

વર્તુળોના 11 ના વ્યાખ્યાનમાં સ્વાગત છે

તેથી આ વ્યાખ્યાનમાં આપણે બે વર્તુળો એકબીજાને છેદવાની શરત મેળવતા આહ સાથે પ્રારંભ કરીશું જેથી આપણે તે સ્થિતિ વધુ સખતાઈ સાથે મેળવીશું જો આપણે અગાઉના વ્યાખ્યાનમાં કહ્યું હતું કે જો આપણે યાદ કરીએ તો બે વર્તુળોના કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર ત્રિજ્યાના સરવાળા કરતાં ઓછું છે અને જો બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું આ અંતર ત્રિજ્યાના સંપૂર્ણ તફાવત કરતાં પણ વધારે હોય તો આ શરત હેઠળ અમે કહ્યું હતું કે બે વર્તુળો બે પર છેદે છે.

પોઈન્ટ્સ જો કે આપણે આટલું સખત રીતે આગળ વધવું બતાવ્યું ન હતું,

તેથી જો આપણે યાદ કરીએ તો આપણે કહ્યું હતું કે જો બે વર્તુળો હોય તો  $s$  એક શૂન્યના બરાબર અને  $s$  બે શૂન્યના બરાબર અને ચાલો કહીએ કે આ વર્તુળની ત્રિજ્યા શૂન્યની બરાબર છે  $r$  એક છે અને કેન્દ્ર આ બિંદુ  $o$  એક છે અને ચાલો કહીએ કે સમીકરણ  $s$  બે શૂન્ય દ્વારા આપવામાં આવેલ આ વર્તુળમાં ત્રિજ્યા  $r$  બે છે અને કેન્દ્ર  $o$  બે છે તો અમે આ ટિપ્પણી કરી હતી કે જો અંતર બે કેન્દ્રો વચ્ચેનો  $ce$  ત્રિજ્યાના સરવાળા કરતાં ઓછો છે અને જો તે બે વર્તુળોની ત્રિજ્યા વચ્ચેના સંપૂર્ણ તફાવત કરતાં મોટો છે, તેથી જ્યારે આ સ્થિતિ થાય છે ત્યારે અમે કહ્યું કે બે વર્તુળો બરાબર બે બિંદુઓ પર છેદે છે અને અમે પણ કહ્યું અમે પણ કહ્યું કે જો આમ હોય તો જો આ સ્થિતિ થાય તો બે વર્તુળો બે બિંદુઓ પર છેદે છે અમે અમ પણ કહ્યું કે જો બે વર્તુળો વચ્ચેનું અંતર ત્રિજ્યાના સરવાળા જેટલું હોય તો બે વર્તુળો એકબીજાને બાહ્ય રીતે સ્પર્શે છે.

બરાબર એક બિંદુ અમે એ પણ કહ્યું કે જો બે વર્તુળોના કેન્દ્રો વચ્ચેનું આ અંતર ત્રિજ્યાના તફાવતના ચોક્કસ મૂલ્ય જેટલું હોય તો તે કિસ્સામાં બે વર્તુળો

આંતરિક રીતે એકબીજાને સ્પર્શે છે

તેથી અમે આ આહને ઉદાહરણ દ્વારા સમજાવ્યું હતું

તેથી અમે વર્તુળો દોર્યા છે અને બતાવ્યું છે કે આ પરિસ્થિતિઓ કેવી રીતે ઊભી થઈ શકે છે પરંતુ અમે આ નિવેદનોને ઔપચારિક રીતે અથવા સખત રીતે સાબિત કરી શક્યા નથી

તેથી હવે અમે તે કરવાનો પ્રયાસ કરીશું

તેથી ચાલો કહીએ ટોપી આ બે વર્તુળો છે

તેથી આપણી પાસે આ છે આ વર્તુળ પ્રથમ વર્તુળનું સમીકરણ છે જે  $s$  દ્વારા આપેલ છે શૂન્ય બરાબર છે અને એક કેન્દ્ર ધરાવે છે અને ચાલો કહીએ કે આ બીજું વર્તુળ છે  $s$  બે શૂન્ય બરાબર

તેથી પછીની ચર્ચામાં આપણે કરીશું ધારો કે સામાન્યતા ગુમાવ્યા વિના આપણે માની લઈશું કે પ્રથમ વર્તુળની ત્રિજ્યા બીજા વર્તુળની ત્રિજ્યા કરતા વધારે છે અથવા તે બીજા વર્તુળની ત્રિજ્યા જેટલી પણ હોઈ શકે છે, ચાલો આપણે બીજા વર્તુળના આ કેન્દ્રને  $o_2$  દ્વારા દર્શાવીએ અને તે કિસ્સામાં આ રેખાખંડની લંબાઈ  $d$   $o_1o_2$  છે આ તે બિંદુઓમાંથી એક છે જ્યાં આ બે વર્તુળોની સ્પર્શ  $p$  દ્વારા સૂચવવામાં આવશે અને  $o$  એક અને  $o$  બેને આ  $p$  સાથે જોડશે હવે ચાલો આપણે તપાસ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ કે જો અથવા આપણે કહીએ તો શું થાય છે કઈ પરિસ્થિતિમાં એવું થશે કે આ બે વર્તુળો એકબીજાને બરાબર એક બિંદુએ સ્પર્શ કરશે

તેથી જો આપણે પણ અમારા અગાઉના પ્રવચનો ફરીથી યાદ કરીએ તો ચાલો કહીએ કે આ બિંદુ એકના કોઓર્ડિનેટ્સ જે કેન્દ્ર છે.

પ્રથમ વર્તુળના  $r$  એ  $ab$  છે અને ચાલો કહીએ કે બીજા વર્તુળના કેન્દ્રના કોઓર્ડિનેટ્સ  $c$  અલ્પવિરામ  $d$  છે તો એક  $p$  ની લંબાઈ દેખીતી રીતે  $r$   $o$  બે  $p$  ની લંબાઈ  $r$  બે છે અને ચાલો કહીએ કે આના કોઓર્ડિનેટ્સ બિંદુ  $p$  એ  $x$  અને  $y$  દ્વારા સૂચવવામાં આવે છે અને પછી આપણે અને એ પણ કહ્યું કે ચાલો આપણે કહીએ કે ચાલો આપણે કહીએ કે આ લીલી ટપકાંવાળી રેખા  $x$  અક્ષની સમાંતર છે અને તે જ રીતે આ લીલા ટપકાંવાળી રેખા પણ છે અને ચાલો કહીએ કે આ ખૂણો  $x$  અક્ષના સંદર્ભમાં એક  $p$

તેથી આ ખૂણો થિટા છે તેવી જ રીતે  $o$  થી  $po$  બે  $p$  નો ખૂણો લીલી ડોટેડ રેખાના સંદર્ભમાં ચાલો આપણે કહીએ કે તે  $\phi$  દ્વારા સૂચવવામાં આવે છે આપણે આ લીલા પર  $o$  બે થી કાટખૂણે પણ ડ્રોપ કરીએ છીએ ટપકાંવાળી રેખા

તેથી આ કાટખૂણે આ બિંદુને  $m$  વડે સૂચવીએ જ્યાં કાટખૂણે લીલા ટપકાંવાળી રેખાને મળે છે તે સ્પષ્ટ છે કે જો આપણે આ બિંદુ  $x$

લખી શકીએ તો આ બિંદુ  $p$  ના કોઓર્ડિનેટ્સ બંનેના સંદર્ભમાં ધ્રુવીય સ્વરૂપમાં લખી શકાય.

વર્તુળો જેથી જ્યારે આપણે આ  $p$  લખીએ પ્રથમ વર્તુળના સંદર્ભમાં આ બિંદુ  $p$  ના કોઓર્ડિનેટ્સ  $p$  ને ધ્રુવીય સ્વરૂપમાં ઓન્ટ કરો આપણે જોઈએ છીએ કે  $x$  એ એક વત્તા આર વન કોસ થીટા બરાબર છે અને  $y$  એ  $b$  વત્તા આર વન  $\sin$  થીટા સમાન છે તે જ રીતે  $x$  અને  $y$  શબ્દોમાં વ્યક્ત કરી શકાય છે

બીજા વર્તુળના સંદર્ભમાં ધ્રુવીય સ્વરૂપનું કે જેમાં  $x$  એ  $c$  વત્તા  $r$  બે  $\cos \phi$   $y$  છે  $d$  વત્તા  $r$  બે  $\sin \phi$  હવે આપણે આ અને આ સમીકરણ અને આ અને આ સમીકરણને સરખાવી શકીએ છીએ જેના દ્વારા આપણને એ વત્તા  $r$  મળે છે વન કોસ થીટા એ સી વત્તા આર ટુ કોસ ફી અને બી વત્તા આર વન સીન થીટા બરાબર ડી વત્તા આર ટુ સીન ફી હવે કારણ કે આપણે ધાર્યું છે કે આર વન આર બે કરતા મોટો છે આપણે શું કરીશું વિલ આને આ બાજુએ લઈ જશે

તેથી આપણને આર વન કોસ થીટા સી માઈનસ એ પ્લસ આર ટુ કોસ ફી અને આર વન સીન થીટા એ ડી માઈનસ બી વત્તા આર ટુ સીન ફી મળે છે અને હવે આપણે આ સમીકરણમાં આ સમીકરણનો વર્ગ કરી શકીએ છીએ અને ઉમેરી શકીએ છીએ તેમને ઉપર કરો તેથી જ્યારે આપણે આ બે સમીકરણોનો વર્ગ કરીએ છીએ અને તેમને ઉમેરીએ છીએ ત્યારે આપણને  $r$  એક ચોરસ  $\cos$  ચોરસ થીટા વત્તા ચોરસ મળે છે આ ડાબી બાજુ  $r$  એક ચોરસ પાપ ચોરસ થીટા આના ચોરસ વત્તા આનો ચોરસ જે  $c$  માઈનસ આ વસ્તુના ચોરસ છે આ શબ્દ છે  $c$  ઓછા  $a$  ચોરસ વત્તા  $r$  બે ચોરસ  $\cos$  ચોરસ  $\phi$  વત્તા બે  $c$  ઓછા  $AR$  બે  $\cos \phi$  અને પછી આ ચોક્કસ શબ્દનો ચોરસ અહીં છે  $d$  માઈનસ  $b$  આખો ચોરસ વત્તા  $r$  બે ચોરસ સાઈન ચોરસ  $\phi$  વત્તા બે માં  $d$  ઓછા  $b$  માં  $r$  ટુ  $\sin \phi$  અને જો આપણે એ હકીકતનો ઉપયોગ કરીને સરળ બનાવવું હોય કે  $\cos$  ચોરસ થીટા પ્લસ  $\sin$  સ્કવેર થીટા એ કોઈપણ થીટા માટે એક છે અને તેવી જ રીતે  $\cos$  સ્કવેર ફી વત્તા  $\sin$  સ્કવેર ફી પણ એક છે આપણે તે હકીકતનો ઉપયોગ કરીએ છીએ તો આપણને મળે છે  $r$  એક ચોરસ છે  $c$  ઓછા  $a$  ચોરસ વત્તા  $d$  ઓછા  $b$  ચોરસ વત્તા  $r$  બે ચોરસ વત્તા બે  $r$  બે માં  $c$  માઈનસ  $a$   $\cos \phi$  વત્તા  $d$  ઓછા  $b$   $\sin \phi$  હવે  $c$  ઓછા  $a$  આખો ચોરસ વત્તા  $d$  ઓછા  $b$  આખો ચોરસ

તેથી  $cc$  ઓછા  $a$  આખો ચોરસ વત્તા  $d$  ઓછા  $b$  આખો ચોરસ એ બે કેન્દ્રો વચ્ચેના અંતરની આની ચોરસ લંબાઈ સિવાય બીજું કંઈ નથી

જેને આપણે ડી દ્વારા દર્શાવી શકીએ છીએ ચોરસ કરો એક  $o$  બે ચોરસ અને ચાલો કહીએ કે અહીં આપણે આ પદ માટે કોઈ બે પર  $d$  વડે ગુણાકાર અને ભાગાકાર કરીએ છીએ અને ત્યાં મેળવીએ છીએ આપણે અહીં એક ઓ બે મૂકી શકીએ છીએ અને પછી આપણે આ બે પદોમાં એક ઓ બે મૂકી શકીએ છીએ આખરે આપણને મળે છે  $r$  એક ચોરસ છે  $r$  બે ચોરસ વત્તા  $o$  એક  $o$  બે ચોરસ વત્તા બે  $r$  બે  $o$  એક  $o$  બે વખત  $c$  ઓછા  $a$  બાય  $d$  એક  $o$  બે માં  $\cos \phi$  વત્તા  $d$  ઓછા  $b$  બાય  $d$  એક  $o$  બે  $\sin \phi$  તો ચાલો આપણે જોઈએ છીએ કે આ બે શબ્દો શું છે તમે આ જાણો છો

$o$  એક  $o$  બે  $m$  પછી આપણે જોઈએ છીએ કે  $o$  એક  $m$  એ બીજું કંઈ નથી પણ  $c$  ઓછા  $ao$  બે  $m$  બીજું કંઈ નથી પણ  $d$  ઓછા  $b$  છે અને ચાલો આપણે આ ખૂણો એમ  $o_1$   $o_2$  સૂચવીએ તો આ કોણ કયો છે ચાલો આપણે તેને આલ્ફા વડે દર્શાવીએ.

તે સહેલાઈથી જોઈ શકાય છે કે  $c$  માઈનસ  $a$  ભાગ્યા  $d$  વડે એક  $o$  બે એ બીજું કંઈ નથી પણ  $\cos \alpha$  અને  $d$  ઓછા  $b$  ભાગ્યા  $do$  એ એ સાઈન આલ્ફા  $s$  છે.

$o$  જો આપણે ઉપયોગ કરીએ કે આપણે આ કોસ આલ્ફા અને આ સાઈન આલ્ફા તરીકે મેળવીએ છીએ અને તેથી આપણી પાસે આ અભિવ્યક્તિ છે પરંતુ આ કોસ બી પ્લસ સીન એ સીન બી સ્વરૂપનું છે અને આ ફી માઈનસ આલ્ફાના કોસ સિવાય બીજું કંઈ નથી.

તે પણ સ્પષ્ટ છે કે આલ્ફાનું મૂલ્ય બે વર્તુળોના કેન્દ્રોના કોઓર્ડિનેટ્સ સિવાય કંઈપણ પર આધાર રાખે છે જે આપણને આપવામાં આવે છે

તેથી આલ્ફા આપણને ઓળખાય છે

તેથી જે આપણા માટે અજાણ છે તે ફી અને થીટાનું મૂલ્ય છે કારણ કે આપણે ખબર નથી અમે બે વર્તુળોના આંતરછેદના બિંદુઓને બરાબર જાણતા નથી અને તે માટે જ અમારો પ્રયાસ એક પદ્ધતિ ઘડી કાઢવાનો છે અમારો પ્રયાસ અહીં છેદના બિંદુઓને લાક્ષણિકતા આપવા માટેની પદ્ધતિ શોધવાનો છે

જેથી બિંદુઓ આંતરછેદ આ બે ધ્રુવીય સ્વરૂપો દ્વારા આપવામાં આવ્યું હતું

તેથી જે ક્ષણે આપણે આહ શોધી શકીએ છીએ તે ફી અથવા થીટામાંથી સ્પષ્ટ છે

તેથી આપણે અહીં થીટાનું અનુકરણ કર્યું છે

તેથી હવે આહ આપણી પાસે અહીં શું છે જો આપણે આ સમીકરણ જોઈએ તો આપણી પાસે મૂળભૂત રીતે ત્રિકોણમિતિ છે તે માં સમીકરણ  $\phi$  ના rms જેથી આપણે ઉકેલી શકીએ

તેથી આ સમીકરણ બરાબર છે આ સમીકરણ  $r$  એક ચોરસ છે  $r$  બે ચોરસ વત્તા  $d$  એક  $o$  બે ચોરસ વત્તા બે  $r^2$   $do$   $1$   $o$   $2$  ફી માઈનસ આલ્ફાના  $\cos$  માં

તેથી આ સમીકરણમાં બધું જ જાણીતું છે કારણ કે આપણે સમીકરણ અથવા બે વર્તુળો જાણીએ છીએ

તેથી આપણે ત્રિજ્યા જાણીએ છીએ કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર આપણે જાણીએ છીએ આપણે આ કોણ આલ્ફા જાણીએ છીએ હવે જે

જાણીતું નથી તે  $\phi$  છે જે આપણે  $\phi$  જાણ્યા પછી આ સમીકરણ હલ કરીને જાણી શકીએ છીએ આપણે ખૂબ જ સરળતાથી કરી શકીએ છીએ અહીં  $\phi$  ની કિંમત મૂકી અને આપણે આ સમીકરણમાંથી આંતરછેદના આ બિંદુના કોઓર્ડિનેટ્સ મેળવી શકીએ છીએ,

તેથી અગાઉની સ્લાઇડમાંથી આપણી પાસે  $\phi$  ઓછા આલ્ફાનો  $\cos$  છે  $r$  એક ચોરસ ઓછા  $r$  બે ચોરસ વત્તા  $d$  એક  $o$  બે સંપૂર્ણ ચોરસ બે પર  $r$  બે એક અથવા બે કરીએ

તેથી આવશ્યકપણે આપણે આ સમીકરણને  $\phi$  ની કિંમત શોધવા માટે ઉકેલવું પડશે જે આ રીતે ગ્રાફિકલી કરી શકાય છે

તેથી આપણે આડી અક્ષ પર  $\phi$  વિરુદ્ધ ફાઈ અને ગ્રાફના ગ્રાફ પર ફાઈ માઈનસ આલ્ફાના  $\cos$  પ્લોટ કરીશું.

$\phi$  ના  $\cos$  માઈનસ આલ્ફા કંઈક આના જેવો દેખાઈ શકે છે

તેથી ચાલો કહીએ કે આ આલ્ફા છે

તેથી જ્યારે ફી હોય ત્યારે ફી માઈનસ આલ્ફા કોસ ઓફ  $i$  માઈનસ આલ્ફા કોસ ઓફ આલ્ફા હોય ત્યારે આપણે આ કિંમત કહીએ

જ્યારે ફી માઈનસ આલ્ફાનો આલ્ફા કોસ હોય તેની મહત્તમ કિંમત એક પ્રાપ્ત કરશે

તેથી ચાલો કહીએ કે આપણી પાસે આના જેવું કંઈક છે

તેથી આ એક સંપૂર્ણ ચક્ર છે

તેથી આ મૂલ્ય બે  $\pi$  હશે અને આ મૂલ્ય  $\phi$  નું મૂલ્ય જ્યાં તે ન્યૂનતમ પ્રાપ્ત કરે છે

તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે જ્યારે આપણી પાસે હોય તો  $\phi$  બરાબર આલ્ફા પ્લસ પાઈ પછી ફી માઈનસ આલ્ફાની કોસ માઈનસ વન છે

તેથી તે પ્રાપ્ત કરી શકે તેટલું લઘુત્તમ શક્ય મૂલ્ય છે અને તે આલ્ફા પ્લસ પાઈની બરાબર  $\phi$  પર પ્રાપ્ત કરશે જે હવે આ બિંદુ છે જો તે સ્પષ્ટ છે કે જો આ મૂલ્ય આ સમીકરણની જમણી બાજુએ એક નિરપેક્ષ મૂલ્ય છે જે એક કરતા ઓછું છે તો અમારી પાસે ઉકેલ હશે જેથી આપણે આ મૂલ્યને  $x$  અક્ષમાંથી આડી વિસ્થાપન દ્વારા રેખા દ્વારા રજૂ કરી શકીએ

તેથી ચાલો લીલા ટપકાંવાળી રેખાનો ઉપયોગ કરીએ પણ

તેથી ધારો કે જો થી  $s$  મૂલ્ય છે ચાલો આપણે એક કરતાં ઓછું કહીએ ધારો કે આપણે કહીએ કે તે અડધા બરાબર છે

તેથી જો આ મૂલ્ય અડધા બરાબર છે તો અડધી અહીં ક્યાંક છે કારણ કે આ એક છે

તેથી આ અડધી છે અને પછી આ મૂલ્યને અનુરૂપ છે જે આપણે કરીએ છીએ અર્થ કહો આપણે ડોટેડ લાઇન દોરીશું જે  $x$  અક્ષની સમાંતર છે અને  $x$  અક્ષથી અડધાથી વિસ્થાપિત છે

તેથી તે સ્થાનો જ્યાં આ લીલી ટપકાંવાળી રેખા  $\cos \phi$  માટે વળાંક કાપશે કારણ કે આ લીલી રેખા ભૌમિતિક રીતે છે.

આ આલેખ માટે આ મૂલ્યની સમાન રેખા  $y$  નું સમીકરણ

તેથી દેખીતી રીતે તમે જાણો છો કે જ્યાં પણ આ લીલી રેખા  $\cos \phi$  માઈનસ આલ્ફા માટે વળાંક કાપવા જઈ રહી છે ત્યાં આ બે મૂલ્યો સમાન હશે અને

તેથી આ કિસ્સામાં જો આ અડધું હોય તો પાંચના બે મૂલ્યો આ મૂલ્ય હશે અને આ મૂલ્ય વાસ્તવમાં સહેલાઈથી જોઈ શકાય છે કે જ્યાં સુધી જમણી બાજુએ આ મૂલ્યનું

મોડ્યુલસ મૂલ્ય એક કરતાં સખત રીતે ઓછું હોય, જો મોડ્યુલસ મૂલ્ય એક કરતાં કડક રીતે ઓછું હોય, તો કોઈ સરળતાથી જોઈ શકે છે.

થા  $t$  ત્યાં હંમેશા  $\phi$  ના બે સોલ્યુશન હશે કારણ કે આ સંપૂર્ણ એક સંપૂર્ણ ચક્રને કારણે અહીં  $\phi$  ના બે અલગ અલગ મૂલ્યો હશે જે આ સમીકરણને સંતોષશે અને તે થશે જો આ જમણી બાજુનું ચોક્કસ મૂલ્ય હોય જે સખત રીતે એક કરતા ઓછું હોય.

ઉદાહરણ તરીકે આપણે અડધું લીધું અને પછી આપણે જોયું કે આ અને આ પાંચનાં બે જુદાં જુદાં મૂલ્યો હતા જો કે જો આમ હોય તો તે ચોક્કસ કેસ જ્યાં આ જમણી બાજુનું ચોક્કસ મૂલ્ય એક કરતા ઓછું હોય તે દૃશ્યને અનુરૂપ હશે જ્યાં બે વર્તુળો એકબીજાને છેદે છે બે બિંદુઓ પર બરાબર બે બિંદુઓ પર જો કે આપણે જોઈએ છીએ કે જો આ જમણી બાજુની બાજુ એક સમાન હોય અથવા ઓછા

એક હોય, તો જો આ જમણી બાજુ એક સમાન હોય તો લીલી ટપકાંવાળી રેખા કંઈક આના જેવી હોય છે જે કિસ્સામાં એકના આ મૂલ્યને અનુરૂપ લીલી ટપકાંવાળી રેખા આ વળાંકને માત્ર એક જ સ્થાને સ્પર્શે છે બરાબર એક જ સ્થાને જે આલ્ફાના સમાન ફીને

અનુલક્ષે છે જે ફી સમાનને અનુરૂપ છે આલ્ફા અને

તેથી બે વર્તુળો એકબીજાને માત્ર એક જ જગ્યાએ સ્પર્શે કરશે કે જેના કોઓર્ડિનેટ્સ તે કોઓર્ડિનેટ્સ દ્વારા આપવામાં આવ્યા છે તે આ સમીકરણ દ્વારા આપવામાં આવશે પરંતુ આલ્ફા સમાન ફી સાથે

જો આ જમણી બાજુએ જ્યાં ત્રિજ્યા અને કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર હતું જેમ કે આ જમણી બાજુ એક સમાન છે તે જ રીતે જ્યારે તે સમાન હોય ત્યારે જ્યારે આ જમણી બાજુની બાજુ  $y$  માઈનસ વનની બરાબર હોય ત્યારે પણ જ્યારે તે માઈનસ વનની બરાબર હોય ત્યારે

લીલા ટપકાંવાળી રેખા કંઈક આના જેવી હોય છે અને તે કિસ્સામાં પણ  $\phi$  નું બરાબર એક મૂલ્ય છે જે આ સમીકરણને સંતોષે છે જેનો મૂળભૂત અર્થ એ છે કે આલ્ફા ખસ  $\pi$  સમાન  $\phi$  ને અનુરૂપ માત્ર એક બિંદુ  $xy$  છે જ્યાં આ બે વર્તુળો એકબીજાને સ્પર્શે કરશે

તેથી આ ખાસ કિસ્સામાં જ્યાં આ જમણી બાજુ એક સમાન છે અથવા બાદબાકી એક આપણે જોઈએ છીએ કે બે વર્તુળો એકબીજાને માત્ર એક બિંદુએ છેદે છે જે મૂળભૂત રીતે છે જેનો મૂળભૂત અર્થ એ થાય છે કે તેઓ એક બિંદુએ એકબીજાને સ્પર્શે કરશે

તેથી આગળ અમે એ જોવાનો પ્રયત્ન કરીશું કે આ બે કિસ્સાઓ કે જ્યાં વર્તુળો એકબીજાને સ્પર્શે છે તે  $r_1$   $r_2$  અને બે કેન્દ્રો વચ્ચેના અંતરની દ્રષ્ટિએ કેવી રીતે દર્શાવવાનો પ્રયત્ન કરશે

તેથી અમે હમણાં જ કહ્યું હતું કે યાવો આપણે કહીએ કે  $r$  એક ચોરસ ઓછા  $r$  બે ચોરસ વત્તા એક  $o$  બે આખા ચોરસ બાય બે  $r$  બે  $d$  એક અલ્પવિરામ  $o$  બે બરાબર છે યાવો માઈનસ વન કહીએ અને યાવો જોઈએ કે આ શું અનુલક્ષે છે

તેથી જે ફી માઈનસ આલ્ફાના  $\cos$  બરાબર છે

તેથી આ થશે જો અને જો એમ હોય તો જ જો આપણે આહ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ તો જ આપણે જોઈએ છીએ કે  $r$  એક ચોરસ બરાબર  $r$  બે ચોરસ છે વત્તા એક  $o$  બે આખા ચોરસ ઓછા બે  $r$  બે  $do$  one  $o$  બે જેનો અર્થ છે કે  $r$  એક ચોરસ  $r$  બે ઓછા

$d$  એક  $o$  બે આખા ચોરસની બરાબર છે અને આ સૂચવે છે કે  $r$  એક કાં તો  $r$  બે ઓછા કરો એક  $o$  બે અથવા  $r$  એક બરાબર એક  $o$  બે ઓછા  $r$  બે હવે સ્પષ્ટપણે આ કેસ શક્ય નથી કારણ કે અમે શરૂઆતમાં કહ્યું હતું કે  $r$  એક  $r$  બે અને  $d$  અંતર કરતાં મોટો છે બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર હંમેશા બિન-નેગેટિવ જથ્થા છે અને

તેથી આ સંભાવના છે કે આ શક્ય નથી,

તેથી એકમાત્ર શક્યતા આ છે અને આ સ્થિતિ એ બીજું કંઈ નથી પરંતુ કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર ત્રિજ્યાના સરવાળા જેટલું છે.

તેથી આ એક એવી સ્થિતિ છે જેમાં જમણી બાજુ માઈનસ વનની બરાબર છે પરંતુ યાવો ભૌમિતિક રીતે જોવાનો પ્રયત્ન કરીએ કે આનો અર્થ શું થાય છે

તેથી જ્યારે બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર ત્રિજ્યાના સરવાળા જેટલું હોય ત્યારે આ અભિવ્યક્તિ માઈનસ વન છે.

જેનો અર્થ થાય છે કે ફી માઈનસ આલ્ફાની કોસ માઈનસ વન છે અથવા જે મૂળભૂત રીતે સૂચવે છે કે ફી બરાબર છે

તેથી ફી માઈનસ આલ્ફા મૂળભૂત રીતે પાઈ છે અથવા મૂળભૂત રીતે તે ફી એ આલ્ફા વત્તા પાઈની બરાબર છે તો આપણી પાસે જે છે તે ફી એ આલ્ફા વત્તા પાઈની બરાબર છે હવે આપણે આ આંકડા પર પાછા જઈએ,

યાવો જોઈએ કે જ્યારે આપણે તે ફી કહીએ ત્યારે તેનો અર્થ શું થાય છે

તેથી આપણે કહ્યું છે કે ફી એ આલ્ફા વત્તા પાઈ સમાન છે

તેથી આપણે આ આહ પરિસ્થિતિની તપાસ કરવા માંગીએ છીએ,

તેથી યાવો આપણે આ આંગ જોઈએ.

1e

તેથી આ કોણ અહીં છે

તેથી આ 90 ડિગ્રી છે આ ખૂણો અહીં દેખીતી રીતે  $\pi$  બાય 2 ઓછા આલ્ફા છે અને

તેથી આ કોણ  $o_1$   $o_2$   $po_1$   $o_2$   $p$  આ ખૂણો જે આપણે બીટા દ્વારા સૂચવીએ છીએ

તેથી આ કોણ બીટાની ગણતરી કરી શકાય છે કારણ કે આ ફી છે આ 90 છે આ પાઈ બાય 2 માઈનસ આલ્ફા છે

તેથી તે બહાર આવશે

તેથી બીટા પાઇ બીટા સમાન પાઇ વત્તા આલ્ફા માઇનસ ફી તરીકે બહાર આવશે હવે જ્યારે ફી આલ્ફા વત્તા પાઇની બરાબર છે જે દૃશ્ય છે અત્યારે વિચારી રહ્યા છીએ તો જો આપણે આ  $\phi_i$  ને  $\alpha + \pi$  વડે બદલીએ તો આપણે જોઈએ છીએ કે જો આવું થાય તો બીટા વાસ્તવમાં શૂન્ય બરાબર છે બીટા શૂન્ય બરાબર છે પણ બીટા બરાબર શૂન્યનો અર્થ શું છે તો ચાલો હવે આ ત્રિકોણ પર ધ્યાન કેન્દ્રિત કરીએ એક ઓ બે  $p$  તો બીટા બરાબર શૂન્ય એટલે કે

તેથી આ કોણ બીટા ઘટીને શૂન્ય થઈ જશે જેનો અર્થ છે કે આ બિંદુ  $p$  આના પર છે, આ બિંદુ  $p$  એ સીધી રેખા પરના બિંદુઓ એક  $o$  બે વચ્ચે ક્યાંક આના પર સૂવું જોઈએ એક ઓ બે ના

તેથી મૂળભૂત રીતે આ ત્રિકોણ  $o$  એક પો બે

તેથી બેસી આ ત્રિકોણ  $o$  એક  $po$  બે

બિંદુઓ એક અને  $o$  બે વચ્ચે ક્યાંક  $p$  બિંદુ સાથે સીધી રેખા બને છે

તેથી જ્યારે બીટા શૂન્યની બરાબર હોય ત્યારે આ શું થશે જ્યારે બીટા શૂન્યની બરાબર છે અને તે કિસ્સામાં આનો મૂળભૂત અર્થ શું છે કે

તેથી તે મૂળભૂત રીતે શું છે આ કેસ કેસ મૂળભૂત રીતે શું છે આ સ્થિતિનો મૂળભૂત રીતે અર્થ એ છે કે

તેથી આપણી પાસે પ્રથમ વર્તુળના કેન્દ્રમાં એક છે અને આપણી પાસે બીજા વર્તુળના કેન્દ્ર તરીકે  $o_2$  છે અને તેમનું બિંદુ જ્યાં તેઓ એકબીજાને સ્પર્શે છે આ બે વર્તુળો એકબીજાને બરાબર એક બિંદુએ સ્પર્શે છે જે બિંદુ  $p$  છે અને આ બિંદુ  $p$  કેન્દ્રોને જોડતી સીધી રેખા પર આવેલું છે તેનો અર્થ આ જ છે અને તે કેન્દ્રોને જોડતી સીધી રેખાની વચ્ચે ક્યાંક આવેલું છે

તેથી એક અને ઓ વચ્ચે બે તો આપણી પાસે આના જેવું કંઈક છે  $o$  એક  $o$  બે આ સંપર્કનું બિંદુ છે અને આગળ જો આપણે કહીએ કે  $p$  પર જો આપણે લંબ દોરીએ તો  $p$  પર આપણે આ સીધી રેખા એક  $o$  બે માટે લંબ દોરીએ

તેથી આ કાટખૂણે આ વાદળી રેખા છે તો તે સ્પષ્ટ છે કે આ વાદળી રેખા પરના કોઈપણ બિંદુ અને આ કેન્દ્ર વચ્ચેનું સૌથી ટૂંકું અંતર પ્રથમ વર્તુળમાંથી એક કેન્દ્રથી આ સીધી રેખા સુધીનું લંબ અંતર હશે

અને તે લંબ અંતર દેખીતી રીતે એક  $p$  છે.

કારણ કે આપણે આ રેખા એક  $o$  બે થી નેવું અંશ પર બનાવી છે અને કારણ કે એક  $p$  એ પ્રથમ વર્તુળની ત્રિજ્યા છે આ અંતર એક  $p$  બરાબર  $r$  એક છે હવે સ્પષ્ટપણે જો આપણે આ વાદળી રેખા પર કોઈ અન્ય બિંદુ લઈએ તો એકથી તે બિંદુનું અંતર  $r$  એક કરતાં સખત રીતે વધારે હોવું જોઈએ કારણ કે એકની સૌથી નજીકનું બિંદુ આ બિંદુ  $p$  હતું અને હવે આપણે સીધી રેખા પર બીજો બિંદુ પસંદ કરી રહ્યા છીએ જે  $p$  નથી

તેથી તે સ્પષ્ટ છે કે તે બિંદુનું અંતર આ વાદળી સીધી રેખા પર  $p$  સિવાય અન્ય કોઈપણ બિંદુ

આ ત્રિજ્યા  $r$  એક કરતા વધુ હશે અને

તેથી તે બિંદુ આ પ્રથમ વર્તુળની બહાર શૂન્ય સમાન હશે તે જ રીતે આપણે શૂન્ય કરીશું કોઈપણ બિંદુ તે ખૂબ જ સરળ છે તેવી જ રીતે સમાન દલીલોનો ઉપયોગ કરીને બતાવવું ખૂબ જ સરળ છે કે  $p$  સિવાય સીધી રેખા પરનો કોઈપણ બિંદુ આ બીજા વર્તુળની બહાર પણ હશે અને

તેથી સીધી રેખાના તમામ બિંદુઓ

તેથી અને

તેથી માત્ર સીધી રેખા પરનો બિંદુ જે બંને વર્તુળને સ્પર્શે છે તે આ બિંદુ  $p$  છે અને

તેથી આ સીધી રેખા આ બંને વર્તુળોની ટ્રાંસવર્સ કોમન ટેન્જેન્ટ સિવાય બીજું કંઈ નથી

તેથી આ સ્થિતિ  $d$  એક જે આપણે હમણાં જ જોયું છે તે એ છે કે જો બે આમ અને અંદર આ પરિસ્થિતિ જો તમને અમારા પાછલા પ્રવચનો યાદ હોય તો અમે કહીએ છીએ કે જ્યારે પણ આવું થાય છે કે જ્યાં બે વર્તુળો સ્પર્શે છે તે બિંદુનો સંપર્ક બિંદુ જો તે બે કેન્દ્રો વચ્ચે સમાન સીધી રેખા પર આવેલું હોય તો જો તે બિંદુનો બિંદુ જ્યાં બે વર્તુળો હોય એકબીજાને સ્પર્શ કરે કે આ બિંદુ  $p$  આ સીધી રેખા પર એક  $o$  બે અને એક અને  $o$  બેની વચ્ચે આવેલું છે ત્યારે અમે કહ્યું કે જ્યારે આપણે કહીએ કે આ બે વર્તુળો એકબીજાને બાહ્ય રીતે સ્પર્શે છે.

$o$

તેથી અમે જે બતાવીએ છીએ તે અમે બતાવ્યું છે કે જો બે વર્તુળો બાહ્ય રીતે સ્પર્શે છે તો તે સાચું હોવું જોઈએ કે બે વર્તુળો વચ્ચેનું અંતર  $r$  એક વત્તા  $r$  બે છે

તેથી આ અમે હમણાં જ સખત રીતે બતાવ્યું છે જો કે બીજા વિશે શું? વિપરીત દલીલ ચાલો કહીએ કે આપણને બે વર્તુળો આપવામાં આવ્યા છે અને એવું કહેવાય છે કે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર ત્રિજ્યાના સરવાળા જેટલું છે

તેથી આ વિપરીત દલીલ છે

તેથી આપણે એવું કહેવાય છે કે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર ત્રિજ્યાના સરવાળા જેટલું છે.

ત્રિજ્યાનો સરવાળો તો શું તેનો અર્થ એ છે કે બે વર્તુળો બાહ્ય રીતે બરાબર એક બિંદુ  $p$  પર સ્પર્શ કરશે જે ખરેખર સાચું છે કારણ કે જો આપણે આ સમીકરણથી શરૂઆત કરીએ અને જો આપણે તેને અહીં આ અભિવ્યક્તિમાં આહ મૂકીએ તો આપણે જાણીએ છીએ કે ફી માઈનસ આલ્ફાનો કોસ  $r$  એક ચોરસ ઓછા  $r$  બે ચોરસ વત્તા  $d$  એક  $o$  બે આખા ચોરસ બાય બે  $r$  બે કરો એક ઓ બે હવે આ સમીકરણમાં જો આપણે આ કરીએ તો એક  $o$  બે મૂકીએ તો  $r$  એક વત્તા  $r$  બે બરાબર થાય અને થોડું કરીએ ગણિત આપણે જે જોઈશું તે છે આ મૂલ્ય માઈનસ વનમાં બહાર આવશે અને પછી ફરીથી આનો મૂળ અર્થ એ થશે કે બીટા શૂન્ય સમાન છે તેનો અર્થ એ થશે કે બે વર્તુળો એકબીજાને  $p$  પર સ્પર્શ કરશે.

શું થશે કે આ હાથ અને આ  $r$  સાથે બંને કેન્દ્રોને જોડતી સીધી રેખા તરફ આવવાનું શરૂ કરશે પરંતુ આવું ત્યારે જ થઈ શકે જો આપણે આ વર્તુળને ધીમે ધીમે બહાર લઈ જઈશું

તેથી જ્યારે આપણે વર્તુળને બહાર લઈ જઈશું તો શું થશે કે આ કોણ બીટા જ્યાં સુધી આપણે તેને એટલું આગળ ન લઈએ ત્યાં સુધી

ઘટાડવાનું શરૂ કરીશું કે ત્યાં બરાબર એક બિંદુ છે જ્યાં આ બે વર્તુળો સમાન રીતે સ્પર્શ કરશે જો આપણે જ્યારે આને વિદ્યાર્થીઓ માટે કસરત તરીકે સમાન રીતે છોડી શકીએ તો જો આપણે જમણી બાજુની સમાનતા કરીએ આ સમીકરણની જમણી બાજુએ આ સમીકરણનો હાથ વત્તા એકની બરાબર છે કારણ કે આપણે માઈનસ વન કેસ અગાઉ જોયો છે જો તે વત્તા એકની બરાબર હોય તો તે આપણે બતાવી શકીએ છીએ કે અહીંથી આપણે શ કરી શકીએ છીએ.

ઓ કે બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર  $r$  એક ઓછા  $r$  બે જેટલું છે અમારા કિસ્સામાં આપણે  $r$  એક  $r$  બે કરતા મોટો લીધો છે તેથી આ હકીકતમાં ત્રિજ્યાના સંપૂર્ણ તફાવતની બરાબર છે પરંતુ પછી જો આ બરાબર છે એકમાત્ર ઉકેલ એ છે કે આલ્ફાની બરાબર  $ph_i$  અને આલ્ફાની બરાબર  $ph_i$  એ અનુરૂપ હશે જો આપણે આ આકૃતિ પર પાછા જઈએ ત્યારે  $ph_i$  બરાબર આલ્ફા છે તે બીટા બરાબર  $pi$  ને અનુલક્ષે છે તેથી બીટા બરાબર  $pi$  નો અર્થ છે કે આ વર્તુળ અંદરની તરફ આગળ વધી રહ્યું છે જેથી આ આ રીતે આગળ વધી રહ્યું છે જેથી તમે ઉદાહરણો દ્વારા બતાવી શકો કે જ્યારે વર્તુળો આહને સ્પર્શ કરી રહ્યા હોય ત્યારે વર્તુળો બે બિંદુઓ પર છેદે છે જે આના જેવું છે જે કિસ્સામાં આ ખૂણો હવે બીટા છે જો આ નાનું વર્તુળ વધુ અંદર જાય છે તો કંઈક આના જેવું દૃશ્ય હશે

તેથી આ કેન્દ્રો હશે આ કેન્દ્રોને જોડતી લાઇન હશે અને પછી હવે આ કોણ બીટા વધશે તેથી આ કોણ બીટા હવે વહેલું હશે  $r$  તે તીવ્ર હતું હવે તે અવરોધો બની ગયું છે કારણ કે આ વર્તુળ આમ અંદર ખસી ગયું છે અને જ્યારે એવું બને છે કે બીજું વર્તુળ એટલું બરાબર અંદર ફરે છે કે તે માત્ર એક બિંદુએ મોટા વર્તુળને સ્પર્શે છે ત્યારે શું થશે? કે આ તો આ બિંદુ  $p$  હતું તો તે કિસ્સામાં શું થશે કે આ બિંદુ  $p$  અહીં આવશે અને એવું થશે કે એક  $o$  બે અને  $p$  એક જ સીધી રેખા પર હશે કારણ કે જ્યારે બીટા  $pi$  બને છે ત્યારે આ ત્રિકોણ થાય છે. એક  $o$  બે  $p$  એક સીધી રેખામાં તૂટી જશે પણ પછી માઈનસ વન કેસથી તફાવત એ છે કે બાદબાકી એક કિસ્સામાં ત્રિકોણ  $o$   $1$   $o$   $2$   $p$  સીધી રેખામાં તૂટી પડ્યો જે એક  $po$   $2$  હતો તેથી જ્યારે આપણી પાસે માઈનસ  $1$  હોય ત્યારે જો આપણે ત્રિકોણ એક  $o$  બે  $p$  આ સીધી રેખા  $o$  એક  $po$  બે  $p$  સાથે એક અને  $o$  બે ની વચ્ચે તૂટી ગયેલો જોઈએ કારણ કે  $p$  એક અને  $o$  બે વચ્ચે હતો તેથી જ આપણે તે તારણ કાઢ્યું અને કારણ કે  $p$  એક અને  $o$  વચ્ચે હતો બે અને  $p$  એ કોનનું બિંદુ છે બે વર્તુળો જ્યાં સ્પર્શ કરે છે તે બિંદુની યુક્તિ આ રીતે અમે નિષ્કર્ષ પર આવ્યા કે બે વર્તુળો એકબીજાને બાહ્ય રીતે સ્પર્શતા હોવા જોઈએ પરંતુ હવે આ ઉપરાંત એક કેસ માટે આપણે જોઈએ છીએ કે ત્રિકોણ એક સીધી રેખામાં તૂટી જાય છે જે  $o$  એક  $o$  બે છે.

$p$  તેથી સ્પષ્ટપણે આ ત્યારે જ થઈ શકે છે જ્યારે વર્તુળ નાનું વર્તુળ અંદરથી મોટાને સ્પર્શે છે કારણ કે સંપર્કનું બિંદુ અથવા બિંદુ જ્યાં બે વર્તુળો સ્પર્શે છે તે બે કેન્દ્રોની વચ્ચે સ્થિત નથી તે એક જ સીધી રેખા પર છે પરંતુ જ્યારે આગળ લંબાવવામાં આવે છે ત્યારે આપણે કેન્દ્રમાં જોડતી આ સીધી રેખા લઈએ છીએ અને જો આપણે તેને આગળ ઉત્પન્ન કરીએ તો તે ખરેખર  $p$  ને મળે છે

તેથી  $p$  એ રેખાખંડ એક  $o$  બેની બહાર છે જો કે તે એક જ રેખા પર આવેલું છે પરંતુ તે રેખાખંડ એક  $o$  બેનો ભાગ નથી અને તે અમને એ નિષ્કર્ષ પર લાવવામાં મદદ કરે છે કે બે વર્તુળો એકબીજાને આંતરિક રીતે સ્પર્શતા હોવા જોઈએ અને તે માટે આ સ્થિતિ છે અને તેનાથી વિપરિત પણ તે બતાવવાનું ખૂબ જ સરળ છે જો અમે જો ભૂલી જઈએ તો તમે જાણો છો આ સમીકરણ સિવાય કે તમે જાણો છો કે અમે તેને એકની બરાબર બે મૂક્યા હતા અમે આને તે કેસ માટે એકના સમાન તરીકે બદલ્યું છે જ્યાં અમે જોવા માંગીએ છીએ કે શું થાય છે કારણ કે અમને બે દૃશ્યોમાં રસ હતો જ્યાં અમારી પાસે ફક્ત એક જ ઉકેલ છે કારણ કે જ્યારે અમારી પાસે  $ph_i$  નો માત્ર એક જ ઉકેલ એનો મૂળભૂત અર્થ એ છે કે બે વર્તુળો એકબીજાને માત્ર એક જ જગ્યાએ છેદે છે કારણ કે જો આપણે આ સ્વાઇડ પર પાછા જઈએ તો જો આપણી પાસે  $ph_i$  ના જુદા જુદા મૂલ્યો હોય તો  $ph_i$  ની દરેક અલગ કિંમત અલગ બિંદુ  $p$  ને અનુરૂપ હશે કારણ કે જો આપણે  $ph_i$  બદલીએ તો  $x$  અને  $y$  કોઓર્ડિનેટ્સ બદલાઈ જશે જેનો અર્થ છે કે આપણને આંતરછેદનો એક અલગ બિંદુ મળે છે પરંતુ આપણે જોયું કે અમુક વિશિષ્ટ પરિસ્થિતિઓમાં જ્યાં આ જ્યાં

તેથી આપણે જોયું કે ખાસ પરિસ્થિતિઓમાં જ્યાં આ જમણી બાજુ કાં તો વત્તા એક છે અથવા માઈનસ વન આવા કિસ્સાઓમાં ફીનો એક જ ઉકેલ હોય છે અથવા પાંચનું એક મૂલ્ય હોય છે આપણે સમીકરણ ઉકેલીએ છીએ ત્યાં બે મૂલ્યો નથી ત્યાં બરાબર એક મૂલ્ય છે અને સ્પષ્ટપણે પાંચનું એક મૂલ્ય હશે બરાબર એક બિંદુ પર પ્રતિસાદ આપો જ્યાં બે વર્તુળો મળશે જેનો મૂળભૂત અર્થ એ છે કે તે બિંદુએ બે વર્તુળો એકબીજાને સ્પર્શ કરશે અને પછી અમે આ કિસ્સામાં પણ કરી શકીએ છીએ અમે તમે જાણી શકો છો કે અમે આ સ્થિતિથી શરૂ કરીએ છીએ જો આપણે આ સ્થિતિથી શરૂ કરીએ તો અને જો તમે આ મૂલ્યને અહીં મુકો છો, તો આપણે શું જોશું કે આ જમણી બાજુ વત્તા એકની બરાબર થશે

તેથી આહ જેનો મૂળભૂત અર્થ એ છે કે જો આ સ્થિતિ સાચી હોય તો પણ તેનો અર્થ એ પણ છે કે બે વર્તુળો આંતરિક રીતે એકબીજાને સ્પર્શે છે

તેથી આપણે શું મેં હવે બતાવ્યું છે કે જો  $d$  એ સંપૂર્ણ તફાવત સમાન હોય તો બે વર્તુળો એકબીજાને આંતરિક રીતે સ્પર્શે છે અને તે પહેલાં આપણે બતાવ્યું છે કે જો બે વર્તુળો આંતરિક રીતે સ્પર્શે તો જો બે વર્તુળો એકબીજાને આંતરિક રીતે સ્પર્શે તો તે સાચું હોવું જોઈએ કે એક અથવા બે કરવું એ સંપૂર્ણ તફાવત સમાન છે અને કંઈક એવું જ અમે કેસ માટે બતાવ્યું હતું જ્યાં તેઓ બાહ્ય રીતે સ્પર્શ કરે છે અને પછી અમે અમારા અગાઉનામાં પણ જોયું હતું.

વ્યાખ્યાન આપો કે બે વર્તુળો એકબીજાને એક અથવા બે બિંદુએ છેદશે જેથી તેઓ બરાબર બે બિંદુઓ પર છેદશે જો આ જમણી બાજુની તીવ્રતા એક કરતાં ઓછી હોય અને અમે અમારા અગાઉના વ્યાખ્યાનમાં વિશ્લેષણ કર્યું હતું.

તેથી જો તીવ્રતા એક કરતા ઓછી હોય તો બે વર્તુળો બરાબર બે બિંદુઓ પર છેદે છે અને જો આ મૂલ્ય એક સમાન મોડ્યુલસ ધરાવે છે તો બે વર્તુળો એકબીજાને સ્પર્શે છે અને જો આ મૂલ્ય ચોક્કસ મૂલ્ય એક કરતા વધારે હોય તો ત્યાં કોઈ નથી  $\phi_i$  નું સોલ્યુશન જો આ મૂલ્ય એક કરતા વધારે હોય જો આનું સંપૂર્ણ મૂલ્ય એક કરતા વધારે હોય તો સ્પષ્ટપણે પાંચનો કોઈ ઉકેલ નથી કારણ કે કોસાઈન ફંક્શનની શ્રેણી વત્તા એક અને ઓછા એકની વચ્ચે છે જેનો મૂળભૂત અર્થ એ થાય છે કે ત્યારથી ફી નો કોઈ ઉકેલ નથી એનો મૂળભૂત અર્થ એ છે કે બે વર્તુળો એકબીજાને સ્પર્શતા નથી અથવા તો તેઓ એકબીજાને છેદે પણ નથી બે વર્તુળો છેદતા નથી અને પછી થોડો  $b$  આ કેસ માટે બીજગણિતની વાત કરીએ તો અમે બતાવ્યું કે તમને અનુરૂપ બે કિસ્સાઓ હતા જે તમે જાણો છો કે તેઓ બાહ્ય રીતે સ્પર્શે છે કે આંતરિક રીતે અને પછી આ ચોક્કસ કેસનું વિશ્લેષણ કરવું બહુ મુશ્કેલ નથી અને મને લાગે છે કે અગાઉના લેક્ચરમાં અમે કહ્યું હતું કે જો એક  $o$  બે એ  $r$  એક વત્તા  $r$  બે કરતા ઓછો છે અને જો તે સંપૂર્ણ તફાવત કરતા મોટો છે જો આમ હોય તો આહ અહીંનો આ પ્રથમ કેસ આ સ્થિતિની બરાબર સમકક્ષ છે

તેથી અમે શું કર્યું તે સમજાવવા માટે અમે એક નાનું ઉદાહરણ લઈએ છીએ આ વ્યાખ્યાનમાં આપણે અત્યાર સુધી શું કર્યું છે તો ચાલો કહીએ કે આપણી પાસે બે વર્તુળો છે તેથી આ સંકલન અક્ષ  $x$  અને  $y$  છે તેથી આપણી પાસે એક વર્તુળ છે જેનું કેન્દ્ર મૂળ છે અને જેની ત્રિજ્યા છે ચાલો આપણે ત્રણ એકમો કહીએ વર્તુળ કંઈક આના જેવું છે તેથી આ પહેલું વર્તુળ છે અને ચાલો કહીએ કે આપણી પાસે બીજું વર્તુળ  $d$  બે છે જેનું કેન્દ્ર આ બિંદુએ છે જે પાંચ અલ્પવિરામ શૂન્ય છે અને જેની ત્રિજ્યા પણ છે આપણે ત્રણ એકમ કહીએ તેથી આ છે  $e$  અન્ય વર્તુળ બંનેની ત્રિજ્યા સમાન છે પરંતુ કેન્દ્રો જુદા જુદા કેન્દ્રો પર છે તેઓ જુદા જુદા સંકલન ધરાવે છે તેથી તેઓ આ બે બિંદુઓ  $p$  અને  $q$  પર છેદે છે અને જો આપણે લખીએ તો આ માટે આ બે ત્રિકોણ આ  $o$   $1$  છે.

$o$   $2$  અને આ  $p$  છે તેથી આ ત્રિકોણ  $o$  એક  $o$  બે  $p$  છે જે આપણને  $r$  એક છે ત્રણ છે  $r$  બે છે ત્રણ અને  $d$  એક  $o$  બે પાંચ છે તેથી આ કિસ્સામાં આ કિસ્સામાં આપણને શું મળશે તે એ છે કે જો આપણે અનુસરીએ તો આ જ વિશ્લેષણ જે આપણે સામાન્ય કેસ માટે કરવામાં આવે છે, તો પછી આપણને શું મળશે કે ફી માઈનસ આલ્ફાનો કોસ બરાબર હશે તેથી આહ અહીં આહ આપણો આલ્ફા આલ્ફાનો કોસ એવો છે તેથી આ બિંદુ આપણે અગાઉ કેન્દ્રનું પ્રતિનિધિત્વ કર્યું હતું પ્રથમ વર્તુળ અલ્પવિરામ  $b$  દ્વારા બીજા વર્તુળના  $c$  અલ્પવિરામ  $d$  ત્રિજ્યા દ્વારા પ્રથમ વર્તુળની ત્રિજ્યા આર એક દ્વારા અને બીજા વર્તુળની ત્રિજ્યા આર બે દ્વારા અને બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર કરો એક ઓ બે દ્વારા જે આમાં પાંચ છે ત્રિજ્યા બંને ત્રણ છે આ કિસ્સામાં  $ab$  એ મૂળ છે  $ncd$  એ પાંચ અલ્પવિરામ છે શૂન્ય  $ah$  આલ્ફાનો કોસ હતો  $c$  માઈનસ  $a$  બાય  $d$  એક  $o$  બે જે આ ચોક્કસ ઉદાહરણ માટે  $ah$  એ  $c$  માઈનસ એ પાંચ છે તેથી પાંચ પર પાંચ એક હશે તેથી આલ્ફા એક છે  $n$  સાઈન આલ્ફા સ્પષ્ટપણે છે શૂન્ય કારણ કે પાપ આલ્ફા ડી એક ઓ બે ઉપર  $d$  માઈનસ  $b$  હતો તેથી આ ઉદાહરણ માટે આપણી પાસે તે જ છે અને ફી માઈનસ આલ્ફા આહનું કારણ આપણી પાસે સમીકરણ હતું કે તે  $r$  એક ચોરસ ઓછા  $r$  બે ચોરસ વત્તા  $d$  ઉપર એક છે  $o$  બે ચોરસ બાય બે  $r$  બે  $d$  એક  $o$  બે તેથી આ એહ ત્રણ ચોરસ બરાબર થશે જે નવ ઓછા ત્રણ ચોરસ વત્તા પાંચ ચોરસ બાય બે બાય ત્રણ ટૂંક 5 જે બહાર આવશે તે બાદબાકી 5 બાય 6 બરાબર થશે.

તેથી અને તો પછી આપણે શું કરી શકીએ તે એ છે કે આપણે આપણા ગ્રાફ પર પાછા જઈ શકીએ, તેથી અલબત્ત અહીંથી આપણે એ પણ જોઈ શકીએ છીએ કે કારણ કે કોસ આલ્ફા એક છે અને પાપ આલ્ફા  $o$  છે તે અનુસરે છે કે આલ્ફા  $o$  ડિગ્રી સમાન સિવાય બીજું કંઈ નથી અને

તેથી કોસ ફી માઈનસ આલ્ફા પોતે  $\cos \phi_i$  સિવાય બીજું કંઈ નથી અને આ ઉકેલ શોધવા માટે અથવા મૂળભૂત રીતે હવે આપણે ઇચ્છીએ છીએ આ બે બિંદુઓના કોઓર્ડિનેટ્સ શોધવા માટે જે સરળ રીતે કરી શકાય તે એ છે કે આપણે  $x$  અક્ષના સંદર્ભમાં માઈનસ 5 બાય 6 ના વિસ્થાપન સાથે લીલી આડી રેખા દોરવી પડશે પરંતુ તેની સમાંતર છે જેથી તે કંઈક આના જેવું બનશે આ તેથી નકારાત્મક બાજુએ આ પાંચ બાય છે છે

તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે આ ઓછા પાંચ બાય છે આ આડી આહ રેખા ઓછા પાંચ બાય સાથે  $x$  અક્ષમાંથી ઓછા પાંચ બાય છના વિસ્થાપન પર અને  $x$  અક્ષની સમાંતર આને કાપે છે અથવા છેદે છે કોસ ફી માઈનસ આલ્ફા માટે બે પોઈન્ટ પર વળાંક અને તેથી આ તેના બે સોલ્યુશન છે

તેથી આ ફાઈના બે મૂલ્યો છે જે આપણને ફીના કોસ ફાઈ માઈનસ આલ્ફાના ઓછા કોસ બરાબર માઈનસ પાંચ બાય છના બરાબર આપશે.

આ કેસ માટે આપણી પાસે જે છે તે ફી માઈનસ આલ્ફા બરાબર હશે

તેથી બે મૂલ્યો હશે, કારણ કે તે માઈનસ પાંચ બાય છે અને આ કિસ્સામાં આલ્ફા શૂન્ય બરાબર છે

તેથી આપણે મૂળભૂત રીતે આના ઉકેલો શોધવા પડશે.

સમીકરણ પણ  $\phi_i$  બરાબર માઈનસ પાંચ બાય સિક્સ

તેથી અલબત્ત એક મૂલ્ય ફાઈ દ્વારા આપવામાં આવશે કારણ કે ઓછા પાંચ બાય છના વિપરિત અને 5 ની આ કિંમત  $o$  થી  $\pi$  અંતરાલ સાથે સંબંધિત હશે

તેથી આ પ્રથમ ફાઈ કોણ આવશ્યકપણે આ છે કોણ

તેથી આ

માઈનસ પાંચ બાય છના કોસ વ્યુલ્કમ સમાન છે જે 0 અને 180 ડિગ્રી વચ્ચે છે

અને ફાઇનું બીજું મૂલ્ય 2 પાઈ ઓછા આ પ્રથમ મૂલ્ય જેટલું હશે

તેથી આને ફાઇ વન થવા દો આ ફી બે હશે કારણ કે આપણે જોયું કે બે સોલ્યુશન હશે

તેથી આપણે આને ફી વન વડે અને આ એક ફી ટુ દ્વારા દર્શાવીશું

તેથી ફી વન બરાબર કોસ ઇનવર્સ ઓફ માઈનસ ફાઇવ બાય સિક્સ અને ફી બે બરાબર બે પાઈ ઓછા કોસ ઇનવર્સ બરાબર થશે

ઓછા પાંચ બાય છનો અને આ ખૂણો 2 pi ઓછા cos inverse of 5 by 2 pi ઓછા cos inverse of 5 by

6 એ બીજું કંઈ નથી પણ ચાલો આપણે તેની સાથે દોરીએ

તેથી આ અન્ય phi 2 અહીં આ મૂલ્યને અનુરૂપ છે અને તે હું આ સાથે દર્શાવીશ

તેથી તે મૂળભૂત રીતે આ કોણને અનુરૂપ હશે

તેથી fr ઓમ

તેથી આ લીટીથી અહીંથી શરૂ કરીને આ લીટી સુધી તમામ રીતે

તેથી લીલા રંગનો આ ખૂણો બીજું કંઈ નથી પરંતુ બે પાઈ ઓછા કોસ માઈનસ પાંચ બાય છનો વ્યસ્ત છે અને તમે જોઈ શકો છો કે

આ ફી બે અનુરૂપ હશે તો હવે જો આપણે

તેથી આહ હવે મૂળભૂત રીતે ફક્ત ફી વન અને ફી ટુના આ વિવિધ મૂલ્યોનો ઉપયોગ કરીને અને બિંદુના બિંદુના ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વનો

ઉપયોગ કરીને જ્યાં 2 વર્તુળો સ્પર્શ છે આપણે જાણીએ છીએ કે x બરાબર c વત્તા r બે cos phi છે તો ચાલો આપણે કહીએ

phi એક અને y એ d વત્તા આર બે સાઈન ફી વન છે

તેથી જ્યારે આપણે ધ્રુવીય સ્વરૂપમાં ફી વનની બરાબર phi મૂકીએ છીએ ત્યારે આપણને આ બે બિંદુઓ મળે છે, ચાલો આપણે

તેમને x one y one વડે સૂચિત કરીએ જેથી આ ફીના બરાબર phi ને અનુરૂપ હશે 1 આ બિંદુ p ને અનુરૂપ હશે કારણ કે

આ ખૂણો મૂળભૂત રીતે phi 1 છે

તેથી આ phi 1 છે અને લીલા રંગમાં દર્શાવેલ આ અન્ય કોણ phi 2 છે.

તેથી આ બિંદુ p ના સંકલન જે આ બિંદુ છે તે x 1 અલ્પવિરામ y 1 છે જે કરશે આ સમીકરણ દ્વારા આપવામાં આવે છે અને

આની ગણતરી કરવી બહુ મુશ્કેલ નથી કારણ કે આપણે અહીં આ બધી કિંમતો જાણીએ છીએ, આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ

phi એક આપણે જાણીએ છીએ કે r બે બરાબર છે ત્રણ સમાન આપણે જાણીએ છીએ કે c બરાબર પાંચ છે તે જ રીતે આપણે

જાણીએ છીએ કે d બરાબર શૂન્ય r બે છે ah ત્રણ અને આપણે જાણીએ છીએ કે આપણે phi એક જાણીએ છીએ sin phi

one ની ગણતરી કરી શકીએ છીએ જેથી આપણે મૂળભૂત રીતે આ

બિંદુના કોઓર્ડિનેટ્સની ગણતરી કરી શકીએ.

સમાનની ગણતરી સમાન રીતે કરી શકાય છે પરંતુ તે માત્ર એટલું જ છે કે phi 1 ને બદલે આપણી પાસે phi 2 હશે જ્યાં phi

2 છે 2 pi ઓછા cos inverse of minus Five by six

તેથી ચોક્કસ થવા માટે x બે બરાબર c વત્તા r હશે બે કોસ ફી ટુ અને વાય ટુ બરાબર હશે d વત્તા આર બે સાઈન ફી ટુ ફી ટુ

આ કોણ છે

તેથી આ માત્ર બે છે માત્ર એક સરળ ઉદાહરણ છે કે આપણે આ લેક્ચરમાં વિકસાવેલી ટેકનિકનો આપણે કેવી રીતે ઉપયોગ કરી

શકીએ છીએ તે ટેકનિકનો ઉપયોગ કરી શકીએ છીએ.

be first use સૌપ્રથમ ઇ માટે વપરાય છે બે વર્તુળો એકબીજાને બરાબર એક બિંદુએ સ્પર્શ છે તે પરિસ્થિતિઓને

આવશ્યકપણે સખત રીતે સાબિત કરો અને આડપેદાશ તરીકે આપણે એ પણ જોઈએ છીએ કે આ જ તકનીકનો ઉપયોગ આ બે

વર્તુળોના આંતરછેદના બિંદુના કોઓર્ડિનેટ્સ શોધવા માટે થઈ શકે છે અને જો કે આ ઉદાહરણમાં એહ આલ્ફા શૂન્યની બરાબર હતો

પરંતુ સામાન્ય રીતે આલ્ફા શૂન્યની બરાબર હોવો જરૂરી નથી પણ તે કિસ્સામાં પણ તે બહુ મુશ્કેલ નથી કારણ કે તેના બદલે આપણે

અહીં શું મેળવીશું તે એ છે કે અહીં આ ફીની જગ્યાએ આપણી પાસે અહીં 5 ઓછા આલ્ફા હોત.

phi 1 ઓછા આલ્ફા હતા અને અહીં આપણી પાસે phi 2 ઓછા આલ્ફા હોત

તેથી જો આલ્ફા 0 ના હોત તો ઉકેલ phi 1 બરાબર આલ્ફા વત્તા cos inverse of minus 5 by 6 અને phi 2

બરાબર આલ્ફા વત્તા 2 હોત.

પાઈ માઈનસ કોસ ઇન્વર્સ ઓફ માઈનસ ફાઇવ બાય 6

તેથી આગળના લેક્ચરમાં આપણે એક નવો વિષય શરૂ કરીશું જેનું નામ છે વર્તુળોનું કુટુંબ જે કંઈક એવું જ હશે જે વિષયમાં સીધી

રેખાઓ t ના કુટુંબ પર ચર્ચા કરવામાં આવી હશે.

તમારો આભાર