મૂકીએ છીએ અને પછી યાવો હવે આપણે શું કરી શકીએ તે આપણે કરી શકીએ છીએ 1 વત્તા x ચોરસ બરાબર 1 વત્તા q બાય q માં x ચોરસ ઓછા 1 બાય q ને x ચોરસમાં લખો

તેથી આ x ચોરસ બદલાશે જો આ બે અલગ અલગ શબ્દો સાથે અને તે જ વસ્તુ y ચોરસ સાથે કરશે અને જો આપણે તે કરીએ આપણે S મેળવીશું એક વત્તા q બાય q માં x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે g એક x વત્તા બે f વન y વત્તા c એક ઓછા એક બાય q ગુણ્યા x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે g બે x વત્તા બે f બે y વત્તા c બે બરાબર શૂન્ય હવે સ્પષ્ટપણે જો આપણે આ સ્વાઇડ પર પાછા જઈએ તો તે સ્પષ્ટ છે કે q શૂન્ય ન હોઈ શકે કારણ કે જો q શૂન્ય હશે તો આ અને આ મેળ નહીં બાય કારણ કે સ્પષ્ટપણે આ નથી આ બિન શૂન્ય સમીકરણ છે તો આ છે શૂન્ય સિવાયનું સમીકરણ પણ છે જેમાં મારો કહેવાનો અર્થ એ છે કે આ સમીકરણમાં g એક અને g બે સમાન f એક અને f બે નથી

તેથી g એક g બે f એક અને f બે c એક અને c બેમાંથી તે સ્પષ્ટ છે કે g એક $g1$ અને $g2$ આ બેમાંથી ઓછામાં ઓછું એક બિન-શૂન્ય છે

તેથી કાં તો $g1$ ઓછા $g2$ બિન-શૂન્ય છે અથવા $f1$ ઓછા $f2$ બિન-શૂન્ય bo છે th શૂન્ય ન હોઈ શકે કારણ કે જો બંને શૂન્ય હોય તો કેન્દ્રો સમાન હોય તો કેન્દ્રો સમાન હોય તેવા કિસ્સામાં આપણી પાસે જે છે તે કેન્દ્રિત વર્તુળો છે અને કેન્દ્રીય વર્તુળો એકબીજાને છેદે નહીં જો આપણે પ્રથમ સ્વાઇડ પર પાછા જઈએ તો આપણે કહ્યું કે આપણે બે વર્તુળોની વાત કરી રહ્યા છીએ જે એકબીજાને એટલી સ્પષ્ટ રીતે છેદે છે કે અહીં ઓછામાં ઓછું એક ગુણાંક છે જે શૂન્ય નથી અને

તેથી આ એક તુરંચ સમીકરણ નથી અને

તેથી q ક્યારેય શૂન્ય નહીં થાય કારણ કે જો તમે તેને q વડે ગુણાકાર કરશો તો મળશે શૂન્ય સમીકરણ અને પછી એવો કોઈ રસ્તો નથી કે આ અને આ એક જ સમીકરણ હોઈ શકે કારણ કે જો તમે આને શૂન્યના બરાબર q વડે ગુણાકાર કરશો તો q શૂન્ય હશે તો જ્યારે આપણે આ સમીકરણ સાથે ગુણાકાર કરીશું ત્યારે આપણને શૂન્ય સમીકરણ મળશે જ્યારે આ સમીકરણ શૂન્ય સમીકરણ નથી

તેથી આ વાસ્તવિક મૂલ્યવાળું q શૂન્ય નથી અને

તેથી આપણે શું કરી શકીએ છીએ કે આપણે આ સમગ્ર સમીકરણને q સાથે ગુણાકાર કરી શકીએ છીએ

તેથી જ્યારે આપણે તે કરીએ છીએ ત્યારે આપણે અહીં છેદથી છૂટકારો મેળવીએ છીએ

જેથી આપણે શું કરીએ પછી મેળવો કે એક વત્તા q માં S એક ઓછા S બે બરાબર શૂન્ય છે

તેથી આ સમીકરણનું સામાન્ય સ્વરૂપ છે જે આપણે મેળવીએ છીએ અને આપણે તેને પણ લખી શકીએ છીએ આ સમીકરણને એક વત્તા q માં S વન ઓછા એક તરીકે લખો એક વત્તા q વડે S બે બરાબર શૂન્ય થાય છે અને આપણે આ આહ કરી શકીએ છીએ કારણ કે અને આગળ આપણે એ પણ જોઈ શકીએ છીએ કે આપણે આને વત્તા બરાબર શૂન્ય તરીકે લખી શકીએ છીએ પણ આ બીજું કંઈ નથી પરંતુ આ સમીકરણ છે જ્યાં k એ એક બાદ એક વત્તા q છે અને કારણ કે q વાસ્તવિક k છે તે પણ વાસ્તવિક મૂલ્ય છે કારણ કે q શૂન્ય k બરાબર નથી અને ઓછા એકની બરાબર નથી

તેથી આ તે બધા વર્તુળોનું સામાન્ય સમીકરણ છે જે બે વર્તુળોના આંતરછેદના બિંદુમાંથી પસાર થાય છે

S એક શૂન્ય સમાન છે અને S બે શૂન્યના બરાબર પણ આ k એ માઈનસ વનની બરાબર ન હોવો જોઈએ એવી કોઈ પણ

વાસ્તવિક કિંમત હોઈ શકે છે જે માઈનસ વનની બરાબર ન હોય તો યાવો આ સમજાવવા માટે એક નાનું ઉદાહરણ લઈએ તો યાવો

કહીએ કે આપણી પાસે બે વર્તુળો x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા છે બે x વત્તા ચાર y ઓછા ચાર બરાબર શૂન્ય આ h કેન્દ્ર માઈનસ એક ઘાત માઈનસ બે અને તેની ત્રિજ્યા ત્રણ છે કે અન્ય વર્તુળ s બે બરાબર x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા છ y બરાબર શૂન્ય આમાં કેન્દ્ર શૂન્ય અલ્પવિરામ ઓછા ત્રણ અને ત્રિજ્યા બરાબર ત્રણ હશે કારણ કે આપણે સ્પષ્ટપણે જોઈ શકીએ છીએ બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર

બેના વર્ગમૂળ જેટલું છે જે ત્રિજ્યાના સરવાળા કરતા ઓછું છે કારણ કે ત્રિજ્યાનો સરવાળો છ છે અને તે સ્પષ્ટપણે તેનાથી મોટો છે કારણ કે ત્રિજ્યા વચ્ચેનો સંપૂર્ણ તફાવત શૂન્ય છે

તેથી આ પરિસ્થિતિ છે જેનો મૂળભૂત અર્થ એ થાય છે કે બે વર્તુળો બે બિંદુઓ પર છેડે છે અને હવે આપણે આ બે વર્તુળોના આંતરછેદના બે બિંદુઓમાંથી પસાર થતા તમામ સંભવિત વર્તુળોનું સમીકરણ શોધવા માંગીએ છીએ જેથી તે બધા વર્તુળોનું સામાન્ય સમીકરણ બનો s 1 વત્તા k ગુણ્યા s 2 બરાબર 0 જ્યાં k વાસ્તવિક છે અને k એ માઈનસ વન બરાબર નથી તેથી આ ઉદાહરણ માટે s બરાબર હશે

તેથી s એક છે x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે x p_1 u_s ચાર y ઓછા ચાર વત્તા k ગુણ્યા s બે એટલે x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા છ y બરાબર શૂન્ય સ્પષ્ટપણે જો આપણે k બરાબર શૂન્ય મૂકીએ તો આપણે s ફક્ત s એક ની બરાબર છે અને જો આપણે k તરીકે પસંદ કરીએ તો આ અનંતતા તરફ વળે છે સમીકરણ મર્યાદામાં s બે બરાબર શૂન્યને અનુરૂપ હશે

તેથી આને વધુ શુદ્ધ કરી શકાય છે તમે જાણો છો કે આને આગળ 1 વત્તા kx ચોરસ વત્તા 1 વત્તા ky ચોરસ વત્તા 2 x વત્તા 4 વત્તા 6 k માં y ઓછા ચાર બરાબર શૂન્ય તરીકે લખી શકાય છે આ આવા બધા વર્તુળોનું સામાન્ય સમીકરણ છે આપણે ફક્ત k ની કિંમત બદલતા રહેવાનું છે અને દરેક વખતે એક અલગ વર્તુળ મળશે પરંતુ આપણે ખાતરી કરવી જોઈએ કે k એ માઈનસ વનની બરાબર નથી કારણ કે જો k માઈનસ 1 ની બરાબર હોય તો s સ્કેલર અને y સ્કેલરનો ગુણાંક 0 છે અને

તેથી k બરાબર ઓછા 1 સાથે આપણે જે મેળવવા જઈ રહ્યા છીએ તે ફક્ત s 1 ઓછા s 2 બરાબર 0 છે જે સીધી રેખાના સમીકરણ સિવાય બીજું કંઈ નથી જે s ની આમૂલ ધરી છે એક અને સે બે અને તે સમતુલાનું વર્તુળ નહીં હોય વર્તુળનો આયન એટલે જ આપણે કહ્યું છે કે k એક બાદબાકીની બરાબર ન હોવો જોઈએ,

તેથી તે પ્રથમ પ્રકારનો વર્તુળનો પરિવાર હતો અન્ય પ્રકારનો વર્તુળનો પરિવાર, ચાલો કહીએ કે જો આપણને વર્તુળનો અવિભાજ્ય શૂન્ય સમાન આપવામાં આવે તો તો ચાલો તે આ સમીકરણ દ્વારા આપવામાં આવે અને ચાલો કહીએ કે આપણી પાસે એક સીધી રેખા 1 છે જે આ સમીકરણ દ્વારા આપવામાં આવી છે

તેથી આ બે આપણને આપવામાં આવ્યા છે અને ચાલો કહીએ કે આ બે આ સીધી રેખા અને આ વર્તુળ બે બિંદુઓ પર છેડે છે અથવા તેઓ માત્ર એક બિંદુ પર પણ સ્પર્શ કરી શકે છે અને પછી આપણે તે બધા વર્તુળોના સમીકરણમાં રસ ધરાવીએ છીએ જે આંતરછેદના આ બિંદુઓમાંથી પસાર થાય છે જે આ આપેલ વર્તુળના મુખ્ય ભાગના આંતરછેદના બિંદુઓમાંથી પસાર થાય છે અને આ સીધી રેખા આપેલ સીધી રેખા 1 હવે તે સ્પષ્ટ છે કે જો આપણી પાસે બીજું કોઈ વર્તુળ હોય તો ચાલો કહીએ કે આપણી પાસે બીજું કોઈ વર્તુળ છે જે આંતરછેદના આ બે બિંદુઓમાંથી પણ પસાર થાય છે, તો તે સ્પષ્ટ છે કે આમૂલ ધરી છે

તેથી આ સામાન્ય વર્તુળ સમાન છે.

શૂન્ય માટે તો તે સ્પષ્ટ છે કે આ વર્તુળ s અને આપેલ વર્તુળ s અવિભાજ્ય વચ્ચેની આમૂલ ધરી આ સીધી રેખા હોવી જોઈએ તેથી s સમાન શૂન્ય અને s અવિભાજ્ય શૂન્યની વચ્ચેની આમૂલ ધરી

1 શૂન્યની બરાબર હોવી જોઈએ આ કારણ છે કે સીધી રેખા 1 આંતરછેદના આ બે બિંદુઓને જોડે છે

તેથી આ સીધી રેખા આ આપેલ વર્તુળના પ્રાથમને આ બે બિંદુઓ પર છેડે છે p અને q હવે જો આપણી પાસે શૂન્ય સમાન અન્ય કોઈ વર્તુળ s હોય જે આ બે બિંદુઓમાંથી પણ પસાર થાય તો તે સ્પષ્ટ છે કે આ બે બિંદુઓને જોડતી સીધી રેખા s બરાબર શૂન્ય અને s અવિભાજ્ય સમાન શૂન્ય વચ્ચેની આમૂલ ધરી હોવી જોઈએ પરંતુ બે બિંદુઓને જોડતી એક અનન્ય રેખા હંમેશા હોય છે

તેથી આ સીધી રેખા આ સીધી રેખાના સમીકરણ b સિવાય બીજું કંઈ ન હતી.

આ સમીકરણ સિવાય બીજું કંઈ હોવું જોઈએ નહીં.

uation પછી s માઈનસ s અવિભાજ્ય આ સમીકરણ આપશે પણ પછી આ સમીકરણ સીધી રેખા 1 ના આ સમીકરણ સિવાય બીજું કંઈ જ હોવું જોઈએ,

કારણ કે આ બે સમીકરણો સમાન હોવા જોઈએ ત્યાં av અસ્તિત્વમાં હોવા જોઈએ શૂન્યની બરાબર નહીં જેમ કે જો આપણે આ સીધી ગુણાકાર કરીએ આ q દ્વારા રેખા સમીકરણ આપણે બરાબર s માઈનસ s અવિભાજ્ય માટે સમીકરણ મેળવવું જોઈએ જે આ છે કારણ કે અમે દલીલ કરી છે કે આ બંને એક જ સીધી રેખાને રજૂ કરે છે

તેથી જ્યારે તમે આને q વડે ગુણાકાર કરો ત્યારે આપણને મળે છે અને હવે આપણે પદ દ્વારા પદની સમાનતા કરી શકીએ છીએ.

મૂળભૂત રીતે ગુણાંક દ્વારા ગુણાંક કારણ કે આ સમીકરણ અને આ સમીકરણ સમાન છે અને

તેથી q એવું હોવું જોઈએ કે mq બે ગુણ્યા g માઈનસ g પ્રાથમ nq બરાબર હોવું જોઈએ f માઈનસ f પ્રાથમ nq બરાબર હોવું જોઈએ અને pq c ઓછા c ની બરાબર હોવું જોઈએ આ સમીકરણમાંથી આ ત્રણ સમીકરણોમાંથી પ્રાથમ મળે છે અહીંથી આપણને બે g બરાબર બે g પ્રાથમ વત્તા mq મળે છે અહીંથી આપણને બે f બરાબર બે f પ્રાથમ વત્તા n ક્યુબ મળે છે અને અહીંથી આપણને c બરાબર c પ્રાથમ વત્તા p મળે છે q હવે વર્તુળોના પરિવારના સામાન્ય સમીકરણ પર પાછા

જઈએ તો આપણે આ સમીકરણમાં બે g બે f અને c માટે આ સમીકરણો બદલીએ છીએ અને આપણને s બરાબર x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા મળે છે તેના બદલે આપણે બે g પ્રાથમ વત્તા mq લખીએ છીએ.

x વત્તા 2 f પ્રાથમ વત્તા nq માં y વત્તા c પ્રાથમ વત્તા pq બરાબર 0.

અને પછી જો આપણે શબ્દોને અલગ કરીએ તો આપણે આ અભિવ્યક્તિને x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા ટુ g પ્રાથમ x વત્તા બે f પ્રાથમ y વત્તા c તરીકે લખી શકીએ છીએ અવિભાજ્ય વત્તા q માં mx વત્તા ny વત્તા p બરાબર શૂન્ય પરંતુ નોંધ લો કે આ બીજું

કંઈ નથી પણ s પ્રાથમ આ બહુપદીનો અવિભાજ્ય છે અને આ પ્રથમ ડિગ્રી બહુપદી 1 છે અને તેથી આપણા માટે સામાન્ય સમીકરણ આવા તમામ વર્તુળો s અવિભાજ્ય વત્તા q_1 બને છે.

શૂન્ય બરાબર છે

તેથી s બરાબર s પ્રાથમ વત્તા q_1 શૂન્ય બરાબર છે

તેથી જેમ આપણે આ q બદલીએ છીએ

તેથી q અહીં વાસ્તવિક મૂલ્ય છે કારણ કે આપણે ત્રાંસી બદલીએ છીએ તેમ આપણને વર્તુળોના આ પરિવારમાંથી જુદા જુદા વર્તુળો મળે છે જે આ બે બિંદુઓ p અને q માંથી પસાર થશે જ્યાં p અને q હતા

આપેલ સીધી રેખા સાથે આપેલ વર્તુળના મુખ્ય ભાગના આંતરછેદના બિંદુઓ 1 વર્તુળોના અન્ય કુટુંબની ગણતરી કરી શકાય છે ધારો કે જો આપણી પાસે બે આપેલ બિંદુઓ x એક y એક અને x બે y બે હોય અને એવું કહેવાય છે કે આપણે શોધવા માંગીએ છીએ તે બધા વર્તુળોનું સમીકરણ અથવા તે બધા વર્તુળોનું સામાન્ય સમીકરણ જે આ બે બિંદુઓમાંથી પસાર થાય છે, જેથી જ્યાં સુધી આ બે બિંદુઓ એકસરખા ન હોય ત્યાં સુધી અનંત ઘણા વર્તુળો છે જે આ બંને બિંદુઓમાંથી પસાર થશે, આપણે સામાન્ય સમીકરણ કેવી રીતે શોધી શકીએ? આ બધા વર્તુળોમાંથી આપણે શું કરી શકીએ તે કરવા માટે આપણે નીચેના વર્તુળને ધ્યાનમાં લઈ શકીએ જેથી આપણે આ બે બિંદુઓને જોડીએ અને આપણે આ રેખાખંડનો મધ્યબિંદુ શોધીએ જ્યારે મધ્યબિંદુના કોઓર્ડિનેટ્સ x એક વત્તા x બે બાય બે ny હશે એક વત્તા y બે બાય બે અને આપણે આ રેખાખંડની અડધી લંબાઈ જેટલી ત્રિજ્યા સાથે વર્તુળ બનાવીએ છીએ તે સ્પષ્ટપણે વર્તુળ આ બંને બિંદુઓને સ્પર્શશે અથવા પસાર થશે

તેથી બિંદુઓને p અને qs થવા દો o p અને q માંથી આપણને બીજું મળે છે આપણને આ વર્તુળનું સમીકરણ મળે છે

તેથી ચાલો આને સૂચવીશું આપણે વર્તુળના સમીકરણની સરળતાથી ગણતરી કરી શકીએ છીએ અને આ વર્તુળને s અવિભાજ્ય કહીએ છીએ

તેથી આ વર્તુળ ફક્ત સમીકરણ દ્વારા આપવામાં આવશે.

x ઓછા કેન્દ્રના છિદ્રો x કેન્દ્રનો સંકલન x ઓછા x કેન્દ્રનો સમન્વય સમગ્ર ચોરસ વત્તા કેન્દ્રનો y ઓછા y સંકલન આખો ચોરસ ચોરસ ત્રિજ્યા જેટલો હોવો જોઈએ હવે ચોરસ ત્રિજ્યા ચોરસ વ્યાસનો ચોથો ભાગ છે અને ચોરસ વ્યાસ એ બીજું કંઈ નથી પરંતુ p અને q બિંદુઓ વચ્ચેનું ચોરસ અંતર છે જે x એક ઓછા x બે આખા ચોરસ વત્તા y એક ઓછા y બે આખા ચોરસ દ્વારા આપવામાં આવે છે

તેથી આ સરળ છે

તેથી જો આપણે આ શબ્દને આ બાજુ પર લાવીએ તો એક બાદબાકી હશે અહીં અને પછી શૂન્યની બરાબર

તેથી આ ચોરસ વત્તા આ ચોરસ ઓછા આ વસ્તુ શૂન્યની બરાબર

તેથી આ વર્તુળનું સમીકરણ સ્પષ્ટપણે આ છે આ ક્ષણ આપણે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ તે ક્ષણ જે આપણને આ બે બિંદુઓ આપવામાં આવે છે તે ઓટોમેટિક છે $11y$ વ્યાખ્યાયિત કરેલ છે અને આપણે એ પણ જોઈએ છીએ કે જો આપણે આ જોઈશું તો ચાલો આ સીધી રેખાને p અને q સાથે જોડતી લંબાવીએ

તેથી આ રેખાનું સમીકરણ કહીએ કે તેને 1 વડે રજૂ કરશે કહેશે કે સીધી રેખાનું સમીકરણ 1 શૂન્ય સમાન છે અને તે સીધી રેખા સમીકરણ શોધવાનું પણ સરળ છે કારણ કે આહ

તેથી આ સીધી રેખા સમીકરણ આપવામાં આવશે y એક બાદબાકી y એક બાય x ઓછા x એક બરાબર y એક ઓછા y 2 બાય x 1 ઓછા x 2 અને જે આપી શકે છે x માઇનસ x 1 માં y એક ઓછા y બે વત્તા y ઓછા y એક માં x બે ઓછા x એક શૂન્ય થાય છે

તેથી ચાલો કહીએ કે આ આપણું 1 છે

તેથી 1

તેથી 1

x અને y માં આ સિંગલ ડિગ્રી બહુપદી સમાન છે અને તે શૂન્યની બરાબર છે

તેથી હવે આપણી પાસે જે છે તે છે આપણી પાસે એક વર્તુળનો અવિભાજ્ય શૂન્ય બરાબર છે આપણી પાસે એક સીધી રેખા છે 1 શૂન્યની બરાબર અને આપણે જાણીએ છીએ કે આ સીધી રેખા અને આ વર્તુળ આ બે બિંદુઓ પર છેદે છે

તેથી આવશ્યકપણે આપણી પાસે અહીં શું છે અમે તે બધા વર્તુળોના સમીકરણ શોધવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યા છીએ બધા વર્તુળોનું સામાન્ય સમીકરણ જે આ વર્તુળના અવિભાજ્ય શૂન્ય સમાન છે અને આ સીધી રેખા 1 શૂન્યની બરાબર છે કારણ કે આ વર્તુળનું અવિભાજ્ય શૂન્ય સમાન છે તે આ સીધી રેખાને બરાબર આ બે બિંદુઓ પર છેદે છે.

અને q જે અમને આપવામાં આવ્યું છે તે અમે જે રીતે આ વર્તુળનું મુખ્ય નિર્માણ કર્યું છે તેના કારણે છે

અને અમે p અને q માંથી પસાર થતા તમામ સર્કિટના સામાન્ય સમીકરણ શોધવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યા છીએ તે સામાન્ય શોધવા જેવું જ છે.

તે બધા વર્તુળોનું સમીકરણ કે જે શૂન્યના અવિભાજ્ય સમાન અને સીધી રેખા 1 સમાન શૂન્યના આંતરછેદના બિંદુમાંથી પસાર થાય છે અને આ કંઈક છે જે આપણે અગાઉની સ્લાઇડમાં પહેલેથી જ કર્યું છે જ્યાં આપણે કહ્યું હતું કે સામાન્ય સમીકરણ બધા વર્તુળો s પ્રાથમ વત્તા k_1 બરાબર શૂન્ય દ્વારા આપવામાં આવે છે જ્યાં k એ વાસ્તવિક મૂલ્ય છે

તેથી આપણે આ રીતે મેળવી શકીએ છીએ

તેથી હવે આપણે ફક્ત આ s પ્રાથમને આ ડાબા હાથના s સાથે બદલવા પડશે આ સમીકરણને ધ્યાનમાં લો તો આ મૂળભૂત રીતે x ઓછા x એક વત્તા x બે બાય બે આખા ચોરસ વત્તા y ઓછા y એક વત્તા y બે બાય બે આખા ચોરસ ઓછા x એક ઓછા x બે આખા ચોરસ વત્તા y એક ઓછા y બે આખા ચોરસ બાય ચાર બનશે આ વસ્તુ વત્તા k ગુણ્યા આ અભિવ્યક્તિ

તેથી k ગુણ્યા આ વસ્તુ વત્તા આ આહ આ બહુપદી s અવિભાજ્ય માટે

તેથી s અવિભાજ્ય માટે બહુપદી આ એક વત્તા k ગુણ્યા સીધી રેખા 1 માટે સિંગલ ડિગ્રી બહુપદી છે તેથી આ વત્તા k ગુણ્યા આની બરાબર હોવી જોઈએ શૂન્ય ની બરાબર હોવી જોઈએ તેથી આ એવા તમામ વર્તુળોનું સમીકરણ છે જે આ બે આપેલ બિંદુઓમાંથી પસાર થશે x એક વાય એક અને x બે વાય બે અને k વાસ્તવિક મૂલ્યવાન છે

તેથી આપણે k ને બદલતા રહી શકીએ છીએ અને આપણે વિવિધ મેળવવાનું ચાલુ રાખી શકીએ છીએ જુદા જુદા વર્તુળો આપણે હમણાં જે ચર્ચા કરી છે તે સમજાવવા માટે આ ઉદાહરણ લઈએ તો ચાલો કહીએ કે આપણી પાસે બે બિંદુઓ છે જે બે અલ્પવિરામ 0 છે અને બીજો બિંદુ q છે જે 6 અલ્પવિરામ ઓછા 4 છે અને આપણે તે બધાનું સામાન્ય સમીકરણ શોધવા માંગીએ છીએ.

વર્તુળો આ બે બિંદુઓમાંથી પસાર થાય છે આ આ બે બિંદુઓને જોડતી સીધી રેખા છે મધ્યબિંદુ આ બિંદુ છે o જેના કોઓર્ડિનેટ્સ ચાર અલ્પવિરામ ઓછા બે છે સ્પષ્ટપણે આ અંતર op આઠના વર્ગમૂળ બરાબર છે અને

તેથી જો આપણે કેન્દ્ર સાથે વર્તુળ દોરીએ જેમ o ત્રિજ્યા આઠનું વર્ગમૂળ છે

તેથી તે વર્તુળ કંઈક આના જેવું હશે અને સ્પષ્ટ છે કે આ બે બિંદુઓ તે વર્તુળ પર આવેલા હશે કારણ કે આપણે ત્રિજ્યા મૂળ આઠની બરાબર હોવાનું પસંદ કર્યું છે

જે આ લંબાઈનો અડધો છે અને અમે પસંદ કર્યું છે.

આ રેખાખંડનું કેન્દ્ર આ વર્તુળનું કેન્દ્ર બનવા માટે આ રેખાખંડનું મધ્યબિંદુ હોવું જોઈએ જેથી સ્પષ્ટપણે p અને q આ વર્તુળ પર આના ડાયમેટ્રિકલી વિરુદ્ધ છેડે આવેલા હશે

તેથી pq એ વ્યાસ હશે અને આ વર્તુળનું સમીકરણ s અવિભાજ્ય આપવામાં આવશે x માઈનસ ચાર આખા ચોરસ વત્તા y વત્તા બે આખો ચોરસ એ ત્રિજ્યાનો ચોરસ છે જે આઠ છે

તેથી આ આ વર્તુળનું સમીકરણ છે જે સિમ હોઈ શકે છે માફ કરશો તો આ વર્તુળનું સમીકરણ છે પરંતુ આને s લખવામાં સરળ બનાવી શકાય છે કારણ કે તેને s અવિભાજ્ય બરાબર x ઓછા ચાર આખા ચોરસ વત્તા y વત્તા બે આખા ચોરસ ઓછા આઠ બરાબર શૂન્ય એટલે x ચોરસ વત્તા y તરીકે લખી શકાય છે ચોરસ ઓછા આઠ y વત્તા x ચોરસ વત્તા y ચોરસ ઓછા આઠ x વત્તા ચાર y વત્તા બાર બરાબર શૂન્ય

તેથી આ આ વર્તુળનું સમીકરણ છે તેવી જ રીતે p અને q ને જોડતી આ સીધી રેખાના સમીકરણને લખવું બહુ મુશ્કેલ નથી.

બે બિંદુઓ p અને q ને જોડતી આ સીધી રેખાનું સમીકરણ y ઓછા શૂન્ય વડે ભાગ્યા x ઓછા બે બરાબર જે માઈનસ એક છે અને

તેથી આ સીધી રેખાનું સમીકરણ x વત્તા y ઓછા બે બરાબર શૂન્ય છે

તેથી આ સીધી રેખા 1 બરાબર x વત્તા y માઈનસ બે બરાબર શૂન્ય અને હવે અમે જાણીએ છીએ કે આ વર્તુળ મુખ્ય છે અને આ સીધી રેખા 1 ડિઝાઇન દ્વારા તેઓ આ બે બિંદુઓ પર છેડે છે

તેથી અમે આવશ્યકપણે ઓ શોધવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યા છીએ કુટુંબ અથવા વર્તુળોના પરિવારના તે બધા વર્તુળોનું સમીકરણ કે જે આ વર્તુળના અવિભાજ્ય શૂન્ય સમાન અને સીધી રેખા 1 સમાન શૂન્યના આંતરછેદના બિંદુમાંથી પસાર થાય છે જે આ સામાન્ય સમીકરણ દ્વારા આપવામાં આવે છે s બરાબર s પ્રાઇમ વત્તા $k1$ બરાબર શૂન્ય જે આપણે અહીં s અવિભાજ્ય અને 1 માટે બહુપદીને બદલીએ તો આપણને મળશે x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા k ઓછા આઠ x વત્તા k વત્તા ચાર y વત્તા બાર ઓછા બે k બરાબર શૂન્ય

તેથી આ સામાન્ય સમીકરણ છે આવા તમામ વર્તુળોમાંથી જે આ બંને બિંદુઓમાંથી પસાર થશે અને કોઈ તેને પણ ચકાસી શકે છે

તેથી આ સામાન્ય સમીકરણ છે જે આપણે તે બધા વર્તુળો માટે શોધી કાઢ્યું છે જે બિંદુઓ p માંથી પસાર થશે બે અલ્પવિરામ શૂન્ય અને q છ અલ્પવિરામ ઓછા ચાર

તેથી સ્પષ્ટપણે આ વર્તુળનું સમીકરણ છે કારણ કે ત્યાં x ગુણ્યા y નો કોઈ ગુણાંક નથી xy નો ગુણાંક શૂન્ય છે અને s ચોરસ અને y વર્ગનો ગુણાંક સમાન આગળ g ચોરસ વત્તા f ચોરસ ઓછા c છે k ઓછા આઠ આખા ચોરસ બાય ચાર વત્તા k વત્તા ચાર આખા ચોરસ બાય ચાર ઓછા બાર ઓછા બે k અને જે બે k ચોરસ ઓછા $8k$ વત્તા 80 ઓછા 48 વત્તા આઠ k ને ચાર વડે ભાગ્યા જે બે k ચોરસ વત્તા બરાબર છે બત્રીસ બાય ચાર જે શૂન્ય કરતાં સખત રીતે મોટો છે

તેથી સ્પષ્ટપણે આ અમુક વર્તુળનું સમીકરણ હોવું જોઈએ હવે ચાલો આપણે એ પણ જોઈએ કે આ બે બિંદુઓ ખરેખર આ વર્તુળ પર આવેલા છે કે કેમ

તેથી જો આપણે આ બિંદુ બે અલ્પવિરામ શૂન્ય પર આવેલું છે તે તપાસવા માટે બદલીએ.

વર્તુળ x બરાબર બે y બરાબર શૂન્યને ડાબી બાજુએ મૂકશે અને જોશે કે આ બહુપદીનું સમીકરણ x બરાબર બે અને y બરાબર શૂન્ય છે કે કેમ તે શૂન્યનું મૂલ્યાંકન કરે છે કે નહીં

તેથી આ બહુપદીનું મૂલ્ય આના મૂલ્ય પર x બરાબર બે અને y બરાબર 0 સાથેની બહુપદી 4 વત્તા 0 વત્તા k ઓછા 8 ગુણ્યા 2 વત્તા 12 ઓછા $2k$ જે બરાબર 4 વત્તા $2k$ ઓછા 16 વત્તા 12 ઓછા $2k$ હશે

તેથી આ $2k$ થાય છે અને 4 વત્તા બાર સોળ ઓછા સોળ એટલે શૂન્ય સે o ખરેખર ડાબી બાજુ એહ મૂળભૂત રીતે આ બહુપદીનું મૂલ્યાંકન શૂન્યમાં થાય છે જેનો અર્થ છે કે આ બિંદુ

શૂન્યની બરાબર આ વર્તુળ પર આવેલો છે જેનો અર્થ છે કે અથવા આપણે k નું ગમે તે મૂલ્ય પસંદ કરીએ, પછી ભલેને આપણે k નું ગમે તે મૂલ્ય પસંદ કરીએ તો આપણને થોડું મળે છે.

વર્તુળ અને તે વર્તુળ આ બિંદુમાંથી પસાર થશે બે અલ્પવિરામ શૂન્ય અને સમાન વસ્તુ આપણને મળશે જો આપણે આ સમીકરણને આ બિંદુ છ અલ્પવિરામ ઓછા ચાર સાથે ચકાસીએ તો તેની સાથે આપણે આ વ્યાખ્યાન હવે પછીના લેક્ચરમાં સમાપ્ત કરીશું આપણે એક પણ લઈશું.

વધુ બાકી રહેલા કેસ જ્યાં અમે વર્તુળોના પરિવારને શોધવાનો પ્રયાસ કરીશું અને પછી અમે અગાઉની પરીક્ષાઓના વર્તુળોના

વધુ બાકી રહેલા કેસ જ્યાં અમે વર્તુળોના પરિવારને શોધવાનો પ્રયાસ કરીશું અને પછી અમે અગાઉની પરીક્ષાઓના વર્તુળોના

પરિવાર પર કેટલીક પડકારરૂપ સમસ્યાઓ હલ કરવાની પ્રયાસ કરીશું આભાર

Prutor@iITK