

અગાઉના પ્રવચનોમાંના એકમાં વર્તુળો પરના 10 ના વ્યાખ્યાનમાં સ્વાગત છે, અમે કોઈપણ બે વર્તુળો વચ્ચેના પ્રત્યક્ષ સામાન્ય સ્પર્શક અને ત્રાંસી સામાન્ય સ્પર્શક વિશે ચર્ચા કરી હતી અને અમે ખાસ કરીને જુદા જુદા કિસ્સાઓ પર વિચાર કર્યો હતો જેમાંનો એક એવો હતો કે જ્યાં વર્તુળો એકબીજાને છેદે છે.

એકબીજાને અને વર્તુળોના સમીકરણો જોતાં અમે એ પણ કહ્યું હતું કે બે વર્તુળો એકબીજાને છેદે છે કે નહીં તે કેવી રીતે શોધી શકાય પણ તે પરિસ્થિતિઓ માટે અમે કોઈ પુરાવો આપ્યો ન હતો તેથી અમે જે કહ્યું તે ચોક્કસ હતું કે ધારો કે જો આપણી પાસે બે વર્તુળો છે તો વર્તુળો  $s$  એક સમીકરણ  $x$  ચોરસ વત્તા  $y$  ચોરસ વત્તા બે  $g$  એક  $x$  વત્તા બે  $f$  એક  $y$  વત્તા  $c$  એક શૂન્ય અને બીજા વર્તુળ  $s$  બે જેમાં સમીકરણ  $x$  ચોરસ વત્તા  $y$  ચોરસ વત્તા બે  $g$  બે  $x$  વત્તા બે  $f$  બે  $y$  વત્તા  $c$  બે શૂન્ય બરાબર છે

તેથી અમને આ બે સમીકરણો આપવામાં આવે છે અને પછી અમને આહ શોધવાનું કહેવામાં આવે છે અને પછી અમે આહ કહ્યું કે આ બે વર્તુળો એકબીજાને છેદે છે જો અને માત્ર ત્યારે જ તેમના કેન્દ્ર વચ્ચેનું અંતર  $s$

તેથી તેમના કેન્દ્રોને રહેવા દો જેથી પ્રથમ વર્તુળનું કેન્દ્ર ઓ દ્વારા સૂચવવામાં આવેલ એકમાં સમકક્ષ હોય છે માઈનસ  $g$  એક ઓછા  $f$  એક અને બીજા વર્તુળ  $o$  બેનું કેન્દ્ર માઈનસ  $g$  બે અલ્પવિરામ ઓછા  $f$  બે પ્રથમ વર્તુળની ત્રિજ્યા હોય  $r$  એક બરાબર  $g$  એક વર્ગનું વર્ગમૂળ વત્તા  $f$  એક ચોરસ ઓછા  $c$  એક અને તે જ રીતે બીજા વર્તુળ  $s$  બેની ત્રિજ્યા બરાબર  $g$  બે ચોરસ વત્તા  $f$  બે ચોરસ ઓછા  $c$  બેના વર્ગમૂળ બરાબર છે

તેથી માત્ર આટલી માહિતી આપીને અમે કહ્યું કે જો કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર

તેથી જો કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર જેનું વર્ગમૂળ છે તો આ બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર જેનું વર્ગમૂળ છે  $g$  બે ઓછા  $g$  એક આખો ચોરસ વત્તા  $f$  બે ઓછા  $f$  એક આખો ચોરસ

તેથી અમે કહ્યું કે જો આ અંતર ત્રિજ્યાના સરવાળા કરતા ઓછું અથવા બરાબર હોય અથવા જો તે બે વર્તુળોની ત્રિજ્યાના સંપૂર્ણ તફાવતના તફાવત કરતા વધારે અથવા બરાબર હોય તો જો આ સાચું હોય તો જો આ સ્થિતિ સાચી હોય તો આપણે મી જણાવ્યું હતું બે વર્તુળો એકબીજાને છેદે છે ત્યાં આપણે એમ પણ કહ્યું કે જો એક  $o$  બે કરીએ જે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર  $r$  એક વત્તા  $r$  બે બરાબર હોય તો બે વર્તુળો એકબીજાને બરાબર એક બિંદુએ બાહ્ય રીતે સ્પર્શે છે

તેથી આ સ્થિતિ છે જ્યાં આપણે આના જેવું કંઈક છે

તેથી આ  $s$  એક હોઈ શકે છે અને આ  $s$  બે હોઈ શકે છે અને તેઓ અહીં બરાબર એક બિંદુ પર એકબીજાને સ્પર્શે છે

તેથી તે બિંદુ  $p$  હોવા દો

તેથી આ કેન્દ્રો એક અને ઓ બે છે અને પછી અમે એમ પણ કહ્યું હતું કે કેન્દ્રોને જોડતી સીધી રેખા પણ આ બિંદુ  $p$  પરથી પસાર થશે જ્યાં બે વર્તુળો એકબીજાને સ્પર્શે છે અને પછી આપણે એમ પણ કહ્યું કે જો  $d$  એક  $o$  બે  $r$  એક વત્તા  $r$  બે કરતાં મોટો હોય તો બે વર્તુળો એકબીજાને છેદે નહીં

તેથી આ કેસ છે.

કંઈક આવું જ છે જ્યાં આપણી પાસે પહેલું વર્તુળ અને બીજું વર્તુળ છે અને તેઓ એકબીજા સાથે છેદતા નથી

તેથી આ સ્થિતિ છે અને પછી અમે એમ પણ કહ્યું હતું કે જો કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર સંપૂર્ણ તફાવત જેટલું હોય તો બે ત્રિજ્યા  $r$  1 અને  $r$  2 ની વચ્ચે પછી બે વર્તુળો

આંતરિક રીતે એકબીજાને સ્પર્શે છે

તેથી આનો અર્થ એ છે કે આ પ્રથમ વર્તુળ  $s$  એક હોઈ શકે છે જેનું કેન્દ્ર  $o$  એક પર છે અને પછી આપણી પાસે બીજું વર્તુળ  $s$  બે હોઈ શકે છે

તેથી આ કેન્દ્ર  $o$  બે સાથે  $s$  બે છે અને આ બે વર્તુળો

તેથી વર્તુળ  $s$  બે વર્તુળ એક  $s$  એકને અંદરથી સ્પર્શે છે

તેથી જ અમે કહ્યું કે ફક્ત એક બિંદુ  $p$  પર આંતરિક રીતે દાખલ કરો અને આ કિસ્સામાં બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર ચોક્કસ અંતર છે ત્રિજ્યા વચ્ચે અને પછી અલબત્ત અમે પણ ચર્ચા કરી હતી અમે છેલ્લા કેસની પણ ચર્ચા કરી હતી જ્યાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર ત્રિજ્યા વચ્ચેના સંપૂર્ણ તફાવત કરતાં સખત રીતે ઓછું હોય છે, જે કિસ્સામાં ફરીથી વર્તુળો અલબત્ત તેઓ છેદતા નથી.

નહીં અને આગળ કે એક વર્તુળ બીજા વર્તુળની અંદર સંપૂર્ણ રીતે હશે

તેથી આપણી પાસે આવી પરિસ્થિતિ છે જ્યાં આપણે કહીએ કે આપણી પાસે કેન્દ્ર  $o$  એક સાથે વર્તુળ છે અને પછી આપણી પાસે છે આ વર્તુળ બે કેન્દ્ર  $o$  બે સાથે છે

તેથી આ બે વર્તુળો એકબીજાને છેદતા નથી અને આગળ એ કે બે વર્તુળોમાંથી એક સંપૂર્ણપણે બીજા વર્તુળની અંદર છે

તેથી આ વ્યાખ્યાનની મુખ્ય ચર્ચા આ શરતોને સખત રીતે મેળવવા પર કેન્દ્રિત હશે.

તેથી અમે બતાવીશું કે બે વર્તુળો કોઈપણ બે વર્તુળો એકબીજાને છેદે છે જો અને માત્ર જો આ શરત સંતુષ્ટ હોય તો તેનો અર્થ એ છે કે જો આ શરત સંતુષ્ટ ન હોય તો બે વર્તુળો એકબીજાને છેદશે નહીં અને પછી ખાસ કિસ્સાઓમાં એ પણ બતાવો કે જો આ અને આ બધું સખત રીતે સાબિત થશે કારણ કે અમે જે વ્યાખ્યાનમાં આહ કર્યું ન હતું ત્યાં અમે સામાન્ય સ્પર્શકોના વ્યુત્પત્તિની ચર્ચા કરી રહ્યા હતા અને પછી અમે આ વિશિષ્ટ કિસ્સો પણ બતાવીશું જ્યાં જો વચ્ચેનું અંતર છે કેન્દ્રો ત્રિજ્યાના સરવાળા જેટલા છે તો તેઓ એકબીજાને બરાબર એક બિંદુએ સ્પર્શે કરશે કારણ કે જ્યારે તેઓ એકબીજાને છેદે છે ત્યારે તેઓ ખરેખર છેદશે બે અલગ-અલગ બિંદુઓ પર  $ing$  પરંતુ એક ખાસ કેસ તરીકે જ્યારે અંતર સરવાળા જેટલું હોય ત્યારે તેઓ એકબીજાને બાહ્ય રીતે સ્પર્શે કરે છે અને મારો મતલબ એ છે કે બે વર્તુળો એકબીજાની અંદર નથી

તેથી ઉદાહરણ તરીકે  $s$  બે  $s$  1 ની બહાર છે અને તે આ બિંદુ  $p$  પર બહારથી  $s$  1 ને સ્પર્શે છે અને પછી અલબત્ત આપણે સખત રીતે મેળવેલા આ કેસને પણ બતાવીશું કે જ્યાં એક વર્તુળ બીજાને આંતરિક રીતે સ્પર્શે છે, તો યાલો આપણે તે જોવાની શરૂઆત

કરીએ કે તે કયા સંજોગોમાં આવું થશે.

કે બે વર્તુળો એકબીજા સાથે છેદે છે

તેથી ચાલો કહીએ કે આપણી પાસે આ બે વર્તુળો છે અને

તેથી આપણે  $s$  એક પર વર્તુળ કર્યું છે અને આપણી પાસે વર્તુળ  $s$  બે છે અને ચાલો કહીએ કે તેઓ આ બે બિંદુઓ પર છેદે છે અને ચાલો એકનું સંકલન કરીએ આંતરછેદના બિંદુઓ  $x$  અને  $y$  હોઈ શકે છે

તેથી આ પ્રથમ વર્તુળમાંથી એક કેન્દ્ર છે જેના કોઓર્ડિનેટ્સ હું  $a$  અને  $ba$  અલ્પવિરામ બો બે દ્વારા સૂચિત કરું છું તે બીજા વર્તુળનું કેન્દ્ર છે જેના કોઓર્ડિનેટ્સ  $c$  અને દ્વારા સૂચવવામાં આવે છે  $dc$  અલ્પવિરામ  $d$  અને અલબત્ત આ સીધી રેખાની લંબાઈ એ બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર  $d$  એક  $o$  બે છે

તેથી  $s$  1 અને  $s$  2 આ બિંદુએ છેદે છે  $x$  અલ્પવિરામ  $y$  આ બિંદુ  $x$  અલ્પવિરામ  $y$  હવે બંને વર્તુળો પર આવેલું છે આ સમસ્યાને ઉકેલવા માટે આપણે વર્તુળના પેરામેટ્રિક ફોર્મ અથવા પેરામેટ્રિક સમીકરણનો ઉપયોગ કરવા જઈ રહ્યા છીએ, તેથી જો તમને વર્તુળનું પેરામેટ્રિક સમીકરણ યાદ હોય તો વર્તુળ પર  $x$  અને  $y$  કહીએ તો કોઈપણ બિંદુ આ રીતે લખી શકાય છે જેથી  $x$  સંકલન કરી શકે.

$x$  એ વર્તુળના કેન્દ્રના  $x$  કોઓર્ડિનેટ વત્તા વર્તુળની ત્રિજ્યા ગણો પેટા કોણ થીટાના કેન્દ્રની બરાબર છે

તેથી આ ખૂણો સામાન્ય રીતે આ કોણ છે જો આપણે આ વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી એક રેખા દોરીએ જે છે  $x$  અક્ષની સમાંતર, ચાલો કહીએ કે આ લીલી ટપકાંવાળી રેખા પછી થીટા એ ફક્ત  $x$  અક્ષ  $x$  અક્ષથી આ ત્રિજ્યા સુધીની સામેની દિશામાં લેવામાં આવેલો ખૂણો છે જે એક કેન્દ્ર સાથે જોડાય છે.

આ બિંદુ  $xy$

તેથી આ આ આખો કોણ

તેથી આ ખૂણો થીટા છે

તેથી પેરામેટ્રિક સ્વરૂપનો ઉપયોગ કરીને આપણે વર્તુળ પરના કોઈપણ બિંદુના  $x$  કોઓર્ડિનેટને ખસ  $r$  વન કોસ થીટા તરીકે લખીએ છીએ અને  $y$  કોઓર્ડિનેટ  $y$  કોઓર્ડિનેટ સમાન હશે કેન્દ્રનું જે  $b$  વત્તા સમાન ખૂણા થીટાના ત્રિજ્યા ગણા સાઈન છે

હવે આ બિંદુ  $x$  અલ્પવિરામ  $y$  પણ બીજા વર્તુળ  $s$  બે પર આવેલો છે, આપણે બીજા વર્તુળ  $s$  બેના પેરામેટ્રિક સ્વરૂપના સંદર્ભમાં પણ  $x$  અને  $y$  લખી શકીએ છીએ તે કિસ્સામાં  $x$  એ અન્ય કેટલાક કોણ  $phi$  ના  $c$  વત્તા  $r$  2 કોસાઈન બરાબર છે કારણ કે હવે કોણ અલગ હશે કારણ કે હવે આપણે આ બિંદુ  $x$  અને  $y$  ના કોઓર્ડિનેટ્સને  $ah$  સાથે પેરામેટ્રિક સ્વરૂપમાં વ્યક્ત કરવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યા છીએ બીજું વર્તુળ  $s2$  હવે જો આપણે ફરીથી  $phi$  બતાવવા માટે આપણે શું કરવાનું છે તે છે કે આપણે

કેન્દ્ર  $o2$  દ્વારા  $x$  અક્ષની સમાંતર રેખા દોરવી પડશે અને પછી કહીએ કે આપણી પાસે આ ત્રિજ્યા આ બિંદુ  $xy$  સાથે કેન્દ્ર  $o2$  સાથે જોડાય છે.

અને પછી આંગ  $1e$  આડી દિશામાંથી અથવા આ ત્રિજ્યાના ખૂણામાંથી  $x$  અક્ષના સંદર્ભમાં ઘુસણખોરીની વિરુદ્ધ દિશામાં લેવામાં આવે છે

તેથી આપણે એ જોવાનું છે કે આ આડી  $x$  અક્ષને કયા ખૂણાથી ઘુમવી જોઈએ જેથી તે આની સાથે એકરુપ થાય.

ત્રિજ્યા જેથી તે ખૂણો ચોક્કસપણે આ કોણ છે આટલો આટલો બધો અને હું તેને ફી દ્વારા દર્શાવીશ

તેથી આ બિંદુ  $x$  અલ્પવિરામ  $y$  બંને વર્તુળો પર આવેલો છે

તેથી આપણે શરૂઆતમાં પેરામેટ્રિક સ્વરૂપની દ્રષ્ટિએ  $x$  અને  $y$  કોઓર્ડિનેટ્સ વ્યક્ત કરીએ છીએ.

પ્રથમ વર્તુળના સંદર્ભમાં ફોર્મ અને કારણ કે તે જ બિંદુ બીજા વર્તુળ પર પણ આવેલું છે

તેથી અમે

બીજા વર્તુળના સંદર્ભમાં પેરામેટ્રિક સ્વરૂપમાં કોઓર્ડિનેટ્સ ફરીથી વ્યક્ત કરીએ છીએ

તેથી  $x$  આ છે અને  $y$  હવે  $d$  વત્તા  $r$  2  $\sin phi$  હશે જો હું આની સમાનતા કરો અને આને અંતે મને જે મળે છે તે એ છે કે એક વત્તા આર વન કોસ થીટા એ સી વત્તા આર ટુ કોસ ફી છે

તેથી આ બિંદુએ સામાન્યતા ગુમાવ્યા વિના ચાલો આપણે માની લઈએ કે

તેથી સામાન્યતાની સામાન્યતા ગુમાવ્યા વિના ચાલો આપણે ધારીએ છીએ કે  $r$  એક  $r$  બે કરતા મોટો અથવા સમાન છે

તેથી જો  $r$  બે  $r$  એક કરતા મોટો હોય તો તે જ પ્રકારનો પુરાવો અનુસરશે માત્ર એ છે કે  $r$  એક અને  $r$  બે ના નિયમો વિપરીત થઈ જશે

તેથી સમાનતા દ્વારા આ ધારણા સાથે આ અને આ જે આપણે ખરેખર મેળવીએ છીએ તે છે  $r$  વન કોસ થીટા એ સી માઈનસ એ વત્તા આર ટુ કોસ ફી બરાબર છે અને તે જ રીતે જો આપણે આ અને આની સમાન કરીએ તો આપણને મળે છે  $r$  વન સીન થીટા એ સી માઈનસ બી વત્તા આર ટુ સીન ફી છે

તેથી જો આહ આર બે  $r$  એક કરતા મોટા અથવા સમાન હોવા જોઈએ તો આપણે આ આખી વાત જુદી રીતે લખી હોત તો તે કિસ્સામાં આપણે  $r$  બે કોસ ફાઈ બરાબર એક બાદબાકી  $c$  વત્તા  $r$  1 કોસ થીટા અને  $r$  2 સાઈન ફી ઈઝ લખવું જોઈએ.

$r$  1  $\sin theta$  plus  $b$  minus  $d$

so ની બરાબર અને પછી બાકીનો પુરાવો બરાબર સરખો છે

તેથી જ આપણે સામાન્યતા ગુમાવ્યા વિના કહ્યું છે કે હવે આપણે આ બંને સમીકરણોને બંને બાજુએ ચોરસ કરીએ છીએ અને ડાબી બાજુએ જે મળે છે તે ઉમેરીએ છીએ આર વન ચોરસ  $\cos$  ચોરસ થીટા વત્તા આર વન ચોરસ પાપ ચોરસ થીટા છે તો આ ડાબી બાજુ છે જમણી બાજુએ આપણને  $c$  માઈનસ  $a$  વત્તા  $r$  બે  $\cos phi$  આખો ચોરસ વત્તા  $d$  ઓછા  $b$  વત્તા  $r$  બે પાપ ફી આખો ચોરસ મળે છે કારણ કે  $\cos$  ચોરસ થીટા વત્તા  $\sin$  ચોરસ થીટા એક બરાબર છે ડાબી બાજુ  $r$  એક ચોરસને સરળ બનાવે છે તેથી આપણી પાસે છે

તેથી આપણી પાસે આ સમીકરણ છે અને જો આપણે હવે જમણી બાજુનો વિસ્તાર કરીએ તો આપણને જે મળે છે તે છે  $c$  બાદ આખો ચોરસ વત્તા  $d$  ઓછા  $b$  આખો ચોરસ વત્તા  $r$  બે ચોરસ  $\cos$  ચોરસ ફી વત્તા  $r$  બે ચોરસ  $\sin$  સ્કવેર  $\phi$  વત્તા બે  $r$  બે  $c$  ઓછા  $a \cos \phi$  વત્તા બે  $r$  બે  $d$  ઓછા  $b \sin \phi$  હવે આ  $r$  બે ચોરસ સિવાય બીજું કંઈ નથી કારણ કે  $\cos$  ચોરસ  $\phi$  વત્તા  $\sin$  ચોરસ  $\phi$  એક છે

તેથી આપણને  $r$  એક ચોરસ બરાબર મળે છે અને આ જથ્થો એબી અને સીડી બે કેન્દ્રો વચ્ચેના અંતર સિવાય બીજું કંઈ નથી, તેથી આ જથ્થો કંઈ નથી પણ

તેથી આ ચોરસ અંતર બરાબર છે માફ કરશો, તેથી આ બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું ચોરસ અંતર છે

તેથી અમારી પાસે  $r$  એક ચોરસ ચોરસ બરાબર છે વચ્ચેનું અંતર કેન્દ્રો વત્તા  $r$  બે ચોરસ વત્તા બે  $r$  બે માં  $c$  માઈનસ  $a \cos \phi$  વત્તા  $d$  માઈનસ  $b \sin \phi$  અને પછી આપણે અહીં થોડી મેનીપ્યુલેશન કરીએ છીએ

તેથી ફક્ત આ શબ્દ આપણે  $d^2 - 2dr \cos \phi + r^2 = a^2 - 2ar \cos \phi + r^2 + b^2 - 2br \sin \phi + r^2$  વડે ગુણાકાર અને ભાગાકાર કરીએ છીએ

અને આ  $c$  માઈનસ  $a$  બાય  $d$  વન ઓ બને છે બે વખત  $\cos \phi$  વત્તા  $d$  માઈનસ  $b$  બાય  $d$  over  $o$  બે માં  $\sin \phi$  હવે જો આપણને ખ્યાલ આવે કે  $d$  ઉપર  $o$  બે ચોરસ છે  $c$  માઈનસ એક આખો ચોરસ વત્તા  $d$  ઓછા  $b$  આખો ચોરસ

તેથી આવશ્યકપણે આપણી પાસે આ  $c$  માઈનસ જેવું કંઈક છે  $a$  અને  $d$  માઈનસ  $b$

તેથી આપણી પાસે એક કાટકોણ ત્રિકોણ છે જેનું કર્ણાકાર  $d$   $o$  બે કરતાં લંબાઈનું છે અને બીજી બે બાજુઓ  $c$  ઓછા  $a$  અને  $d$  ઓછા  $b$  છે આપણે કહીએ અને

તેથી તે હોવું જોઈએ અને આપણે હકીકતમાં તે નથી તે કાટખૂણ ત્રિકોણને અહીં બતાવવાનું ખૂબ જ મુશ્કેલ છે

તેથી જો આપણે આપણી આકૃતિ પર પાછા જઈએ તો આ કાટખૂણો જો તમે આ કેન્દ્ર  $o$  બેથી આ લીલી ટપકાંવાળી રેખા જે  $x$

અક્ષની સમાંતર છે તેને લંબ દોરો તો ચાલો આપણે આ લંબરૂપ કહીએ તો આ કાટકોણ ત્રિકોણ છે જે આપણે વાત કરી રહ્યા છીએ  $ng$  વિશે કારણ કે આ કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણોની લંબાઈ  $d$   $o_1$   $o_2$  છે આ લંબાઈ  $c$  માઈનસ  $a$  આ  $d$  ઓછા  $b$  છે અને ચાલો આપણે

કાટકોણ ત્રિકોણના આ કોણને આલ્ફા દ્વારા દર્શાવીએ

તેથી આપણી પાસે આ કોણ આલ્ફા છે અને

તેથી  $c$  માઈનસ  $a$  બાય  $d$  ઓવર  $o_2$  એ બીજું કંઈ નથી પરંતુ  $\cos \alpha$  અને  $d$  ઓછા  $b$  બાય  $d$  ઓવર  $o_2$  એ સાઈન આલ્ફા છે

તેથી આપણે હવે આ સમીકરણમાં તેનો ઉપયોગ કરીશું

તેથી આપણી પાસે જે છે તે એ છે કે  $r$  એક ચોરસ એ  $d \cos \alpha$  બે સંપૂર્ણ ચોરસ વત્તા  $r$  છે બે ચોરસ વત્તા બે આર ટુ ડી ઓવર  $o$  બે વખત  $\cos \alpha \cos \phi$  plus  $\sin \alpha \sin \phi$

તેથી આ  $\cos a \cos b$  plus  $\sin a \sin b$  ફોર્મ્યુલાનો ઉપયોગ કરી રહ્યું છે આ  $\cos$  of  $\phi$  માઈનસ આલ્ફા બરાબર છે અને

તેથી અહીંથી આપણે મેળવીએ છીએ તે ફાઈ માઈનસ આલ્ફા ની કોસ બરાબર  $r$  એક ચોરસ માઈનસ  $d$  એક  $o$  બે આખા ચોરસ વત્તા  $r$  બે ચોરસ ઉપર બે  $r$  બે  $d$  એક ઓ બે

તેથી જો આપણે આમ કરીએ તો ચાલો હવે આપણો મુખ્ય ઉદ્દેશ્ય આ ફીની કિંમત શોધવાનો છે કારણ કે જો તમને યાદ છે કે મૂળ સમસ્યા એ હતી કે અમને આ બે આપવામાં આવ્યા હતા વર્તુળો અને આપણે હવે આંતરછેદના બિંદુઓ શોધવાનું માનવામાં આવે છે કારણ કે આપણે આંતરછેદના બિંદુઓને શોધવા માટે પેરામેટ્રિક ફોર્મનો ઉપયોગ કરીએ છીએ તે આ ખૂણાઓ થીટા અને ફી શોધવા સમાન છે કારણ કે એકવાર આપણે થીટા અને ફી શોધીએ છીએ ત્યારે આપણે દેખીતી રીતે  $x$  અને  $y$  શોધી શકીએ છીએ પરંતુ પછી આ થીટા અને ફી એવું હોવું જોઈએ કે આ એકસાથે આ બે સમીકરણોને હલ કરે આ ત્રિકોણમિતિ સમીકરણો છે

તેથી આપણી પાસે બે અજાણ્યા થીટા અને ફી છે જે શોધવા જ જોઈએ અને બાકીના બધા અન્ય ચલો છે જે અહીં આપણને જાણીતા છે કારણ કે  $r$  એક જાણીતું છે.

$r$  બે એ 2 કેન્દ્રોના કોઓર્ડિનેટ્સ એબી અને સીડી પણ જાણીતા છે અને તે જ આપણે છેલ્લી કેટલીક સ્વાઇડ્સમાં કરવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યા છીએ અને અમે આ બિંદુએ પહોંચ્યા છીએ જ્યાંથી બાકીનું બધું

તેથી આ જમણી બાજુ સંપૂર્ણપણે જાણીતી છે.

આપણા માટે આલ્ફા પણ આપણને ઓળખાય છે કારણ કે જો આપણે યાદ કરીએ કે આલ્ફાના કોસ અને સાઈન એ જાણીતા જથ્થાના ત્રિકોણમિતિ ગુણોત્તર છે

તેથી આલ્ફા પણ આપણને ઓળખાય છે અને

તેથી આપણે સક્ષમ હોવા જોઈએ  $\phi$  શોધવા માટે અને એકવાર આપણે  $\phi$  શોધી કાઢ્યા પછી આપણે  $\phi$  ની કિંમતને આ બે સમીકરણોમાં પાછું પ્લગ કરી શકીએ છીએ અને આપણે સરળતાથી થીટા શોધી શકીએ છીએ અને એકવાર આપણે થીટા અને ફી જાણીએ છીએ ત્યારે આપણે આંતરછેદના બિંદુના સંકલનને જાણી શકીએ છીએ.

આ બે વર્તુળોમાંથી

તેથી આ આહને ઉકેલવા માટે ચાલો આપણે ફાઈ માઈનસ આલ્ફા વિરુદ્ધ ફીના કોસનો ગ્રાફ દોરીએ જેથી ફી માઈનસ આલ્ફાના આલ્ફા કોસના ફી બરાબર હોય

ત્યારે આલ્ફા વત્તા પાઈ બાય બે પર એકનું ઉચ્ચતમ મૂલ્ય હશે.

આલ્ફા પ્લસ પાઈ ફી માઈનસ આલ્ફાના બે કોસ દ્વારા શૂન્ય હશે ફી માઈનસ આલ્ફાની કિંમત શૂન્યની કિંમત છે જે આપણે કહીએ કે

આલ્ફા વત્તા પાઈ પર આ મૂલ્ય ફી માઈનસ આલ્ફાના કોસનું મૂલ્ય હશે માઈનસ વન હશે જે અહીં આલ્ફા પ્લસ થ્રી પાઈ બાય ટુ પર છે તેથી જ્યારે ફી આલ્ફા પ્લસ થ્રી પાઈ બાય બે કોસ પાંચ માઈનસ આલ્ફા ફરીથી શૂન્ય છે તેથી તે ફરીથી અહીં છે અને પછી આપણે કહીએ કે આપણે ફક્ત બે સુધી પ્લોટ કરીએ છીએ  $\pi$  કારણ કે  $\phi$  ના આ કાર્ય  $\cos$  થી તે પૂરતું છે  $\sin$   $\alpha$  એ  $\phi$  સામયિકતાનું સામયિક કાર્ય છે બે  $\pi$  હોવાથી તે શૂન્ય અને બે  $\pi$  વચ્ચેનો ગ્રાફ દોરવા માટે પૂરતો છે કારણ કે અન્ય તમામ અંતરાલો માટે તેથી બે  $\pi$  થી ચાર  $\pi$  સુધીના અંતરાલ માટે આલેખ બરાબર સમાન હશે. માઈનસ ટુ પાઈ થી શૂન્ય પણ શૂન્ય થી 2 પાઈ માટેના ગ્રાફ સમાન હશે તેથી મેળવેલ ગ્રાફ કંઈક આવો દેખાશે પછી તે અહીં 0 અને પછી માઈનસ 1 પર જાય છે અને પછી ફરીથી 0 પર અહીં અને બે પાઈ પર પાછો આવે છે તે મૂળભૂત રીતે એક પૂર્ણ વર્તુળ અથવા એક સંપૂર્ણ આહ એક સંપૂર્ણ બે પાઈ પરિભ્રમણ પૂર્ણ કરવા જઈ રહ્યું છે અને તેથી આ મૂલ્ય અને આ મૂલ્ય સમાન હશે અને પછી ચાલો કહીએ કે તેથી હવે તે સ્પષ્ટ છે કે જો આ જમણી બાજુનું મોડ્યુલસ કરતાં વધુ હોય એક પછી સ્પષ્ટપણે ત્યાં કોઈ ઉકેલ નથી અને તે ચોક્કસપણે તે કિસ્સામાં છે જ્યાં તેનો અર્થ એ છે કે કારણ કે ત્યાં કોઈ ઉકેલ નથી અથવા મૂળભૂત રીતે આ ત્રિકોણમિતિ સમીકરણનો કોઈ ઉકેલ નથી તે કિસ્સામાં જ્યાં સંપૂર્ણ અથવા અથવા મૂલ્ય આ જમણી બાજુની સંપૂર્ણ કિંમતનું  $e$  એ એક કરતા વધુ છે જેનો અર્થ છે કે તે એક કરતા વધારે છે અથવા તે ઓછા એક કરતા ઓછા છે તેથી તે કિસ્સામાં આ ત્રિકોણમિતિ સમીકરણનો કોઈ ઉકેલ ન હોવાથી તે સ્પષ્ટ છે કે બે વર્તુળો એકબીજાને છેદશે નહીં તેથી બીજો કિસ્સો એ છે કે જ્યારે આ જમણી બાજુના આ સંપૂર્ણ મૂલ્યનું મોડ્યુલસ એક કરતા ઓછું હોય તો તે કિસ્સામાં જો મૂલ્ય હોય તો ચાલો કહીએ કે જો સંપૂર્ણ મૂલ્ય એક કરતા સખત રીતે ઓછું હોય તો તે કેસ છે જ્યાં આમ ચાલો આપણે કહીએ કે મૂલ્ય એક કરતા સખત રીતે ઓછું છે, તેથી ચાલો કહીએ કે મૂલ્ય અડધા જેવું છે, તો પછી ઉકેલ શોધવા માટે આપણે શું કરીએ છીએ, તો ચાલો આપણે કહીએ કે આ આ છે આ મૂલ્ય આટલું બરાબર છે તેથી આ અધિકાર હાથની બાજુ આટલી જ છે અને તેથી આપણે  $x$  અક્ષની સમાંતર એક આડી રેખા દોરીએ છીએ તેથી માફ કરશો આ લાલ વિલ વક્ર માત્ર અહીં સુધી જ જશે કારણ કે આ અને આ સમાન હોવું જોઈએ અને તેથી આપણે જે જોઈએ છીએ તે કોઈપણ મૂલ્ય માટે છે જે  $h$  એ એક કરતાં સખત રીતે ઓછું છે તે જોવાનું ખૂબ જ સરળ છે કે ત્યાં વાસ્તવમાં બે અલગ અલગ ઉકેલો હશે અથવા  $\phi$  ના બે અલગ-અલગ મૂલ્યો હશે જે આ સમીકરણને સંતોષશે જેથી આપણે કોઈ અન્ય મૂલ્ય પણ લઈ શકીએ તેથી આપણે કોઈ અન્ય મૂલ્ય લઈ શકીએ, ચાલો કહીએ. આપણે આ મૂલ્ય કહીએ જે આપણે માઈનસ વન બાય ચાર કહીએ તેથી જો આ જમણી બાજુ માઈનસ એક બાય ચાર હોય તો સોલ્યુશન શોધવા માટે  $x$  અક્ષની સમાંતર એક આડી રેખા દોરશે જેની  $x$  અક્ષથી ઊભી અંતર છે. ચાર બાય એક છે પરંતુ તે નકારાત્મક બાજુ પર છે તેથી મૂળભૂત રીતે આ લીલી રેખા છે તેથી જ્યારે આ માઈનસ એક બાય ચાર હોય ત્યારે બે ઉકેલો આ લીલી રેખાના વળાંક સાથેના આંતરછેદના બિંદુ દ્વારા આપવામાં આવે છે  $\cos \phi$  માઈનસ આલ્ફા અને તે બે બિંદુઓ આ છે તેથી આ બે એક છે જેથી કોઈ સરળતાથી જોઈ શકે કે આહ આ જમણી બાજુના કોઈપણ મૂલ્ય માટે જેનું ચોક્કસ મૂલ્ય એક કરતા ઓછું હોય ત્યાં ફીના બે અલગ અલગ મૂલ્યો હશે અથવા બે અલગ હશે  $\phi$  માટેના ઉકેલો અને  $\phi$  ના આવા દરેક સોલ્યુશન માટે જો આપણે તેને અહીં આ સમીકરણમાં પાછું મૂકીશું તો આપણને તે ફાઈને અનુરૂપ થીટાનું એક અનોખું મૂલ્ય મળશે જેથી તે હવે એક થીટા અને ફીની જોડી હશે કારણ કે ત્યાં બે અલગ અલગ ફી છે. આવા કિસ્સાઓ માટે કે જ્યાં જમણી બાજુનું ચોક્કસ મૂલ્ય એક કરતા ઓછું હોય તે સ્પષ્ટ છે કે ત્યાં બે અલગ અલગ થીટા ફી જોડી હશે તેનો અર્થ એ છે કે બે અલગ અલગ આંતરછેદ બિંદુઓ હશે ઉદાહરણ તરીકે અહીં આ આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે. કેસ જ્યાં નિરપેક્ષ મૂલ્ય છે તેથી આ તે કેસ છે જ્યાં આપણે અત્યારે આ સમીકરણની પાછલી સ્વાઇડ પરના સમીકરણની જમણી બાજુની સંપૂર્ણ કિંમત સાથે વ્યવહાર કરી રહ્યા છીએ જેથી જો આ જમણી બાજુએ ચોક્કસ મૂલ્ય હોય એક કરતા ઓછા તેથી આ તે કેસ છે જે અમે વિચારી રહ્યા છીએ અને અમે દલીલ કરી છે કે આ કિસ્સામાં બે બિંદુઓ બરાબર બે બિંદુઓ હશે જ્યાં બે વર્તુળો છેદશે પરંતુ પછી આખરે આપણે જે બતાવવા માંગીએ છીએ તે એ છે કે આપણે બતાવવા માંગીએ છીએ કે આ સ્થિતિ સૂચવે છે અને તે શરત દ્વારા પણ સૂચિત છે કે અંતર ત્રિજ્યાના સરવાળા કરતા ઓછું છે અને સંપૂર્ણ તફાવત કરતા વધારે છે, તેથી આપણે અહીંથી શરૂ કરવું જોઈએ. બંને રીતે તેથી જો આપણે અહીંથી શરૂ કરીએ તો આપણે આ મેળવવું જોઈએ અને આનો અર્થ પણ આમાં હોવો જોઈએ પરંતુ જો તમે જોવા માંગતા હોવ કે આપણે આ સમીકરણ પહેલાના આપણા સમીકરણ પર પાછા જવું પડશે જે અહીં લખેલ છે તેથી જો આપણે ફરીથી આ સમીકરણ જોઈએ  $r$  એક ચોરસ અથવા તેના બદલે જો આપણે આ સમીકરણ જોઈએ તો તે જ સમીકરણ ફરીથી તે આપણને કોસાઈન સૂત્રની યાદ અપાવે છે કોસાઈન કાયદો આ આપણને કોસાઈન કાયદાની યાદ અપાવે છે કારણ કે જો આપણે કોસાઈન કાયદો યાદ રાખીએ તો આપણી પાસે શું હતું તે ચાલો કહીએ કે આપણી પાસે છે.  $r$  બે  $r$  એક અને  $d$  એક  $o$  બે બાજુઓ સાથેનો ત્રિકોણ અને ચાલો કહીએ કે  $r$  બે અને એક  $o$  બે લંબાઈની બાજુઓ વચ્ચેનો

ખૂણો બીટા છે તો આપણે જાણીએ છીએ કે બીટાનો કોસાઈન બીજું કંઈ નથી પણ  $r$  બે ચોરસ વત્તા એક અલ્પવિરામ  $o$  કરો બે  $5$ બલ્ચુ છિદ્ર ચોરસ માઈનસ  $r$  એક ચોરસ પર બે  $r$  બે માં  $d$  એક  $o$  બે અને આ જમણી બાજુ આ બાજુ સાથે ખૂબ સમાન છે સિવાય કે આપણે નકારાત્મક સંકેત સિવાય આને નકારી કાઢવું જોઈએ ત થી જો આપણે આ જ ણી બાજુની માઈનસ લઈએ તો બરાબર થશે આ મેળવો એટલે તેનો અર્થ એ છે કે જો આપણે ફરીથી આપણી શરૂઆતની સ્વાઈડ પર જઈએ તો ચાલો એ જોવાનો પ્રયત્ન કરીએ કે આ કોણ બરાબર ક્યાં છે, એટલે કે બીટા આપણે જેના વિશે વાત કરી રહ્યા છીએ, તો આપણે અહીં પાછા જઈએ તો આપણે જે જોઈએ છીએ તે છે.

જુઓ તો ચાલો આપણે આ બિંદુ  $p$  હોઈએ અને ચાલો ત્રિકોણ  $po_1 o_2 po_1 o_2$  જોઈએ તો આપણે જોઈએ છીએ કે આ બાજુ એક  $p$  લંબાઈ છે  $r$  એક  $o$  બે  $p$  લંબાઈ  $r$  બે છે અને એક  $o$  બે દેખીતી રીતે છે લંબાઈ એક  $o$  બે કરો તેથી આ તે ત્રિકોણ છે જે આપણે

થોડી મિનિટો પાછળ દોર્યું હતું અને પછી આપણે આ  $r$  બે લંબાઈ વચ્ચેના ખૂણા વિશે વાત કરી રહ્યા હતા લંબાઈ  $r$  બે  $n$  આ  $ah$  લંબાઈ લંબાઈ  $d$  એકની આ બાજુ  $o$  બે તો આ શું છે આ કોણ છે એટલે આ કોણ છે જેને આપણે  $a$  કહી રહ્યા હતા  $s$  બીટા પરંતુ પછી બીટા શોધવાનું બહુ મુશ્કેલ નથી કારણ કે જો આપણે જોઈએ કે આ બીજું કંઈ નથી પરંતુ  $90$  ડિગ્રી  $pi$  બાય  $2$  છે અને આ કોણ આલ્ફા હતો

તેથી જો તમે આ કાટકોણ ત્રિકોણ જુઓ તો આ આલ્ફા છે અને

તેથી આ ખૂણો અહીં  $pi$  બાય  $2$  છે બે ઓછા આલ્ફા હવે જો આપણે આ બધા એક બે ત્રણ અને ચાર ચાર આ ચાર ખૂણાઓનો સરવાળો કરીએ તો આપણને બે પાઈ મળવા જોઈએ એટલે બે પાઈ બરાબર છે તો ચાલો ફાઈ સી ફી પ્લસથી શરૂ કરીને એન્ટિક્લોકવાઇઝ દિશામાં શરૂ કરીએ અને પછી બીટા વત્તા પાઈ બે બાય બે માઈનસ આલ્ફા વત્તા પાઈ બાય બે

તેથી આ સમીકરણમાંથી આપણને શું મળશે કે આ કોણ બીટા બરાબર છે પાઈ માઈનસ ફી વત્તા આલ્ફા હવે જો આપણે આ જોઈશું તો ચાલો હું આ ત્રિકોણને અહીં દોરું તો આ બીટા આ છે  $r$  one  $r$  બે અને આ  $5$  એક  $o$  બે છે

તેથી જો આપણે આ ત્રિકોણ પર કોસાઈનનો કાયદો લાગુ કરીએ તો આપણને જે મળશે તે બરાબર છે કારણ કે આપણે અહીં જે લખ્યું છે તે જ છે પણ પછી આપણે અગાઉની સ્વાઈડ પર બતાવ્યું છે કે બીટા એ પાઈ માઈનસ બરાબર છે.

ફી પ્લસ આલ્ફા અને

તેથી બીટા  $i$  ના કોસાઈન  $s$  પાઈ માઈનસ ફી વત્તા આલ્ફાના કોસાઈન સિવાય બીજું કંઈ નથી જે બીજું કંઈ નથી

તેથી બીટાનો કોસાઈન પાઈ માઈનસ ફી વત્તા આલ્ફાના કોસાઈન જેટલો છે જે ફી માઈનસ આલ્ફાના કોસાઈનના બાદબાકી સમાન છે અને આપણને અહીં નકારાત્મક ચિહ્ન મળે છે

તેથી મારો મતલબ આ છે આના સમાન જેનો મૂળભૂત અર્થ થાય છે

તેથી આમાંથી આપણને આ સમીકરણ મળશે

તેથી આપણી પાસે અહીં જે છે તે મૂળભૂત રીતે છે

તેથી અહીં આ સમીકરણ જે આપણને મળ્યું છે તે બીજું કંઈ નથી પરંતુ આ ત્રિકોણ એક ઓ ટુ પી પર લાગુ થયેલ કોસાઈન કાયદો હવે ત્રિકોણાકાર અસમાનતામાંથી શું છે આપણી પાસે છે કે જો આ શરત સાચી છે જો આ શરત સાચી હોય તો તે કિસ્સામાં બે વર્તુળો બે બિંદુઓ પર છેદશે

તેથી આ છેદન બિંદુ  $p$  છે અને આપણી પાસે આ ત્રિકોણ અહીં એક  $o$  બે  $p$  છે અને આ ત્રિકોણ માટે ત્રિકોણાકાર અસમાનતા છે સંતુષ્ટ થવું જોઈએ અને કારણ કે ત્રિકોણાકાર અસમાનતા સંતોષવી જ જોઈએ તે સાચું હોવું જોઈએ કે  $d$  એક  $o$  બે  $r$  એક વત્તા  $r$  બે કરતા સખત રીતે ઓછો હોવો જોઈએ નહીં તો બીજી બાજુ આપણી પાસે ત્રિકોણ હોઈ શકે નહીં જો આપણે જાણો કે જો આપણી પાસે હોય તો આ એક વસ્તુ છે બીજી બાબત એ છે કે આ એક શરત છે જે આપણને ત્રિકોણાકાર અસમાનતાને કારણે મળે છે, પરંતુ આ ફક્ત એક જ સમય છે કારણ કે સંપૂર્ણ રીતે ત્રણ અસમાનતા હશે

તેથી બીજી આહ ત્રિકોણાકાર અસમાનતા એ છે જ્યારે આપણે  $r$  એકને  $5$ બી બાજુએ મૂકીએ અને આપણે કહીએ કે  $r$  એક એ એક કરતાં ઓછું છે એક  $o$  બે વત્તા આર બે  $r$  એક ઓછા  $r$  બે હવે આ કિસ્સામાં કારણ કે સામાન્યતા ગુમાવ્યા વિના  $r$  એક  $r$  બે કરતાં મોટો છે

તેથી આ બીજું કંઈ નથી પણ તેના સંપૂર્ણ તફાવત સમાન છે કારણ કે  $r$  એક છે

તેથી આ સાચું છે કારણ કે  $r$  એક  $r$  બે કરતા મોટો છે

તેથી આ આહ બીજી ત્રિકોણીય અસમાનતા આ સૂચવે છે અને ત્રીજી ત્રિકોણાકાર અસમાનતા આપણને કંઈપણ અર્થપૂર્ણ આપશે નહીં કારણ કે ત્રીજું  $r$  બે હશે તે એક  $o$  બે વત્તા  $r$  એક કરતાં ઓછું છે જે કોઈપણ રીતે સાચું છે કારણ કે  $r$  એક  $r$  બે કરતાં મોટો છે અને બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર ઘન છે

તેથી આનાથી આપણને કંઈપણ અર્થ થશે નહીં  $gfU1$  તો આપણે જોયું કે જો અહીં આ સમીકરણના ત્રિકોણાકારની જમણી બાજુ હોય તો જો સંપૂર્ણ મૂલ્ય એક કરતા ઓછું હોય તો અમે દલીલ કરી હતી કે આંતરછેદના બે બિંદુઓ હશે અને પછી અમે એ પણ બતાવ્યું કે અમે તેનો ઉપયોગ કરીને બતાવ્યું કે આ સમીકરણ

પ્રથમ આફતિમાંના એક ત્રિકોણ માટેના કોસાઈન કાયદાને અનુરૂપ છે અને પછી તે ત્રિકોણમાં ત્રિકોણાકાર અસમાનતા લાગુ કરીને અમે દર્શાવ્યું છે કે જો બે વર્તુળો બે બિંદુઓ પર છેદે છે તો આ બે શરતો સંતોષવી આવશ્યક છે, તો આ હોવું આવશ્યક છે.

સાચું છે

તેથી અમે ફક્ત એક માર્ગ સૂચિત દર્શાવ્યું છે કે જો બે વર્તુળો છેદે છે તો આ બે સંતુષ્ટ થવું જોઈએ પરંતુ વિપરીત પણ સાચું છે કારણ કે જો આ બે સ્થિતિઓ સંતુષ્ટ હોય તો આ ત્રીજી સ્થિતિ કોઈપણ રીતે સાચી છે કારણ કે  $r$  એક  $r$  બે કરતા મોટો છે અને કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર ઘન છે અને

તેથી તેથી આપણી પાસે ત્રણ સંખ્યાઓ છે ત્રણ ઘન સંખ્યાઓ  $r$  એક આર બે અને એક  $o$  બે કરીએ જે સંતોષે છે ત્રણેય

ત્રિકોણાકાર અસમાનતાઓ અને

તેથી તેઓ હંમેશા  $r_1, r_2$  સાથે ત્રિકોણ બનાવી શકે છે અને તેની બાજુ તરીકે  $1, 2$  કરી શકે છે અને પછી આપણે ફક્ત દલીલને પાછળ લઈ જઈ શકીએ છીએ અને જો આપણે દલીલને પાછળ લઈ જઈએ તો તે ખૂબ મુશ્કેલ નથી.

બતાવો કે તેઓ બે ત્રિકોણમાં છે તે છેદશે અને તેઓ બરાબર આ બિંદુએ છેદશે  $p$  કારણ કે આ ત્રણ સંખ્યાઓ  $r_1$  એક  $r_2$  બે અને  $d$  એક  $o$  બે આ ત્રિકોણાકાર અસમાનતાને સંતોષે છે ત્રિકોણ તેના બે શિરોબિંદુઓ એક અને  $o$  તરીકે અસ્તિત્વમાં હોવું જોઈએ બે કારણ કે  $d$  એક  $o$  બે એ બે કેન્દ્રો વચ્ચેના અંતર સિવાય બીજું કંઈ નથી અને બીજા શિરોબિંદુ સાથે જેનું  $o, 2$  થી અંતર  $r_2$  છે તેથી આ શિરોબિંદુ બીજા વર્તુળ પર રહેવું હોવું જોઈએ કારણ કે બીજા વર્તુળની બીજી ત્રિજ્યા  $r_2$  છે અને આનું અંતર બિંદુ  $p$  એ  $r_1$  બે છે

તેથી આ બિંદુ આપણે આ વર્તુળ પર સૂવું જોઈએ અને તે જ રીતે આ બીજી ત્રીજી લંબાઈ  $r_1$  એક હોવાથી આ ત્રિકોણ  $p$  નું શિરોબિંદુ પણ પ્રથમ વર્તુળ પર હોવું જોઈએ અને

તેથી કારણ કે તે બંને વર્તુળો પર આવેલું છે આ આંતરછેદનું બિંદુ હોવું જોઈએ,

તેથી યાવો હું ફરીથી આહને બીજી દલીલનું પુનરાવર્તન કરું,

તેથી આપણે સૌ પ્રથમ જ બતાવ્યું તે એ છે કે ત્રિકોણાકાર અસમાનતાનો ઉપયોગ કરીને અમે બતાવ્યું કે આહ આ સ્થિતિ સૂચવે છે કે આ બે આવશ્યક છે.

હવે પકડી રાખો આપણે પછાત દલીલ બતાવીશું કે જો આપણને ફક્ત આ બે શરતો આપવામાં આવે તો આ બે શરતો પણ સૂચવે છે કે બે વર્તુળો એકબીજાને છેદે છે કારણ કે અમને આ બે શરતો આપવામાં આવી છે આ સ્થિતિ કોઈપણ રીતે સાચી છે કારણ કે  $r_1$  એક એ  $r_2$  કરતાં મોટો છે  $r_2, r_1$  એ  $r_2$  કરતાં મોટો અથવા બરાબર છે અને કેન્દ્ર વચ્ચેનું અંતર હવે ઘન છે આ ત્રણ સ્થિતિઓને જોતાં આપણને ખ્યાલ આવે છે કે આ  $c$  શરત બીજું કંઈ નથી પરંતુ ત્રિકોણ તે ત્રણ સમીકરણો છે.

ત્રિકોણાકાર અસમાનતાની

તેથી આપણી પાસે મૂળભૂત રીતે ત્રણ સંખ્યાઓ છે જેમાં સકારાત્મક સંખ્યાઓ  $r_1$  એક આર બે છે અને એક  $o$  બે કરીએ છીએ જે ત્રિકોણાકાર અસમાનતાને સંતોષે છે અને

તેથી આપણે સક્ષમ હોવા જોઈએ  $o$  એક ત્રિકોણ બનાવો જેની બાજુઓની લંબાઈ  $r_1$  એક  $r_2$  એક  $r_3$  બે હોય અને હવે એક  $o$  બે કરો હવે  $d$  એક  $o$  બે એ બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર સિવાય બીજું કંઈ નથી

તેથી આપણે આ ત્રિકોણના બે શિરોબિંદુઓ પસંદ કરીએ છીએ જે આપણે બનાવી રહ્યા છીએ.

એક અને ઓ બે અને ત્રીજો શિરોબિંદુ આપણે તેને એક બિંદુ તરીકે પસંદ કરી શકીએ છીએ જે બીજા વર્તુળના કેન્દ્રથી  $r_1$  બેના અંતરે હોય અને પ્રથમ પરિપથના કેન્દ્રથી  $r_2$  એકના અંતરે હોય પરંતુ પછી આપણે જાણો કે બીજા વર્તુળની ત્રિજ્યા  $r_2$  છે અને

તેથી આ બિંદુ બીજા વર્તુળ પર હોવું જોઈએ તેવી જ રીતે આપણે જાણીએ છીએ કે પ્રથમ વર્તુળની ત્રિજ્યા  $r_1$  છે અને

તેથી આ બિંદુ પણ ત્રીજા વર્તુળ પર હોવું જોઈએ અને તે યાવુ હોવાથી બંને વર્તુળો આંતરછેદના બિંદુઓમાંથી એક હોવા જોઈએ જેનો અર્થ છે કે બે વર્તુળો એકબીજાને છેદે છે

તેથી આ વ્યાખ્યાનમાં આપણે અત્યાર સુધી જે બતાવ્યું છે તે એ છે કે જો બે વર્તુળો બે બિંદુઓ પર છેદે છે તો મારો કહેવાનો અર્થ એ છે કે જો ત્યાં બે અલગ છે ઉકેલો અથવા આ સમીકરણના  $phi$  ના બે અલગ-અલગ ઉકેલો જે ત્યારે જ બનશે જ્યારે આ જમણી બાજુનું ચોક્કસ મૂલ્ય એક કરતા ઓછું હોય તો જો આપણે તે સ્થિતિ ધારીએ કે જો અહીં જમણી બાજુનું ચોક્કસ મૂલ્ય એક કરતા ઓછું હોય જેમાં બે અલગ હોય  $phi$  ના ઉકેલો જેનો મૂળભૂત અર્થ એ થાય છે કે આપણે ધારીએ છીએ કે બે વર્તુળો બે જુદા જુદા બિંદુઓ પર છેદે છે

તેથી જો બે વર્તુળો જો આપણે ધારીએ કે બે વર્તુળો બે જુદા જુદા બિંદુઓ પર છેદે છે તો અહીંથી શરૂ કરીને અને ત્રિકોણાકાર અસમાનતાનો ઉપયોગ કરીને શું કરવું અમે બતાવ્યું છે કે બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર ત્રિજ્યાના સરવાળા કરતાં સખત રીતે ઓછું હોવું જોઈએ અને એ પણ કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર બે ત્રિજ્યા વચ્ચેના સંપૂર્ણ તફાવત કરતાં સખત રીતે વધારે હોવું જોઈએ

અને તે પછી અમે એ પણ બતાવ્યું કે અમે વિપરીત દલીલ પણ બતાવી અમે બતાવ્યું કે જો આપણે અંતરની શરતની ધારણા સાથે શરૂ કરીએ તો જો આપણે સાથે શરૂ કરીએ બે વર્તુળો  $r_1$  એક વતા  $r_2$  બે કરતા ઓછા છે અને તે બે ત્રિજ્યા વચ્ચેના સંપૂર્ણ તફાવત કરતા વધારે છે જો આપણે તે ધારણાથી શરૂઆત કરીએ તો અમે એ પણ બતાવ્યું કે અમે દલીલ કરી હતી કે તે હોવું જોઈએ અને કદાચ પ્રથમ 15-20 મિનિટમાં હવે પછીના લેક્ચરમાં આપણે બાકીની દલીલ પૂરી કરી શકીશું જેથી કરીને બાકીના કિસ્સાઓ મૂળભૂત રીતે એવા કિસ્સાઓ છે કે જ્યાં આપણી પાસે ચોક્કસ મૂલ્ય એકની બરાબર હોય અથવા ચોક્કસ મૂલ્ય એક કરતા વધારે હોય ઉદાહરણ તરીકે આપણે તે લઈશું આગળના લેક્ચરમાં કેસો જેથી અમે આગળના લેક્ચરની પ્રથમ 15 20 મિનિટમાં સમાપ્ત કરીશું અને પછીના લેક્ચરનો બાકીનો ભાગ વર્તુળોના પરિવાર પર એક નવો વિષય શરૂ કરશે તમારો આભાર