حلقوں پر آٹھ کے لیکچر میں خوش آمدید اس لیے پچھلے لیکچر میں ہم نے کسی بھی دو دائروں کے لیے مشترک مماس کی مساوات کے لیے تاثرات
اخذ کیے تھے اس لیے اس مخصوص لیکچر میں ہم اس موضوع پر کچھ مسائل حل کریں گے اور پھر ہم جلدی سے ایک نئے موضوع کی طرف
بڑھیں جو کہ بنیادی طور پر کسی ایسی چیز کی وضاحت کر رہا ہے جسے کسی بھی دو دائروں کے درمیان مقطع کے زاویہ کے طور پر جانا جاتا
ہے دو ایک دوسرے کو ملانے والے نمونوں کے مشترکہ گروہ کی مساوات بھی اخذ کرے گا
تو آئیے اس موضوع پر کچھ مسائل کے ساتھ جلدی سے آغاز کرتے ہیں ۔ ہم نے پچھلے لیکچر میں بات کی تھی
تو آئیے پہلے اس سوال کو دیکھتے ہیں جہاں اس نقطہ کے نقاط کو تلاش کرنے کے لئے کہا گیا ہے جس پر دائرے ہیں لہذا ہمیں دو دائرے دیئے
گئے ہیں یہ پہلے دائرے کی مساوات ہے لہذا x مربع جمع y مربع افسوس x مربع جمع y مربع مائنس چار x مائنس دو y جمع چار
صفر کے برابر ہے
اور دوسرا دائرہ ہے x مربع جمع y مربع مائنس بارہ x مربع مائنس آٹھ y تو یہ پہلا دائرہ ہے لہذا ہم جمع چھتیس صفر کے برابر ہے مساوات
سے اس نقطہ کے نقاط تلاش کرنے کو کہا جاتا ہے جس پر یہ دونوں دائرے ایک دوسرے کو چھوتے ہیں ان دونوں دائروں کے ٹرانسورس مشترکہ
ٹینجنٹ کی مساوات بھی تلاش کرتے ہیں لہذا مسئلہ کا بیان بہت واضح ہے ہم دو دائرے ہیں اور کہا جاتا ہے کہ وہ ایک دوسرے کو چھوتے ہیں
اور اس صورت میں ہم سے اس نقطہ کے نقاط تلاش کرنے کو کہا جاتا ہے جہاں وہ ایک دوسرے کو چھو رہے ہیں اور پھر ہم سے کہا جاتا ہے کہ
ان دونوں کے درمیان ٹرانسورس مشترکہ ٹینجنٹ کی مساوات تلاش کریں۔ دائرے تاکہ آہ اس کی وضاحت کے لیے ہم اسے ہندسی طور پر کرنے کی
کوشش کریں
مرکز ہے جو ah محور رہنے دیں یہ اصل ہے لہذا پہلا دائرہ جو یہ دائرہ ہے اس میں واضح طور پر x محور رہنے دیں اور اسے y تو اسے
دو کوما پر ہے ایک کیونکہ یہ مخصوص اصطلاح جمع دو جی ایکس ہے اور یہ جمع دو جی ایکس ہے لہذا جی مائنس ٹو ایف ہے مائنس ون ہے اور
ایک سے ظاہر کریں گے اور رداس یقینا c جس مرکز کو ہم جانتے ہیں وہ مائنس جی مائنس ایف پر ہے جو دو کوما ایک ہے لہذا ہم 'اس دائرے کو
ہے c ہے مائنس ایک f مائنس 2 g کے برابر ہے لہذا اس کے لئے ہم جانتے ہیں کہ c مربع مائنس f مربع جمع g مربع مربع جڑ کے g
چار ہے لہذا یہ مائنس ٹو مربع ہوگا جو کہ دو مربع جمع ایک مربع مائنس چار کے برابر ہے یہ ایک نکلے گا لہذا مرکز اور رداس کو دیکھتے ہوئے
ہم پہلا دائرہ بنا سکتے ہیں لہذا مرکز یہاں پر ہے اور رداس ایک ہے اور اس کے بعد سے رداس ایک ہے دائرہ کچھ اس طرح ظاہر ہوگا اسی طرح ہم
دکھا سکتے ہیں کہ دوسرے دائرے کا مرکز چھ کوما چار پر ہوگا اور رداس چار ہوگا
تو یہ دوسرے دائرے کا مرکز ہے اور جیسا کہ رداس چار اکائیوں کا ہے۔ دائرہ کچھ ایسا ہی ہوگا اسی طرح اس دوسری طرف بھی جسے میں نہیں
بنا رہا ہوں
تو کم از کم ہندسی طور پر ایسا معلوم ہوتا ہے کہ وہ ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہیں ایسا لگتا ہے کہ وہ اس مقام پر ایک دوسرے کو چھو رہے ہیں
لیکن اس کی تصدیق کرنا بھی زیادہ مشکل نہیں ہے۔ اس لیے اگر دائرے اگر دو دائرے ایک دوسرے کو چھو رہے ہوں
تو یہ درست ہونا چاہیے کہ مراکز کے درمیان فاصلہ ان کے رداس کے مجموعے کے برابر ہونا چاہیے
تو ان دونوں مراکز کے درمیان فاصلہ چھ مائنس دو پورے کے مربع جڑ کے برابر ہے۔ مربع جمع چار منفی ایک پورا مربع جو نکلتا ہے پانچ بنتا ہے
اور اگر آپ کو یاد ہو کہ پہلے دائرے کا رداس ایک تھا اور دوسرے دائرے کا چار تھا
تو جب ہم ان کو جوڑتے ہیں
تو جب ہم ان کو جوڑتے ہیں
تو ہم رداس میں سے کچھ پانچ ہوتے ہیں۔ جو کہ دائروں کے دونوں مراکز کے درمیان فاصلے کے بالکل برابر ہے جس کا مطلب ہے کہ یہ دونوں
دائرے بالکل ایک نقطہ کو چھو رہے ہیں
تو چلیں یہ وہ لائن ہے جو دونوں مراکز کو جوڑتی ہے اس لیے ہم سے کہا گیا کہ اس نقطہ کا کوآرڈینیٹ معلوم کریں۔ یہ دونوں دائرے ایک دوسرے
کو چھوتے ہیں اور یہ زیادہ مشکل نہیں ہے کیونکہ فرض کریں کہ ہم یہ کہتے ہیں کہ اس خاص نقطہ کے نقاط جہاں ایک دوسرے کو ایک دوسرے
سے ملاتے ہیں xy ہے
تو یہ واضح ہے کہ یہ x اور y لازمی ہے ان دونوں مساوا
توں کو پورا کریں کیونکہ یہ نقطہ دونوں دائروں پر ہے اور چونکہ اسے دونوں مساوا
توں کو پورا کرنا ہے اس کے لیے مساوات کے فرق کو بھی پورا کرنا ضروری ہے اس لیے میرا کہنے کا مطلب یہ ہے کہ یہ ان دونوں دائروں
کے رابطے کے نقطہ کوآرڈینیٹ کرتا ہے۔ x اور y کو لازمی طور پر دو مساوا
توں کو دو دائروں کی مساوات کو پورا کرنا ہوگا جو درج ذیل ہیں اور اگر ہم اسے گھٹاتے ہیں
تو ہمیں جو حاصل ہوتا ہے اس لیے اس پوائنٹ x کو بھی اس مساوات کو پورا کرنا ہوگا یا ہم چار x کوما y جمع تین y کو آسان کر سکتے ہیں۔
سولہ کے برابر ہے یہ درحقیقت یہ مساوات ہے
تو اس مساوات سے مطمئن ہونا ضروری ہے اس نقطے سے مطمئن ہونا ضروری ہے اب ہم جانتے ہیں کہ مراکز کو جوڑنے والی اس مخصوص
لائن کی مساوات معلوم ہے اور ہم جانتے ہیں کہ یہ نقطہ xy لائن لائن جو مراکز کو جوڑتی ہے اور اس لیے یہ درست بھی اسی پر مضمر ہے۔
ہونا چاہیے کہ اس لکیر کی ڈھلوان 4 مائنس 1 کے برابر ہے تقسیم 6 مائنس 2 جو کہ 3 سے 4 ہے جو کہ y مائنس ایک s کے برابر بھی ہونی
چاہیے۔ o اس لکیر کی ڈھلوان اس لائن سیگمنٹ کی ڈھلوان جیسی ہونی چاہیے کیونکہ بنیادی طور پر وہ ایک ہی لائن y مائنس ون کے حصے ہیں
کو بھی ایک اور مساوات کو پورا کرنا چاہیے اور آہ یہ مساوات ہم اسے لکھ سکتے ہیں تین y اور x مائنس دو سے تقسیم اس لیے کوآرڈینیٹ x
جمع دو اور پھر ہمیں صرف ان دو مساوا y برابر ہے چار x مائنس چار جو کہ بنیادی طور پر ہمارے پاس تین y مائنس چھ برابر چار ضرب x
توں کو حل کرنے کی ضرورت ہے لہذا ان دو مساوا
توں کو حل کرکے یہاں اس خاص نقطہ کے نقاط حاصل کریں گے اور یہ بہت مشکل نہیں ہے لہذا ہم کیا کر سکتے ہیں کہ آپ اس مساوات کو چار
جمع چھ ملتا ہے اور پھر ہم ان کو y بارہ x سے ضرب کر سکتے ہیں ہم حاصل کرتے ہیں ہم اس مساوات کو تین سے ضرب دیتے ہیں ہمیں نو
پچیس پر ستر کے برابر ہے یا جو چودہ ضرب پانچ x ہے ستر جس کا مطلب ہے کہ x شامل کرتے ہیں ہمیں دو مساواتیں ملتی ہیں جو پچیس
کوآرڈینیٹ حاصل کر y ویلیو کو یہاں استعمال کر سکتے ہیں اور ہم x کوآرڈینیٹ بہت آسان ہے کیونکہ ہم صرف اس y کے برابر ہے اور پھر
سکتے ہیں
تو y 3 کوآرڈینیٹ y 4 مائنس 16 یہاں سے x ہوگا
تو یہ 16 منفی 4 ضرب 14 ضرب 5 ہوگا جو کہ 56 ضرب 5 ہے
تو یہ نکلے گا
y تو 3 لہٰذا 24 سے 5 تک۔ y برابر ہوگا۔ ایک c2 اور c1 آٹھ ضرب پانچ ہو جائے گا اس لیے نقطہ رابطہ کے نقاط اب وہ نقطہ جہاں
دوسرے کو چھوتے ہیں چودہ ضرب پانچ کوما آٹھ ضرب پانچ ہے اس لیے نقطہ کے نقاط جہاں وہ ایک دوسرے کو چھوتے ہیں چودہ بائے پانچ کوما
آٹھ بائے پانچ
تو لیکن اس سے سوال کا صرف ایک حصہ حل ہوتا ہے کیونکہ یہ بھی ہم سے پوچھا گیا تھا کہ ہم قاطع مشترک ٹینجنٹ کی مساوات معلوم کریں

ہے۔ اس طرح کا ایک مماس جو دونوں دائروں کے لیے ایک مماس ہے اس لیے ایک ہی ah تو میں کھینچتا ہوں تاکہ قاطع کامن ٹینجنٹ بنیادی طور پر
مماس اس پہلے دائرے کے ساتھ ساتھ دوسرے دائرے کے لیے بھی ایک مماس ہے
تو ظاہر ہے کہ اسے دائرے کے دو مراکز کو جوڑنے والی اس لکیر کے لیے کھڑا ہونا ضروری ہے
تو یہ ہوگا کچھ ہو اس طرح یہ سیاہ رنگ میں کھینچی گئی اس سیدھی لکیر پر کھڑا ہو جائے گا اور یہ رابطہ کے اس نقطے سے بھی گزرے گا ان
نقاط کا ہمیں ابھی پتہ چلا ہے لہذا یہ سبز لکیر بنیادی طور پر ٹرانسورس مشترکہ ٹینجنٹ ہے اور اس مساوات کو تلاش کرنے کے لیے جو ہم کرتے
ہیں۔ کچھ زیادہ کرنے کی ضرورت نہیں ہے کیونکہ اگر ہم اگر پیچھے جائیں
تو یہ دائرے کے مراکز کو جوڑنے والی لائن کی لائن کی مساوات تھی اور اگر آپ دیکھیں کہ اس لائن کی ڈھلوان تین بائی چار کے برابر ہے جو ہم
پہلے ہی کر چکے ہیں۔ اب یہاں حساب کیا جائے گا کہ اس لائن کے عمودی لائن کی ڈھلوان مراکز کو جوڑنے والی مائنس چار بائے تین ہوگی
کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ دو کھڑی لکیروں کی ڈھلوان کی پیداوار مائنس ون ہے لہذا ہم جانتے ہیں کہ اس کی ڈھلوان ہونا ضروری ہے۔ مائنس چار
بائی تین میں اور دلچسپ بات یہ ہے کہ اگر ہم اس مساوات کو یہاں دیکھیں
میں ایک ڈگری ایک مساوات ہے لہذا یہ ایک کی نمائندگی کرتا ہے۔ سیدھی y اور x تو یہ بھی کچھ سیدھی لائن کی کچھ مساوات ہے کیونکہ یہ
لکیر سیدھی لکیر کی ڈھلوان بھی مائنس چار بائی تین ہے اور ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ رابطہ کا یہ نقطہ اس مساوات کو پورا کرتا ہے رابطہ کا
نقطہ بھی ٹینجنٹ پر ہے اور اس لیے یہ واضح ہے کہ اس آہ کی مساوات یہ سبز مماس یا ٹرانسورس کامن ٹینجنٹ اس سیدھی لائن کی مساوات کے
جو ٹینجنٹ پر ہے اس پوائنٹ کے xy سوا کچھ نہیں ہے کیونکہ اس سیدھی لائن کی مساوات کی ڈھلوان بھی مائنس 4 ضرب 3 ہے اور یہ نقطہ
y جمع تین x نقاط کو مطمئن کر رہا ہے اس مساوات کو مطمئن کر رہا ہے لہذا مساوات دونوں دائروں کے لیے قاطع مشترک ٹینجنٹ کا چار
برابر سولہ ہے اس سے پہلے مسئلے کا حل ختم ہو جاتا ہے اور یہاں آپ سوچ رہے ہوں گے کہ کیا اس مسئلے میں ہم نے جو دیکھا وہ دلچسپ بات
یہ ہے کہ ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ کی مساوات اس میں اس منظر نامے میں جہاں دو دائرے ایک دوسرے کو چھوتے ہیں وہ مساوات کے فرق کے
سوا کچھ نہیں نکلا۔ دو حلقوں کی باتیں لیکن کیا یہ عام طور پر سچ ہے یا شاید یہ ان نمبروں کے ساتھ اس خاص مثال کے لئے اتفاق سے صرف
قسمت تھی لہذا پتہ چلتا ہے کہ یہ عام طور پر سچ ہے لہذا میں اس نتیجہ کو جلدی سے پیش کرتا ہوں
تو ہم یہ کہتے ہیں کہ ہمارے پاس ہے یہاں دو دائرے جو اس نقطے کو چھوتے ہیں اور ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ اس دو دائروں کے مرکز ہیں اور وہ
کی مساوات یہ پہلا دائرہ ہے so اس مقام پر چھو رہے ہیں آئیے ہم یہ کہتے ہیں کہ
کے ذریعے ہے s one دائرے کی مساوات پہلے دائرے کی نمائندگیso تو پہلے
دو کہوں گا کیونکہ میں o ایک اور o تو یہ پہلے دائرے کی مساوات ہے معذرت، میں یہاں کچھ اور استعمال کروں گا میں سنٹرز کے لیے
دو استعمال کروں گا۔ یہ دو دائرے ہیں c ایک اور c مساوات میں
تو مراکز ایک ہیں اور دو ہیں
تو یہ پہلا دائرہ ہے ایک یہ دوسرا دائرہ ہے دو ہے یہ پہلے دائرے کی مساوات ہے اور یہ دوسرے دائرے کی مساوات ہے
تو اب ہم سے کیا پوچھا جائے گا تلاش کرنا ہے قاطع مشترک ٹینجنٹ کی مساوات جو میں نے سبز رنگ میں کھینچی ہے
ایک مرکز کے ساتھ پہلے دائرے کے لیے اور دوسرے دائرے کے لیے f تو ظاہر ہے کہ ان دونوں دائروں کے مراکز مائنس جی ایک کوما مائنس
ہونے y کوما x دو مائنس جی ہے۔ دو مائنس ایف دو اور یہ سیدھی لکیر ہے جو دو مراکز کو جوڑتی ہے اس نقطہ رابطہ کے نقاط کو o مرکز
ان دونوں مساوا y کوما x دیں پھر یہ واضح ہے کہ یہ
توں کو پورا کرتا ہے اب چونکہ یہ ان دونوں مساوا
توں کو پورا کرتا ہے اسے بھی مطمئن کرنا ہوگا۔ ان مساوا
توں کا فرق اگر میں فرق کو لوں
دو صفر کے c ایک مائنس c جمع y دو میں f ایک مائنس f جمع دو میں x دو میں g مائنس g 1 تو مجھے جو ملتا ہے وہ ہے 2 میں
برابر ہے
اس مساوات کو مطمئن کرتا ہے جو دراصل یہ ہے دراصل یہ ایک سیدھی لائن کی مساوات ہے یہ x comma y تو رابطہ کے اس نقطہ کے نقاط
بنیادی طور پر کچھ سیدھی لائن کی مساوات ہے جسے ہم دکھائیں گے کہ یہ مساوات ٹرانس کی مساوات کے سوا کچھ نہیں ہے۔ آیت کامن ٹینجنٹ
اس مساوات کو پورا کرتا ہے لیکن جو xy کا یہ نقطہ قاطع مشترک ٹینجنٹ پر ہے اور یہ xy تو ایک چیز جو ہم جانتے ہیں وہ یہ ہے کہ رابطہ
چیز جانچنے کی ضرورت ہے وہ یہ ہے کہ آیا اس مساوات کی ڈھلوان اگر اس مساوات کو ہونا ہے اس ٹینجنٹ کی اس مساوات کی ڈھلوان اس
دو کے g ایک مائنس g دو بذریعہ f مائنس f one ٹینجنٹ کی ڈھلوان کے برابر ہونی چاہیے اب دو مراکز کو جوڑنے والی لکیر کی ڈھلوان
برابر ہے کیونکہ یہ کے نقاط سے درج ذیل ہے۔ دو مراکز
تو اب یہ لائن کی ڈھلوان ہے جو دو دائروں کے مراکز کو جوڑ رہی ہے کیونکہ ٹینجنٹ 90 ڈگری پر ہے اس ڈھلوان کے ساتھ ٹینجنٹ کی ڈھلوان کی
پیداوار لازمی طور پر مائنس ون ہونی چاہیے اور اس لیے ڈھلوان ٹینجنٹ کا مائنس جی ایک مائنس جی ٹو بائی ایف ایک مائنس ایف دو اب اگر ہم
پیچھے جا کر اس لائن کی مساوات کو دیکھیں
دو اور اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ f تو یہ واضح ہے کہ اس لائن کی ڈھلوان بھی مائنس جی ون مائنس جی ٹو بائی ایف ون مائنس کے برابر ہے۔
مشترک مماس کی مساوات اس مساوات کے سوا کچھ نہیں ہے جو بنیادی طور پر دو دائروں کی مساوات کا فرق ہے
تو آئیے دو دائروں کے درمیان مشترک مماس سے متعلق ایک اور مسئلہ کو لیتے ہیں
دو یونٹ کے رداس میں سے ہر ایک ایک دوسرے سے چھ اکائیوں c ایک اور c تو اس اگلے مسئلے میں یہ دیا گیا ہے۔ کہ دو دائروں کے مرکز
کو ایک دائرہ ہونے دیں c دو میں شامل ہونے والے لائن سیگمنٹ کا وسط پوائنٹ مانیں اور c اور c one کو مرکز p کے فاصلے پر ہیں
سے c ایک اور c ان دو دائروں کو خارجی طور پر چھونے والا ایک اور دائرہ ہے لیکن یہ اس طرح چھو رہا ہے کہ c تو جوڑنا اب کے مراکز
کا مشترکہ مماس ہے۔ c دو اور c سے گزرتے ہوئے گزرتا ہے لہذا یہ مشترکہ مماس بھی p ایک مشترکہ مماس
دو جیسا کہ یہاں کھینچا گیا ہے آئیے ہم c ایک اور c تو اس سوال میں جو کہا گیا ہے وہ یہ ہے کہ ہمارے پاس یونٹ کے دو دائرے ہیں رداس
دو کے o دو مراکز ہیں اور دونوں مراکز کے درمیان فاصلہ چھ یونٹ ہے درمیانی نقطہ ہے اس لائن سیگمنٹ ایک o کہتے ہیں کہ ایک اور
دو دونوں کو چھوتا c ایک اور c ہے جو اس دائرے c پوائنٹ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور پھر کہا جاتا ہے کہ ایک اور دائرہ p درمیانی نقطہ کو
دو اس مقام پر اور کہتے ہیں کہ ہم کہتے ہیں کہ یہ اس c ایک کو چھوتا ہے۔ اور c ہونے دیں اور یہ اس نقطہ پر c ہے لہذا اس کو دائرہ
c دائرہ u ہے o بڑے دائرے کا مرکز
تو اگر ہم ان مراکز کو سیدھی لکیر سے جوڑتے ہیں
کو جوڑنے والی o تو یہ سیدھی لکیر ظاہر ہے رابطہ کے اس مقام سے گزرے گی ۔ نقطہ جہاں یہ دونوں دائرے چھوتے ہیں اسی طرح ایک اور
کا c اور c 1 ایک دوسرے کو چھوتے ہیں اور پھر کہا جاتا ہے کہ c اور c one سیدھی لکیر بھی اس مقام سے گزرے گی جہاں دو دائرے
کے ذریعے p مشترک ٹینجنٹ ہے جو گزرتا ہے۔
کے براہ راست مشترک ٹینجنٹ کی طرح c اور c one تو یہ یہاں یہ ٹینجنٹ نہیں ہو سکتا کیونکہ ظاہر ہے کہ اس طرح کا ایک ٹینجنٹ ہے یہ

سے نہیں گزرتا اس لیے دوسری صورت یہ ہو سکتی ہے کہ ہمارے پاس ایک ٹینجنٹ ہے جیسے اس طرح یہ سرخ p ہے لیکن یہ ظاہر ہے کہ
سے p کا براہ راست مشترک مماس ہے جو c 1 اور c دونوں کے لیے ایک مشترک مماس ہے لہذا یہ c اور c 1 لکیر سرخ سیدھی لکیر
c دو اور c گزرتا ہے اور مزید یہ اس کا مماس بھی ہے یہ بھی درمیانی مماس ہے۔
c 2 سے گزرتا ہے وہ بھی p کے درمیان وہی مشترک ٹینجنٹ جو c اور c 1 دو ہے اور سوال میں کہا گیا تھا کہ c ہے اور یہ c تو یہ
کے درمیان ایک مشترک مماس ہونا ضروری ہے لہذا ہم یہی ہیں۔ یہاں دیکھ رہے ہیں c اور
کے درمیان ایک مشترک مماس ہے یہ زاویہ نوے ڈگری ہونا چاہیے یہ دونوں زاویے نوے ڈگری ہونے c دو اور c تو چونکہ یہ سرخ سیدھی لکیر
چاہئیں
اور یہ معلوم کرنا ہے۔ آہ یقیناً یہ ایک اکائی ہے اور یہ رداس یہاں بھی ایک اکائی ہے br کا رداس بتائیں جو ہمیں c تو دائرہ
جمع ایک کے r جمع ایک برابر r اطراف کے دو رخ ایک ہی لمبائی کے ہیں o دو o تو ہم مثلث کو دیکھتے ہیں ایک
پلس ون ہے r جمع ایک ہے یہ سائیڈ بھی r تو یہ رخ بھی
کو جوڑتے pno دو کا درمیانی نقطہ ہے اگر ہم o one o اس طرف p مثلث اس لیے اگر ہم اور چونکہ es ہے۔ isoscel تو یہ ایک
ہیں
دو کی o دو کا وسط نقطہ ہے پھر ایک o ایک p ڈگری ہوگا اب ہم جانتے ہیں کہ چونکہ o2 po 90 تو یہ درست ہے یہ واضح ہے کہ زاویہ
o سے ظاہر کریں اب ہم دیکھتے ہیں کہ یہ مثلث s برابر ہے 3 اکائیوں کے اس نقطہ رابطہ کو p دو o لمبائی چھ یونٹ ہے یہ واضح ہے کہ
ps ہے پائتھاگورس تھیوریم نو کے برابر ہو گا جو اس فرضی کا مربع ہے ps ایک صحیح زاویہ مثلث ہے اور اس وجہ سے یہ لمبائی ps دو
اب آٹھ اکائیوں کا مربع جڑ ہے۔ ps ہے اور اس لیے p پر p کا مربع آٹھ ہے اور اس لیے ps جمع ایک کے مربع کے برابر ہو گا اور اس لیے
بھی ایک pso کے درمیان ایک مشترک ٹینجنٹ ہے مثلث c دو اور c ہم یہ بھی دیکھتے ہیں کہ کیونکہ یہ سرخ سرخ سیدھی لکیر ایک ٹینجنٹ ہے
ہے آٹھ کا مربع جڑ اور ps دوسری طرف r میں ہماری لمبائی کا ایک رخ ہے pso صحیح زاویہ مثلث ہے اور اس مثلث refore
مربع کا مربع جڑ جمع آٹھ اب مثلث کی طرف r کے ذریعے pythagoras theorem ایک بار پھر برابر ہو جائے گا hypotenuse op
o دو ہے ہم دیکھتے ہیں کہ opo دو پر غور کریں جو یہ صحیح زاویہ مثلث opo واپس جا رہا ہے افسوس آہ جا رہا ہے پھر صحیح زاویہ مثلث
جمع ایک ہے r دو یہ o مربع ہے لہذا اب op مربع جمع p دو o دو مربع برابر ہے کیونکہ یہ فرضی
کے برابر ہے تین اکائی ہے p دو o پورے مربع op پورے مربع جمع p دو o مربع طاقت جمع ایک پورا مربع ہے جو o2 تو
آٹھ اکائی ہے r مربع جمع آٹھ ہے اور اس لیے r مربع ہے یہاں سے op تو مربع نو جمع
کا رداس آٹھ یونٹ ہے آئیے تیسرا سوال لیں c تو اس دائرہ
تو اس تیسرے سوال میں ہمارے پاس دو دائرے ہیں رداس پانچ اکائیوں میں سے ہر ایک اور وہ اس مقام پر ایک دوسرے کو چھوتے ہیں ایک کوما دو ان
دونوں دائروں کی مساوات t o برابر دس ہے اور سوال ہم سے پوچھ رہا ہے y جمع تین x کے ٹرانسورس مشترکہ ٹینجنٹ کی مساوات چار
تلاش کریں
تو صورتحال اس طرح ہے کہ ہمارے پاس دو دائرے ہیں جن کا ایک ہی رداس ہے جو کہ پانچ اکائیوں کا ہے اور وہ اس مقام کو چھوتے ہیں اس نقطہ
کے نقاط ایک کوما دو ہیں ، اس کو جوڑنے والی سیدھی لکیر ہونے دیں۔ دو مراکز اور قاطع مشترک ٹینجنٹ جو کہ یہ نیلی سیدھی لکیر ہے اس کی
دس کے برابر ہے لہذا کوئی یہ دیکھ سکتا ہے کہ آہ یہ نقطہ ایک کوما دو اس مساوات کو پورا کرتا ہے کیونکہ ظاہر y جمع تین x مساوات چار
ہے وہ نقطہ جہاں یہ دونوں دائرے ٹچ کرتے ہیں اس پر پڑنا پڑتا ہے۔ ان دو دائروں کے درمیان ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ ہے لہذا ہمیں ان دو
دائروں کا رداس پہلے سے معلوم ہے اگر ہم کسی طرح ان دونوں مراکز کے نقاط تلاش کر لیں
تو ان دونوں دائروں کی مساوات کو لکھنا آسان ہو جائے گا اب ہم جانتے ہیں کہ ٹینجنٹ ایک زاویہ بناتا ہے 90 ڈگری اس سیدھی لکیر کے ساتھ جو
دو مراکز کو ملاتی ہے اس ٹینجنٹ کی ڈھلوان مائنس چار بائی تین ہے
کہ مراکز کو جوڑنے والی سیدھی لکیر کی ڈھلوان تین بائے چار ہونی چاہیے کیونکہ ان دونوں ws تو اس سے ڈھلوان مائنس چار ضرب تین ہے
لکیروں کی ڈھلوان ایک دوسرے کے ساتھ کھڑی ہے اور اس کی ڈھلوان مائنس ون ہونی چاہیے اور اس ٹینجنٹ کی ڈھلوان یہاں سے دی گئی ہے کہ
ہم دیکھتے ہیں کہ ڈھلوان مائنس چار بائے تین ہے اور چونکہ اس ٹینجنٹ کی ڈھلوان کی پیداوار اور اس لائن کو سینٹرز سے ملانا مائنس ون ہونا
ضروری ہے اس لیے اس لائن کی ڈھلوان سینٹرز کو جوڑنے والی تین بائی چار ہونی چاہیے اس لیے اب اس آہ کی مساوات ہم کہتے ہیں کہ یہاں
ہے b پہلے مرکز کے نقاط پہلے دائرے کا کوما
مائنس دو تقسیم ایک مائنس ایک برابر ہے b تو اس کے بعد یہ ہے کہ یہ ہے اس لائن سیگمنٹ کی ڈھلوان تین سے چار ہے اس کے بعد یہ ہے کہ
تین سے چار
ون کے درمیان ہے اور یہاں رابطہ کا o مائنس ٹو ہے تین ضرب چار گنا ایک مائنس ایک مزید یہ لمبائی b تو یہاں سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ
b پانچ اکائیاں ہیں اور اس لیے مربع کا رداس جو پچیس ہے جو وہ ich نقطہ جو ایک کوما دو ہے یہ دائرے کے رداس کے سوا کچھ نہیں ہے
مائنس دو پورے مربع کو اس مساوات کا استعمال کرتے ہوئے مائنس b مائنس دو پورے مربع کے علاوہ مائنس ایک پورا مربع کے برابر ہوگا لیکن
ایک پورے مربع کے لحاظ سے لکھا جا سکتا ہے لہذا یہ ہے نو ضرب سولہ کے برابر ایک مائنس ایک پورے مربع کے علاوہ ایک مائنس ایک پورا
مربع، لہذا اگر ہم اس مساوات کو حل کرتے ہیں
برابر ایک جمع مائنس چار کے برابر ہے لہذا ہمارے پاس دو اقدار a تو ہمیں ایک مائنس ایک پورا مربع برابر سولہ ملتا ہے جس کا مطلب یہ ہے کہ
کوآرڈینیٹ x ہیں
کوآرڈینیٹ کے مساوی ہوں گی کیونکہ دوسرا مرکز جو دوسرے دائرے کا مرکز ہے وہ بھی x تو درحقیقت یہ دونوں قدریں دونوں مراکز کے
رابطہ کے اس مقام سے پانچ اکائیوں کے فاصلے پر ہے لہذا دوسرے دائرے کے مرکز کو بھی اس مساوات کو پورا کرنا ضروری ہے اور اس
کوآرڈینیٹ پہلے دائرے کے لیے ہیں x وجہ سے یہ مندرجہ ذیل ہے کہ ان دو دائروں کے کوآرڈینیٹ
تو x کوآرڈینیٹ wi ہو جائے گا
کوآرڈینیٹ x کوآرڈینیٹ ایک جمع چار ہوگا جو کہ پانچ ہے اور اب اگر x تو ہم کہتے ہیں ایک مائنس چار جو مائنس تین ہے اور دوسرے دائرے کا
ہے a مائنس تھری ہے جو کہ
ہم اس مساوات کو استعمال کر سکتے ہیں b کوآرڈینیٹ جو ہے y تو اس کے بعد
اس پوائنٹ b چار میں مائنس فور جو کہ مائنس تین ہے اور اس لیے by میں یہ یہاں اوپر جاتا ہے تین by 4 مائنس 2 ہو جائے گا 3 b تو
کے لیے مائنس ون کے برابر ہو گا اور اس پوائنٹ کے لیے یہ ہو گا۔ پانچ ہوں
تو اب ہمارے پاس ان دو دائروں کے مراکز کے نقاط ہیں اور ہم جانتے ہیں کہ رداس پانچ اکائیوں کا ہے اور اس لیے مساوات اب آسان ہے اس لیے
مائنس مائنس ہوگی ایک پورا مربع رداس کے مربع کے برابر ہے جو پچیس ہے y مائنس مائنس تین مکمل مربع جمع x پہلے دائرے کی مساوات
اور اسی طرح ہم دوسرے دائرے کی مساوات کو لکھ سکتے ہیں اس کے بعد ہم ایک اور چھوٹا مسئلہ یا مشترکہ ڈوری تلاش کرنے کے ایک اور
چھوٹے موضوع پر غور کرتے ہیں

تو اگلا ہم اس پر بحث کریں گے۔ دو ایک دوسرے کو کاٹتے ہوئے دائروں کی مشترکہ راگ تلاش کرنے کا موضوع
تو یہاں صورتحال یہ ہے کہ ہمارے پاس اس طرح کے دو ایک دوسرے کو کاٹتے ہوئے دائرے ہیں لہذا جب ہمارے پاس دو ایک دوسرے کو کاٹتے ہوئے دائرے ہوتے ہیں
تو ہمارے پاس دو پوائنٹس ہوتے ہیں جہاں وہ ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں اور اگر ہم ان دو پوائنٹس کو ایک سے جوڑ دیتے ہیں۔ سیدھی لکیر یہ لائن سیگمنٹ پہلے دائرے کے ساتھ ساتھ دوسرے دائرے کے لیے بھی ایک راگ ہے اور اسی وجہ سے اس راگ کو ان دو ایک دوسرے کو ملانے والے دائروں کا مشترکہ راگ کہا جاتا ہے اب فرض کریں کہ ان دونوں دائروں کی مساوات ہے
دو ہے s ہے۔ ایک یہ s تو یہ
تو آئیے کہتے ہیں کہ دو دائروں کی مساوات مندرجہ ذیل ہے
تو ہمیں ان دو دائروں کی دو مساواتیں دی گئی ہیں کہ ہم اس مشترکہ راگ کی مساوات کو کیسے تلاش کرتے ہیں اب فرض کریں کہ ہم کہتے ہیں کہ یہ دونوں کے نقاط یہ دو تقطیع کے پوائنٹس
کوما c ہے ہم کہتے ہیں کہ یہ b تو ہم یہ کہتے ہیں کہ ان دونوں پوائنٹس کے نقاط اس پوائنٹ کے لیے ہیں یہ اس پوائنٹ کے لیے ایک کوما d ہے
تو یہ دونوں پوائنٹس a comma b اور c comma d
تو a comma b بھی ان دونوں مساوا
بھی اب ان دونوں مساوا c comma t توں کو پورا کرے گا
ان دونوں مساوا b توں کو پورا کرے گا کیونکہ ایک کوما
کو بھی ان دونوں مساوا b توں کو پورا کرتا ہے اس کا مطلب ہے کہ ایک کوما
توں کے فرق کو پورا کرنا ضروری ہے۔ جب ہم ان دونوں مساوا
توں کے فرق کو لیتے ہیں
کو اس مساوات کو پورا کرنا ہوگا b تو ہمیں یہ مساوات ملتی ہے اب یہ مساوات کچھ سیدھی لکیر کی مساوات ہے اب واضح طور پر ایک کوما
ان دونوں مساوا b کیونکہ ایک کوما
کو پورا کرتا ہے جو ہے ان دونوں دائروں کا ایک دوسرے کا ملاپ کا نقطہ بھی اب اس مساوات کو پورا کرے گا کہ d کوما c توں کو اسی طرح
اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ دونوں پوائنٹس بنیادی طور پر سیدھی لکیر پر واقع ہیں اور چونکہ کسی بھی دو پوائنٹس کے درمیان سیدھی لکیر کا سیگمنٹ منفرد ہوتا ہے اس کے بعد یہ سیدھی لائن سیگمنٹ یا اس مشترکہ ڈوری کی مساوات ہے جو اس مساوات کے سوا کچھ نہیں ہے لہذا یہ ایک دوسرے کو ملانے والے حلقوں کے مشترکہ راگ کی مساوات ہے اس مشترکہ راگ کی لمبائی تلاش کرنا بہت مشکل نہیں ہے اور ہم اسے جلدی سے اخذ کر سکتے ہیں یا دیکھ سکتے ہیں کہ اسے کیسے تلاش کیا جائے
ان دو دائروں کا مرکز ہیں o2 اور o1 تو آئیے ہم یہ کہتے ہیں کہ
ہے یہ سیدھی لکیر ہے جو دو مراکز کو q ہے اور یہ چوراہے کا نقطہ p یا چوراہے کا یہ نقطہ p تو ہم کہتے ہیں کہ رابطہ کا یہ نقطہ ہے جوڑتی ہے اب یہ ظاہر کرنا زیادہ مشکل نہیں ہے کہ یہ مشترکہ ہڈی اور یہ سیدھی لکیر جو اب مراکز میں شامل ہو رہی ہے ہر ایک پر کھڑی ہوگی یہ لائن جو مرکز میں شامل ہوتی ہے اس ah ہے لہذا m دوسرے وہ ایک دوسرے پر کھڑے ہوں گے آئیے ہم یہ کہتے ہیں کہ یہاں یہ نقطہ chord pq ایک qp پر کھڑی ہے جو ہم یہ بھی دیکھتے ہیں کہ یہ مثلث ایک isosceles ایک مثلث ہے یہ ایک isosceles triangle ہے کیونکہ o ایک p اور ایک q اور چونکہ سیریز مثلث ہے اور کیونکہ s one اس دائرے کے رداس کے سوا کچھ نہیں ہیں o one mp اور کا وسط پوائنٹ پوائنٹ pq ہے اس راگ m کا وسط نقطہ ہے اور چونکہ pq اس راگ m نوے ڈگری ہے اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ chord pq کی لمبائی pm اب کو تلاش کرنا زیادہ مشکل نہیں ہوگا کیونکہ اگر ہم اس مثلث pm ہے pm کی لمبائی کے دو گنا کے برابر ہوگی اب کو ایک بجے دیکھیں
کا مربع جڑ p اب ایک pm پورا مربع ہے اور اس لیے pm پورا مربع ایک میٹر پورا مربع جمع p تو یہ ایک صحیح زاویہ مثلث ہے جہاں ایک ایک مربع r ہے پورے مربع کے پہلے دائرے کے مربع رداس کے علاوہ کچھ نہیں ہے جسے ہم کہتے ہیں
پورا مربع ہے m ایک مربع مائنس ایک r پورے مربع کا مربع جڑ جو p برابر ہے۔ ایک pm تو اس مساوات سے ہمارے پاس مل جائے m تلاش کرنے کی ضرورت ہے اگر ہمیں ایک m تو اب ہمیں صرف ایک
کچھ بھی نہیں ہے مگر اس مرکز سے کھڑے m ایک o تلاش کرنا بہت آسان ہے کیونکہ m ایک o تلاش کر سکتے ہیں لیکن pn تو ہم جس کے نقاط معلوم ہوتے ہیں لہذا چونکہ ہمیں دائروں کی مساوات دی گئی ہیں ایک کا کوارڈینیٹ مائنس جی ون کوما o فاصلے یا کھڑا کی لمبائی مائنس ایف ون جانا جاتا ہے لہذا یہ کوآرڈینیٹ ہے ہمیں بالکل معلوم ہے کیونکہ دائروں کی مساواتیں مزید معلوم ہوتی ہیں ہم اس راگ کی مساوات کو بھی جانتے ہیں جو یہ ہے
تک کھڑے کی لمبائی کے سوا کچھ نہیں ہے۔ اس سیدھی لکیر سے اس pq اس معلوم نقطہ سے اس معلوم سیدھی لائن o one m تو پھر یہ نقطہ کے اس کھڑے فاصلے کے درمیان فاصلہ کے سوا کچھ نہیں ہے جو آسانی سے معلوم کیا جا سکتا ہے اور وہ ہے ہمارا ایک میٹر اور پھر وہاں سے چونکہ ہم پہلے ہی اس پہلے دائرے کا رداس جانتے ہیں کہ پہلے دائرے کا رداس ہوگا اس مساوات سے معلوم ہوتا ہے جو ہمیں یہاں دیا گیا ہے
کا صرف دو گنا ہے اس کے ساتھ p کی لمبائی pq کو تلاش کر سکتے ہیں اور پھر ہمیں اسے صرف دو سے ضرب کرنا ہے اور پھر pm تو ہم ہم اس لیکچر کو ختم کرتے ہیں ۔ اگلے لیکچر میں ہم ایک نیا موضوع شروع کریں گے اور ہم اس بات پر بات کریں گے کہ دو ایک دوسرے کو کاٹتے ہوئے دائروں کے درمیان تقطیع کا زاویہ کیسے معلوم کیا جائے، ہم ان حالات کو تلاش کریں گے جن کے تحت تقطیع کا یہ زاویہ نوے ڈگری ہے۔
بھی ایک ایسی چیز کی وضاحت کرے گا جسے دو دائروں کے درمیان ریڈیکل محور کہا جاتا ہے شکریہ ah اور s