मागील व्याख्यानांपैकी एका वर्तुळांवरील 10 व्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, आम्ही कोणत्याही दोन वर्तुळांमधील थेट सामाईक स्पर्शिका आणि आडवा सामाईक स्पर्शिका याविषयी चर्चा केली होती आणि आम्ही विशेषत: वेगवेगळ्या प्रकरणांचा विचार केला होता ज्यामध्ये वर्तुळे एकमेकांना छेदतात.
एकमेकांना आणि वर्तुळांची समीकरणे दिल्याने
दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदतात की नाही हे कसे शोधायचे हे देखील सांगितले होते पण त्या परिस्थितीसाठी आम्ही कोणताही पुरावा दिलेला नव्हता
त्यामुळे आम्ही जे बोललो ते तंतोतंत असे होते की समजा आपल्याकडे दोन असतील तर वर्तुळांचे एक समीकरण x चौरस अधिक y वर्ग अधिक दोन g एक x अधिक दोन f एक y अधिक c एक शून्य आणि दुसरे वर्तुळ s दोन समीकरण x चौरस अधिक y वर्ग अधिक दोन g दोन x अधिक दोन f दोन y अधिक c दोन शून्याची बरोबरी आहे म्हणून आपल्याला ही दोन समीकरणे दिली जातात आणि नंतर आपल्याला ah शोधण्यास सांगितले जाते आणि मग आपण ah म्हटले की ही दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदतील आणि जर त्यांच्या केंद्रातील अंतर असेल तरच s म्हणून त्यांची केंद्रे अशी असू द्या की पहिल्या वर्तुळाचे केंद्र o द्वारे दर्शविलेल्या s मध्ये वजा g एक वजा f एक आणि दुसऱ्या वर्तुळ o दोनचे केंद्र वजा g दोन स्वल्पविराम वजा f दोन पहिल्या वर्तुळाची त्रिज्या आहे r एक बरोबरीचे वर्गमूळ g एक वर्ग अधिक f एक वर्ग वजा c एक आणि त्याचप्रमाणे दुसऱ्या वर्तुळ s दोनची त्रिज्या g दोन चौरस अधिक f दोन वर्ग वजा c दोन च्या वर्गमूळाच्या बरोबरीची आहे म्हणून फक्त एवढी माहिती दिली आहे.
की जर केंद्रांमधील अंतर असेल तर जर केंद्रांमधील अंतर ज्याचे वर्गमूळ असेल तर या दोन बिंदूंमधील अंतर जे g दोन वजा g एक संपूर्ण वर्गाचे वर्गमूळ आहे आणि f दोन वजा f एक पूर्ण वर्ग आहे म्हणून आम्ही म्हटले की जर हे अंतर त्रिज्येच्या बेरजेपेक्षा कमी किंवा समान असेल किंवा ते दोन वर्तुळांच्या त्रिज्येच्या निरपेक्ष फरकाच्या फरकापेक्षा जास्त किंवा समान असेल तर जर हे खरे असेल तर ही स्थिती सत्य असेल तर आपण व्या म्हणाला दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदतात तेव्हा आम्ही असेही म्हटले आहे की जर एक ओ दोन केले जे केंद्रांमधील अंतर r एक अधिक r दोन समान असेल तर दोन वर्तुळे एकमेकांना अगदी एका बिंदूवर बाहेरून स्पर्श करतात म्हणून ही परिस्थिती आहे जिथे आपण असे काहीतरी आहे म्हणून हे s एक असू शकते आणि हे s दोन असू शकतात आणि ते एकमेकांना येथे अगदी एका बिंदूला स्पर्श करतात म्हणून तो बिंदू p असू द्या म्हणजे ही केंद्रे एक आणि ओ दोन आहेत आणि नंतर आम्ही असेही म्हटले होते की केंद्रांना जोडणारी सरळ रेषा p या बिंदूतूनही जाईल जिथे दोन वर्तुळे एकमेकांना स्पर्श करतात आणि मग आम्ही असेही म्हटले की जर d एक o दोन r एक अधिक r दोन पेक्षा मोठे असेल तर दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदत नाहीत म्हणून ही केस आहे असे काहीतरी जिथे आपल्याकडे पहिले वर्तुळ आणि दुसरे वर्तुळ आहे आणि ते एकमेकांना छेदत नाहीत म्हणून ही स्थिती आहे आणि नंतर आम्ही असेही म्हटले होते की जर केंद्रांमधील अंतर संपूर्ण फरकाच्या समान असेल तर दोन त्रिज्या r 1 आणि r 2 मध्ये नंतर दोन वर्तुळे एकमेकांना आतील बाजूने स्पर्श करतात
म्हणून आपल्याला याचा अर्थ काय आहे म्हणून हे पहिले वर्तुळ s एक असू शकते ज्याचे केंद्र o एक आहे आणि नंतर आपल्याकडे दुसरे वर्तुळ s दोन असू शकतात.
मध्य o दोन सह s दोन आहे आणि ही दोन वर्तुळं आहेत म्हणून वर्तुळ s दोन आतून वर्तुळ एक s एक ला स्पर्श करतात म्हणून आम्ही म्हटले की फक्त एका बिंदूवर p अंतर्गत प्रविष्ट करा आणि या प्रकरणात दोन केंद्रांमधील अंतर हे परिपूर्ण अंतर आहे त्रिज्या दरम्यान आणि नंतर अर्थातच आम्ही देखील चर्चा केली होती आम्ही शेवटच्या प्रकरणावर देखील चर्चा केली होती जिथे केंद्रांमधील अंतर त्रिज्यांमधील परिपूर्ण फरकापेक्षा काटेकोरपणे कमी
आहे अशा परिस्थितीत पुन्हा वर्तुळे अर्थातच ते एकमेकांना छेदत नाहीत नाही आणि पुढे की एक वर्तुळ पूर्णपणे दुसऱ्या वर्तुळाच्या आत असणार आहे म्हणून आपली अशी परिस्थिती आहे जिथे आपण असे म्हणू की आपल्याकडे येथे केंद्र o एक असलेले वर्तुळ आहे आणि नंतर आपल्याकडे आहे या वर्तुळाचे दोन केंद्र o दोन आहेत
त्यामुळे ही दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदत नाहीत आणि पुढे की दोन वर्तुळांपैकी एक पूर्णपणे दुसऱ्या वर्तुळाच्या आत आहे म्हणून या व्याख्यानाची मुख्य चर्चा
या अटी कठोरपणे काढण्यावर केंद्रित होणार आहे.
म्हणून आम्ही दाखवू की दोन वर्तुळे कोणतीही दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदतील जर आणि फक्त ही स्थिती पूर्ण झाली तरच याचा अर्थ असा आहे की जर ही अट पूर्ण झाली नाही तर दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदू शकत नाहीत आणि नंतर विशेष प्रकरणांमध्ये हे देखील दाखवा की जर हे आणि हे सर्व कठोरपणे सिद्ध केले जाईल कारण ज्या व्याख्यानात आपण सामान्य स्पर्शिकेच्या व्युत्पत्तीबद्दल चर्चा करत होतो त्या व्याख्यानात आपण हे केले नव्हते आणि नंतर आपण हे विशेष प्रकरण देखील दर्शवू जेथे दरम्यान अंतर असेल तर केंद्रे त्रिज्येच्या बेरजेइतकी असतात मग ते एकमेकांना अगदी एका बिंदूला स्पर्श करतील कारण जेव्हा ते एकमेकांना छेदतात तेव्हा ते प्रत्यक्षात एकमेकांना छेदतात दोन भिन्न बिंदूंवर ing पण विशेष बाब म्हणून जेव्हा अंतर बेरीजच्या बरोबरीचे असते तेव्हा ते एकमेकांना बाहेरून स्पर्श करतात म्हणजे मला काय म्हणायचे आहे की दोन वर्तुळे एकमेकांच्या आत नाहीत म्हणून उदाहरणार्थ s दोन s 1 च्या बाहेर आहेत आणि तो या बिंदूवर बाहेरून s 1 ला स्पर्श करत आहे p आणि नंतर अर्थातच आपण कठोरपणे व्युत्पन्न केलेली ही केस देखील दर्शवू जिथे एक वर्तुळ दुसऱ्याला अंतर्गत स्पर्श करतो, म्हणून आपण नेमके कोणत्या परिस्थितीत असे घडेल हे पाहूया.
की दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदतील म्हणून आपण असे म्हणूया की आपल्याकडे ही दोन वर्तुळे आहेत आणि म्हणून आपण s एक वर्तुळ केले आहे आणि आपल्याकडे वर्तुळ s दोन आहे आणि आपण म्हणू या की ते या दोन बिंदूंना छेदतात आणि त्यापैकी एकाचा समन्वय करूया छेदनबिंदूचे बिंदू x आणि y असू शकतात म्हणून हे पहिल्या वर्तुळाचे केंद्र o आहे ज्याचे समन्वय मी a आणि ba स्वल्पविरामाने दर्शवितो bo two हे दुसऱ्या वर्तुळाचे केंद्र आहे ज्याचे समन्वय c आणि द्वारे दर्शवले जातात dc स्वल्पविराम d आणि अर्थातच ही सरळ रेषेची लांबी
दोन केंद्रांमधील अंतर d एक o दोन आहे म्हणून s 1 आणि s 2 या बिंदूला छेदतात x स्वल्पविराम y हा बिंदू x स्वल्पविराम y आता दोन्ही वर्तुळांवर आहे या समस्येचे निराकरण करण्यासाठी आपण वर्तुळाचे पॅरामेट्रिक फॉर्म किंवा पॅरामेट्रिक समीकरण वापरणार

आहोत, जर तुम्हाला वर्तुळाचे पॅरामेट्रिक समीकरण आठवत असेल
तर वर्तुळावरील x आणि y असे कोणतेही बिंदू असे लिहिता येईल जेणेकरून x समन्वय करू शकेल.
x हे वर्तुळाच्या केंद्राच्या x समन्वयाच्या मध्यभागी आणि वर्तुळाच्या त्रिज्या बरोबर उपकोन थीटाच्या गुणाप्रमाणे लिहावे, म्हणून हा कोन सामान्यतः हा कोन असतो जर आपण या वर्तुळाच्या मध्यभागी एक रेषा काढली तर x अक्षाच्या समांतर असे म्हणू या की ही हिरवी ठिपके असलेली रेषा तर थीटा म्हणजे फक्त x अक्ष x अक्षापासून या त्रिज्याकडे विरुद्ध घड्याळाच्या दिशेने घेतलेला कोन आहे जो एका मध्यभागी जोडतो.
हा बिंदू xy तर हा हा संपूर्ण कोन म्हणजे हा कोन थीटा आहे म्हणून मग पॅरामेट्रिक फॉर्म वापरून आपल्याकडे वर्तुळावरील कोणत्याही बिंदूचा x समन्वय अधिक r one cos theta असे लिहिलेला आहे आणि y समन्वय y समन्वयासारखा असेल.
मध्यभागी जो b अधिक आहे त्याच कोनाच्या थीटाच्या त्रिज्या गुणा sine आता हा बिंदू x स्वल्पविराम y देखील दुसऱ्या वर्तुळाच्या s दोन वर वसलेला असल्यामुळे दुसऱ्या वर्तुळाच्या s दोनच्या पॅरामेट्रिक स्वरूपाच्या दृष्टीने आपण x आणि y देखील लिहू शकतो अशावेळी x हे इतर काही कोनाच्या phi च्या c अधिक r 2 कोसाइनच्या बरोबरीचे आहे कारण आता कोन भिन्न असेल कारण आता आपण या बिंदूच्या x आणि y चे समन्वय ah सह पॅरामेट्रिक स्वरूपात व्यक्त करण्याचा प्रयत्न करीत आहोत.
दुसरे वर्तुळ s2 आता आपण पुन्हा phi दाखविण्यासाठी आपल्याला काय करायचे आहे ते म्हणजे आपल्याला
o2 च्या मध्यभागी x अक्षाच्या समांतर रेषा काढायची आहे आणि नंतर आपण म्हणू या की आपल्याकडे ही त्रिज्या xy या बिंदूसह o2 ला मध्यभागी जोडणारी आहे.
आणि नंतर आंग le क्षैतिज किंवा या त्रिज्येच्या कोनातून x अक्षाच्या संदर्भात घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने घेतले जाते, म्हणून आपल्याला हे पहावे लागेल की हा आडवा x अक्ष कोणत्या कोनात फिरवला पाहिजे जेणेकरून तो याच्याशी एकरूप होईल.
त्रिज्या म्हणजे तो कोन तंतोतंत हा कोन इतका इतका आहे आणि मी तो phi द्वारे दर्शवितो, मग हा बिंदू x स्वल्पविराम y दोन्ही वर्तुळांवर आहे म्हणून आपण सुरुवातीला पॅरामीट्रिक प्रमाणे x आणि y निर्देशांक व्यक्त करतो.
पहिल्या वर्तुळाच्या संदर्भात फॉर्म आणि तोच बिंदू दुसऱ्या वर्तुळावर देखील असतो म्हणून आम्ही दुसऱ्या वर्तुळाच्या संदर्भात पॅरामीट्रिक स्वरूपात निर्देशांक पुन्हा व्यक्त करतो
म्हणून x हे आहे आणि y असेल
तर आता d अधिक r 2 sin phi असेल हे आणि याच्या बरोबरीने मला जे मिळाले ते म्हणजे एक प्लस आर वन कॉस थीटा म्हणजे सी प्लस आर टू कॉस फाई,
त्यामुळे या टप्प्यावर सामान्यतेचा तोटा न होता आपण असे गृहीत धरू या की सामान्यतेचे नुकसान न होता सामान्यता करूया आपण असे गृहीत धरू की r एक r दोन पेक्षा मोठा किंवा समान आहे म्हणून जर r दोन r एक पेक्षा मोठे असेल तर त्याच प्रकारचा पुरावा पाळला जाईल फक्त r एक आणि r दोन चे नियम उलट होतील म्हणून समीकरण करून या गृहितकाने हे आणि हे आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे r वन कॉस थीटा म्हणजे c उणे ए अधिक आर टू कॉस फाईच्या बरोबरीचे असते आणि त्याचप्रमाणे जर आपण हे आणि हे समान केले तर आपल्याला r वन सिन थीटा d वजा ब अधिक r दोन पाप फाई मिळतो तर ah r दोन हे r एक पेक्षा मोठे किंवा बरोबर असायचे तर आपण ही संपूर्ण गोष्ट वेगळ्या पद्धतीने लिहिली असती तर त्या बाबतीत आपण r दोन cos phi म्हणजे एक वजा c अधिक r 1 cos theta आणि r 2 sine phi is लिहायला हवे होते.
r 1 sin theta अधिक b उणे d
so च्या बरोबरी आणि नंतर उर्वरित पुरावा अगदी सारखाच आहे म्हणून आम्ही सामान्यता न गमावता म्हटले आता आम्ही या दोन्ही समीकरणांचा दोन्ही बाजूंनी वर्ग करतो आणि डावीकडे जे मिळेल ते जोडतो आर वन स्क्वेअर कॉस स्क्वेअर थीटा अधिक आर वन स्क्वेअर सिन स्क्वेअर थीटा आहे तर ही उजवीकडे डावी बाजू आहे, आपल्याला c उणे a अधिक r दोन cos phi संपूर्ण चौरस अधिक d वजा b अधिक r दोन sin phi संपूर्ण चौरस मिळेल कारण cos वर्ग थीटा अधिक sin चौरस थीटा समान आहे डाव्या हाताची बाजू r एक चौरस करण्यासाठी सोपी करते
म्हणून आपल्याकडे हे समीकरण आहे आणि आता आपण उजव्या बाजूचा विस्तार केला तर आपल्याला जे मिळेल ते c वजा पूर्ण चौरस अधिक d वजा b पूर्ण चौरस अधिक r दोन चौरस cos वर्ग phi अधिक r दोन स्क्वेअर sin स्क्वेअर phi अधिक दोन r दोन c वजा a cos phi अधिक दोन r दोन d वजा b sin phi आता हे r दोन स्क्वेअरशिवाय दुसरे काही नाही कारण cos स्क्वेअर phi अधिक sin स्क्वेअर phi एक आहे म्हणून आपल्याला r एक स्क्वेअर बरोबर मिळेल आणि हे प्रमाण
ab आणि cd या दोन केंद्रांमधील अंतराशिवाय दुसरे काहीही नाही म्हणून हे प्रमाण दुसरे काहीही नाही परंतु म्हणून हे चौरस अंतराच्या बरोबरीचे आहे क्षमस्व, म्हणून हे दोन केंद्रांमधील चौरस अंतर आहे, म्हणून आपल्याकडे r एक वर्ग चौरसाच्या बरोबरीचा आहे दरम्यान अंतर केंद्र अधिक r दोन वर्ग अधिक दोन r दोन मध्ये c उणे a cos phi अधिक d वजा b sin phi आणि नंतर आपण येथे थोडे फेरफार करतो म्हणून फक्त ही संज्ञा आपण d0102 ने गुणाकार आणि भागाकार करतो आणि हे c उणे a द्वारे d वन o होईल दोन वेळा cos phi अधिक d वजा b द्वारे d ओव्हर दोन मध्ये sin phi आता जर आपल्याला हे समजले की d ओव्हर ओ दोन चौरस म्हणजे c वजा पूर्ण चौरस अधिक d वजा b पूर्ण चौरस आहे
त्यामुळे मूलत: आपल्याकडे असे काहीतरी c वजा आहे a आणि d वजा b म्हणून आपल्याकडे काटकोन त्रिकोण आहे ज्याचे कर्ण o दोन पेक्षा d लांबीचे आहे आणि इतर दोन बाजू c उणे a आणि d उणे b आहेत असे आपण म्हणू या आणि म्हणून ते असावे आणि प्रत्यक्षात ते नाही तो काटकोन त्रिकोण येथे दाखवणे फार कठीण आहे, म्हणून जर आपण आपल्या आकृतीकडे परत गेलो तर हा काटकोन जर तुम्ही या मध्यभागी o दोन पासून x अक्षाच्या समांतर असलेल्या हिरव्या ठिपक्याच्या रेषेचा लंब काढला तर हा लंब म्हणू या.
आपण बोलत आहोत तो काटकोन त्रिकोण आहे ng बद्दल कारण या काटकोन त्रिकोणामध्ये कर्णाची लांबी do1 o2 आहे ही लांबी c उणे a हे d वजा b आहे आणि आपण

काटकोन त्रिकोणाचा हा कोन अल्फाद्वारे दर्शवू या
त्यामुळे आपल्याकडे हा कोन अल्फा असेल आणि म्हणून c उणे a बाय d ओवर o2 हे दुसरे काहीही नाही cos अल्फा आणि d उणे b बाय d ओव्हर o2 हा साइन अल्फा आहे म्हणून आपण आता या समीकरणात याचा वापर करू, म्हणून आपल्याकडे r एक चौरस म्हणजे do one o दोन पूर्ण वर्ग अधिक r दोन चौरस अधिक दोन आर दोन डी ओव्हर o दोन वेळा cos alpha cos phi अधिक sine alpha sine phi म्हणून हे cos a cos b अधिक sin a sin b फॉर्म्युला वापरत आहे हे cos of phi उणे अल्फा च्या बरोबरीचे आहे आणि म्हणून येथून आपल्याला मिळेल फाय वजा अल्फा ची कॉस r एक स्क्वेअर वजा डू एक ओ दोन पूर्ण स्क्वेअर अधिक r दोन स्क्वेअर ओव्हर दोन r दोन d एक ओ दोन म्हणून जर आपण तसे करू या कारण आता आपले मुख्य उद्दिष्ट या phi चे मूल्य शोधणे आहे कारण जर तुम्हाला आठवत असेल की मूळ समस्या आम्हाला या दोघांना देण्यात आली होती वर्तुळे आणि आता आपल्याला छेदनबिंदू शोधणे अपेक्षित आहे
कारण आपण पॅरामीट्रिक फॉर्म वापरतो आणि छेदनबिंदू शोधणे हे कोन theta आणि phi शोधण्यासारखेच आहे कारण एकदा आपल्याला theta आणि phi सापडले की आपण स्पष्टपणे x आणि y शोधू शकतो परंतु नंतर ही थीटा आणि फाई अशी असावी की ही दोन समीकरणे एकाच वेळी सोडवतील ही त्रिकोणमितीय समीकरणे आहेत म्हणून आपल्याकडे दोन अज्ञात थीटा आणि फाई आहेत ज्या शोधल्या पाहिजेत आणि इतर सर्व इतर सर्व चल आहेत ते आपल्याला माहित आहेत कारण r एक ज्ञात आहे r दोन हे 2 केंद्रांचे समन्वयक ओळखले जातात ab आणि cd देखील माहित आहेत आणि आम्ही गेल्या काही स्लाइड्समध्ये तेच करण्याचा प्रयत्न करत आहोत आणि आम्ही या टप्प्यावर पोहोचलो आहोत जिथे बाकी सर्व काही असल्याने ही उजवी बाजू पूर्णपणे ज्ञात आहे.
आम्हाला अल्फा हे देखील माहित आहे कारण जर आपल्याला आठवले की कॉस आणि अल्फाचे साइन हे ज्ञात प्रमाणांचे त्रिकोणमितीय गुणोत्तर आहेत म्हणून अल्फा देखील आपल्याला माहित आहे आणि म्हणून आपण सक्षम असले पाहिजे phi शोधण्यासाठी आणि एकदा आपल्याला phi सापडले की आपण phi चे मूल्य पुन्हा या दोन समीकरणांमध्ये जोडू शकतो आणि आपण सहजपणे theta शोधू शकतो आणि एकदा आपल्याला theta आणि phi कळले की आपल्याला छेदनबिंदूचा समन्वय कळू शकतो.
या दोन वर्तुळांपैकी हे ah सोडवण्यासाठी आपण phi वजा अल्फा विरुद्ध phi च्या cos चा आलेख काढू या म्हणजे phi वर phi उणे अल्फा च्या alpha cos च्या बरोबरीने phi असेल तेव्हा alpha अधिक pi by two वर एक चे कमाल मूल्य जास्त असेल.

phi वजा अल्फा च्या दोन cos द्वारे alpha plus pi = phi बरोबर शून्य असेल तर मूल्य उणे अल्फाचे cos आहे जे आपण म्हणूया की हे मूल्य alpha अधिक pi वर फाय वजा अल्फा च्या cos चे मूल्य असेल मायनस वन होणार आहे जे येथे अल्फा अधिक तीन पाय बाय टू येथे आहे तर जेव्हा फि अल्फा अधिक तीन पाई बाय दोन कॉस पाच वजा अल्फा पुन्हा शून्य आहे म्हणून ते पुन्हा येथे आहे आणि मग आपण असे म्हणू की आपण फक्त दोन पर्यंत प्लॉट करू pi कारण ते पुरेसे आहे कारण phi m चे फंक्शन cos inus alpha हे phi आवर्तकतेचे नियतकालिक कार्य आहे
दोन pi असल्याने शून्य आणि दोन pi मधला आलेख काढणे पुरेसे आहे कारण इतर सर्व मध्यांतरांसाठी दोन pi ते चार pi च्या मध्यांतरासाठी आलेख अगदी सारखाच असणार आहे.
उणे दोन pi पासून शून्य पर्यंत देखील शून्य ते 2 pi च्या आलेखाप्रमाणेच असेल
त्यामुळे मिळालेला आलेख असा काहीतरी दिसेल नंतर तो येथे 0 वर जाईल आणि नंतर उणे 1 वर जाईल आणि नंतर पुन्हा 0 येथे आणि दोन pi वर परत येईल हे मुळात एक पूर्ण वर्तुळ पूर्ण करणार आहे किंवा एक पूर्ण आह एक पूर्ण दोन पाय रोटेशन पूर्ण करणार आहे आणि म्हणून हे मूल्य आणि हे मूल्य समान असेल आणि नंतर असे म्हणूया की आता हे स्पष्ट आहे की या उजव्या बाजूस पेक्षा जास्त मॉड्यूलस असल्यास एक तर स्पष्टपणे कोणतेही समाधान नाही आणि तेच तंतोतंत असेच आहे जेथे याचा अर्थ असा आहे की कोणतेही समाधान नाही किंवा मुळात या त्रिकोणमितीय समीकरणाचे कोणतेही समाधान नाही अशा बाबतीत जेथे निरपेक्ष किंवा किंवा मूल्य या उजव्या बाजूच्या संपूर्ण मूल्यापैकी e हे एकापेक्षा जास्त आहे म्हणजे ते एकापेक्षा मोठे आहे किंवा ते उणे एक पेक्षा कमी आहे, अशा परिस्थितीत या त्रिकोणमितीय समीकरणांवर कोणतेही समाधान नसल्यामुळे हे स्पष्ट आहे की दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदत नाहीत म्हणून दुसरी केस अशी आहे की जेव्हा या उजव्या बाजूच्या या निरपेक्ष मूल्याचे मॉड्यूलस एका पेक्षा कमी असेल त्या बाबतीत जर मूल्य असेल तर आपण असे म्हणूया की परिपूर्ण मूल्य एकापेक्षा काटेकोरपणे कमी असेल तर असे आहे जेथे असे आहे आपण असे म्हणूया की मूल्य एकापेक्षा काटेकोरपणे कमी आहे, म्हणून आपण असे म्हणू की मूल्य अर्ध्यासारखे आहे, मग उपाय शोधण्यासाठी आपण काय करतो ते म्हणजे आपण असे म्हणूया की हे आहे हे हे मूल्य
इतके आहे तर हा अधिकार आहे हाताची बाजू एवढी आहे आणि म्हणून आपण x अक्षाच्या समांतर एक क्षैतिज रेषा काढतो
त्यामुळे माफ करा हा लाल विल वक्र फक्त इथपर्यंत जाईल कारण हे आणि हे सारखेच असले पाहिजे आणि म्हणून आपण जे पाहतो ते कोणत्याही मूल्यासाठी आहे जे h हे एका पेक्षा काटेकोरपणे कमी आहे हे पाहणे खूप सोपे आहे की प्रत्यक्षात दोन भिन्न समाधाने असतील किंवा phi ची दोन भिन्न मूल्ये असतील जे या समीकरणाचे समाधान करतील म्हणून आपण इतर कोणतेही मूल्य देखील घेऊ शकतो म्हणून आपण काही इतर मूल्य घेऊ शकतो.
आपण हे मूल्य म्हणतो जे आपण उणे एक बाय चार म्हणू या, जर ही उजवी बाजू उणे एक बाय चार असेल तर समाधान शोधण्यासाठी x अक्षाच्या समांतर एक क्षैतिज रेषा काढली जाईल ज्याचे x अक्षापासून अनुलंब अंतर आहे एक बाय चार आहे परंतु ती नकारात्मक बाजूवर आहे नकारात्मक बाजूवर आहे म्हणून मुळात ही हिरवी रेषा आहे, जेव्हा ही वजा एक बाय चार
असते तेव्हा वक्र असलेल्या या हिरव्या रेषेच्या छेदनबिंदूद्वारे दोन निराकरणे दिली जातात cos phi मायनस अल्फा आणि ते दोन बिंदू हे आहेत म्हणून हे दोन एक म्हणून कोणीही सहज पाहू शकतो की या उजव्या बाजूच्या कोणत्याही मूल्यासाठी ज्याचे निरपेक्ष मूल्य एकापेक्षा कमी असेल तेथे phi ची दोन भिन्न मूल्ये असतील किंवा दोन भिन्न phi साठी उपाय आणि phi च्या अशा प्रत्येक सोल्युशनसाठी आपण ते इथे या समीकरणात परत ठेवले तर आपल्याला त्या phi शी संबंधित थीटाचे एक अद्वितीय मूल्य मिळेल

जेणेकरुन आता एक थीटा आणि phi जोडी असेल कारण तेथे दोन भिन्न phi आहेत अशा प्रकरणांसाठी जेथे उजव्या बाजूचे निरपेक्ष मूल्य एकापेक्षा कमी आहे हे स्पष्ट आहे की तेथे दोन भिन्न थीटा फाई जोड्या असतील याचा अर्थ असा आहे की दोन भिन्न छेदनबिंदू असतील उदाहरणार्थ या आकृतीमध्ये दर्शविल्याप्रमाणे.

केस जेथे निरपेक्ष मूल्य आहे तर हे प्रकरण आहे जेथे आपण आत्ता या समीकरणाच्या मागील स्लाइडवरील समीकरणाच्या उजव्या बाजूचे निरपेक्ष मूल्य हाताळत आहोत म्हणून जर या उजव्या बाजूस अचूक मूल्य असेल तर

एकापेक्षा कमी म्हणजे ही केस आहे ज्याचा आम्ही विचार करत आहोत आणि आम्ही असा युक्तिवाद केला आहे की या प्रकरणात दोन बिंदू असतील जिथे दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदतील पण नंतर शेवटी आपल्याला हे दाखवायचे आहे की ही स्थिती सूचित करते आणि अंतर त्रिज्येच्या बेरजेपेक्षा कमी आणि निरपेक्ष फरकापेक्षा जास्त आहे या स्थितीद्वारे देखील सूचित केले जाते, म्हणून आपण येथून सुरुवात केली पाहिजे.

दोन्ही मार्गांनी जर आपण येथून सुरुवात केली तर आपल्याला हे मिळाले पाहिजे आणि याचा अर्थ असा देखील असावा परंतु जर आपल्याला हे पहायचे असेल की आपल्याला या समीकरणापूर्वी आपल्या समीकरणाकडे परत जावे लागेल जे येथे लिहिले आहे म्हणून आपण हे समीकरण पुन्हा पाहिले तर r एक चौरस किंवा त्याऐवजी जर आपण हे समीकरण पाहिले तर तेच समीकरण पुन्हा आपल्याला कोसाइन सूत्राची आठवण करून देते, कोसाइन नियम हे आपल्याला कोसाइन नियमाची आठवण करून देते कारण आपल्याला कोसाइन नियम आठवतो तर आपल्याकडे काय होते ते सांगू या.

r दोन r एक आणि d एक o दोन बाजू असलेला त्रिकोण आणि r दोन आणि एक o दोन लांबीच्या बाजूंमधील कोन बीटा आहे असे म्हणू या, तर आपल्याला माहित आहे की बीटाचा कोसाइन काही नसून r दोन चौरस अधिक एक स्वल्पविराम ओ आहे.

दोन प भोक चौरस वजा आर एक चौरस वर दोन आर दोन मध्ये d एक ओ दोन आणि ही उजवी बाजू या बाजूशी अगदी सारखीच आहे कारण आपल्याला नकारात्मक चिन्हाशिवाय हे नाकारायचे आहे म्हणून जर आपण या उजव्या हाताच्या बाजूचा वजा घेतला तर नक्की होईल हे मिळवा म्हणजे याचा अर्थ असा आहे की जर आपण पुन्हा आपल्या सुरुवातीच्या स्लाईडवर गेलो तर हा कोन नेमका कुठे आहे हे पाहण्याचा प्रयत्न करूया, म्हणजे बीटा आपण ज्याबद्दल बोलत आहोत,

त्यामुळे आपण इथे परत गेलो तर आपल्याला जे दिसेल ते आपण पाहू या.

बघा मग हा बिंदू p असू द्या आणि त्रिकोण po1 o2 po1 o2 बघू या नंतर आपल्याला दिसेल की ही बाजू एक p लांबीची आहे r एक o दोन p लांबी r दोन आहे आणि एक o दोन स्पष्टपणे आहे लांबी करा एक ओ दोन म्हणजे हा त्रिकोण आहे जो आपण काही मिनिटे मागे काढला होता आणि नंतर आपण या r दोन लांबीच्या बाजूच्या बाजूच्या r दोन मधील कोनाबद्दल बोलत होतो n या ah लांबीची ही बाजू d एक o दोन तर हा काय हा कोन आहे काय तर हा कोन आहे ज्याला आपण अ म्हणत होतो s बीटा पण नंतर बीटा शोधणे फार कठीण नाही कारण जर आपल्याला हे 90 अंश pi बाय 2 शिवाय दुसरे काहीही नाही आणि हा कोन अल्फा होता

त्यामुळे जर तुम्ही या काटकोन त्रिकोणाकडे पाहिले तर हा अल्फा आहे आणि म्हणून हा कोन येथे पाई बाय आहे दोन वजा अल्फा आता जर आपण या सर्व एक दोन तीन आणि चार या सर्व चार कोनांची बेरीज केली तर आपल्याला दोन pi मिळायला हवे म्हणजे दोन pi बरोबर आहेत म्हणून आपण phi

so phi plus ने सुरुवात करून घड्याळाच्या उलट दिशेने सुरुवात करू आणि नंतर beta plus pi by two.

वजा अल्फा अधिक pi द्वारे दोन म्हणजे या समीकरणातून आपल्याला काय मिळेल की हा कोन बीटा बरोबर pi उणे phi प्लस अल्फा आहे आता जर आपण हे पाहिले तर मी येथे हा त्रिकोण काढू या म्हणजे हा बीटा आहे r एक r दोन आणि हे डू एक o दोन आहे म्हणून जर आपण कोसाइन नियम या त्रिकोणावर लागू केला तर आपल्याला काय मिळेल कारण आपण येथे लिहिले होते तेच आहे परंतु नंतर आपण मागील स्लाइडवर दाखवले आहे की बीटा पाई वजा समान आहे.

फाई प्लस अल्फा आणि म्हणून बीटा i चे कोसाइन s पाई वजा phi प्लस अल्फा च्या कोसाइन शिवाय दुसरे काहीही नाही जे दुसरे काहीही नाही म्हणून बीटाचा कोसाइन पाई वजा phi प्लस अल्फा च्या कोसाइन बरोबर आहे जो फाई वजा अल्फा च्या कोसाइन च्या वजा बरोबर आहे आणि आम्हाला येथे एक नकारात्मक चिन्ह मिळाले आहे म्हणजे मला असे म्हणायचे आहे की हे असे आहे याच्या बरोबरीचा ज्याचा मुळात अर्थ असा होतो यावरून आपल्याला हे समीकरण मिळेल

त्यामुळे आपल्याकडे येथे जे आहे ते मुळात असे आहे की येथे आपल्याला मिळालेले हे समीकरण दुसरे तिसरे काही नसून त्रिकोणी विषमतेवरून आता या त्रिकोणावर लागू होणारा कोसाइन नियम आहे.

आमच्याकडे आहे की जर ही स्थिती सत्य असेल तर ही स्थिती सत्य असेल तर अशा स्थितीत दोन वर्तुळे दोन बिंदूंना छेदतील म्हणून हा p चा छेदनबिंदू आहे आणि आपल्याकडे हा त्रिकोण एक o दोन p आहे आणि या त्रिकोणासाठी त्रिकोणी असमानता आहे.

समाधानी असणे आवश्यक आहे आणि त्रिकोणी असमानतेचे समाधान होणे आवश्यक असल्याने हे खरे असले पाहिजे की d एक ओ दोन r एक अधिक r दोन पेक्षा काटेकोरपणे कमी असले पाहिजे अन्यथा आपल्याकडे त्रिकोण असू शकत नाही जर आपण हे जाणून घ्या की जर आपल्याकडे असेल तर ही एक गोष्ट आहे दुसरी गोष्ट म्हणजे ही एक अट आहे जी आपल्याला त्रिकोणी असमानतेमुळे मिळते , परंतु ही केवळ एक वेळ आहे कारण पूर्णपणे तीन असमानता असतील.

इतर आह त्रिकोणी असमानता म्हणजे जेव्हा आपण r एक डाव्या बाजूला ठेवतो आणि आपण म्हणतो r एक डू एक ओ दोन अधिक r दोन r एक वजा r दोन आता या प्रकरणात कारण सामान्यता न गमावता r एक r दोन पेक्षा मोठा आहे तर हे काहीच नाही पण त्याच्या पूर्ण फरकासारखेच आहे कारण r एक आहे म्हणून हे सत्य आहे कारण r एक r दोन पेक्षा मोठा आहे म्हणून ही आह दुसरी त्रिकोणी असमानता हे सूचित करते आणि तिसरी त्रिकोणी असमानता आपल्याला काहीही अर्थपूर्ण देणार नाही कारण तिसरा होईल r दोन हे डू एक किंवा दोन अधिक r एक पेक्षा कमी आहे जे तरीही खरे आहे कारण r एक r दोन च्या बरोबरीने मोठा आहे आणि दोन केंद्रांमधील अंतर धनात्मक आहे

त्यामुळे आम्हाला काहीही अर्थ मिळणार नाही gful म्हणून आम्ही पाहिले की या समीकरणाच्या त्रिकोणाच्या उजव्या बाजूला जर परिपूर्ण मूल्य एकापेक्षा कमी असेल तर आम्ही असा युक्तिवाद केला की छेदनबिंदूचे दोन बिंदू असतील आणि नंतर आम्ही हे देखील

दाखवले की आम्ही वापरून हे समीकरण पहिल्या आकृतीतील त्रिकोणांपैकी एका त्रिकोणाच्या कोसाइन नियमाशी संबंधित असल्याचे दाखवून दिले
आणि नंतर त्या त्रिकोणाला त्रिकोणी असमानता लागू करून आम्ही दाखवले की जर दोन वर्तुळे दोन बिंदूंना छेदत असतील तर या दोन अटी पूर्ण केल्या पाहिजेत.
  खरे म्हणून आम्ही फक्त एक मार्ग दाखवला आहे की जर दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदतात तर या दोघांचे समाधान केले पाहिजे परंतु उलट देखील सत्य आहे कारण जर या दोन अटी पूर्ण झाल्या तर ही तिसरी अट तरीही खरी आहे कारण r एक r दोन पेक्षा मोठा आहे आणि केंद्रांमधील अंतर धनात्मक आहे आणि म्हणून म्हणून आपल्याकडे तीन संख्या आहेत तीन सकारात्मक संख्या r एक r दोन आणि एक o दोन करू जे समाधानी आहेत तिन्ही त्रिकोणी असमानता आणि म्हणून त्यांनी नेहमी r 1 r 2 ने त्रिकोण तयार केला पाहिजे आणि त्याची बाजू 1 o 2 करू शकता आणि मग आपण फक्त वितर्क मागे घेऊ शकतो आणि जर आपण वितर्क मागे घेतला तर ते फार कठीण नाही.
  ते दाखवा की ते दोन त्रिकोण एकमेकांना छेदतील आणि ते p या बिंदूवर तंतोतंत छेदतील
कारण या तीन संख्या r एक r दोन आणि d एक o दोन ही त्रिकोणी असमानता पूर्ण करतात कारण एक त्रिकोण त्याच्या दोन शिरोबिंदूंसह अस्तित्वात असणे आवश्यक आहे एक आणि o   दोन कारण d एक o दोन हे दोन केंद्रांमधले अंतर आणि दुसरे शिरोबिंदू आहे ज्याचे o2 पासूनचे अंतर r2 आहे
 त्यामुळे हा शिरोबिंदू दुसऱ्या वर्तुळावर असणे आवश्यक आहे कारण दुसऱ्या वर्तुळाची दुसरी त्रिज्या r2 आहे आणि त्याचे अंतर बिंदू p हा r दोन आहे म्हणून हा बिंदू आपण या वर्तुळावर आडवा झाला पाहिजे आणि त्याचप्रमाणे या दुसऱ्या तिसऱ्या लांबीची r एक असल्याने या त्रिकोणाचा समान शिरोबिंदू p पहिल्या वर्तुळावर वसला पाहिजे आणि म्हणून हे दोन्ही वर्तुळांवर असल्यामुळे हे छेदनबिंदू असणे आवश्यक आहे, म्हणून मी पुन्हा आह हा दुसरा युक्तिवाद पुन्हा करतो,
म्हणून आम्ही प्रथम काय दाखवले ते म्हणजे त्रिकोणी असमानता वापरून आम्ही दाखवले की अह ही स्थिती सूचित करते की हे दोन असणे आवश्यक आहे.
 आता धरा आम्ही मागास युक्तिवाद दर्शवू की जर आम्हाला फक्त या दोन अटी दिल्या तर या दोन अटी देखील सूचित करतील की दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदतील कारण आम्हाला या दोन अटी देण्यात आल्या आहेत ही अट तरीही खरी आहे कारण r एक r पेक्षा मोठा आहे r 2 r 1 r 2 पेक्षा मोठा आहे किंवा r 2 च्या बरोबर आहे आणि केंद्रातील अंतर आता धनात्मक आहे या तीन अटी लक्षात घेतल्यास आपल्या लक्षात येते की ही c अट काही नसून ती तीन समीकरणे आहेत असे दिसते.
 त्रिकोणीय असमानतेची म्हणून आपल्याकडे मुळात तीन संख्या आहेत ज्यात सकारात्मक संख्या आहे r एक r दोन आणि एक o दोन करू जे त्रिकोणी असमानता पूर्ण करतात आणि म्हणून आपण सक्षम असणे आवश्यक आहे o एक त्रिकोण तयार करा ज्याच्या बाजूंची लांबी r एक r एक r दोन आहे आणि आता एक o दोन करा d एक o दोन हे दोन केंद्रांमधील अंतराशिवाय दुसरे काही नाही म्हणून आपण या त्रिकोणाचे दोन शिरोबिंदू निवडू जे आपण बनवत आहोत.
  एक आणि ओ दोन आणि तिसरा शिरोबिंदू आपण बिंदू म्हणून निवडू शकतो जो दुसऱ्या वर्तुळाच्या केंद्रापासून r दोनच्या अंतरावर आहे आणि पहिल्या सर्किटच्या केंद्रापासून r एकच्या अंतरावर आहे परंतु नंतर आपण हे जाणून घ्या की दुसऱ्या वर्तुळाची त्रिज्या r 2 आहे आणि म्हणून हा बिंदू दुसऱ्या वर्तुळावर असला पाहिजे त्याचप्रमाणे पहिल्या वर्तुळाची त्रिज्या r 1 आहे हे आपल्याला माहीत आहे आणि म्हणून हा बिंदू देखील स्त्रोत वर्तुळावर असावा आणि तो चालू असल्यामुळे दोन्ही वर्तुळे हे छेदनबिंदूच्या बिंदूंपैकी एक असणे आवश्यक आहे ज्याचा अर्थ असा आहे की दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदत आहेत म्हणून आम्ही आतापर्यंत या व्याख्यानात जे दाखवले आहे ते असे आहे की जर दोन वर्तुळे दोन बिंदूंना छेदतात तर मला काय म्हणायचे आहे ते म्हणजे जर दोन वेगळे आहेत या समीकरणासाठी phi ची दोन भिन्न निराकरणे जे तेव्हाच घडतील जेव्हा या उजव्या बाजूचे निरपेक्ष मूल्य एकापेक्षा कमी असेल तर जर आपण असे गृहीत धरले की जर येथे उजव्या बाजूचे निरपेक्ष मूल्य एकापेक्षा कमी असेल ज्यामध्ये दोन भिन्न आहेत phi च्या सोल्युशन्सचा अर्थ असा आहे की आपण असे गृहीत धरत आहोत की दोन वर्तुळे दोन वेगवेगळ्या बिंदूंना छेदतात आणि जर दोन वर्तुळे दोन वेगवेगळ्या बिंदूंना छेदतात असे जर आपण गृहीत धरले
तर येथून सुरुवात करून त्रिकोणी असमानता वापरून काय करावे? आम्ही हे दाखवले आहे की दोन केंद्रांमधील अंतर त्रिज्येच्या बेरीजपेक्षा काटेकोरपणे कमी असणे आवश्यक आहे आणि तसेच केंद्रांमधील अंतर हे दोन त्रिज्यांमधील परिपूर्ण फरकापेक्षा काटेकोरपणे जास्त असणे आवश्यक आहे आणि त्यानंतर आम्ही हे देखील दाखवले की आम्ही उलटा युक्तिवाद देखील दाखवला आम्ही दाखवले की जर आपण सुरुवात केली तर आपण अंतर बेट असे गृहीत धरून सुरुवात केली तर दोन वर्तुळे r एक अधिक r दोन पेक्षा कमी आहेत आणि ती दोन त्रिज्यांमधील परिपूर्ण फरकापेक्षा जास्त आहे जर आपण त्या गृहीतकाने सुरुवात केली तर आम्ही हे देखील दाखवले की ते असावे आणि कदाचित पहिल्या 15-20 मिनिटांत ते असावे.
  पुढील व्याख्यानात आपण उर्वरित युक्तिवाद पूर्ण करू शकू जेणेकरून उर्वरित प्रकरणे मुळात कोणती प्रकरणे आहेत जिथे आपल्याकडे परिपूर्ण मूल्य एकाच्या बरोबरीचे असणे किंवा परिपूर्ण मूल्य एकापेक्षा मोठे असणे आवश्यक आहे, म्हणून आपण ते घेऊ पुढील लेक्चरमध्ये प्रकरणे म्हणून आम्ही पुढील व्याख्यानाच्या पहिल्या 15 20 मिनिटांत पूर्ण करू आणि पुढील व्याख्यानाचा उर्वरित भाग मंडळांच्या कुटुंबावर एक नवीन विषय सुरू करू.
 धन्यवाद