পূর্ববর্তী বক্তৃতাগুলির একটিতে বৃত্তের 10 বক্তৃতায় স্বাগত জানাই আমরা যে কোনো দুটি বৃত্তের মধ্যে প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শক এবং তির্যক সাধারণ স্পর্শক সম্পর্কে আলোচনা করেছি এবং আমরা বিশেষভাবে বিভিন্ন ক্ষেত্রে বিবেচনা করেছি যার মধ্যে একটি ছিল যেখানে বৃত্তগুলিকে ছেদ করে একে অপরকে এবং বৃত্তের সমীকরণের প্রেক্ষিতে আমরা এটাও বলেছিলাম যে দুটি বৃত্ত ছেদ করছে কি না তা কীভাবে খুঁজে বের করা যায় কিন্তু তখন সেই শর্তগুলির জন্য আমরা কোন প্রমাণ দেইনি
তাই আমরা যা বলেছিলাম তা হল যে ধরুন আমাদের দুটি বৃত্ত আছে বৃত্ত s একটি সমীকরণ x বর্গ প্লাস y বর্গ প্লাস দুই g one x প্লাস দুই f one y প্লাস c একটি সমান শূন্য এবং আরেকটি বৃত্ত s দুটি সমীকরণ x বর্গ প্লাস y বর্গ প্লাস দুই g দুই x দুই f দুই y প্লাস c দুই শূন্যের সমান
তাই আমাদের এই দুটি সমীকরণ দেওয়া হয়েছে এবং তারপরে আমাদেরকে আহ খুঁজে বের করতে বলা হয়েছে এবং তারপরে আমরা বলেছি যে এই দুটি বৃত্ত একে অপরকে ছেদ করবে যদি এবং শুধুমাত্র যদি তাদের কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব হয় s সুতরাং তাদের কেন্দ্রগুলিকে এমন হতে দিন যাতে প্রথম বৃত্তের কেন্দ্র s একটিকে o দ্বারা চিহ্নিত করা হয় যেখানে স্থানাঙ্ক বিয়োগ হয় g এক বিয়োগ f এক এবং দ্বিতীয় বৃত্ত o দুইটির কেন্দ্র বিয়োগ g দুই কমা বিয়োগ f দুই প্রথম বৃত্তের ব্যাসার্ধ r এক সমান g এর বর্গমূল এক বর্গ প্লাস f এক বর্গ বিয়োগ c এক এবং একইভাবে দ্বিতীয় বৃত্ত s দুই এর ব্যাসার্ধ g দুই বর্গ প্লাস f দুই বর্গ বিয়োগ c দুই এর বর্গমূলের সমান
তাই আমরা এতটুকু তথ্য দিলাম যদি কেন্দ্রগুলির মধ্যে দূরত্ব হয়
তাই যদি কেন্দ্রগুলির মধ্যে দূরত্ব যার বর্গমূল হয় তাহলে এই দুটি বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব যা g দুই বিয়োগের বর্গমূল g এক পুরো বর্গ প্লাস f দুই বিয়োগ f এক পুরো বর্গ
তাই আমরা বললাম যে যদি এই দূরত্বটি ব্যাসার্ধের যোগফলের চেয়ে কম বা সমান হয় বা যদি এটি দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের পরম পার্থক্যের পার্থক্যের চেয়ে বেশি বা সমান হয় তবে যদি এটি সত্য হয় তবে এই শর্তটি সত্য হলে আমরা ম বলেন দুটি বৃত্ত একে অপরকে ছেদ করে আমরা আরও বলেছি যে যদি এক o দুই করি যা কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব r এক যোগ r দুই এর সমান হয় তবে দুটি বৃত্ত একে অপরকে ঠিক এক বিন্দুতে বাহ্যিকভাবে স্পর্শ করে
তাই এই ক্ষেত্রে আমরা এরকম কিছু আছে
তাই এটি s এক হতে পারে এবং এটি s দুটি হতে পারে এবং তারা এখানে ঠিক একটি বিন্দুতে একে অপরকে স্পর্শ করে
তাই সেই বিন্দুটি p হতে দিন
তাই এইগুলি কেন্দ্র এক এবং দুইটি এবং তারপর আমরা বলেছিলাম যে কেন্দ্রগুলির সাথে যোগদানকারী সরলরেখাটিও এই বিন্দু p এর মধ্য দিয়ে যাবে যেখানে দুটি বৃত্ত একে অপরকে স্পর্শ করে এবং তারপর আমরা এটাও বলেছিলাম যে d এক o দুই যদি r এক যোগ r দুই এর চেয়ে বড় হয় তবে দুটি বৃত্ত ছেদ করে না
তাই এই ক্ষেত্রে এইরকম কিছু যেখানে আমাদের প্রথম বৃত্ত এবং দ্বিতীয় বৃত্ত রয়েছে এবং তারা একে অপরের সাথে ছেদ করে না
তাই এই অবস্থা এবং তারপর আমরা এটাও বলেছিলাম যে যদি কেন্দ্রগুলির মধ্যে দূরত্ব পরম পার্থক্যের সমান হয় দুটি ব্যাসার্ধ r 1 এবং r 2 এর মধ্যে তারপর দুটি বৃত্ত একে অপরকে অভ্যন্তরীণভাবে স্পর্শ করে
তাই আমরা এর দ্বারা যা বোঝাতে চাই
তাই এটি প্রথম বৃত্ত s হতে পারে যার কেন্দ্র o একটি এবং তারপরে আমাদের কাছে অন্য বৃত্ত s দুটি থাকতে পারে
তাই এটি কেন্দ্র o দুই সহ s দুটি এবং এই দুটি বৃত্ত
তাই বৃত্ত s দুটি ভিতর থেকে বৃত্ত এক s এককে স্পর্শ করে
তাই আমরা বলেছিলাম অভ্যন্তরীণভাবে মাত্র একটি বিন্দু p এ প্রবেশ করুন এবং এই ক্ষেত্রে দুটি কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব হল পরম দূরত্ব ব্যাসার্ধের মধ্যে এবং তারপরে অবশ্যই আমরা আলোচনা করেছি আমরা শেষ ক্ষেত্রেও আলোচনা করেছি যেখানে কেন্দ্রগুলির মধ্যে দূরত্ব ব্যাসার্ধের মধ্যে পরম পার্থক্যের চেয়ে কঠোরভাবে কম যেখানে আবার বৃত্তগুলি অবশ্যই তারা ছেদ করে না না এবং আরও যে একটি বৃত্ত অন্য বৃত্তের ভিতরে সম্পূর্ণভাবে চলে যাচ্ছে
তাই আমাদের এমন একটি পরিস্থিতি রয়েছে যেখানে আমরা বলি আমাদের এখানে একটি কেন্দ্রের সাথে একটি বৃত্ত রয়েছে এবং তারপরে আমাদের আছে এই বৃত্তের দুটি কেন্দ্র ও দুটির সাথে
তাই এই দুটি বৃত্ত ছেদ করে না এবং আরও যে দুটি বৃত্তের একটি সম্পূর্ণরূপে অন্য বৃত্তের একটির ভিতরে রয়েছে
তাই আহ এই বক্তৃতাটির মূল আলোচনা এই শর্তগুলি কঠোরভাবে আহরণের উপর দৃষ্টি নিবদ্ধ করা হবে
তাই আমরা দেখাব যে দুটি বৃত্ত যেকোন দুটি বৃত্ত একে অপরকে ছেদ করবে যদি এবং শুধুমাত্র এই শর্তটি সন্তুষ্ট হয় তবে এর অর্থ হল এই শর্তটি সন্তুষ্ট না হলে দুটি বৃত্ত একে অপরকে ছেদ করতে পারে না এবং তারপর বিশেষ ক্ষেত্রে এটাও দেখান যে যদি এই এবং এই সবই কঠোরভাবে প্রমাণিত হবে কারণ আমরা যে বক্তৃতায় ah নিয়ে আলোচনা করছিলাম সেখানে সাধারণ স্পর্শকগুলির ডেরিভেশন নিয়ে আলোচনা করছিলাম এবং তারপরে আমরা এই বিশেষ ক্ষেত্রেও দেখাব যেখানে দূরত্বের মধ্যে যদি থাকে কেন্দ্রগুলি ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান তারপর তারা একে অপরকে ঠিক এক বিন্দুতে স্পর্শ করবে কারণ তারা যখন একে অপরকে ছেদ করবে তখন তারা আসলে ছেদ করবে দুটি ভিন্ন বিন্দুতে ing কিন্তু একটি বিশেষ ক্ষেত্রে যখন দূরত্ব যোগফলের সমান হয় তখন তারা একে অপরকে বাহ্যিকভাবে বাহ্যিকভাবে স্পর্শ করে যা আমি বলতে চাইছি যে দুটি বৃত্ত একে অপরের ভিতরে নেই
তাই উদাহরণস্বরূপ s দুটি s 1 এর বাইরে এবং এটি এই বিন্দু p এ বাইরে থেকে s 1 কে স্পর্শ করছে এবং তারপরে অবশ্যই আমরা কঠোরভাবে প্রাপ্ত এই কেসটিও দেখাব যেখানে একটি বৃত্ত অন্যটিকে অভ্যন্তরীণভাবে স্পর্শ করে
তাই আসুন ঠিক কোন পরিস্থিতিতে এটি ঘটবে তা দেখা দিয়ে শুরু করি যে দুটি বৃত্ত একে অপরের সাথে ছেদ করবে
তাই আসুন আমরা বলি যে আমাদের এই দুটি বৃত্ত রয়েছে

তাই আমরা s একটিকে বৃত্ত করেছি এবং আমাদের বৃত্ত দুটি রয়েছে এবং আসুন আমরা বলি যে তারা এই দুটি বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং একটির স্থানাঙ্ককে ছেদ করা যাক ছেদগুলির বিন্দুগুলি x এবং y হবে
তাই এটি হল প্রথম বৃত্তের একটি কেন্দ্র যার স্থানাঙ্ক আমি a এবং ba কমা বো টু দ্বারা চিহ্নিত করা হল দ্বিতীয় বৃত্তের কেন্দ্র যার স্থানাঙ্কগুলি c এবং দ্বারা চিহ্নিত করা হয় dc কমা d এবং অবশ্যই এই সরলরেখার দৈর্ঘ্য হল দুটি কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব d এক o দুই
তাই যেহেতু s 1 এবং s 2 এই বিন্দুতে ছেদ করেছে x কমা y এই বিন্দু x কমা y এখন উভয় বৃত্তের উপর অবস্থিত এই সমস্যাটি সমাধান করতে আমরা একটি বৃত্তের প্যারামেট্রিক ফর্ম বা প্যারামেট্রিক সমীকরণ ব্যবহার করতে যাচ্ছি
তাই যদি আপনি একটি বৃত্তের প্যারামেট্রিক সমীকরণটি মনে
রাখেন তবে বৃত্তের উপর x এবং y বলতে যেকোন বিন্দুকে এভাবে লেখা যেতে পারে যাতে x স্থানাঙ্কটি করতে পারে x বৃত্তের কেন্দ্রের x স্থানাঙ্কের কেন্দ্রের সমান এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হিসাবে লিখতে হবে সাব অ্যাঙ্গেল থিটার কোস,
তাই এই কোণটি সাধারণত এই কোণটি হয় যদি আমরা এই বৃত্তের কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে একটি রেখা আঁকি যা x অক্ষের সমান্তরাল আমরা বলি
তাই এই সবুজ বিন্দু রেখাটি তাহলে থিটা হল সাধারণভাবে x অক্ষ x অক্ষ থেকে এই ব্যাসার্ধের দিকের কাঁটার বিপরীত দিকে নেওয়া কোণ যা একটি কেন্দ্রের সাথে মিলিত হয় এই বিন্দু xy
তাই এই এই পুরো কোণ
তাই এই কোণটি থিটা
তাই প্যারামেট্রিক ফর্ম ব্যবহার করে আমাদের কাছে বৃত্তের যেকোনো বিন্দুর x স্থানাঙ্ক একটি যোগ r one cos theta হিসাবে লেখা আছে এবং y স্থানাঙ্কটি y স্থানাঙ্কের সমান হবে কেন্দ্রের যেটি b প্লাস ব্যাসার্ধ গুণ একই কোণ থিটা এখন যেহেতু এই বিন্দু x কমা yও দ্বিতীয় বৃত্ত s দুই এর উপর অবস্থিত
তাই আমরা x এবং y লিখতে পারি দ্বিতীয় বৃত্ত s দুই এর প্যারামেট্রিক ফর্মের পরিপ্রেক্ষিতে সেক্ষেত্রে x অন্য কোনো কোণ phi-এর c প্লাস r 2 কোসাইন এর সমান কারণ এখন কোণটি ভিন্ন হবে কারণ এখন আমরা এই বিন্দু x এবং y-এর স্থানাঙ্কগুলিকে
প্যারামেট্রিক আকারে ah দিয়ে প্রকাশ করার চেষ্টা করছি।
দ্বিতীয় বৃত্ত s2 এখন আমরা যদি আবার phi দেখানোর জন্য আমাদের যা করতে হবে তা হল
o2 কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে x অক্ষের সমান্তরাল একটি রেখা আঁকতে হবে এবং তারপরে আমরা বলি যে আমাদের এই ব্যাসার্ধটি xy বিন্দুর সাথে o2 কেন্দ্রের সাথে মিলিত হয়েছে।
এবং তারপর ang   le অনুভূমিক থেকে বা এই ব্যাসার্ধের কোণ থেকে x অক্ষের সাপেক্ষে কাঁটার বিপরীত দিকে নেওয়া হয়
তাই আমাদের দেখতে হবে কোন কোণে এই অনুভূমিক x অক্ষটিকে কাঁটার বিপরীত দিকে ঘোরানো উচিত যাতে এটি এর সাথে মিলে যায় ব্যাসার্ধ যাতে কোণটি সুনির্দিষ্টভাবে এই কোণটি এত বেশি এবং আমি এটিকে phi দ্বারা চিহ্নিত করব
তাই যেহেতু এই বিন্দু x কমা y উভয় বৃত্তের উপর অবস্থিত
তাই আমরা প্রাথমিকভাবে প্যারামেট্রিক আকারের পরিপ্রেক্ষিতে স্থানাঙ্ক x এবং y প্রকাশ করি প্রথম বৃত্তের ক্ষেত্রে ফর্ম এবং যেহেতু একই বিন্দুটি দ্বিতীয় বৃত্তের উপরও রয়েছে
তাই আমরা দ্বিতীয় বৃত্তের
সাপেক্ষে স্থানাঙ্কগুলিকে আবার প্যারামেট্রিক আকারে প্রকাশ করি
তাই x এটি এবং y হবে d প্লাস r 2 sin phi এখন যদি i এটি এবং এটিকে সমান করে আমি যা পেয়েছি তা হল একটি প্লাস আর ওয়ান কস থিটা হল সি প্লাস আর টু কস ফি
তাই এই মুহূর্তে সাধারণতার ক্ষতি ছাড়াই ধরে নেওয়া যাক যে সাধারণতার সাধারণতার ক্ষতি ছাড়াই আমরা ধরে নিই যে r একটি r দুই এর চেয়ে বড় বা সমান
তাই যদি r দুইটি r এক থেকে বড় হয় তবে একই ধরণের প্রমাণ অনুসরণ করবে শুধু যে r এক এবং r দুই এর নিয়মগুলি বিপরীত হয়ে যাবে
তাই এই অনুমানের সাথে সমীকরণ করে এই এবং এই আমরা আসলে যা পাই তা হল r ওয়ান কস থিটা সমান সি বিয়োগ এ প্লাস আর টু কস ফাই এবং একইভাবে যদি আমরা এটিকে সমান করি এবং এটিকে আমরা পাই r ওয়ান সিন থিটা হল d মাইনাস বি প্লাস আর টু সিন ফি
তাই যদি আহ আর দুইটি r এক এর থেকে বড় বা সমান হবে তাহলে আমরা এই পুরো জিনিসটিকে অন্যভাবে লিখতাম তাহলে সেক্ষেত্রে আমাদের লেখা উচিত ছিল r দুই cos phi সমান একটি বিয়োগ c প্লাস r 1 cos theta এবং r 2 সাইন ফাই r 1 sin theta plus b বিয়োগ d
so এর সমান এবং তারপর অবশিষ্ট প্রমাণটি হুবহু একই রকম
তাই আমরা বলেছি সাধারণতা না হারিয়ে এখন আমরা এই উভয় সমীকরণের উভয় পাশে বর্গ করি এবং বাম দিকে যা পাই তা যোগ করি r এক বর্গাকার কস বর্গ থিটা প্লাস r ওয়ান বর্গ সিন বর্গ থিটা
তাই এটি ডান দিকের বাম দিকে, আমরা পাই সি বিয়োগ a প্লাস r দুই cos phi পুরো বর্গ প্লাস d মাইনাস b প্লাস r দুই sin phi পুরো বর্গক্ষেত্র কারণ cos স্কয়ার থিটা প্লাস সিন বর্গ থিটা একের সমান বাম হাতের দিকটি r এক বর্গক্ষেত্রে সরল হয়
তাই আমাদের আছে

তাই আমাদের কাছে এই সমীকরণটি রয়েছে এবং এখন যদি আমরা ডানদিকে প্রসারিত করি তাহলে আমরা যা পাই তা হল c বিয়োগ পুরো বর্গ প্লাস d বিয়োগ পুরো বর্গ প্লাস r দুই বর্গ cos বর্গ ফাই প্লাস r দুই বর্গ sin বর্গ ফাই প্লাস দুই r দুই সি বিয়োগ a cos phi প্লাস দুই r দুই d বিয়োগ b sin phi এখন এটি r দুই বর্গক্ষেত্র ছাড়া আর কিছুই নয় কারণ cos বর্গ ফাই প্লাস সিন বর্গ ফাই এক

তাই আমরা পাই r এক বর্গ সমান এবং এই পরিমাণটি
ab এবং cd দুটি কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব ছাড়া কিছুই নয়

তাই এই পরিমাণটি কিছুই নয় কিন্তু

তাই এটি বর্গ দূরত্বের সমান দুঃখিত

তাই এটি দুটি কেন্দ্রের মধ্যে বর্গ দূরত্ব

তাই আমাদের কাছে r এক বর্গ বর্গক্ষেত্রের সমান মধ্যবর্তী দূরত্ব কেন্দ্র যোগ r দুই বর্গক্ষেত্র প্লাস দুই r দুই এ c বিয়োগ a cos phi প্লাস d বিয়োগ b sin phi এবং তারপর আমরা এখানে সামান্য হেরফের করি

তাই শুধু এই শব্দটিকে আমরা d0102 দ্বারা গুণ ও ভাগ করি এবং এটি c বিয়োগ a দ্বারা d এক o হয়ে যায় দুইবার cos phi প্লাস d বিয়োগ b বাই d ওভার o দুই সিন ফিতে এখন যদি আমরা বুঝতে পারি যে d ওভার o দুই বর্গ হল c বিয়োগ পুরো বর্গ প্লাস d বিয়োগ b পুরো বর্গ

তাই মূলত আমাদের কাছে এই সি বিয়োগের মত কিছু আছে a এবং d বিয়োগ b সুতরাং আমাদের একটি সমকোণ ত্রিভুজ আছে যার কর্ণের দৈর্ঘ্য d o দুই এর উপরে এবং অন্য দুটি বাহু হল c বিয়োগ a এবং d বিয়োগ b আমরা বলি এবং

তাই এটি হওয়া উচিত এবং আমরা বলতে পারি আসলে এটি নয় এখানে সেই সমকোণ ত্রিভুজটি দেখানো খুব কঠিন

তাই যদি আমরা আমাদের চিত্রে ফিরে যাই তাহলে এই সমকোণটি যদি আপনি এই কেন্দ্র থেকে একটি লম্ব আঁকতে পারেন o দুই থেকে এই সবুজ ডটেড রেখা যা x অক্ষের সমান্তরাল, আসুন আমরা বলি এই লম্ব তাহলে এই সমকোণ ত্রিভুজ যা আমরা কথা বলছি ng সম্পর্কে কারণ এই সমকোণ ত্রিভুজে কর্ণের দৈর্ঘ্য হল do1 o2 এই দৈর্ঘ্য হল c বিয়োগ a এটি d বিয়োগ b এবং আসুন আমরা আলফা দ্বারা সমকোণ ত্রিভুজের এই কোণটিকে চিহ্নিত করি

তাই আমাদের এই কোণটি আলফা হবে এবং

তাই c বিয়োগ a বাই d ওভার o2 ছাড়া আর কিছুই নয় cos আলফা এবং d বিয়োগ b দ্বারা d ওভার o2 হল সাইন আলফা

তাই আমরা এখন এই সমীকরণে এটি ব্যবহার করব

তাই আমাদের কাছে যা আছে তা হল r এক বর্গ হল এক বা দুই পুরো বর্গ প্লাস r দুই বর্গ প্লাস দুই আর দুই ডি ওভার o দুই বার cos alpha cos phi প্লাস sine alpha sine phi

তাই এটি cos a cos b প্লাস sin a sin b সূত্র ব্যবহার করছে এটি ফাই মাইনাস আলফার cos এর সমান এবং

তাই এখান থেকে আমরা পাই যে ফাই বিয়োগ আলফা সমান r এক বর্গ বিয়োগ এক o দুই পুরো বর্গ প্লাস r দুই বর্গ ওভার দুই r দুই d এক বা দুই

তাই যদি আমরা

তাই চলুন যেহেতু আমাদের মূল উদ্দেশ্য এখন এই phi এর মান খুঁজে বের করা কারণ যদি আপনার মনে আছে মূল সমস্যাটি ছিল যে আমাদের এই দুটি দেওয়া হয়েছিল বৃত্ত এবং আমাদের এখন ছেদ বিন্দু খুঁজে বের করার কথা
যেহেতু আমরা প্যারামেট্রিক ফর্ম ব্যবহার করে ছেদ বিন্দু খুঁজে বের করা এই কোণগুলি theta এবং phi খুঁজে বের করার মতই কারণ একবার আমরা theta এবং phi খুঁজে বের করলে আমরা স্পষ্টতই x এবং y খুঁজে পেতে পারি কিন্তু তারপরে এই থিটা এবং ফাই এমন হওয়া উচিত যাতে এটি একই সাথে এই দুটি সমীকরণের সমাধান করে এগুলি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ

তাই আমাদের কাছে দুটি অজানা থিটা এবং ফাই রয়েছে যা অবশ্যই খুঁজে বের করতে হবে এবং বাকি সবগুলি অন্য সব চলক এখানে আমাদের কাছে পরিচিত কারণ r একটি পরিচিত r দুইটি 2টি কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক জানা যায় ab এবং cd এছাড়াও জানা যায় এবং এটিই আমরা গত কয়েকটি স্লাইডে করার চেষ্টা করেছি এবং আমরা এই পর্যায়ে পৌঁছেছি যেখানে অন্য সবকিছুর পরে এই ডানদিকে সম্পূর্ণরূপে পরিচিত।

আমাদের কাছে আলফাও আমাদের কাছে পরিচিত কারণ আমরা যদি মনে করি কোস এবং আলফার সাইন হল পরিচিত পরিমাণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

তাই আলফাও আমাদের কাছে পরিচিত এবং

তাই আমাদের সক্ষম হওয়া উচিত phi খুঁজে বের করতে এবং একবার আমরা phi খুঁজে বের করার পরে আমরা phi এর মানটিকে এই দুটি সমীকরণে আবার প্লাগ করতে পারি এবং আমরা সহজেই থিটা বের করতে পারি এবং একবার আমরা থিটা এবং ফাই জানলে আমরা ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্কটি জানতে পারি এই দুটি বৃত্তের মধ্যে

তাই এই ah সমাধান করার জন্য ফাই বিয়োগ আলফা বনাম ফাই-এর cos-এর গ্রাফ অঙ্কন করি, যাতে phi-এ ফাই বিয়োগ আলফার আলফা কোস-এর সমান
উচ্চতর সর্বোচ্চ মান থাকবে যখন phi হয় তখন আলফা প্লাস পাই-এ একের উচ্চতর মান থাকবে।

আলফা প্লাস পাই ফাই মাইনাস আলফার দুই cos দ্বারা শূন্য হবে phi সমান শূন্যের মান হল বিয়োগ আলফার মান যা এই মানটি আলফা প্লাস পাই-এ এই মানটি ফি মাইনাস আলফার cos-এর মান হতে চলেছে মাইনাস ওয়ান হতে চলেছে যা এখানে আলফা প্লাস থ্রি পাই বাই টু এ রয়েছে

তাই যখন ফি আলফা প্লাস থ্রি পাই বাই দুই কোস পাঁচ বিয়োগ আলফা আবার শূন্য

তাই এটি আবার এখানে এবং তারপরে আমরা বলি যে আমরা শুধুমাত্র দুই পর্যন্ত প্লট করি pi কারণ phi m এর এই ফাংশন cos থেকে এটি যথেষ্ট inus alpha হল phi পর্যায়ক্রমের একটি পর্যায়ক্রমিক ফাংশন দুই পাই হওয়ায় এটি শূন্য এবং দুই পাই এর মধ্যে গ্রাফ আঁকার জন্য যথেষ্ট কারণ অন্য সমস্ত ব্যবধানের জন্য
তাই দুই পাই থেকে চার পাই পর্যন্ত ব্যবধানের জন্য গ্রাফটি ঠিক একইভাবে গ্রাফের অনুরূপ হতে চলেছে মাইনাস টু পাই থেকে শূন্যও
শূন্য থেকে 2 পাই এর জন্য গ্রাফের মতোই হবে
তাই প্রাপ্ত গ্রাফটি এরকম কিছু দেখাবে তারপর এটি এখানে 0 এবং তারপরে বিয়োগ 1 এবং তারপরে আবার এখানে 0 এবং দুই পাইতে ফিরে আসবে এটি মূলত একটি পূর্ণ বৃত্ত বা একটি পূর্ণ আহ এক পূর্ণ দুই পাই ঘূর্ণন সম্পূর্ণ করতে যাচ্ছে এবং
তাই এই মান এবং এই মানটি একই হবে এবং তারপরে বলা যাক
তাই এখন এটি পরিষ্কার যে যদি এই ডানদিকে একটি মডুলাস এর চেয়ে বড় থাকে একটি তারপর স্পষ্টভাবে কোন সমাধান নেই এবং এটি সঠিকভাবে ক্ষেত্রে যেখানে এর অর্থ হল যেহেতু কোন সমাধান নেই বা মূলত এই ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের কোন সমাধান নেই সেই ক্ষেত্রে যেখানে পরম বা বা মান এই ডানদিকের পরম মানের e হল একের বেশি যার মানে হয় এটি একের চেয়ে বড় বা বিয়োগ একের চেয়ে কম
তাই এই ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের কোনো সমাধান না থাকায় এটা স্পষ্ট যে দুটি বৃত্তগুলি ছেদ করবে না
তাই অন্য ক্ষেত্রে হল যখন এই ডান দিকের এই পরম মানের মডুলাসটি একের চেয়ে কম সেক্ষেত্রে যদি মানটি হয় তাহলে বলুন যদি পরম মানটি কঠোরভাবে একের থেকে কম হয় তাহলে এটি এমন ক্ষেত্রে যেখানে
তাই আসুন আমরা বলি যে মানটি কঠোরভাবে একের চেয়ে কম
তাই আসুন আমরা বলি মানটি অর্ধেক এর মতো, তারপর সমাধানটি খুঁজে বের করার জন্য আমরা যা করি তা হল আমরা
তাই বলি এটি এই এই মানটি সমান
তাই এই অধিকারটি হাতের দিকটি এটির সমান এবং
তাই আমরা x অক্ষের সমান্তরাল একটি অনুভূমিক রেখা আঁকছি
তাই দুঃখিত এই লাল বক্ররেখাটি কেবল এখানেই যাবে কারণ এটি এবং এটি একই হওয়া উচিত এবং
তাই আমরা যা দেখি তা হল যে কোনও মানের জন্য যা h একটির থেকে কঠোরভাবে কম এটি দেখতে খুব সহজ যে আসলে দুটি ভিন্ন সমাধান বা phi এর দুটি ভিন্ন মান থাকবে যা এই সমীকরণকে সন্তুষ্ট করবে
তাই আমরা অন্য কোনো মানও নিতে পারি
তাই আমরা অন্য কোনো মান নিতে পারি, আসুন আমরা বলি আমরা এই মানটি বলি যা আমরা বলি বিয়োগ এক দ্বারা চার
তাই যদি এই ডান দিকের দিকটি বিয়োগ এক দ্বারা চার হয় তবে সমাধানটি খুঁজতে x অক্ষের সমান্তরাল একটি অনুভূমিক রেখা আঁকতে হবে যার x অক্ষ থেকে উল্লম্ব দূরত্ব চার দ্বারা এক হয় কিন্তু এটি নেতিবাচক দিকে নেতিবাচক দিকে থাকে
তাই মূলত এই সবুজ রেখা
তাই যখন এটি বিয়োগ এক বাই চার হয় তখন দুটি সমাধান এই সবুজ রেখাটির বক্ররেখার ছেদ বিন্দু দ্বারা দেওয়া হয় cos phi বিয়োগ আলফা এবং এই দুটি বিন্দু এই
তাই এই দুটি এক
তাই কেউ সহজেই দেখতে পারে যে আহ এই ডান দিকের যে কোনও মানের জন্য যার পরম মান একের চেয়ে কম সেখানে phi এর দুটি স্বতন্ত্র মান থাকবে বা দুটি স্বতন্ত্র phi এর সমাধান এবং phi এর প্রতিটি সমাধানের জন্য যদি আমরা এটিকে এখানে এই সমীকরণে ফিরিয়ে দেই তাহলে আমরা সেই phi এর সাথে সঙ্গতিপূর্ণ থিটার একটি অনন্য মান পাব যাতে এটি এখন একটি থিটা এবং ফাই জোড়া হবে কারণ সেখানে দুটি ভিন্ন ফাই আছে এই ধরনের ক্ষেত্রে যেখানে ডান হাতের নিখুঁত মান একের চেয়ে কম থাকে এটি স্পষ্ট যে দুটি ভিন্ন থিটা ফাই জোড়া থাকবে এর অর্থ হল দুটি ভিন্ন ছেদ বিন্দু থাকবে উদাহরণস্বরূপ এখানে এই চিত্রটিতে দেখানো হয়েছে ক্ষেত্রে যেখানে পরম মান
তাই এটি সেই ক্ষেত্রে যেখানে আমরা এই মুহূর্তে এই সমীকরণের পূর্ববর্তী স্লাইডে সমীকরণের
ডান দিকের পরম মান নিয়ে কাজ করছি
তাই যদি এই ডান দিকের পরম মান কঠোরভাবে থাকে একটির চেয়ে কম
তাই এই বিষয়টি আমরা বিবেচনা করছি এবং আমরা যুক্তি দিয়েছি যে এই ক্ষেত্রে দুটি বিন্দু ঠিক দুটি বিন্দু থাকবে যেখানে দুটি বৃত্ত ছেদ করবে কিন্তু তারপর শেষ পর্যন্ত আমরা যা দেখাতে চাই তা হল আমরা দেখাতে চাই যে এই শর্তটি বোঝায় এবং এই শর্ত দ্বারাও বোঝানো হয় যে দূরত্বটি ব্যাসার্ধের যোগফলের চেয়ে কম এবং পরম পার্থক্যের চেয়ে বেশি
তাই আমাদের এখান থেকে শুরু করা উচিত উভয় উপায়ে
তাই যদি আমরা এখান থেকে শুরু করি তবে আমাদের এটি পাওয়া উচিত এবং এটিও এটিকে বোঝাতে হবে তবে আপনি যদি দেখতে চান যে আমাদের এই সমীকরণের আগে আমাদের সমীকরণে ফিরে যেতে হবে যা এখানে লেখা আছে
তাই যদি আমরা আবার এই সমীকরণটি দেখি r এক বর্গ বা বরং আমরা যদি এই সমীকরণটি দেখি একই সমীকরণ আবার এটি আমাদের কোসাইন সূত্রের কথা মনে করিয়ে দেয় কোসাইন আইন এটি আমাদের কোসাইন আইনের কথা মনে করিয়ে দেয় কারণ আমরা যদি কোসাইন আইনটি মনে করি তবে আমাদের যা ছিল তা বলা যাক একটি ত্রিভুজ যার বাহু r দুই r এক এবং d এক o দুই এবং ধরা যাক যে r দুই এবং এক o দুই দৈর্ঘ্যের বাহুর মধ্যবর্তী কোণটি বিটা তাহলে আমরা জানি যে বিটার কোসাইনটি আর কিছুই নয় r দুই বর্গ প্লাস এক কমা o দুই ডব্লিউ গর্ত বর্গাকার বিয়োগ r এক বর্গক্ষেত্রের উপর দুই r দুই তে d এক ও দুই এবং এই ডান হাতের দিকটি এই দিকের সাথে খুব মিল
ব্যতীত একটি নেতিবাচক চিহ্ন ছাড়া আমাদের এটিকে অস্বীকার করতে হবে

তাই যদি আমরা এই ডান দিকের বিয়োগ নিই তাহলে ঠিক হবে এর মানে হল যে আমরা যদি আবার আমাদের প্রারম্ভিক স্লাইডে যাই তাহলে আসুন আমরা দেখার চেষ্টা করি এই কোণটি ঠিক কোথায় আমি বলতে চাচ্ছি যে বিটা আমরা যে বিষয়ে কথা বলছি
তাই আমরা যদি এখানে ফিরে যাই তাহলে আমরা যা দেখতে পাই তা হল আমাদের দেখুন
তাই আসুন আমরা এই বিন্দুটিকে p হতে দেই এবং po1 o2 po1 o2 ত্রিভুজটি দেখি তারপর আমরা দেখতে পাই যে এই দিকের এক p দৈর্ঘ্য r এক o দুই p দৈর্ঘ্য r দুই এবং এক o দুই স্পষ্টতই দৈর্ঘ্য এক ও দুই করুন
তাই এই ত্রিভুজটি যা আমরা
কয়েক মিনিট পিছনে আঁকলাম এবং তারপরে আমরা এই r দুই দৈর্ঘ্যের দৈর্ঘ্যের পাশের কোণের কথা বলছিলাম r দুই n এই ah দৈর্ঘ্য দৈর্ঘ্যের এই দিকটি d এক o দুই
তাই এই কি এই কোণ কি
তাই এই কোণ যাকে আমরা কল করছিলাম ক s বিটা কিন্তু তারপরে বিটা খুঁজে পাওয়া খুব কঠিন নয় কারণ আমরা যদি দেখি এটি 90 ডিগ্রি পাই বাই 2 ছাড়া আর কিছুই নয় এবং এই কোণটি আলফা ছিল
তাই আপনি যদি এই সমকোণ ত্রিভুজটি এখানে দেখেন তবে এটি আলফা এবং
তাই এখানে এই কোণটি পাই বাই দুই বিয়োগ আলফা এখন যদি আমরা এই সব এক দুই তিন এবং চার এই চারটি কোণ যোগ করি তাহলে আমাদের দুই পাই পাওয়া উচিত
তাই দুই পাই সমান
তাই আসুন আমরা ফি সো ফাই প্লাস দিয়ে শুরু করে কাঁটার বিপরীত দিকে শুরু করি এবং তারপর বিটা প্লাস পাই দুই দিয়ে মাইনাস আলফা প্লাস পাই বাই টু
তাই এই সমীকরণ থেকে আমরা যা পাব তা হল এই অ্যাঙ্গেল বিটা সমান পাই মাইনাস ফি প্লাস আলফা এখন যদি আমরা এটি দেখি তাহলে আমি এখানে এই ত্রিভুজটি আঁকব
তাই এই বিটা হল r এক আর দুই এবং এটি হল এক ও দুই
তাই এই ত্রিভুজের উপর কোসাইন আইন প্রয়োগ করলে আমরা যা পাব তা হল ঠিক যা আমরা এখানে লিখেছি কিন্তু তারপর আমরা আগের স্লাইডে দেখিয়েছি যে বিটা পাই বিয়োগের সমান।
phi প্লাস আলফা এবং
তাই বিটা i এর কোসাইন s পাই মাইনাস ফাই প্লাস আলফার কোসাইন ছাড়া আর কিছুই নয় যা কিছুই নয়
তাই বিটার কোসাইন পাই মাইনাস ফি প্লাস আলফার কোসাইন সমান যা ফি মাইনাস আলফার কোসাইন বিয়োগের সমান এবং আমরা এখানে একটি নেতিবাচক চিহ্ন পেয়েছি
তাই আমি বলতে চাচ্ছি যে এটি হল এর সমান যা মূলত মানে
তাই এটি থেকে আমরা এই সমীকরণটি পাব
তাই আমাদের এখানে যা আছে তা মূলত
তাই এখানে এই সমীকরণটি যা আমরা পেয়েছি তা আর কিছুই নয় এই ত্রিভুজ এক বা দুই পি
এখন ত্রিভুজ অসমতা থেকে প্রযোজ্য কোসাইন আইন আমাদের আছে যে যদি এই শর্তটি সত্য হয় যদি এই শর্তটি সত্য হয় তবে সেক্ষেত্রে দুটি বৃত্ত দুটি বিন্দুতে ছেদ করবে
তাই এটি হল p এর ছেদ বিন্দু এবং আমাদের এখানে এই ত্রিভুজটি রয়েছে এক o দুই p এবং এই ত্রিভুজের জন্য ত্রিভুজ অসমতা সন্তুষ্ট হতে হবে এবং যেহেতু ত্রিভুজাকার অসমতা অবশ্যই সন্তুষ্ট হতে হবে এটি অবশ্যই সত্য যে d এক ও দুই অবশ্যই r এক যোগ r দুই এর থেকে কঠোরভাবে কম হতে হবে অন্যথায় আমাদের কাছে একটি ত্রিভুজ থাকতে পারে না যদি আমরা জানি যে আমাদের যদি থাকে তবে এটি একটি জিনিস অন্য জিনিস হল যে
তাই এটি একটি শর্ত যা আমরা ত্রিভুজাকার অসমতার কারণে পাই
তাই কিন্তু এটি শুধুমাত্র একটি সময়ের কারণ সম্পূর্ণভাবে তিনটি অসমতা থাকবে
তাই অন্যান্য আহ ত্রিভুজাকার অসমতা হল যখন আমরা r একেকে বাম পাশে রাখি এবং আমরা বলি r এক কম ডু এক o দুই যোগ r দুই r এক বিয়োগ r দুই এখন এই ক্ষেত্রে যেহেতু সাধারণতা হারানো ছাড়া r এক r দুই থেকে বড় সুতরাং এটি তার পরম পার্থক্যের মতোই ছাড়া আর কিছুই নয় কারণ r একটি
তাই এটি সত্য কারণ r একটি r দুটির চেয়ে বড়
তাই এই আহ দ্বিতীয় ত্রিভুজাকার অসমতা এটিকে বোঝায় এবং তৃতীয় ত্রিভুজাকার অসমতা আমাদেরকে অর্থবহ কিছু দেবে না কারণ তৃতীয়টি হবে r দুইটি এক বা দুই যোগ r ওয়ানের চেয়ে কম যা যাইহোক সত্য কারণ r এক r দুই এর সমান এবং দুটি কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব ধনাত্মক
তাই এটি আমাদের কিছু অর্থ দেবে না gful
তাই আমরা যা দেখলাম যে
এখানে এই সমীকরণের এই ত্রিভুজাকার ডান দিকে যদি পরম মান একের কম হয় তবে আমরা যুক্তি দিয়েছিলাম যে দুটি ছেদ বিন্দু থাকবে এবং তারপরে আমরা দেখিয়েছি যে আমরা ব্যবহার করে দেখিয়েছে যে এই সমীকরণটি
প্রথম চিত্রের একটি ত্রিভুজের জন্য কোসাইন সূত্রের সাথে মিলে যায় এবং তারপর সেই ত্রিভুজটিতে ত্রিভুজ অসমতা প্রয়োগ করে আমরা দেখিয়েছি যে দুটি বৃত্ত দুটি বিন্দুতে ছেদ করলে এই দুটি শর্ত অবশ্যই সন্তুষ্ট হতে হবে সত্য
তাই আমরা শুধুমাত্র একটি উপায় দেখিয়েছি যে যদি দুটি বৃত্ত ছেদ করে তবে এই দুটিকে সন্তুষ্ট করা উচিত তবে বিপরীতটিও সত্য কারণ যদি এই দুটি শর্ত সন্তুষ্ট হয় তবে এই তৃতীয় শর্তটি যাইহোক সত্য কারণ r একটি r দুই থেকে বড় এবং

NPTEL@IITK

কেন্দ্রগুলির মধ্যে দূরত্ব ধনাত্মক এবং
তাই যেহেতু
তাই আমাদের কাছে তিনটি সংখ্যা তিনটি ধনাত্মক সংখ্যা r এক r দুই এবং এক ও দুই করি যা সন্তুষ্ট হয় তিনটি ত্রিভুজাকার অসমতা এবং
তাই সেগুলি অবশ্যই r 1 r 2 দিয়ে একটি ত্রিভুজ তৈরি করতে পারে এবং 1 o 2 এর পাশ হিসাবে করতে পারে এবং তারপরে আমরা যুক্তিটিকে পিছনের দিকে নিয়ে যেতে পারি এবং যদি আমরা যুক্তিটিকে পিছনের দিকে নিয়ে যাই তবে এটি করা খুব কঠিন নয় দেখান যে তারা দুটি ত্রিভুজের মধ্যে রয়েছে তারা ছেদ করবে এবং তারা ঠিক এই বিন্দুতে ছেদ করবে p কারণ এই তিনটি সংখ্যা r এক r দুই এবং d এক o দুই এই ত্রিভুজাকার অসমতাকে সন্তুষ্ট করে একটি ত্রিভুজ অবশ্যই তার দুটি শীর্ষবিন্দু এক এবং o হিসাবে বিদ্যমান থাকবে দুটি কারণ d এক o দুই দুটি কেন্দ্রের মধ্যে একটি দূরত্ব ছাড়া আর কিছুই নয় এবং অন্য একটি শীর্ষবিন্দুর সাথে যার দূরত্ব o2 থেকে r2
তাই এই শীর্ষবিন্দুটি অবশ্যই দ্বিতীয় বৃত্তের উপর থাকবে কারণ দ্বিতীয় বৃত্তের দ্বিতীয় ব্যাসার্ধটি r2 এবং এর দূরত্ব বিন্দু p হল r দুই
তাই এই বিন্দুটি আমাদের অবশ্যই এই বৃত্তের উপর শুয়ে থাকতে হবে এবং একইভাবে যেহেতু এই অন্য তৃতীয় দৈর্ঘ্যটি r এক এই ত্রিভুজের একই শীর্ষবিন্দু pও অবশ্যই প্রথম বৃত্তের উপরে থাকবে এবং
তাই যেহেতু এটি উভয় বৃত্তের উপর অবস্থিত এটিকে একটি ছেদ বিন্দু হতে হবে
তাই আমাকে আবার আহ অন্য যুক্তিটি পুনরাবৃত্তি করতে দিন
তাই আমরা প্রথমে যা দেখালাম তা হল ত্রিভুজাকার অসমতা ব্যবহার করে আমরা দেখিয়েছি যে আহ এই শর্তটি বোঝায় যে এই দুটি অবশ্যই আবশ্যক এখন ধরে রাখুন আমরা পিছিয়ে থাকা যুক্তি দেখাব যে যদি আমাদের শুধুমাত্র এই দুটি শর্ত দেওয়া হয় তবে এই দুটি শর্তও বোঝাবে যে দুটি বৃত্ত ছেদ করবে কারণ আমাদের এই দুটি শর্ত দেওয়া হয়েছে এই শর্তটি যেভাবেই হোক সত্য কারণ r এক r সমান r 2 r 1 r 2 এর চেয়ে বড় বা সমান এবং কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব এখন ধনাত্মক এই তিনটি শর্তে আমরা বুঝতে পারি যে এই c শর্তটি ছাড়া আর কিছুই নয় ত্রিভুজটি তারা তিনটি সমীকরণ বলে মনে হয় ত্রিভুজাকার অসমতার
তাই আমাদের কাছে ধনাত্মক সংখ্যা r এক r দুই সহ তিনটি সংখ্যা আছে এবং এক o দুই করি যা ত্রিভুজাকার অসমতাকে সন্তুষ্ট করে এবং
তাই আমাদের অবশ্যই t সক্ষম হতে হবে o একটি ত্রিভুজ তৈরি করুন যার বাহুর দৈর্ঘ্য r এক r এক r দুই এবং এখন এক o দুই করুন d এক o দুই দুটি কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব ছাড়া আর কিছুই নয়
তাই আমরা এই ত্রিভুজের দুটি শীর্ষবিন্দু বেছে নিচ্ছি যা আমরা তৈরি করছি এক এবং ও দুই এবং তৃতীয় শীর্ষবিন্দুকে আমরা এমন একটি বিন্দু হিসাবে বেছে নিতে পারি যা দ্বিতীয় বৃত্তের কেন্দ্র থেকে r দুই দূরত্বে
এবং প্রথম সার্কিটের কেন্দ্র থেকে r এক দূরত্বে কিন্তু তারপরে আমরা জেনে রাখুন যে দ্বিতীয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ হল r 2 এবং
তাই এই বিন্দুটি অবশ্যই দ্বিতীয় বৃত্তের উপর হতে হবে একইভাবে আমরা জানি যে প্রথম বৃত্তের ব্যাসার্ধ r 1 এবং
তাই এই বিন্দুটিও উৎস বৃত্তের উপর হতে হবে এবং যেহেতু এটি চালু আছে উভয় বৃত্ত এটি অবশ্যই ছেদ বিন্দুগুলির মধ্যে একটি হতে হবে যার অর্থ হল দুটি বৃত্ত ছেদ করছে
তাই এই বক্তৃতায় আমরা এখন পর্যন্ত যা দেখিয়েছি তা হল যদি দুটি বৃত্ত দুটি বিন্দুতে ছেদ করে তাহলে আমি যা বলতে চাই তা হল যদি দুটি স্বতন্ত্র আছে সমাধান বা এই সমীকরণের phi এর দুটি স্বতন্ত্র সমাধান যা তখনই ঘটবে যখন এই ডান দিকের পরম মান একের চেয়ে কম থাকে
তাই যদি আমরা সেই শর্তটি ধরে নিই যে এখানে ডান দিকের পরম মান একের চেয়ে কম যেখানে দুটি স্বতন্ত্র রয়েছে phi এর সমাধান যা মূলত মানে আমরা ধরে নিচ্ছি যে দুটি বৃত্ত দুটি ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করে
তাই দুটি বৃত্ত দুটি ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করে
তাই যদি আমরা ধরে নিই যে দুটি বৃত্ত দুটি ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করে তাহলে এখান থেকে শুরু করে ত্রিভুজাকার অসমতা ব্যবহার করে কী হবে? আমরা দেখিয়েছি যে দুটি কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব অবশ্যই ব্যাসার্ধের যোগফলের চেয়ে কঠোরভাবে কম হওয়া উচিত এবং এছাড়াও কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব অবশ্যই দুটি ব্যাসার্ধের মধ্যে পরম পার্থক্যের চেয়ে কঠোরভাবে বেশি হওয়া উচিত
এবং তারপরে আমরা এটিও দেখিয়েছি যে আমরা এছাড়াও বিপরীত যুক্তি দেখিয়েছি আমরা দেখিয়েছি যে যদি আমরা শুরু করি যদি আমরা অনুমান দিয়ে শুরু করি যে দূরত্ব বাজি দুটি বৃত্ত r এক প্লাস r দুই এর চেয়ে কম এবং এটি দুটি ব্যাসার্ধের মধ্যে পরম পার্থক্যের চেয়ে বড় যদি আমরা সেই অনুমানটি দিয়ে শুরু করি তবে আমরা দেখিয়েছি যে আমরা যুক্তি দিয়েছিলাম যে এটি হতে হবে এবং প্রথম 15-20 মিনিটে হতে পারে পরবর্তী লেকচারে আমরা অবশিষ্ট আর্গুমেন্ট শেষ করতে সক্ষম হব
যাতে বাকী কেসগুলো মূলত এমন কেস যেখানে আমাদের পরম মান একের সমান বা পরম মান একের থেকে বেশি হতে পারে,
তাই আমরা সেগুলি গ্রহণ করব পরবর্তী লেকচারে কেস
তাই আমরা শেষ করব যে পরবর্তী লেকচারের প্রথম 15 20 মিনিটের মধ্যে এবং পরবর্তী লেকচারের বাকি অংশে বৃত্তের পরিবারে একটি নতুন বিষয় শুরু হবে ধন্যবাদ আপনাকে