پچھلے لیکچر میں حلقوں پر نو لیکچر میں خوش آمدید جس کے بارے میں ہم نے بات کی تھی ہم نے دو دیئے گئے دائروں کے مشترکہ ٹینجنٹ
سے متعلق کچھ مسائل حل کیے تھے لہذا اس لیکچر میں ہم کسی بھی دو دائروں کے درمیان تقطیع کے زاویہ کے بارے میں بات کریں گے اور پھر
ہم اس حالت کو تلاش کرنے کے لیے آگے بڑھیں گے جس کے تحت کوئی بھی دو دیئے گئے دائرے ایک دوسرے سے آرتھوگونل ہیں ایک ایسی
چیز کی بھی وضاحت کریں گے جو کسی بھی دو دیئے گئے دائروں کے درمیان ریڈیکل محور کے نام سے جانا جاتا ہے، لہذا آئیے دو دیے گئے
دائروں کے انٹرسیکشن کے زاویہ کی وضاحت کے ساتھ شروع کریں تاکہ فرض کریں کہ ہمیں دو دائروں کی مساوات دی جاتی ہے اور ہم یہ کہتے
ہیں کہ دو دائرے ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہیں

تو ظاہر ہے کہ تقطیع کا زاویہ صرف دو دائروں کے لیے بیان کیا جاتا ہے جو ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں اگر دونوں دائرے ایک دوسرے کو کاٹتے
نہیں ہیں

تو اس صورت میں زاویہ تقطیع کی وضاحت نہیں کی گئی ہے لہذا ہم کہتے ہیں کہ یہ دو دائرے ہیں جو ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں

پہلا دائرہ s تو یہ ہے s ایک یہ دوسرا دائرہ s دو ہے

مربع جمع y مربع جمع x دو پر ہیں پہلے دائرے کی مساوات ہے ہم کہتے ہیں o ایک اور o تو ہم یہ کہتے ہیں کہ ان دو دائروں کے مراکز

ایک صفر کے برابر ہے c جمع y ایک f جمع دو x دو جی ایک

دو صفر کے c جمع y دو f جمع دو x دو g مربع جمع دو y مربع جمع x دو کی مساوات s ایک ہے اور دوسرے دائرے s تو یہ
برابر ہے لہذا یہ دونوں دائرے آپس میں ملتے ہیں ان دو نقطوں پر اب ہم پہلے دائرے کی طرف ایک مماس کھینچتے ہیں

تو ایک مماس اس نقطے کے چوراہے پر ہے

تو مماس کچھ اس طرح نظر آئے گا

تو بنیادی طور پر یہ 90 ڈگری ہونے والا ہے اسی طرح آئیے دوسرے دائرے کی طرف بھی ٹینجنٹ کھینچیں چوراہے کے ایک ہی نقطہ پر تاکہ یہاں
مماس سرخ رنگ میں کھینچا جائے تاکہ یہ کچھ اس طرح نظر آئے

ٹو اور مماس کو پہلے کہوں گا۔ وہں پر دائرہ t تو یہ اس مشترکہ نقطے کے چوراہے پر دوسرے دائرے کی سیدھی لکیر کا مماس ہے میں اسے
تھیٹا کے درمیان رہنے دیں p ایک سے کہوں گا اور پھر اس زاویہ کو ان دو مماس t چوراہا کا ایک ہی نقطہ میں اسے

تو یہ زاویہ ان دو مماس کے درمیان دو دائروں کو چوراہے کے اس مقام پر رکھیں

تو یہ زاویہ وہی ہے جسے زاویہ کے طور پر جانا جاتا ہے۔ دو دائروں کے درمیان چوراہا ہے لہذا اب دو دائروں کی مساوات کو دیکھتے ہوئے ہم
انتفاضہ تھیٹا کے اس زاویہ کو تلاش کرنے کے قابل ہو جائیں گے

دو کو بھی سیدھی لکیر سے جوڑتے ہیں۔ اب جو ہمارے پاس ہے وہ o سے ظاہر کرتے ہیں اور ایک a تو اس کے لیے ہم اس تقاطع کے نقطہ کو
o one ao 1 ao 2 ایک مثلث ہے

تو یہ ایک مثلث ہے جو ہمارے پاس ہے

مربع f 1 مربع جمع g 1 کا رداس ہے کورس s 1 well r 1 کے برابر ہے جو پہلے دائرے r 1 کی لمبائی o 1 a تو اس طرف
کی قدریں جانتے ہیں کیونکہ پہلے دائرے کی مساوات ہمیں c 1 اور g 1 f 1 کے مربع جڑ کے برابر ہے جہاں ہم پہلے ہی c 1 مائنس
اور یہ دوبارہ سے پایا جا سکتا cle کو تلاش کرسکتے ہیں۔ جو دراصل دوسرے سر کا رداس ہے۔ o2a دی گئی ہے اسی طرح ہم اس لمبائی
دو کی قدروں کو جان سکتے ہیں c دو اور f دو g ہے کیونکہ ہم دوسرے دائرے کی مساوات کو پہلے سے ہی جانتے ہیں ہم
دو اور پھر یقیناً چونکہ ہم مرکز کے نقاط کو پہلے سے ہی جانتے ہیں c دو مربع مائنس کا مربع جڑ ہو گا f دو مربع جمع g دو صرف r تو
ٹو کے کوآرڈینیٹ جو مرکز ہے o اس لیے پہلے مرکز کا مرکز مائنس جی ون کوما مائنس ایف ون ہے اور پھر اس پوائنٹ
ایک مائنس g دو ہے دونوں مراکز کے درمیان فاصلہ o دو ہے اور پھر ان کے درمیان فاصلہ جو ایک f دوسرا دائرہ مائنس جی دو کوما مائنس
دو پورے مربع کے مربع جڑ سے دیا جاتا ہے۔ f ایک مائنس f دو پورے مربع جمع g

اور ہم اس کے تین اطراف کی لمبائی کو بالکل جانتے ہیں اور اس لیے o2 تو اب ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ ہمارے پاس ایک مثلث ہے ایک
t اب اس مثلث کے تین زاویوں کو تلاش کرنا بھی ممکن ہونا چاہیے لیکن پھر ہم سے اصل میں یہ زاویہ تلاش کرنے کو کہا جاتا ہے۔ تھیٹا واہ
دوسرے دائرے کا ایک مماس ہے یہ زاویہ بھی 90 ڈگری ہے اس لیے اب اگر ہم اس نقطہ کو دیکھتے ہیں t2 ہمیں یہ بھی احساس ہے کہ چونکہ
ہم اس نقطہ کو دیکھتے ہیں o

تو پہلے ہمارے پاس یہ زاویہ ہے جو 90 ہے پھر ہمارے پاس تھیٹا ہے اور پھر ہمارے پاس یہ زاویہ ہے جو 90 صحیح ہے اور پھر آخر میں
ہے کیونکہ ان تمام زاویوں کا مجموعہ 360 ہونا چاہئے جو ہمارے پاس ہے اس لئے پہلا زاویہ 90 ڈگری ہے o1 a o2 ہمارے پاس یہ زاویہ
کے درمیان جو کہ 90 ڈگری ہے t 1 اور اس ٹینجنٹ o 1 a اس کی وجہ سے یہ زاویہ ہے اس
کے o2 a جمع اور پھر ہمارے پاس دو دائروں کے تقاطع کا زاویہ ہے جو یہ زاویہ تھیٹا پلس ہے پھر ہمارے پاس اس عام pi by 2 تو
o دو اور پھر جمع زاویہ pi by دو کے درمیان زاویہ نوے ڈگری ہے لہذا ہمارے پاس دوبارہ t اور a دو o درمیان 90 ڈگری ہے لہذا
ao one دو

ao one دو o تو زاویہ

ao دو o تو ان سب کا مجموعہ تین سو ساٹھ ڈگری کے برابر ہونا چاہئے جو کہ دو پائی اور اس لیے وہاں سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ زاویہ
cosine پر o2 ao1 مائنس تھیٹا لکھیں گے اب ہم اس مثلث کے اس زاویہ زاویہ pi مائنس تھیٹا کے برابر ہونا چاہئے ہم یہاں pi ایک
کے مطابق ایک برابر ہے۔ دونوں اطراف کے مربعوں کا cosine قانون کے cosine کے o2 ao کا اطلاق کریں گے لہذا اس زاویہ Law
مربع r 1 مربع اور r 2 جو اس زاویہ سے ملحق ہیں یا اس طرح 2 اطراف بنیادی طور پر اس معاملے میں ah دو اطراف ah مجموعہ جو
ہیں

مربع مائنس کا مربع وہ رخ جو اس زاویہ کے مخالف ہے جو کہ یہ ہے r 2 مربع جمع r 1 تو

تو یہ مائنس آف ہو جائے گا یہ دو مراکز کے درمیان فاصلہ ہے جس کا مربع اس زاویہ سے ملحقہ اطراف کی لمبائی کی پیداوار کے دو گنا سے
تقسیم کیا گیا ہے

دو r one r تو اس کو دو گنا سے تقسیم کیا گیا ہے۔

ٹو کے لیے پہلے سے ہی o one o ٹو اور r one r تو یقیناً اب یہاں سے آہ کو آگے لے جا رہے ہیں اب ہمارے پاس آہ کے لحاظ سے
دو کی مساوات کے بعد سے c ایک c کی قدر جانتے ہیں۔ دو اور f one f اور gg one g two تاثرات موجود ہیں کیونکہ ہم پہلے ہی
ہمیں دو دائرے دیے گئے ہیں لہذا ہمیں اس زاویہ کی کوزائن کا صحیح طور پر پتہ لگانے کے قابل ہونا چاہئے لیکن ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ
ہے جو مائنس کوس تھیٹا cosine مائنس تھیٹا کا pi مائنس تھیٹا کوسائن ہے ایک pi کا ao دو o ایک زاویہ ao دو o چونکہ زاویہ
کے لیے ایکسپریشنز کو بدل دیں o 1 o 2 اور r 1 r 2 کے برابر لیکن ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ یہ پچھلی سلائیڈ کے برابر ہے ہم صرف
گے

کا کوسائن ہے اس کے برابر ہے o2 ao 1 تو یہ 3 ایکسپریشنز یہاں اور وہاں سے بدل جائیں گے کوزائن تھیٹا کا یہ کوزائن مائنس جو زاویہ

دو o دو ایک c دو مربع مائنس f دو مربع جمع g دو مربع ہوگا r ایک جمع c مربع مائنس f one مربع جمع 1 g مربع 1 r تو پورے مربع کا مائنس
f ایک f دو مربع مائنس دو f ایک مربع جمع f دو مربع مائنس دو جی ایک جی دو پھر جمع g ایک مربع جمع g دو پورا مربع ہوگا o تو ایک دو
دو r ایک r تو یہ عدد ہے اور ڈینومینیٹر ہمارے پاس دو گنا ہے
اور یہ بنیادی 2 c مربع مائنس 2 f مربع جمع 2 g گنا مربع جڑ 1 c مربع مائنس 1 f تو یہ 2 گنا مربع ہوگا۔ جی کی جڑ 1 مربع جمع
تھیٹا جہاں تھیٹا ہے دو دائروں کے درمیان چوراہا کا زاویہ اس لیے cos تھیٹا کا مائنس ہے لہذا cos لہذا یہ cos طور پر ہمارے پاس ہے
g one دو دو گنا مربع جڑ سے تقسیم f one f مائنس دو گنا 2 g 1 g مائنس 2 گنا 2 c جمع 1 c تھیٹا برابر ہو جائے گا cos
pi کا جڑ اور ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ چونکہ تھیٹا چونکہ c2 مربع مائنس f2 مربع پلس g2 گنا مربع c1 مربع مائنس fn مربع جمع
pi کے درمیان ہے لہذا یہ واضح ہے کہ تھیٹا بھی اندر کے ساتھ ہونے والا ہے لہذا تھیٹا رینج میں پڑے گا۔ رینج 0 سے pi مائنس تھیٹا 0 اور
الٹا کے سوا کچھ نہیں ہوگا لہذا تھیٹا cos کی لائن میں جا رہا ہے اور اس وجہ سے تھیٹا کی قدر کچھ نہیں ہوگی لیکن تھیٹا اس دائیں ہاتھ کی
کی دلیل یہ اظہار ہوگی۔ اب آئیے دیکھتے ہیں کہ کس حالت میں دو دائرے cos inverse کے برابر ہوگا لہذا cos inverse of cos
آرتھوگونل ہوں گے لہذا جب ہم کہتے ہیں کہ دو دائرے آرتھوگونل ہیں
ہو pi تو دو دائروں کو آرتھوگونل کہا جاتا ہے اگر اور صرف اس صورت میں جب ان کے درمیان تقطیع کا زاویہ 2 یا 90 ڈگری
تو اب آئیے دیکھتے ہیں کہ کس حالت میں یا کس کے تحت شرط جس پر مطمئن ہونا ضروری ہے کہ دو دیئے گئے دائرے ایک دوسرے کے
آرتھوگونل ہیں جو یہاں سے زیادہ مشکل نہیں ہونا چاہئے کیونکہ اگر دو دو دائرے آرتھوگونل ہیں
ہے صفر یہ واضح ہے کہ دو دائروں کے آرتھوگونل cos by two کی pi کے برابر ہونا چاہیے لیکن چونکہ pi by two تو یہ تھیٹا
ٹو جن کی مساوات یہاں دی گئی s اور s one ہونے کے لیے یہ دائیں ہاتھ کی طرف صفر ہونا ضروری ہے لہذا شرط یہ ہے کہ دو دائرے
ٹو آرتھوگونل ہیں اگر اور صرف اس صورت میں یہ اظہار صفر ہے جس کا بنیادی مطلب یہ ہے کہ دو جی s one s ہے اس لیے دو دائرے
ایک جی دو جمع دو ایف ایک ایف دو برابر سی ایک جمع سی دو
تو آئیے اس تصور کو قدرے واضح کرنے کے لیے چند سوالات اٹھاتے ہیں
پوائنٹ صفر ون سے گزرتا ہے اور اس دائرے سے ان دو دائروں کے لیے آرتھوگونل s پہلا سوال یہ کہا جاتا ہے کہ ایک دائرہ s تو یہاں میں ہے
صفر کے برابر x میں یہ مساوات ہے اور چونکہ یہ پوائنٹ صفر ون سے گزرتا ہے اس مساوات کو لازماً s تو آئیے ہم یہ کہتے ہیں کہ دائرہ
دونوں دائروں کے لیے آرتھوگونل s برابر صفر ملتا ہے اور یہ دائرہ c جمع f برابر ایک سے مطمئن ہوں اس لیے ہمیں ایک جمع دو y اور
ہے اس لیے چونکہ یہ اس دائرے کے لیے آرتھوگونل ہے ہم آرتھوگونلٹی کے لیے شرط استعمال کر سکتے ہیں۔ اس شرط کو استعمال کر سکتے ہیں
مربع مائنس y مربع جمع x مائنس پندرہ صفر ہے اور دوسرا دائرہ x مربع مائنس دو y مربع جمع x لہذا اس مساوات کو لکھا جا سکتا ہے
ایک صفر ہے
تو آہ
ایک صفر کے c جمع y 1 f جمع 2 x 1 g مربع جمع 2 y مربع جمع x تو یہاں ہم کہتے ہیں کہ اگر ہم اگر ہم اگر ہم یہاں مساوات کو برابر سمجھتے ہیں
مربع x ایک مائنس پندرہ اسی طرح اس دوسرے دائرے کے لیے ہم اگر ہم اس پر غور کریں c ایک صفر c ایک صفر f ایک مائنس ون g تو
دو صفر کے برابر ہوں c جمع y دو f جمع دو x دو g مربع جمع دو y جمع
دو مائنس ایک ہے کیونکہ یہ دائرہ ہمارے پہلے دائرے سے آرتھوگونل ہے چونکہ یہ c دو دونوں صفر ہیں اور f دو اور g تو واضح طور پر
گنا ہے ایک جو کہ مائنس g اس پہلے دائرے کے لیے اسے آرتھوگونالٹی کی مساوات کو پورا کرنا چاہیے جو کہ دو گنا s دائرہ
کے برابر ہونا چاہیے جو کہ -15 ہے c1 پلس c ہے جو کہ 0 ہے f1 گنا f ایک جمع دو گنا
برابر 15 ہے۔ c جمع gتو یہ بنیادی طور پر 2
ہے اسی طرح کیونکہ دائرہ بھی دوسرے دائرے کے لیے آرتھوگونل بھی ہے ہمارے پاس اسی ah تو یہ پہلی مساوات تھی یہ دوسری مساوات
جمع دو یہ اس تیسری مساوات سے c دو جو صفر کے برابر بھی ہے f گنا f قسم کی مساوات دو جی بار جی ٹو ہے جو کہ صفر ہے جمع دو
برابر ایک ملتا ہے اور اگر ہم اس معلومات کو اس پہلی مساوات میں استعمال کرتے ہیں c تیسری مساوات ہے ہمیں واضح طور پر
کا استعمال کرتے ہیں c اگر ہم ایک ہی al to one برابر ہے۔ c اب مائنس ایک ہو جائے گا۔ چونکہ f تو ہمیں
کے برابر سات ملتے ہیں g معلومات ایک کے برابر ہوتی ہے اس میں دوسری مساوات ہے ہمیں ah کی c تو
f ہے۔ کیا مرکز مائنس جی کوما مائنس s کے تمام پیرامیٹرز حاصل کرلیے ہیں اور واضح طور پر اس دائرے کا مرکز s تو ہم نے اس دائرے
ایک ہو گا f سات ہے اور مائنس g ہے جو مائنس سات ہے کیونکہ
مربع g غلط ہے اور رداس مربع جڑ کے برابر ہے۔ d درست ہے اور آپشن c تو مرکز مائنس سات کوما ایک ہے جس کا مطلب ہے کہ آپشن
غلط ہے a درست ہے ایک آپشن b کا سات نکلے گا لہذا آپشن c مربع مائنس f جمع
تو آئیے ایک اور مسئلہ پر غور کریں
سے ظاہر ہوتا ہے اور یہ ایک اور دائرہ کاٹتا s سے گزرتا ہے اور یہ دائرہ کہنے دیتا ہے۔ b کوما a تو یہاں یہ دیا گیا ہے کہ دائرہ نقطہ
کے مرکز کا لوکس ان چار آپشنز میں سے ایک ہے جو ہمیں تلاش کرنا s مربع آرتھوگونی طور پر پھر دائرہ k مربع برابر y مربع جمع x ہے ہے
کہتے ہیں q اور p کے مرکز کے نقاط sb آئیے ہم آہ کریں جہاں دائرہ b کا s تو آئیے اس کی مساوات کو کہتے ہیں کہ مرکز دائرہ
s صفر کے برابر ہوگی اب کہا جاتا ہے کہ دائرہ c جمع qy مائنس دو px مربع مائنس 2 y مربع جمع x کی مساوات s تو اس دائرے
سے گزرتا ہے b کوما a نقطہ
مربع مائنس دو b کے ساتھ مطمئن ہونا چاہئے لہذا ایک مربع جمع b برابر y اور a کے برابر x تو اس کا کیا مطلب ہے کہ اس مساوات کو
s صفر کے برابر ہے یہ ہے پہلی مساوات جو ہمیں ملتی ہے اور پھر یہ بھی کہا جاتا ہے کہ یہ مخصوص دائرہ c جمع bq مائنس دو ap
مربع صفر ہے k مربع مائنس y مربع جمع x پرائم جس کی مساوات s دوسرے دائرے کے لیے آرتھوگونل ہے آئیے ہم کہتے ہیں
.2 g گنا g 1 تو ہم آرتھوگونلٹی کی شرط استعمال کرتے ہیں پھر ہمیں کیا ملتا ہے اتنا ہے 2 گنا
ہے p مائنس g کا g 1 تو اس پہلے دائرے کے لئے
ایک f دو صفر ہے اور پھر جمع دو گنا g دو لیکن یہاں g ایک بار g تو دو گنا
دو c ایک جمع c دو صفر برابر f گنا q ایک مائنس f تو
مربع ہے لہذا چونکہ یہ دونوں دائرے آرتھوگونل ہیں اس مساوات کا بھی مطمئن ہونا ضروری ہے لہذا یہ k دو مائنس c اور c ایک c تو

مساوات بنیادی طور پر اس سے آتی ہے جو ہم نے پچھلی سلائیڈوں میں سے ایک میں دو دائروں کے درمیان آرتھوگونلٹی کی شرط کے طور پر
کی مساوات اس لیے اگر ہم اس حقیقت کو s مربع کے برابر ہونا چاہیے اور اس لیے دائرہ c دکھایا تھا لہذا اس سے مساوات یہ واضح ہے کہ
مساوات میں استعمال کرتے ہیں
ap مربع مائنس دو b مربع جمع a کو پورا کرنا چاہیے۔ مساوات q اور p کے مرکز کے نقاط s تو ہمیں کیا حاصل ہوتا ہے کہ دائرے
مربع صفر کے برابر ہے یا دوسرے لفظوں میں k جمع bq مائنس دو
s کو ہمیشہ اس مساوات کو پورا کرنا چاہیے اور اس لیے لوکس دائرہ q اور p کے مرکز کے نقاط s تو اس کا بنیادی مطلب یہ ہے کہ دائرہ
مربع ہے b کے مرکز کا ایک مربع جمع
mes ہونے دیں۔ b ti مائنس دو x کوآرڈینیٹ ہوگا لہذا اسے x مربع مائنس دو گنا مرکز کے b تو ہم یہ کہتے ہیں کہ ہم یہ ایک مربع جمع
مربع صفر ہے لہذا مرکز کا لوکس بنیادی طور پر یہ مساوات ہے جو دراصل ایک سیدھی لکیر کی مساوات ہے k کوآرڈینیٹ جمع y مرکز کا
ہے۔ a دونوں میں لکیری ہے اور یہ پہلے آپشن کے سوا کچھ نہیں ہے جو آپشن y اور x کیونکہ یہ
تو آئیے ایک نئے موضوع کی طرف چلتے ہیں جو اس کی وضاحت کر رہا ہے جسے دو دیے گئے دائروں کے ریڈیکل محور کے نام سے جانا جاتا
ہے
تو فرض کریں کہ ہمیں دو دائرے دیے گئے ہیں
دو اب ان تمام نکات پر غور کریں کہ ہم صرف ان s تو آئیے یہ کہتے ہیں کہ یہ ایک دائرہ ہے اور پھر ہمارے یہاں ایک اور دائرہ ہے کہیے
سے لے کر دونوں دائروں تک مماس کی لمبائی برابر ہے p پر غور کریں گے کہ اس p پوائنٹس
ون تک s سے اس پہلے دائرے p ہے۔ ٹو اور پی ایک ایسا نقطہ ہے کہ اس نقطہ o تو ہم کہتے ہیں کہ یہ دو دائرے ہیں جن کا مرکز ایک اور
pa ٹو تک مماس کی لمبائی کے برابر ہے لہذا صرف ان نکات پر غور کریں گے جن کے لیے s سے دوسرے دائرے p کی لمبائی pa مماس
برابر ہیں لہذا اگر وہ برابر نہیں ہیں pb اور p کم از کم ظاہری شکل میں ایسا نہیں لگتا ہے کہ ah ہیں۔ ہیں اس معاملے میں pb اور
نہیں ہے ایک منفرد نقطہ جس میں آہ ایک locus کو ان نکات میں سے ایک نہیں سمجھا جائے گا جس میں ہماری دلچسپی ہے لہذا p is p تو
ہی فاصلہ ہے جس کے دونوں دائروں کے مماس کی لمبائی برابر ہے وہاں لامحدود بہت سے پوائنٹس ہیں اور ان تمام پوائنٹس کا لوکس جیسا کہ ہم
جلد دیکھیں گے ایک سیدھی لکیر ہے جسے دراصل ان کا ریڈیکل محور کہا جاتا ہے۔ دو دیے گئے دائرے
تو آئیے دیکھتے ہیں کہ اس ریڈیکل محور کی مساوات کو کیسے اخذ کیا جائے اگر ہمیں دو دیے گئے دائروں کی مساوات دی جائے
دو ao دو جن کے مراکز ہیں اور s اور s one تو فرض کریں کہ ہمارے پاس دو دیے گئے دائرے ہیں
تو ہم صرف ہیں ہم ہمیشہ ان آہ پوائنٹس پر غور کرتے ہیں صرف ان پوائنٹس پر غور کرتے ہیں جن کے لیے ان دونوں دائروں کی ٹینجنٹ کی لمبائی
کو ریڈیکل محور پر رہنا ہے p برابر ہوتی ہے، مثال کے طور پر اگر ایک پوائنٹ
تک ٹینجنٹ کی لمبائی کے pb سے دوسرے دائرے p کو pa سے پہلے دائرے تک آئیے ہم کہتے ہیں کہ p تو ویں کی لمبائی ای ٹینجنٹ
برابر ہونا چاہیے تاکہ ایسا ہو سکے pa اور pb بالکل برابر ہونا چاہیے اس لیے
تو آئیے یہ کہتے ہیں کہ ہمیں دو دائروں کی مساوات حسب ذیل ہونی ہے
ہے جس میں p تو ہمیں دو دائروں کی مساوات دی گئی ہے اور ہمیں ریڈیکل ایکسس کی مساوات تلاش کرنی ہے اب فرض کریں کہ ایک نقطہ
دو اب اس کو نوے ڈگری ہونا چاہئے f دو مائنس g مائنس n ایک f ایک مائنس g دونوں دائروں کا مرکز یقیناً مائنس ہے۔ xy کوآرڈینیٹ
o one پورے مربع کے برابر ہے کیونکہ یہ مثلث p مربع پائتھاگورس تھیوریم کا استعمال کرتے ہوئے ایک pa یا مربع لمبائی pa لہذا لمبائی
مکمل مربع مائنس ایک پورا مربع ہے اور یہ ہوگا اگر ہم مزید حساب p مربع صرف ایک pa ایک دائیں طرف ہے۔ زاویہ مثلث ہمارے پاس ہے ap
x سے l کا مربع فاصلہ برابر ہوگا۔ pa کریں جیسا کہ ہم نے پچھلے لیکچرز میں سے ایک میں پہلے ہی دیکھا تھا کہ اس آہ لائن سیگمنٹ
کے نقاط ہیں لہذا ہم نے اس p اصل میں اس نقطہ y اور x ایک جہاں c جمع y ایک f جمع دو x مربع جمع دو جی ایک y مربع جمع
مربع اگر آپ کو بھی یاد ہو pa مربع اور pa کا کوآرڈینیٹ لیا ہے۔ اس مربع کی لمبائی p کو اس نقطہ y اور x معاملے میں
مربع pb کی طاقت p کی طاقت کہلاتی ہے اسی طرح دوسرے دائرے کے حوالے سے اس نقطہ p تو پہلے دائرے کے حوالے سے اس نقطہ
اور p کے لئے اب چونکہ uh دو اب c جمع y دو f جمع دو x دو g مربع جمع سے y مربع جمع x ہوگی جو کہ برابر بھی ہے۔
کو اس طرح کا ہونا چاہئے کہ یہ اظہار اور یہ اظہار برابر ہے جو کہ ہے یہ دونوں برابر y اور x برابر ہیں اس کے بعد یہ ہے کہ نقاط pb
جمع 2 میں x میں 2 g مائنس g 1 کو مساوات 2 کو y اور x کے نقاط p ہونے چاہئیں اور یہاں سے ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ اس نقطہ
دو برابر کو پورا کرنا ہوگا۔ صفر c ایک مائنس c جمع y دو میں f مائنس f one
سے دو دونوں دائرے برابر ہیں ایسے تمام پوائنٹس کے نقاط ct کے ساتھ ہے۔ respe تو ہم دیکھتے ہیں کہ ایسے تمام پوائنٹس جن کی طاقت
کو اس مساوات کو پورا کرنا ہوگا جو کہ ایک سیدھی لکیر کی مساوات کے سوا کچھ نہیں ہے اور اس سیدھی لکیر کو ان دو دائروں کا ریڈیکل ایکسس
کہا جاتا ہے
کو یہاں ایک اور نقطہ ملے گا شاید اس طرح کہ یہ لمبائی اور یہ لمبائی برابر ہے p تو ہمیں اس طرح کے بہت سے پوائنٹس ملیں گے۔ جس طرح
اسی طرح یہاں ایک اور نقطہ بھی ہو سکتا ہے جیسا کہ مماس کے اس حصے کی لمبائی پہلے دائرے تک اور پھر یہ لمبائی جو مماس کا حصہ ہے۔
دوسرے دائرے کے لیے
تو یہ اور یہ لمبائی بھی برابر ہوگی
تو اس طرح کے بے شمار پوائنٹس ہوں گے اور اگر آپ سب ان تمام پوائنٹس کو جوڑ دیں گے
تو ہمیں یہ سیدھی لائن ملے گی یہ سیدھی لکیر جس کی مساوات یہ ہے اور اس سیدھی لائن کو کہا جاتا ہے ان دو دائروں کے ریڈیکل محور کو یہ
دیکھنا بھی مشکل نہیں ہے کہ اگر دو دائرے ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں
mon horde کی مساوات com تو ہم پہلے ہی دیکھ چکے ہیں کہ
تو ہم نے دیکھا کہ پچھلے لیکچر میں یا شاید اس سے پہلے کے لیکچر میں کہ مشترکہ راگ کی مساوات ایک نقطہ ہے جو سیدھی لکیر کو جوڑتی
ہے اور انتفاضہ کے دو پوائنٹس کو جوڑتی ہے اور ہم نے دیکھا کہ کامن کورڈ کی مساوات ہے کچھ نہیں لیکن یہ وہ صورت ہے جہاں دو دائرے
ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہیں
تو پچھلے لیکچرز میں سے ایک میں ہم پہلے ہی کامن کور کی مساوات کو اس مخصوص مساوات کے طور پر دیکھ چکے ہیں لیکن پھر یہ ریڈیکل
محور کی مساوات کے سوا کچھ نہیں ہے۔ اس لیے جب دو دائرے ریڈیکل محور کو آپس میں جوڑتے ہیں
تو کچھ نہیں ہوتا ہے مگر ایک مشترکہ راگ کے علاوہ ہمیں اسے دونوں سم
توں میں مزید بڑھانا پڑتا ہے ایک اور صورت یہ ہو سکتی ہے کہ جب دو دائرے ایک دوسرے کو چھوتے ہیں اور اس صورت میں کوئی یہ ظاہر کر
سکتا ہے کہ ریڈیکل محور ہے ان دو دائروں کے درمیان ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ کے سوا کچھ نہیں جس کی مساوات اس صورت میں وہی ہوگی
جو اس مساوات کی طرح ہوگی اگر ہم واپس جائیں ریڈیکل محور کی یہ مساوات پھر یہ بہت زیادہ نہیں ہے
تو ریڈیکل محور کی مساوات یہ مساوات تھی لہذا ڈھلوان ریڈیکل محور کی ڈھلوان کے لئے اس سیدھی لکیر کی ڈھلوان ہے جو ایک سیدھی لکیر ہے

دو کے مراکز کو جوڑنے والی o ریڈیکل محور کی دو ڈھلوان دو دائروں میں سے ایک اور f ایک مائنس f مائنس جی ایک مائنس جی دو بذریعہ
ایک ہے اب اگر ہم ان دو ڈھلوانوں کی پیداوار لیں g دو مائنس g ایک بذریعہ f دو مائنس f لائن کی ڈھلوان
تو ہم دیکھیں کہ مصنوع مائنس ون ہے جو بنیادی طور پر ہمیں بتاتا ہے کہ ریڈیکل محور ہمیشہ دو دائروں کے مراکز کو جوڑنے والی لکیر کے لیے
کھڑا ہوتا ہے اب ہمیں معلوم ہے کہ کسی بھی دو دائروں کے درمیان ریڈیکل محور سے کیا مراد ہے اب اس کی وضاحت کی جائے گی۔ جو کسی
بھی تین دیے گئے دائروں کے ریڈیکل سینٹر کے طور پر جانا جاتا ہے
تو فرض کریں کہ ہمیں اس طرح کے تین دائرے دیے گئے ہیں
ایک صفر کے برابر ہے s تین پر ہے اور ہم کہتے ہیں کہ کی مساوات پہلا دائرہ o دو اور o تو آئیے ہم کہتے ہیں کہ مراکز کی مساوات ایک
ایک صفر کے c جمع f one y جمع دو x ایک g مربع جمع دو y مربع جمع x لہذا یہ بنیادی طور پر پہلے دائرے کی مساوات ہوگی
برابر ہے اسی طرح ہمارے پاس باقی دو کے لئے ایک جیسی مساواتیں ہوں گی۔ دائرے اور تیسرے دائرے کے لیے
تین صفر کے برابر c جمع y تین f جمع دو x تین g مربع جمع دو y مربع جمع so x تھری g تو یہ ہے
تو ہم کہتے ہیں کہ یہ تین مساوات ہمیں دی گئی ہیں اور ہم سے کہا گیا ہے بنیادی طور پر اس بات کی وضاحت کرے گا کہ تین دائروں کے ریڈیکل
سینٹر سے کیا مراد ہے لہذا ہم پہلے ہی جان چکے ہیں کہ پہلے اور دوسرے دائرے کے درمیان ریڈیکل رسائی کی مساوات ایک سیدھی لکیر ہے
لہذا اس سیدھی لائن کو تیسرے دائرے کے مرکز سے گزرنے کی ضرورت نہیں ہے کیا یہ صرف یہ صرف ایک مثال ہے لہذا اسے تیسرے
دائرے کے بیچ سے گزرنے کی ضرورت نہیں ہے لہذا یہ پہلے اور دوسرے دائرے کے درمیان بنیادی محور ہے جس کی مساوات بنیادی طور پر
ٹو صفر کے برابر ہے s مائنس s on e یا s two کے برابر ہے s one
برابر 0 ہوگا اس طرح یہ مساوات ہوگی s 2 مائنس s 1 تو یہاں سے
g دو کے درمیان ریڈیکل محور ہوگا مساوات 2 گنا s اور s one تو یہ مساوات صرف وہی ہوگی جو ہم نے پچھلی سلائیڈ میں دیکھی ہے لہذا
دو صفر کے برابر ہے اور اسی طرح پہلے اور تیسرے دائرے کے c ایک مائنس c پلس y 2 f مائنس f 1 جمع 2 گنا x 2 d مائنس 1
کے درمیان ایک ریڈیکل محور بھی ہوگا لہذا آئیے جو یہاں اس سبز لکیر سے دکھایا گیا ہے s three اور s one درمیان
s ایک مائنس s تو یہ پہلے اور تیسرے دائرے کے درمیان ریڈیکل محور ہے اور ہم کہتے ہیں کہ اس ریڈیکل محور کی مساوات بنیادی طور پر
تین صفر c مائنس c 1 جمع y گنا f 3 مائنس f 1 جمع 2 گنا x گنا g 3 مائنس g 1 تین صفر کے برابر ہوگی جو کہ دو گنا ہوگی
کہتے ہیں ذیل میں ہم جو دکھائیں گے وہ یہ ہے کہ دوسرے اور تیسرے دائرے کے درمیان ریڈیکل محور دراصل گزرے c کے برابر ہے ہم اسے
دو ریڈیکل محور جو ہم پہلے ہی دیکھ چکے ہیں کچھ اس طرح ہوں گے لہذا e گا۔ ویں کے ریڈیکل محور کے چوراہے کے اس نقطہ کے ذریعے
میں نے جو سرخ رنگ میں کھینچا ہے وہ دوسرے اور تیسرے دائرے کے درمیان ریڈیکل محور ہے لہذا درحقیقت تین جوڑوں کے درمیان تین ریڈیکل
کو پھر ان تینوں دائروں کا ریڈیکل سینٹر کہا جاتا ہے c سے ظاہر کیا ہے اور اس c محور ہیں یا تینوں یہ ایک نقطہ پر ہم آہنگ ہیں جسے ہم نے
لیکن ہمیں پہلے یہ ظاہر کرنے کی ضرورت ہے کہ دوسرے اور تیسرے دائرے کے درمیان ریڈیکل محور درحقیقت تقطیع کے نقطہ سے گزرے گا۔
ٹو کے درمیان ریڈیکل محور کی مساوات جسے ہم نے نیلی لکیر میں کھینچا s اور s one نیلے اور سبز میں پہلے دو ریڈیکل محور میں سے
کے درمیان ریڈیکل محور کی مساوات ہے اور ریڈیکل محور دوسرے اور تیسرے دائرے کے درمیان s three اور s one تھا اسی طرح
ریڈیکل محور کی مساوات ہے
پر ایک c محور ایک نقطہ l تو یہ دائروں کے تین مختلف جوڑوں کے لئے تین ریڈیکل محور کی مساوات ہیں اب ہم نے دیکھا کہ یہ دو ریڈیکا
دوسرے کو کاٹ رہے تھے اب ہمارے لیکچرز سے سیدھی لائنوں پر لیکچرز سے ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ مساوات
دو صفر کے برابر ہوں nl ایک صفر کے برابر l تو فرض کریں اگر ہمارے پاس دو سیدھی لکیریں ہوں
پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں c تو یہ دو سیدھی لائن کی مساواتیں ہیں جو ایک نقطہ
ایک جمع لامبڈا l عام مساوات کے ذریعہ دیا جاتا ہے c تو ہم جانتے ہیں کہ سیدھی لکیروں کا خاندان جو چوراہے کے اس نقطہ سے گزرتا ہے
دو برابر صفر جہاں لیمبڈا ہے لیمبڈا کوئی بھی حقیقی نمبر ہوسکتا ہے جس کی ہم مختلف اقدار کا انتخاب کرتے ہیں۔ لیمبڈا کو مختلف l اوقات
سیدھی لکیریں ملیں گی لیکن پھر یہ تمام سیدھی لکیریں اس بات سے قطع نظر کہ لیمبڈا کی اصل قدر کی قیمت کتنی ہے ہم اس فارم کی یہ تمام
سیدھی لکیریں ان دو سیدھی لکیروں کے چوراہے کے نقطہ سے گزریں گی لہذا یہ ہم پہلے ہی جانتے ہیں لہذا اس کا اطلاق کرنا ہمارے معاملے
میں
int کے برابر ہے اور یہ دونوں 0 l2 ایک صفر کے برابر ہے اور یہ ہے یہ دوسری لائن ہے l تو ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ پہلی لائن ہے
c پر کھڑا کریں پھر سیدھی لکیروں کے خاندان کی مساوات کو واضح کریں لہذا کوئی بھی سیدھی لکیر جو اس نقطے سے گزرتی ہے c اس نقطہ
دو یہ ہے l ایک یہ ہے پلس لیمبڈا اوقات l دو صفر کے برابر ہے لہذا l ایک جمع لامبڈا l کو ہمیشہ اس شکل میں لکھا جاسکتا ہے
دو صفر ہے l ایک جمع لامبڈا l تو
تو یہ کسی بھی لیمبڈا کے لئے کسی بھی اصلی لیمبڈا کے لئے یہ بھی کچھ سیدھی لکیر کی مساوات ہے لیکن یہ سیدھی لائن جو ہم نے یہاں لکھی
سے ظاہر کیا ہے اگر ہم لیمبڈا کو مائنس c ہے اس کے چوراہے کے نقطہ سے گزرے گی ۔ دو ریڈیکل محور جو کہ یہ ہے اور یہ جسے ہم نے
کے برابر لیتے ہیں 1
تو اس میں ہمیں ایک مخصوص سیدھی لکیر ملتی ہے جو اس کے ذریعہ دی جاتی ہے جس کی مساوات اتنی واضح طور پر دی جاتی ہے چاہے ہم
x دو میں d ایک مائنس g سے گزرے گی اور وہ سیدھی لکیر دو گنا ہے c لیمبڈا کے برابر لیں مائنس ون ہمیں ایک سیدھی لکیر ملتی ہے جو
جمع مائنس ایک بار صفر کے برابر ہے اور اگر ہم اس سیدھی لکیر کی مساوات کو آسان کریں
دو صفر کے c تین مائنس c جمع y ٹو میں f تھری مائنس f جمع ٹو میں x تھری مائنس جی ٹو میں wo in g ملے گا۔ t تو ہمیں
برابر لیکن پھر یہ مساوات
تو یہ مساوات ایک سیدھی لکیر کی مساوات ہے جو چوراہے کے اس نقطہ سے گزرتی ہے ان دو ریڈیکل محوروں میں سے ان دو ریڈیکل محوروں
لیکن پھر یہ سیدھی لکیر کچھ بھی نہیں ہے بلکہ یہ دوسرے اور تیسرے دائرے کے درمیان تیسرے ریڈیکل محور کی طرح c کے انتفاضہ کا نقطہ
ہے لہذا یہ مساوات اس مساوات کی طرح ہے لہذا یہ دائرہ دو اور تین کے درمیان ریڈیکل محور کے سوا کچھ نہیں ہے اور ہم پہلے ہی جانتے ہیں
کہ پہلے دو ریڈیکل محور کے انٹرسیکشن کا نقطہ اس سیدھی لائن پر ہے اور اس وجہ سے یہ واضح ہے کہ تیسرے جوڑے کے درمیان ریڈیکل
تین پہلے دو ریڈیکل محور کے انقطاع کے نقطہ سے بھی گزریں گے بنیادی طور پر اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ تینوں s دو ہے اور s محور جو
پوائنٹ کو پھر تین دائروں کا ریڈیکل سنٹر کہا جاتا ہے اگلے لیکچر میں ہم اس بات پر s پر ایک ساتھ ہیں۔ thi اور c ریڈیکل محور ایک نقطہ
بحث کریں گے کہ دائروں کے خاندان کی مساوات کیسے حاصل کی جاتی ہے مثال کے طور پر ان تمام دائروں کی مساوات جو دو دیئے گئے
دائروں کے چوراہے سے گزرتے ہیں یا خاندان یا تمام دائروں کی مساوات جو دیئے گئے دائرے اور دی گئی سیدھی لکیر کے چوراہے سے
گزرتے ہیں
تو ہم اسے اگلے لیکچر میں دیکھیں گے شکریہ