

અગાઉના લેક્ચરમાં વર્તુળો પર નવ લેક્ચરમાં આપનું સ્વાગત છે, જેના વિશે આપણે ચર્ચા કરી હતી, આહ આપેલ બે વર્તુળોની સામાન્ય સ્પર્શકને લગતી કેટલીક સમસ્યાઓ હલ કરી છે,

તેથી આ વ્યાખ્યાનમાં આપણે આપેલા કોઈપણ બે વર્તુળો વચ્ચેના આંતરછેદના ખૂણા વિશે વાત કરીશું અને પછી આપણે તે સ્થિતિ શોધવા તરફ આગળ વધીશું કે જેના હેઠળ આપેલ કોઈપણ બે વર્તુળો એકબીજા સાથે ઓર્થોગોનલ છે તે પણ એક કંઈક વ્યાખ્યાયિત કરશે જે કોઈપણ બે આપેલ વર્તુળો વચ્ચેના આમૂલ ધરી તરીકે ઓળખાય છે

તેથી ચાલો આપણે આપેલ બે વર્તુળોના આંતરછેદના ખૂણાને વ્યાખ્યાયિત કરવા સાથે પ્રારંભ કરીએ.

ધારો કે બે વર્તુળોનું સમીકરણ આપણને આપવામાં આવ્યું છે અને ચાલો કહીએ કે બે વર્તુળો એકબીજાને છેદે છે તેથી દેખીતી રીતે છેદનનો ખૂણો ફક્ત બે વર્તુળો માટે જ વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે જે એકબીજાને છેદે છે જો બે વર્તુળો એકબીજાને છેદતા ન હોય તો તે કિસ્સામાં આંતરછેદનો કોણ વ્યાખ્યાયિત નથી

તેથી ચાલો કહીએ કે આ બે વર્તુળો છે જે એકબીજાને છેદે છે

તેથી આ છે પ્રથમ વર્તુળ s એક આ બીજું વર્તુળ s બે છે તો ચાલો આપણે કહીએ કે આ બે વર્તુળોના કેન્દ્રો o એક અને o બે પર છે પ્રથમ વર્તુળનું સમીકરણ ચાલો આપણે કહીએ કે x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે g એક x વત્તા બે f એક y વત્તા c એક શૂન્ય બરાબર છે

તેથી આ s એક છે અને બીજા વર્તુળ s બેનું સમીકરણ x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે g બે x વત્તા બે f બે y વત્તા c બે બરાબર શૂન્ય

તેથી આ બે વર્તુળો છેદે છે આ બે બિંદુઓ પર હવે આપણે પ્રથમ વર્તુળ તરફ સ્પર્શક દોરીએ જેથી આંતરછેદના આ બિંદુ પર સ્પર્શક કંઈક આના જેવો દેખાશે

તેથી આવશ્યકપણે આ 90 ડિગ્રી હશે તેવી જ રીતે ચાલો આપણે બીજા વર્તુળ માટે પણ સ્પર્શક દોરીએ આંતરછેદના સમાન બિંદુ પર જેથી સ્પર્શક અહીં લાલ રંગમાં દોરવામાં આવે જેથી તે કંઈક આના જેવો દેખાય

તેથી આ છેદનના આ સામાન્ય બિંદુ પર બીજા વર્તુળની સીધી રેખા સ્પર્શક છે હું તેને t બે કહીશ અને પ્રથમની સ્પર્શક મી પર વર્તુળ આંતરછેદના સમાન બિંદુને હું ટી વન દ્વારા બોલાવીશ અને પછી આ કોણને આ બે સ્પર્શક વચ્ચે p થીટા રહેવા દર્શાવે જેથી બે સ્પર્શક વચ્ચેનો આ કોણ છેદનના આ બિંદુએ બે વર્તુળો સુધી રહે

તેથી આ ખૂણો તે છે જેને કોણ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

બે વર્તુળો વચ્ચે આંતરછેદ

તેથી હવે બે વર્તુળોના સમીકરણને જોતાં આપણે આંતરછેદ થીટાનો આ ખૂણો શોધી શકીશું

તેથી તે માટે આપણે આ છેદન બિંદુને a વડે દર્શાવીએ અને ચાલો એક o બેને પણ સીધી રેખા વડે જોડીએ.

હવે આપણી પાસે ત્રિકોણ છે o one ao 1 ao 2 તો આ એક ત્રિકોણ છે જે આપણી પાસે છે

તેથી આ બાજુ o 1 a ની લંબાઈ r 1 ની બરાબર છે જે પ્રથમ વર્તુળ s 1 વેલ r 1 ની ત્રિજ્યા છે અભ્યાસક્રમ એ g 1 ચોરસ વત્તા f 1 વર્ગ ઓછા c 1 ના વર્ગમૂળ સમાન છે જ્યાં આપણે પહેલાથી જ g 1 f 1 અને c 1 ની કિંમતો જાણીએ છીએ કારણ કે પ્રથમ વર્તુળનું સમીકરણ આપણને આપવામાં આવ્યું છે તે જ રીતે આપણે આ લંબાઈ $o2a$ શોધી શકીએ છીએ.

જે ખરેખર બીજા સીરની ત્રિજ્યા છે $c1e$ અને તે ફરીથી શોધી શકાય છે કારણ કે આપણે પહેલાથી જ બીજા વર્તુળનું સમીકરણ જાણીએ છીએ આપણે g બે f બે અને c બે ની કિંમતો જાણી શકીએ છીએ

તેથી r બે ફક્ત g બે ચોરસ વત્તા f બે ચોરસ ઓછાનું વર્ગમૂળ હશે c બે અને પછી અલબત્ત, કારણ કે આપણે પહેલાથી જ કેન્દ્રના કોઓર્ડિનેટ્સ જાણીએ છીએ

તેથી પ્રથમ કેન્દ્રનું સંકલન પ્રથમ વર્તુળનું કેન્દ્ર માઈનસ g એક અલ્પવિરામ ઓછા f વન છે અને પછી આ બિંદુ o બેના કોઓર્ડિનેટ્સ જેનું કેન્દ્ર છે બીજું વર્તુળ માઈનસ g બે અલ્પવિરામ ઓછા f બે છે અને પછી તેમની વચ્ચેનું અંતર જે એક o બે છે બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર g એક ઓછા g બે આખા ચોરસ વત્તા f એક ઓછા f બે આખા ચોરસના વર્ગમૂળ દ્વારા આપવામાં આવે છે તો હવે આપણી પાસે જે છે તે એ છે કે આપણી પાસે ત્રિકોણ એક $o2$ છે અને આપણે તેની ત્રણ બાજુઓની લંબાઈ બરાબર જાણીએ છીએ અને

તેથી હવે આ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા શોધવાનું પણ શક્ય હોવું જોઈએ પણ પછી આપણને ખરેખર આ ખૂણો શોધવાનું કહેવામાં આવે છે.

થીટા wha t આપણે એ પણ સમજીએ છીએ

કે $t2$ એ બીજા વર્તુળની સ્પર્શક હોવાથી આ ખૂણો પણ 90 અંશનો છે

તેથી હવે જો આપણે આ બિંદુને જોઈએ o આપણે આ બિંદુને જોઈએ છીએ o

તેથી આપણી પાસે પહેલા આ ખૂણો છે જે 90 છે પછી આપણી પાસે થીટા છે અને પછી આપણી પાસે આ ખૂણો છે જે 90 જમણો છે અને પછી અંતે આપણી પાસે આ ખૂણો $o1$ a $o2$ છે કારણ કે આ બધા ખૂણાઓનો સરવાળો 360 હોવો જોઈએ જે આપણી પાસે છે

તેથી પ્રથમ ખૂણો 90 અંશ છે તેના કારણે તે કોણ છે આ o 1 a અને આ સ્પર્શક t 1 ની વચ્ચે જે 90 અંશ છે

તેથી pi બાય 2 વત્તા અને પછી આપણી પાસે બે વર્તુળોના આંતરછેદનો કોણ છે જે આ કોણ થીટા વત્તા છે પછી ફરીથી આપણી પાસે આ સામાન્ય $o2$ a વચ્ચે 90 અંશ છે

તેથી o બે a અને t બે વચ્ચેનો ખૂણો નેવું અંશ છે

તેથી આપણી પાસે ફરીથી pi બાય બે અને પછી વત્તા ખૂણો o બે ao એક

તેથી કોણ o બે ao એક

તેથી આ બધાનો સરવાળો ત્રણસો સાઠ અંશ જેટલો હોવો જોઈએ.

બે pi અને

તેથી ત્યાંથી આપણે કહી શકીએ કે કોણ o બે ao એક પાઈ માઈનસ થીટા ની બરાબર હોવો જોઈએ આપણે અહીં લખીશું પાઈ ઓછા થીટા હવે આપણે આ ત્રિકોણના આ કોણ કોણ o2 ao1 પર કોસાઈન કાયદો લાગુ કરીશું

તેથી કોસાઈન કાયદા દ્વારા આ કોણ o2 ao નો કોસાઈન એક બરાબર છે.

બે બાજુઓના ચોરસનો સરવાળો જે ah બે બાજુઓ ah જે આ ખૂણાને અડીને છે અથવા

તેથી 2 બાજુઓ મૂળભૂત રીતે આ કિસ્સામાં r 2 ચોરસ અને r 1 ચોરસ છે

તેથી r 1 ચોરસ વત્તા r 2 ચોરસ ઓછા બાજુ જે આ ખૂણાની વિરુદ્ધ છે જે છે

તેથી તે માઈનસ થઈ જશે આ બે કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર છે જેનો ચોરસ

આ ખૂણાને અડીને આવેલી બાજુઓની લંબાઈના ગુણાંકના બે ગણા ભાગ્યા છે

તેથી બે વખત ભાગ્યા છે r એક આર બે

તેથી અલબત્ત હવે અહીંથી આહ તેને આગળ લઈ જઈએ છીએ હવે આપણી પાસે આહની દ્રષ્ટિએ આર વન આર ટુ અને ઓ વન ઓ બે માટે પહેલાથી જ અભિવ્યક્તિઓ છે કારણ કે આપણે પહેલાથી જ gg one g two અને f one f ની કિંમત જાણીએ છીએ.

બે અને c એક c બે ના સમીકરણ થી અમને બે વર્તુળો આપવામાં આવ્યા છે

તેથી આપણે આ ખૂણાના કોસાઈનને બરાબર શોધી કાઢવામાં સમર્થ હોવા જોઈએ પરંતુ આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ કે કોણ o બે ao એક એ કોણ o બે ao એકનો પાઈ ઓછા થીટા કોસાઈન છે જે પાઈ ઓછા થીટાનો કોસાઈન છે.

માઈનસ કોસ થીટાની બરાબર પણ આપણે એ પણ જાણીએ છીએ કે આ અગાઉની સ્વાઈડમાંથી બરાબર છે અમે ફક્ત r 1 r 2 અને o 1 o 2 માટેના સમીકરણોને બદલીશું

તેથી આ 3 સમીકરણો અહીં અને ત્યાં બદલવામાં આવશે.

કોસાઈન થીટાનો આ કોસાઈન માઈનસ જે કોણ o2 ao 1 નો કોસાઈન છે તે બરાબર છે

તેથી r 1 ચોરસ હશે g 1 ચોરસ વત્તા f એક ચોરસ ઓછા c એક વત્તા r બે ચોરસ હશે g બે ચોરસ વત્તા f બે ચોરસ ઓછા c બે એક o બે આખા ચોરસની બાદબાકી

તેથી એક o બે આખો ચોરસ હશે g એક ચોરસ વત્તા g બે ચોરસ ઓછા બે g એક g બે પછી વત્તા f એક ચોરસ વત્તા f બે ચોરસ ઓછા બે f એક f બે

તેથી આ અંશ છે અને છેદ આપણી પાસે બે ગુણ્યા r એક r બે છે

તેથી તે 2 ગુણ્યા ચોરસ હશે g 1 ચોરસ વત્તા f 1 ચોરસ ઓછા c નું 1 ગણું વર્ગમૂળ g 2 ચોરસ વત્તા f 2 ચોરસ ઓછા c 2 અને આ જરૂરી છે કે આપણી પાસે જે છે તે cos

તેથી આ cos theta ના ઓછા છે

તેથી cos theta જ્યાં થીટા છે બે વર્તુળો વચ્ચે આંતરછેદનો ખૂણો

તેથી cos થીટા સમાન હશે c 1 વત્તા c 2 ઓછા 2 ગુણ્યા g 1 g 2 ઓછા બે ગુણ્યા f one f બે ભાગ્યા g one ચોરસ વત્તા fn ચોરસ ઓછા c1 ગુણ્યા વર્ગમૂળ g2 સ્કવેર વત્તા f2 સ્કવેર માઈનસ c2 નું મૂળ અને આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ કે થીટા કારણ કે pi માઈનસ થીટા 0 અને pi ની વચ્ચે છે

તેથી તે સ્પષ્ટ છે કે થીટા પણ અંદર સાથે હશે

તેથી થીટા રેન્જમાં આવશે રેન્જ 0 થી pi ની લાઇન પર જઈએ છીએ અને

તેથી થીટાનું મૂલ્ય કંઈ નહીં પણ હશે

તેથી થીટા આ જમણી બાજુના cos વ્યસ્ત સિવાય બીજું કંઈ નહીં હોય

તેથી થીટા cos inverse ની બરાબર હશે

તેથી cos inverse ની દલીલ આ અભિવ્યક્તિ હશે હવે ચાલો જોઈએ કે કઈ સ્થિતિ હેઠળ બે વર્તુળો ઓર્થોગોનલ હશે

તેથી જ્યારે આપણે કહીએ છીએ કે બે વર્તુળો ઓર્થોગોનલ છે

તેથી બે વર્તુળો ઓર્થોગોનલ હોવાનું કહેવાય છે જો અને માત્ર જો

તેમની વચ્ચેના આંતરછેદનો ખૂણો 2 અથવા 90 ડિગ્રી દ્વારા pi હોય તો હવે ચાલો જોઈએ કે કઈ સ્થિતિ અથવા કઈ હેઠળ આપેલ બે વર્તુળો એકબીજા માટે ઓર્થોગોનલ છે તે માટે શરત સંતોષવી જોઈએ જે અહીંથી બહુ મુશ્કેલ ન હોવી જોઈએ કારણ કે જો બે બે વર્તુળો ઓર્થોગોનલ હોય તો આ થીટા pi બાય બેની બરાબર હોવી જોઈએ પરંતુ કારણ કે pi ની cos by બે છે શૂન્ય એ સ્પષ્ટ છે કે બે વર્તુળો ઓર્થોગોનલ હોવા માટે આ જમણી બાજુ શૂન્ય હોવી જોઈએ

તેથી તેથી શરત એ છે કે બે વર્તુળો s એક અને s બે જેના સમીકરણો અહીં આપવામાં આવ્યા છે

તેથી બે વર્તુળો ઓર્થોગોનલ છે જો અને માત્ર જો આ અભિવ્યક્તિ શૂન્ય છે જેનો મૂળભૂત અર્થ એ છે કે બે g one g બે વત્તા બે f one f બે બરાબર c one વત્તા c બે

તેથી ચાલો આ ખ્યાલને થોડો સ્પષ્ટ કરવા માટે થોડા પ્રશ્નો લઈએ તો અહીં હું s પહેલો પ્રશ્ન એવું કહેવાય છે કે વર્તુળ s બિંદુ શૂન્ય વનમાંથી પસાર થાય છે અને આ વર્તુળો માટે આ બે વર્તુળો માટે ઓર્થોગોનલ છે

તેથી ચાલો કહીએ કે વર્તુળ s પાસે આ સમીકરણ છે અને તે બિંદુ શૂન્ય વનમાંથી પસાર થાય છે

તેથી આ સમીકરણ આવશ્યક છે x બરાબર શૂન્ય અને y બરાબર એકથી સંતુષ્ટ થઈએ

તેથી આપણને એક વત્તા બે મળે છે f વત્તા c બરાબર શૂન્ય પણ આ વર્તુળ s બંને વર્તુળો માટે ઓર્થોગોનલ છે

તેથી તે આ વર્તુળ માટે ઓર્થોગોનલ હોવાથી આપણે ઓર્થોગોનાલિટી માટે શરતનો ઉપયોગ કરી શકીએ છીએ

તેથી આપણે આ શરતનો ઉપયોગ કરી શકો છો
તેથી આ સમીકરણ x ચોરસ વત્તા y ચોરસ ઓછા બે x ઓછા પંદર એટલે શૂન્ય અને બીજું વર્તુળ x ચોરસ વત્તા y ચોરસ માઈનસ એક શૂન્ય છે

તેથી આહ

તેથી અહીં આપણે કહીએ કે જો આપણે જો આપણે જો

તેથી આપણે અહીં સમીકરણને x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા $2g$ 1 x વત્તા $2f$ 1 y વત્તા c એક શૂન્ય સમાન ગણીએ તો g one એટલે ઓછા એક f એક શૂન્ય c એક ઓછા પંદર સમાન આ બીજા વર્તુળ માટે આપણે જો આપણે આને ધ્યાનમાં લઈએ x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે g બે x વત્તા બે f બે y વત્તા c બે બરાબર શૂન્ય તો સ્પષ્ટપણે g બે અને f બે બંને શૂન્ય છે અને c બે ઓછા એક છે કારણ કે આ વર્તુળ આપણી પાસેના પ્રથમ વર્તુળ માટે ઓર્થોગોનલ છે
કારણ કે આ વર્તુળ s આ પ્રથમ વર્તુળ માટે ઓર્થોગોનલ છે તે ઓર્થોગોનાલિટીના સમીકરણને સંતોષે છે
જે બે ગુણ્યા g ગુણ્યા g એક છે જે માઈનસ એક વત્તા બે ગુણ્યા f ગુણ્યા f છે જે 0 છે તે c વત્તા c બરાબર છે જે -15 છે
તેથી તેથી આ અનિવાર્યપણે $2g$ વત્તા c બરાબર 15 છે.

તેથી આ પહેલું સમીકરણ હતું આ બીજું સમીકરણ અહીં એ જ રીતે કારણ કે વર્તુળ પણ બીજા વર્તુળ માટે ઓર્થોગોનલ પણ છે, આપણી પાસે સમાન પ્રકારનું સમીકરણ છે બે g ગુણ્યા g બે જે શૂન્ય છે વત્તા બે f ગુણ્યા f બે જે શૂન્ય બરાબર c વત્તા c બે પણ છે આ ત્રીજા સમીકરણમાંથી આ ત્રીજું સમીકરણ છે આપણને સ્પષ્ટપણે c બરાબર એક મળે છે અને જો આપણે આ પ્રથમ સમીકરણમાં તે માહિતીનો ઉપયોગ કરીએ તો આપણને f હવે ઓછા એક થશે c એ equ હોવાથી a 1 to one જો આપણે સમાન c નો ઉપયોગ કરીએ તો c ની આ ah માહિતી એકની બરાબર આમાં બીજું સમીકરણ છે આપણને g બરાબર સાત મળે છે તો આપણે આ વર્તુળ s ના તમામ પરિમાણો મેળવી લીધા છે અને સ્પષ્ટપણે આ વર્તુળ s નું કેન્દ્ર છે.

છે કેન્દ્ર માઈનસ g અલ્પવિરામ ઓછા f જે માઈનસ સાત છે કારણ કે g સાત છે અને માઈનસ f એક હશે

તેથી કેન્દ્ર માઈનસ સાત અલ્પવિરામ એક છે જેનો અર્થ છે કે વિકલ્પ c સાચો છે અને વિકલ્પ d ખોટો છે અને ત્રિજ્યા વર્ગમૂળની બરાબર છે g ચોરસ વત્તા f ચોરસ માઈનસ c નો સાત થશે

તેથી વિકલ્પ b સાચો છે એક વિકલ્પ a ખોટો છે તો ચાલો આપણે બીજા સમસ્યાને ધ્યાનમાં લઈએ

તેથી અહીં આપણે છે કે વર્તુળ અલ્પવિરામ b બિંદુમાંથી પસાર થાય છે અને આ વર્તુળ કહે છે s દ્વારા સૂચવવામાં આવે છે અને તે બીજા વર્તુળને કાપી નાખે છે x ચોરસ વત્તા y ચોરસ બરાબર k ચોરસ ઓર્થોગોનલ તો વર્તુળ s ના કેન્દ્રનું સ્થાન આ ચાર વિકલ્પોમાંથી એક છે જે આપણે શોધવાનું છે

તેથી ચાલો આપણે કહીએ કે કેન્દ્ર વર્તુળ s ના b ચાલો આપણે વર્તુળ sb ના કેન્દ્રના કોઓર્ડિનેટ્સ

p અને q કહીએ તો આ વર્તુળ s નું સમીકરણ x ચોરસ વત્તા y ચોરસ ઓછા $2px$ ઓછા બે qy વત્તા c બરાબર શૂન્ય થશે હવે એવું કહેવાય છે કે વર્તુળ s એ અલ્પવિરામ b બિંદુમાંથી પસાર થાય છે

તેથી તેનો અર્થ શું છે કે આ સમીકરણ x બરાબર a અને y બરાબર b સાથે સંતુષ્ટ હોવું જોઈએ

તેથી a ચોરસ વત્તા b ચોરસ ઓછા બે ap ઓછા બે bq વત્તા c શૂન્ય બરાબર છે આ પ્રથમ સમીકરણ જે આપણને મળે છે અને પછી એવું પણ કહેવાય છે કે આ ચોક્કસ વર્તુળ s એ બીજા વર્તુળ માટે ઓર્થોગોનલ છે, ચાલો આપણે કહીએ કે s અવિભાજ્ય સમીકરણ છે જેનું સમીકરણ x ચોરસ વત્તા y ચોરસ ઓછા k વર્ગ શૂન્ય છે

તેથી આપણે ઓર્થોગોનાલિટીની સ્થિતિનો ઉપયોગ કરીએ તો આપણને શું મળે છે

તેથી 2 ગુણ્યા g 1 ગુણ્યા g 2 છે.

તેથી આ પ્રથમ વર્તુળ માટે g 1 નું g ઓછા p છે

તેથી બે ગુણ્યા g એક ગુણ્યા g બે છે પણ અહીં g બે શૂન્ય છે અને પછી વત્તા બે ગુણ્યા f એક

તેથી f એક માઈનસ q ગુણ્યા f બે છે શૂન્ય બરાબર c એક વત્તા c બે

તેથી c એક c અને c બે બાદબાકી k ચોરસ છે

તેથી આ બે વર્તુળો ઓર્થોગોનલ હોવાથી આ સમીકરણ પણ સંતુષ્ટ હોવું જોઈએ

તેથી આ સમીકરણ મૂળભૂત રીતે બે વર્તુળો વચ્ચેની ઓર્થોગોનાલિટી માટેની શરત તરીકે અગાઉની સ્લાઇડ્સમાંની એકમાં બતાવેલ તેમાંથી આવે છે

તેથી આમાંથી સમીકરણ એ સ્પષ્ટ છે કે c એ k ચોરસ સમાન હોવું જોઈએ અને

તેથી વર્તુળ s નું સમીકરણ

તેથી જો આપણે સમીકરણમાં આ હકીકતનો ઉપયોગ કરીએ તો આપણને શું મળે છે કે

વર્તુળ s ના કેન્દ્રના p અને q કોઓર્ડિનેટ્સ સંતોષવા જ જોઈએ.

સમીકરણ a ચોરસ વત્તા b ચોરસ બાદબાકી બે ap ઓછા બે bq વત્તા k ચોરસ બરાબર શૂન્ય અથવા બીજા શબ્દોમાં

તેથી આનો મૂળભૂત અર્થ એ છે કે વર્તુળ s ના કેન્દ્રના p અને q કોઓર્ડિનેટ્સ હંમેશા આ સમીકરણને સંતોષવા જોઈએ અને

તેથી સ્થાન

વર્તુળ s નું કેન્દ્ર એક ચોરસ વત્તા b ચોરસ છે

તેથી ચાલો કહીએ કે આપણે

તેથી આ એક ચોરસ વત્તા b ચોરસ માઈનસ બે ગણા કેન્દ્રના x સંકલન હશે

તેથી ચાલો તે x ઓછા બે b ti થાય mes કેન્દ્રનો y કોઓર્ડિનેટ વત્તા k ચોરસ શૂન્ય છે

તેથી કેન્દ્રનું સ્થાન એ આવશ્યકપણે આ સમીકરણ છે જે વાસ્તવમાં એક સીધી રેખા સમીકરણ છે કારણ કે તે x અને y બંનેમાં રેખીય છે અને આ બીજું કંઈ નથી પરંતુ પ્રથમ વિકલ્પ છે જે વિકલ્પ a છે.

તો ચાલો આપણે એક નવા વિષય તરફ આગળ વધીએ જે બે આપેલ વર્તુળોની આમૂલ ધરી તરીકે ઓળખાય છે તે વ્યાખ્યાયિત કરે છે તેથી ધારો કે આપણને બે વર્તુળો આપવામાં આવ્યા છે તો ચાલો આપણે કહીએ કે આ વર્તુળ s એક છે અને પછી આપણી પાસે અહીં બીજું વર્તુળ છે.

કહો s બે હવે તે બધા બિંદુઓને ધ્યાનમાં લો કે આપણે ફક્ત તે બિંદુઓ p ને ધ્યાનમાં લઈશું કે આ p થી બંને વર્તુળોની સ્પર્શકની લંબાઈ સમાન છે

તેથી ચાલો કહીએ કે આ બે વર્તુળો છે જેમાં એક અને ઓ કેન્દ્ર છે.

બે અને p એ એક બિંદુ છે કે આ બિંદુ p થી આ પ્રથમ વર્તુળ s એક સુધીની સ્પર્શક pa ની લંબાઈ p થી બીજા વર્તુળ s બે સુધીની સ્પર્શકની લંબાઈ જેટલી છે

તેથી ફક્ત તે બિંદુઓને ધ્યાનમાં લેવામાં આવશે જેના માટે pa અને pb છે છે આ કિસ્સામાં સમાન છે, ઓછામાં ઓછું દેખાવમાં તે p અને pb સમાન નથી લાગતું

તેથી જો તેઓ સમાન ન હોય તો p એ p એ એક બિંદુ તરીકે ધ્યાનમાં લેવામાં આવશે નહીં જેમાં અમને રસ છે

તેથી લોકસ

તેથી ત્યાં માત્ર નથી એક અનન્ય બિંદુ કે જેમાં આહ સમાન અંતર છે જેના બંને વર્તુળોની સ્પર્શકની લંબાઈ સમાન છે ત્યાં અનંતપણે ઘણા બધા બિંદુઓ છે અને આ બધા બિંદુઓનું સ્થાન જેમ આપણે ટૂંક સમયમાં જોઈશું તે એક સીધી રેખા છે જેને વાસ્તવમાં આની રેડિકલ અક્ષ કહેવામાં આવે છે.

આપેલ બે વર્તુળો તો ચાલો જોઈએ કે આ આમૂલ ધરીનું સમીકરણ કેવી રીતે મેળવવું

જો આપણને આપેલા બે વર્તુળોના સમીકરણો આપવામાં આવે તો ધારો કે આપણી પાસે આપેલા બે વર્તુળો s એક અને s બે છે જેની ઉપર કેન્દ્રો છે અને ao બે તો આપણે માત્ર આપણે હંમેશા તે અહીં પોઈન્ટ્સને ધ્યાનમાં લઈએ છીએ માત્ર તે બિંદુઓને ધ્યાનમાં રાખીને કે

જેના માટે આ બંને વર્તુળોની સ્પર્શકની લંબાઈ સમાન છે

તેથી ઉદાહરણ તરીકે જો કોઈ બિંદુ p રેડિકલ અક્ષ પર રહેલો હોય તો પછી th ની લંબાઈ e સ્પર્શક p થી પ્રથમ વર્તુળ સુધી ચાલો કહીએ કે pa એ p થી બીજા વર્તુળ pb સુધીની સ્પર્શકની લંબાઈ બરાબર હોવી જોઈએ

તેથી pb અને pa સમાન હોવા જોઈએ

તેથી આવું થાય તે માટે ચાલો કહીએ કે અમને બે વર્તુળોનું સમીકરણ નીચે મુજબ હોવું જોઈએ

તેથી આપણને બે વર્તુળોનું સમીકરણ આપવામાં આવ્યું છે અને આપણે આમૂલ ધરીનું સમીકરણ શોધવાનું છે હવે ધારો કે

બે વર્તુળોના કેન્દ્રમાં xy કોઓર્ડિનેટ ધરાવતો એક બિંદુ p છે અલબત્ત માઈનસ છે g એક ઓછા f વન n ઓછા g બે ઓછા f બે હવે

તેથી આ નેવું ડિગ્રી હોવું જોઈએ

તેથી લંબાઈ pa અથવા ચોરસ લંબાઈ pa ચોરસ પાયથાગોરસ પ્રમેયનો ઉપયોગ કરીને એક p આખા ચોરસ સમાન છે કારણ કે આ ત્રિકોણ o એક ap એક જમણો છે કોણ ત્રિકોણ આપણી પાસે pa ચોરસ છે તે બીજું કંઈ નથી પરંતુ એક p આખા ચોરસ બાદ

એક આખો ચોરસ છે અને જો આપણે આગળની ગણતરીઓ કરીએ તો આપણે અગાઉના લેક્ચરમાંના એકમાં જોયું હતું કે આ આહ રેખા સેગમેન્ટ pa નું ચોરસ અંતર સમાન હશે 1 થી x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે g એક x વત્તા બે f એક y વત્તા c એક

જ્યાં x અને y વાસ્તવમાં આ બિંદુ p ના કોઓર્ડિનેટ્સ છે

તેથી આપણે તે કિસ્સામાં x અને y ને આ બિંદુ p ના સંકલન તરીકે લીધા છે આ ચોરસ લંબાઈ pa ચોરસ અને pa ચોરસ જો તમને પણ યાદ હોય તો પ્રથમ વર્તુળના સંદર્ભમાં આ બિંદુ p ની શક્તિ કહેવાય છે તેવી જ રીતે બીજા વર્તુળના સંદર્ભમાં આ બિંદુ p ની શક્તિ pb ચોરસ હશે જે પણ સમાન છે.

x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા થી g બે x વત્તા બે f બે y વત્તા c બે હવે uh માટે હવે p અને pb સમાન છે તે અનુસરે છે કે x અને y કોઓર્ડિનેટ્સ એવા હોવા જોઈએ કે આ અભિવ્યક્તિ અને આ અભિવ્યક્તિ સમાન હોય એટલે આ બે સમાન હોવા

જોઈએ અને અહીંથી આપણે મેળવીએ છીએ કે આ બિંદુ p ના કોઓર્ડિનેટ્સ x અને y એ સમીકરણ 2 માં g 1 ઓછા g 2 માં x વત્તા 2 માં f એક ઓછા f બે માં y વત્તા c એક ઓછા c બે સમાનને સંતોષવા જોઈએ શૂન્ય

તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે આવા તમામ બિંદુઓ જેની શક્તિ સાથે છે ct થી બે બંને વર્તુળો સમાન છે આવા તમામ બિંદુઓના કોઓર્ડિનેટ્સ આ સમીકરણને સંતોષવા જોઈએ જે એક સીધી રેખાના સમીકરણ સિવાય બીજું કંઈ નથી અને આ સીધી રેખાને આ બે વર્તુળોની આમૂલ ધરી કહેવામાં આવે છે

તેથી આપણને તેના જેવા ઘણા બધા બિંદુઓ મળશે.

જેમ p ને અહીં કદાચ બીજો બિંદુ મળશે જેમ કે આ લંબાઈ અને આ લંબાઈ સમાન છે તેવી જ રીતે અહીં બીજો કોઈ બિંદુ હોઈ શકે છે જેમ કે સ્પર્શકના આ ભાગની આ લંબાઈ પહેલા વર્તુળ સુધી અને પછી આ લંબાઈ જે સ્પર્શકનો ભાગ છે બીજા વર્તુળમાં

તેથી આ અને આ લંબાઈ પણ સમાન હશે

તેથી આવા ઘણા બધા બિંદુઓ હશે અને જો તમે બધા આ બધા બિંદુઓને જોડશો તો આપણને આ સીધી રેખા આ સીધી રેખા મળશે જેનું સમીકરણ આ છે અને આ સીધી રેખા કહેવાય છે આ બે વર્તુળોની આમૂલ ધરી એ જોવાનું પણ બહુ મુશ્કેલ નથી કે જો બે વર્તુળો એકબીજાને છેદે છે તો આપણે પહેલાથી જ જોયું છે કે કોમનું સમીકરણ $mon\ horde$

તેથી આપણે જોયું કે છેલ્લા લેક્ચરમાં અથવા કદાચ તે પહેલાંના લેક્ચરમાં કે સામાન્ય તારનું સમીકરણ સામાન્ય તાર એ બિંદુ છે જે છેદનના બે બિંદુઓને જોડતી સીધી રેખા સાથે જોડાય છે અને આપણે જોયું કે સામાન્ય કોર્ડનું સમીકરણ છે.

કંઈ નથી પરંતુ

તેથી આ તે કિસ્સો છે જ્યાં બે વર્તુળો એકબીજા સાથે છેદે છે

તેથી અગાઉના એક વ્યાખ્યાનમાં આપણે પહેલાથી જ સામાન્ય કોરનું સમીકરણ આ વિશિષ્ટ સમીકરણ હોવાનું જોયું છે પરંતુ પછી આ રેડિકલ અક્ષના સમીકરણ સિવાય બીજું કંઈ નથી

તેથી જ્યારે બે વર્તુળ આમૂલ ધરીને છેદે છે તે સામાન્ય તાર સિવાય બીજું કંઈ નથી, આપણે તેને બંને દિશામાં આગળ લંબાવવું પડશે બીજો કિસ્સો એ હોઈ શકે જ્યારે બે વર્તુળો એક બિંદુ પર એકબીજાને સ્પર્શે અને તે કિસ્સામાં કોઈ બતાવી શકે કે રેડિકલ ધરી છે આ બે વર્તુળો વચ્ચેના ટ્રાંસવર્સ કોમન ટેન્જેન્ટ સિવાય બીજું કંઈ નહીં કે જેનું સમીકરણ તે કિસ્સામાં આ સમીકરણ જેવું જ હશે જો આપણે પાછા જઈએ તો આમૂલ ધરીનું આ સમીકરણ પછી તે બહુ નથી

તેથી આમૂલ ધરીનું સમીકરણ આ સમીકરણ હતું

તેથી ઢોળાવ એ આમૂલ ધરીના ઢોળાવ માટે આ સીધી રેખાનો ઢોળાવ છે જે એક સીધી રેખા છે g નું માઈનસ એક ઓછા g બે બાય f એક બાદબાકી f આમૂલ ધરીનો બે ઢોળાવ બે વર્તુળોમાંથી

એક અને o બે કેન્દ્રોને જોડતી રેખાનો ઢોળાવ એ f બે ઓછા f એક બાય g બે ઓછા g એક છે હવે જો આપણે આ બે ઢોળાવનો ગુણાંક લઈએ તો આપણે જુઓ કે ઉત્પાદન માઈનસ એક છે જે મૂળભૂત રીતે આપણને કહે છે કે રેડિકલ અક્ષ હંમેશા બે વર્તુળોના કેન્દ્રોને જોડતી રેખાને લંબરૂપ હોય છે, જો કે હવે આપણે જાણીએ છીએ કે કોઈપણ બે આપેલ વર્તુળો વચ્ચેના રેડિકલ અક્ષનો અર્થ શું છે તે હવે વ્યાખ્યાયિત કરશે.

આપેલ કોઈપણ ત્રણ વર્તુળોના આમૂલ કેન્દ્ર તરીકે જેને ઓળખવામાં આવે છે

તેથી ધારો કે આપણને આના જેવા ત્રણ વર્તુળો આપવામાં આવ્યા છે તો યાલો કહીએ કે કેન્દ્રોનું સમીકરણ એક o બે અને o ત્રણ પર છે અને યાલો કહીએ કે નું સમીકરણ પ્રથમ વર્તુળ s એક શૂન્ય સમાન છે

તેથી તે મૂળભૂત રીતે પ્રથમ વર્તુળનું સમીકરણ x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે g એક x વત્તા બે f વન વાય વત્તા c એક શૂન્ય સમાન હશે તેવી જ રીતે આપણી પાસે અન્ય બે માટે સમાન સમીકરણો હશે વર્તુળો અને ત્રીજા વર્તુળ માટે

તેથી આ છે g ત્રણ

તેથી x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે g ત્રણ x વત્તા બે f ત્રણ y વત્તા c ત્રણ શૂન્ય બરાબર

તેથી યાલો કહીએ કે આ ત્રણ સમીકરણો અમને આપવામાં આવ્યા છે અને અમને પૂછવામાં આવે છે મૂળભૂત રીતે ત્રણ વર્તુળોના

આમૂલ કેન્દ્રનો અર્થ શું છે તે વ્યાખ્યાયિત કરશે

તેથી આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ કે

પ્રથમ અને બીજા વર્તુળ વચ્ચેના આમૂલ પ્રવેશનું સમીકરણ એક સીધી રેખા છે

તેથી આ સીધી રેખા ત્રીજા વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થવાની જરૂર નથી.

શું આ માત્ર આ માત્ર એક ઉદાહરણ છે

તેથી તેને ત્રીજા વર્તુળના મધ્યમાંથી પસાર થવાની જરૂર નથી

તેથી આ આ પ્રથમ અને બીજા વર્તુળ વચ્ચેની આમૂલ ધરી છે જેનું સમીકરણ મૂળભૂત રીતે s એક બરાબર s બે અથવા s પર છે e બાદબાકી s બે શૂન્યના બરાબર

તેથી અહીંથી s 1 ઓછા s 2 બરાબર 0 હશે

તેથી તે સમીકરણ

તેથી આ સમીકરણ તે જ હશે જે આપણે અગાઉની સ્લાઇડમાં જોયું છે

તેથી s one અને s બે વચ્ચેની આમૂલ ધરી હશે સમીકરણ 2 ગુણ્યા g 1 ઓછા d 2 x વત્તા 2 ગુણ્યા f 1 ઓછા f 2 y વત્તા c એક ઓછા c બે બરાબર શૂન્ય અને તે જ રીતે પ્રથમ અને ત્રીજા વર્તુળ વચ્ચે s one અને s ત્રણ વચ્ચે આમૂલ ધરી હશે

તેથી યાલો જે અહીં આ લીલી રેખા દ્વારા બતાવવામાં આવે છે

તેથી આ પ્રથમ અને ત્રીજા વર્તુળ વચ્ચેની આમૂલ ધરી છે અને યાલો કહીએ અને આ રેડિકલ અક્ષનું સમીકરણ મૂળભૂત રીતે s એક ઓછા s ત્રણ બરાબર શૂન્ય હશે જે બે ગુણ્યા g 1 ઓછા હશે g 3 ગુણ્યા x વત્તા 2 વખત f 1 ઓછા f 3 ગુણ્યા y વત્તા c 1 ઓછા c ત્રણ બરાબર શૂન્ય આપણે તેને c કહીશું નીચેનામાં આપણે શું બતાવીશું કે બીજા અને ત્રીજા વર્તુળ વચ્ચેની આમૂલ ધરી

વાસ્તવમાં પસાર થશે મી ની આમૂલ ધરીના આંતરછેદના આ બિંદુ દ્વારા

e બે આમૂલ ધરી કે જે આપણે પહેલેથી જોઈ છે તે કંઈક આના જેવું હશે

તેથી મેં લાલ રંગમાં જે દોર્યું છે તે બીજા અને ત્રીજા વર્તુળની વચ્ચેની આમૂલ ધરી છે

તેથી હકીકતમાં વર્તુળોની ત્રણ જોડી વચ્ચેની ત્રણ આમૂલ ધરી છે અથવા ત્રણેય વર્તુળો છે.

આ એક બિંદુ પર સમવર્તી છે જેને આપણે c દ્વારા દર્શાવ્યું છે અને આ c ને પછી આ ત્રણ વર્તુળોનું આમૂલ કેન્દ્ર કહેવામાં આવે છે પરંતુ આપણે પહેલા એ બતાવવાની જરૂર છે કે બીજા અને ત્રીજા વર્તુળ વચ્ચેની આમૂલ ધરી ખરેખર આંતરછેદના બિંદુમાંથી પસાર થશે.

વાદળી અને લીલા રંગના પ્રથમ બે રેડિકલ અક્ષમાંથી

s one અને s બે વચ્ચેના રેડિકલ અક્ષનું સમીકરણ જે આપણે વાદળી રેખામાં દોર્યું હતું તે જ રીતે s one અને s ત્રણ વચ્ચેના રેડિકલ અક્ષનું સમીકરણ છે અને રેડિકલ અક્ષ બીજા અને ત્રીજા વર્તુળ વચ્ચેના રેડિકલ અક્ષનું સમીકરણ છે

તેથી આ ત્રણ અલગ-અલગ વર્તુળોની જોડી માટે ત્રણ રેડિકલ અક્ષના સમીકરણો છે હવે આપણે જોયું કે આ બે રેડિકા 1 અક્ષો એક બિંદુ c પર છેદે છે હવે સીધી રેખાઓ પરના પ્રવચનોમાંથી અમારા વ્યાખ્યાનોમાંથી આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ કે સમીકરણ

તેથી ધારો કે જો આપણી પાસે બે સીધી રેખાઓ હોય 1 એક શૂન્યની બરાબર $n1$ બે શૂન્ય સમાન હોય તો આ બે સીધી રેખા

સમીકરણો છે જે એક બિંદુ c પર છેદે તો આપણે જાણીએ છીએ કે

આંતરછેદ c ના આ બિંદુમાંથી પસાર થતી સીધી રેખાઓનો પરિવાર સામાન્ય સમીકરણ દ્વારા આપવામાં આવે છે 1 એક વત્તા લેખ્યડા ગુણ્યા 1 બે બરાબર શૂન્ય જ્યાં લેખ્યડા લેખ્યડા છે તે કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા હોઈ શકે છે જે આપણે વિવિધ મૂલ્યો પસંદ કરીએ છીએ $1/\lambda$ ને જુદી જુદી સીધી રેખાઓ મળશે પણ પછી આ બધી સીધી રેખાઓ ભલે આપણે $1/\lambda$ ના વાસ્તવિક મૂલ્યનું ગમે તેટલું મૂલ્ય પસંદ કરીએ આ ફોર્મની આ બધી સીધી રેખાઓ આ બે સીધી રેખાઓના આંતરછેદના બિંદુમાંથી પસાર થશે તેથી આ આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ તેથી આ લાગુ કરવું અમારા કિસ્સામાં તો ચાલો કહીએ કે આ પહેલી લાઇન છે 1 એક શૂન્યની બરાબર અને આ છે આ બીજી લાઇન 12 બરાબર 0 અને તે બંને પૂર્ણાંક આ બિંદુ c પર ઊભું કરો પછી સીધી રેખાઓના પરિવારનું સમીકરણ સ્પષ્ટપણે છે તેથી કોઈપણ સીધી રેખા જે આ છેદન c ના આ બિંદુ પરથી પસાર થાય છે તે હંમેશા આ સ્વરૂપમાં લખી શકાય 1 એક વત્તા લેખ્યડા 1 બે બરાબર શૂન્ય તેથી 1 એક આ છે વત્તા લેખ્યડા ગુણ્યા 1 બે છે તેથી 1 એક વત્તા લેખ્યડા 1 બે શૂન્ય છે તેથી આ કોઈપણ લેખ્યડા માટે કોઈપણ વાસ્તવિક લેખ્યડા આ પણ કેટલીક સીધી રેખાનું સમીકરણ છે પરંતુ આ સીધી રેખા જે આપણે અહીં લખી છે તે આંતરછેદના બિંદુમાંથી પસાર થશે બે આમૂલ ધરી કે જે આ છે અને આ જેને આપણે c વડે સૂચવ્યું છે જો આપણે લેખ્યડાને માઈનસ 1 ની બરાબર લઈએ તો તેમાં આપણને ચોક્કસ સીધી રેખા મળે છે જે આપેલ છે જેના દ્વારા સમીકરણ આપવામાં આવે છે તો પણ આપણે લેખ્યડાને બરાબર લઈએ તો પણ માઈનસ વન આપણને એક સીધી રેખા મળે છે જે c માંથી પસાર થશે અને તે સીધી રેખા બે ગુણી છે g એક બાદબાકી d બે માં x વત્તા ઓછા એક ગુણ્યા શૂન્ય સમાન છે અને જો આપણે આ સીધી રેખા સમીકરણને સરળ બનાવીએ તો આપણને શું મળશે t wo માં g ત્રણ ઓછા g બે માં x વત્તા બે માં f ત્રણ ઓછા f બે માં y વત્તા c ત્રણ ઓછા c બે શૂન્ય ની બરાબર પણ પછી આ સમીકરણ તેથી આ સમીકરણ એ સીધી રેખાનું સમીકરણ છે જે આંતરછેદ c ના તે બિંદુ પરથી પસાર થાય છે આ બે આમૂલ અક્ષમાંથી તેથી આ બે આમૂલ ધરીના આંતરછેદનું બિંદુ c પરંતુ પછી આ સીધી રેખા કંઈ નથી પણ તે બીજા અને ત્રીજા વર્તુળ વચ્ચેના ત્રીજા આમૂલ ધરી સમાન છે તેથી આ સમીકરણ આ સમીકરણ જેવું જ છે તેથી આ વર્તુળો s બે અને s ત્રણ વચ્ચેના આમૂલ ધરી સિવાય બીજું કંઈ નથી અને આપણે પહેલેથી જ જાણીએ છીએ કે પ્રથમ બે આમૂલ ધરીના આંતરછેદનું બિંદુ આ સીધી રેખા પર રહેલું છે અને તેથી તે સ્પષ્ટ છે કે ત્રીજા જોડી વચ્ચેની આમૂલ ધરી જે s બે છે. અને s ત્રણ પણ પ્રથમ બે રેડિકલ અક્ષના આંતરછેદના બિંદુમાંથી પસાર થશે અનિવાર્યપણે તેનો અર્થ એ છે કે આ ત્રણેય આમૂલ ધરીઓ એક બિંદુ c અને થી પર એક બિંદુ c પર સમવર્તી છે. s બિંદુને ત્રણ વર્તુળોનું આમૂલ કેન્દ્ર કહેવામાં આવે છે તે પછીના લેક્ચરમાં આપણે ચર્ચા કરીશું કે વર્તુળોના કુટુંબનું સમીકરણ કેવી રીતે મેળવવું ઉદાહરણ તરીકે તે બધા વર્તુળોનું સમીકરણ જે આપેલ બે વર્તુળોના આંતરછેદમાંથી પસાર થાય છે અથવા કુટુંબ અથવા અથવા બધા વર્તુળોનું સમીકરણ જે આપેલ વર્તુળ અને આપેલ સીધી રેખાના આંતરછેદમાંથી પસાર થાય છે તેથી અમે આને આગામી લેક્ચરમાં જોઈશું આભાર