

वर्तुळांवरील आठ व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, म्हणून मागील व्याख्यानात आपण दिलेल्या कोणत्याही दोन वर्तुळांच्या समान स्पर्शिकेच्या समीकरणासाठी अभिव्यक्ती काढली होती,

म्हणून या विशिष्ट व्याख्यानात आपण

त्या विषयावरील काही समस्या सोडवू आणि नंतर आपण त्वरीत सोडवू.

एका नवीन विषयाकडे वळू जे मुळात असे काहीतरी परिभाषित करत आहे जे कोणत्याही दोन वर्तुळांमधील छेदनबिंदू म्हणून ओळखले जाते ते दोन छेदन करणाऱ्या नमुन्यांच्या सामाईक समूहाचे समीकरण देखील प्राप्त करेल म्हणून आपण या विषयावरील काही समस्यांसह त्वरीत सुरुवात करूया आपण शेवटच्या लेखरमध्ये चर्चा केली होती म्हणून आपण प्रथम हा प्रश्न पाहू या जेथे वर्तुळे ज्या बिंदूवर आहेत त्या बिंदूचे समन्वय शोधण्यास सांगितले आहे म्हणून आपल्याला दोन वर्तुळे दिली आहेत हे पहिल्या वर्तुळाचे समीकरण आहे त्यामुळे x चौरस अधिक y वर्ग सॉरी x चौरस अधिक y वर्ग वजा चार x वजा दोन y अधिक चार समान शून्य म्हणून हे पहिले वर्तुळ आहे आणि दुसरे वर्तुळ

x वर्ग अधिक y वर्ग वजा समीकरणाने दिले आहे बारा x उणे आठ y अधिक छत्तीस समान शून्य

त्यामुळे आपल्याला ही दोन वर्तुळे ज्या बिंदूला स्पर्श करतात त्या बिंदूचे समन्वय शोधण्यास सांगितले जाते तसेच या दोन वर्तुळांच्या आडवा सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण देखील शोधले जाते

त्यामुळे समस्या विधान अगदी स्पष्ट आहे.

दोन वर्तुळे आहेत आणि असे म्हटले जाते की ते एकमेकांना स्पर्श करतात आणि अशा स्थितीत ते एकमेकांना स्पर्श करत असलेल्या बिंदूचे समन्वय शोधण्यास सांगितले जाते आणि नंतर आम्हाला या दोनमधील आडवा सामान्य स्पर्शिकेचे समीकरण शोधण्यास सांगितले जाते.

हे स्पष्ट करण्यासाठी वर्तुळे ah आहेत हे स्पष्ट करण्यासाठी आपण हे भौमितिक पद्धतीने करण्याचा प्रयत्न

करूया, म्हणून हा y अक्ष असू द्या आणि हा x अक्ष असू द्या हा मूळ आहे म्हणून पहिले वर्तुळ जे हे वर्तुळ आहे त्यात स्पष्टपणे ah केंद्र आहे जे दोन स्वल्पविरामाने आहे एक कारण आहे ही विशिष्ट संज्ञा अधिक दोन gx आहे आणि हे अधिक दोन fy आहे

त्यामुळे g उणे दोन f आहे वजा एक आहे आणि आपल्याला माहित असलेले केंद्र उणे g वजा f वर आहे जे दोन स्वल्पविराम एक आहे म्हणून आपण हे वर्तुळ c one ने दर्शविले आणि त्रिज्या अर्थातच g वर्गाच्या g वर्गाचे वर्गमूळ g वर्ग अधिक f चौरस वजा c च्या बरोबर असेल तर त्यासाठी आपल्याला माहित आहे की g वजा $2f$ वजा एक c आहे हे उणे दोन चौरस असेल जे दोन चौरस अधिक एक चौरस वजा चार सारखेच असेल तर केंद्र आणि त्रिज्या लक्षात घेता आपण पहिले वर्तुळ प्लॉट करू शकतो म्हणजे केंद्र येथे आहे आणि त्रिज्या एक आहे आणि तेव्हापासून त्रिज्या एक आहे वर्तुळ असे काहीतरी दिसेल त्याचप्रमाणे दुसऱ्या वर्तुळासाठी केंद्र सहा स्वल्पविराम चार असेल आणि त्रिज्या चार असेल म्हणून हे दुसऱ्या वर्तुळाचे केंद्र आहे आणि त्रिज्या चार एकके आहे.

वर्तुळ असेच काहीतरी या दुसऱ्या बाजूला असेल जे मी काढत नाही तर किमान भौमितीयदृष्ट्या असे दिसते की ते एकमेकांना छेदत आहेत असे दिसते की ते या बिंदूवर एकमेकांना स्पर्श करत आहेत परंतु हे सत्यापित करणे देखील फार कठीण नाही

त्यामुळे जर वर्तुळे जर दोन वर्तुळे एकमेकांना स्पर्श करत असतील तर हे खरे असले पाहिजे की केंद्रांमधील अंतर त्यांच्या त्रिज्येच्या बेरजेइतके असले पाहिजे म्हणून या दोन केंद्रांमधील अंतर सहा वजा दोन पूर्णांच्या वर्गमूळांच्या समान आहे.

चौरस अधिक चार वजा एक पूर्ण चौरस जो पाच होतो आणि जर तुम्हाला आठवत असेल की पहिल्या वर्तुळाची त्रिज्या एक होती आणि दुसऱ्या वर्तुळाची चार होती

त्यामुळे आपण त्यांना जोडतो तेव्हा आपण त्यांना जोडतो तेव्हा आपण त्रिज्या पाच होते जे वर्तुळांच्या दोन केंद्रांमधील अंतराच्या अगदी समान आहे

म्हणजे ही दोन वर्तुळे अगदी एका बिंदूला स्पर्श करत आहेत, म्हणून ही दोन केंद्रांना जोडणारी ही रेषा आहे म्हणून आम्हाला या बिंदूचा समन्वय शोधण्यास सांगितले गेले.

ही दोन वर्तुळे एकमेकांना स्पर्श करतात आणि ते फार कठीण नाही कारण समजा आपण असे म्हणू की या विशिष्ट बिंदूचे समन्वय xy आहेत तर हे स्पष्ट होईल की हे x आणि y असणे आवश्यक आहे ही दोन्ही समीकरणे पूर्ण करा कारण हा बिंदू दोन्ही वर्तुळांवर आहे आणि त्याला दोन्ही समीकरणे पूर्ण करायची असल्याने त्याने समीकरणांमधील फरक देखील पूर्ण केला पाहिजे म्हणून मला काय म्हणायचे आहे ते असे आहे कारण या दोन वर्तुळांच्या संपर्क बिंदूचा हा समन्वय आहे x आणि y ने दोन समीकरणांची पूर्तता करणे आवश्यक आहे दोन वर्तुळांची समीकरणे जी खालीलप्रमाणे आहेत आणि म्हणून जर आपण ते वजा केले तर आपल्याला काय मिळेल म्हणून हा बिंदू x स्वल्पविराम y ने देखील हे समीकरण पूर्ण केले पाहिजे किंवा आपण चार x अधिक तीन y वर सोपे करू शकतो हे समीकरण सोळा च्या बरोबरीचे आहे खरे तर हे समीकरण आहे म्हणून ते या समीकरणाने समाधानी असले पाहिजे या बिंदूपर्यंत समाधानी असणे आवश्यक आहे आता आपल्याला माहित आहे की केंद्रांना जोडणाऱ्या या विशिष्ट रेषेचे समीकरण ज्ञात आहे आणि आपल्याला माहित आहे की हा बिंदू xy देखील यावर आहे रेषा केंद्रांना जोडणारी रेषा आणि म्हणूनच हे खरे असले पाहिजे की या रेषेचा उतार 4 वजा 1 ने भागलेला 6 वजा 2 ने 3 ने 4 आहे जो y वजा एक s च्या समान असला पाहिजे.

o या रेषेचा उतार हा या रेषाखंडाच्या उतारासारखाच असला पाहिजे कारण मूलतः ते एकाच रेषेचे y वजा एक भाग x वजा दोन ने भागलेले खंड आहेत म्हणून x आणि y समन्वयाने दुसरे समीकरण देखील पूर्ण केले पाहिजे आणि अहो हे समीकरण आपण लिहू शकतो तीन x उणे सहा म्हणजे चार बाय y उणे चार जे म्हणजे आपल्याजवळ तीन x म्हणजे चार y अधिक दोन आहे आणि मग आपल्याला ही दोन समीकरणे सोडवायची आहेत म्हणून ही दोन समीकरणे सोडवून येथे या विशिष्ट बिंदूचे निर्देशांक मिळतील आणि ते फार कठीण नाही म्हणून आपण हे करू शकतो की आपण हे समीकरण चार ने गुणाकार करू शकता आपण हे समीकरण तीनने गुणाकार करू या आपल्याला नऊ x म्हणजे बारा y अधिक सहा मिळतील आणि नंतर आपण ते जोडू.

आपल्याला पंचवीस x म्हणजे सत्तरीची दोन समीकरणे मिळतात म्हणजे x पंचवीस वर सत्तर बरोबर असतात किंवा जे चौदा बाय पाच सारखे असतात आणि नंतर y समन्वय खूप सोपे आहे कारण आपण येथे x हे मूल्य वापरू शकतो आणि आपण y समन्वय मिळवू शकतो

त्यामुळे y समन्वय $3y$ असेल 16 वजा $4x$ येथून होईल म्हणजे 16 वजा 4 गुणिले 14 बाय 5 असेल जे 56 बाय 5 असेल म्हणजे $3y$ समान असेल 24 बाय 5 पर्यंत.

म्हणून y आठ बाय पाच असेल

त्यामुळे आता संपर्क बिंदूचे समन्वय बिंदू

जिथे $c1$ आणि $c2$ एकमेकांना स्पर्श करतात तो बिंदू चौदा बाय पाच स्वल्पविराम आठ बाय पाच असतो

त्यामुळे ते एकमेकांना स्पर्श करतात त्या बिंदूचे समन्वय चौदा बाय पाच स्वल्पविराम आठ बाय पाच तर तो प्रश्नाचा फक्त एक भाग सोडवतो कारण तो आम्हाला आडवा सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण शोधण्यासाठी सांगितले होते ,

त्यामुळे मला आडवा सामान्य स्पर्शिकेचे समीकरण काढण्यास सांगितले होते.

यासारखी स्पर्शिका जी दोन्ही वर्तुळांची स्पर्शिका आहे

त्यामुळे तीच स्पर्शिका या पहिल्या वर्तुळासाठी तसेच दुसऱ्या वर्तुळासाठी स्पर्शिका आहे

त्यामुळे साहजिकच वर्तुळाच्या दोन केंद्रांना जोडणाऱ्या या रेषेला लंब असणे आवश्यक आहे.

काहीतरी व्हा ng याप्रमाणे, ती काळ्या रंगात काढलेल्या या सरळ रेषेला लंब असेल

आणि ती संपर्काच्या या बिंदूमधून देखील जाईल ज्या निर्देशांक आम्हाला आताच सापडले आहेत म्हणून ही हिरवी रेषा मुळात ट्रान्सव्हर्स

कॉमन टॅन्जेंट आहे आणि समीकरण शोधण्यासाठी आम्ही करतो जास्त काही करण्याची गरज नाही कारण जर आपण मागे गेलो तर

वर्तुळाच्या केंद्रांना जोडणाऱ्या रेषेचे हे समीकरण होते आणि जर तुम्हाला या रेषेच्या उताराचा उतार तीन बाय चार इतका आहे जो आपण आधीच केला होता.

आता या रेषेला केंद्रांना जोडणाऱ्या या रेषेला लंब असलेल्या रेषेचा उतार हा उणे चार बाय तीन असेल कारण आपल्याला माहित आहे की दोन लंब रेषांच्या उताराचा गुणाकार वजा एक आहे म्हणून आपल्याला माहित आहे की याचा उतार किती असावा.

उणे चार बाय तीन मध्ये आणि विशेष म्हणजे जर आपण हे समीकरण येथे पाहिले तर हे काही सरळ रेषेचे समीकरण आहे कारण हे x

आणि y मध्ये एक अंश एक समीकरण आहे म्हणून हे a दर्शवते सरळ रेषेत सरळ रेषेचा उतार देखील उणे चार बाय तीन आहे आणि

आम्हाला आधीच माहित आहे की संपर्काचा हा बिंदू हे समीकरण पूर्ण करतो संपर्काचा बिंदू देखील स्पर्शिकेवर आहे आणि म्हणून हे स्पष्ट

आहे की या ah या हिरव्या स्पर्शिकेचे समीकरण किंवा आडवा सामान्य स्पर्शिका हे या सरळ रेषा समीकरणाशिवाय दुसरे काहीही नाही

कारण या सरळ रेषेच्या समीकरणाचा उतार देखील वजा 4 बाय 3 आहे अधिक हा बिंदू xy जो स्पर्शिकेवर आहे तो या बिंदूच्या

समन्वयांचे समाधान करत आहे

त्यामुळे हे समीकरण समाधानकारक आहे

दोन्ही वर्तुळांच्या आडवा सामाईक स्पर्शिकेचे चार x अधिक तीन y समान सोळा आहे

त्यामुळे पहिल्या समस्येचे निराकरण होते आणि येथे आपण विचार करत असाल की या समस्येमध्ये आपण जे पाहिले ते मनोरंजकपणे

आडवा सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण होते.

या स्थितीत दोन वर्तुळे एकमेकांना स्पर्श करतात ते समीकरणाच्या फरकाशिवाय दुसरे काहीही नाही दोन वर्तुळांचे संबंध परंतु ते

सर्वसाधारणपणे खरे आहे किंवा कदाचित या आकड्यांसह या विशिष्ट उदाहरणासाठी हे केवळ नशीबवान आहे

म्हणून असे दिसून आले की हे सर्वसाधारणपणे खरे आहे, म्हणून मी तो निकाल त्वरीत सादर करतो म्हणून आपण असे म्हणू की

आपल्याकडे आहे येथे दोन वर्तुळे जी या बिंदूला स्पर्श करतात आणि आपण म्हणू या की ही या दोन वर्तुळांची केंद्रे आहेत आणि ते या

बिंदूला स्पर्श करत आहेत असे म्हणू या की हे पहिले वर्तुळ आहे तर पहिल्या

so वर्तुळाचे समीकरण हे पहिल्या वर्तुळाचे s one ने प्रतिनिधित्व करत आहे

त्यामुळे हे पहिल्या वर्तुळाचे समीकरण आहे क्षमस्व म्हणून मी येथे दुसरे काहीतरी वापरून मी केंद्रांसाठी o एक आणि o दोन म्हणून

कारण मी समीकरणात c एक आणि c दोन वापरणार आहे ही दोन वर्तुळ

त्यामुळे केंद्रे एक आणि o दोन आहेत

त्यामुळे हे पहिले वर्तुळ आहे s एक हे दुसरे वर्तुळ s दोन हे पहिल्या वर्तुळाचे समीकरण आहे आणि हे दुसऱ्या वर्तुळाचे समीकरण आहे

मग आता आम्हाला काय विचारले आहे शोधणे आहे आडवा सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण बाहेर काढा जे मी हिरव्या रंगात काढले आहे,

त्यामुळे स्पष्टपणे या दोन वर्तुळांची केंद्रे उणे g एक स्वल्पविराम वजा f एक पहिल्या वर्तुळासाठी आणि दुसऱ्या वर्तुळासाठी केंद्र o

दोन वजा g आहे.

दोन वजा f दोन आणि ही सरळ रेषा आहे जी दोन केंद्रांना जोडते

या समीकरणांचा फरक म्हणून जर मी फरक घेतला तर मला 2 मध्ये g 1 वजा g दोन मध्ये x अधिक दोन मध्ये f एक वजा f दोन

मध्ये y अधिक c एक वजा c दोन समान शून्य आहे

त्यामुळे संपर्काच्या या बिंदूचे समन्वय x स्वल्पविराम y या समीकरणाचे समाधान करते जे खरेतर हे एक सरळ रेषेचे समीकरण आहे हे

मुळात काही सरळ रेषेचे समीकरण आहे.

हे समीकरण ट्रान्सचे समीकरण आहे हे आपण दाखवू

श्लोक सामान्य स्पर्शिका म्हणून आपल्याला एक गोष्ट माहित आहे की हा संपर्क बिंदू xy आडवा सामान्य स्पर्शिकेवर आहे आणि हा xy

हे समीकरण पूर्ण करतो परंतु हे समीकरण समीकरण असायचे असेल तर या समीकरणाचा उतार आहे का हे तपासणे आवश्यक आहे.

या स्पर्शिकेचा या समीकरणाचा उतार या स्पर्शिकेच्या उताराच्या बरोबरीचा असला पाहिजे

आता दोन केंद्रांना जोडणाऱ्या रेषेचा उतार f एक वजा f दोन बाय g एक वजा g दोन इतका आहे कारण हे खालीलप्रमाणे आहे दोन

केंद्रे म्हणजे आता दोन वर्तुळांच्या केंद्रांना जोडणाऱ्या रेषेचा हा उतार आहे कारण स्पर्शिका 90 अंशांवर आहे, या उतारासह स्पर्शिकेच्या

उताराचा गुणाकार वजा एक असणे आवश्यक आहे आणि म्हणून उतार स्पर्शिकेचे उणे g एक वजा g दोन बाय f एक वजा f दोन

आता जर आपण मागे जाऊन ही रेषा समीकरण पाहिले तर हे स्पष्ट होईल की या रेषेचा उतार देखील वजा g एक वजा g दोन बाय f एक वजा आहे f दोन आणि हे दर्शविते की सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण हे दुसरे काहीही नसून हे समीकरण आहे जे मुळात दोन वर्तुळांच्या समीकरणांमधील फरक आहे,

म्हणून आपण दोन वर्तुळांमधील सामाईक स्पर्शिकेशी संबंधित आणखी एक समस्या घेऊया म्हणून या पुढील समस्येत ते दिले आहे.

दोन वर्तुळांची केंद्रे c एक आणि c दोन एकत्र त्रिज्या एकमेकांपासून सहा एककांच्या अंतरावर आहेत p हा केंद्र c एक आणि c दोन जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू मानूया आणि c एक वर्तुळ बनू द्या म्हणजे जोडते.

आता c ची केंद्रे या दोन वर्तुळांना बाहेरून स्पर्श करणारे दुसरे वर्तुळ असू द्या पण ते अशा प्रकारे स्पर्श करत आहे की c एक आणि c ला एक सामाईक स्पर्शिका p मधून जाते

त्यामुळे ही सामाईक स्पर्शिका देखील c दोन आणि c ची समान स्पर्शिका आहे तर या प्रश्नात काय म्हटले आहे की आपल्याकडे c एक आणि c दोन एकत्र त्रिज्येची दोन वर्तुळे आहेत येथे काढल्याप्रमाणे एक आणि o दोन ही केंद्रे आहेत आणि दोन केंद्रांमधील अंतर सहा एकके आहे मध्यबिंदू de आहे.

या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू एक o दोन हा बिंदू p द्वारे दर्शविला जातो आणि नंतर असे म्हटले जाते की आणखी एक वर्तुळ c आहे जे या वर्तुळ c एक आणि c दोन दोन्हींना स्पर्श करते म्हणून हे वर्तुळ c असू द्या आणि ते c एक या बिंदूला स्पर्श करते आणि c दोन या बिंदूवर आणि म्हणू या की हे या मोठ्या वर्तुळाचे केंद्र o आहे u वर्तुळ c म्हणून जर आपण या केंद्रांना एका सरळ रेषेने जोडले तर ही सरळ रेषा स्पष्टपणे संपर्काच्या या बिंदूमधून किंवा ज्या बिंदूला ही दोन वर्तुळे सारखीच स्पर्श करतात ती एक आणि o यांना जोडणारी सरळ रेषा देखील या बिंदूतून जाईल जिथे c एक आणि c ही दोन वर्तुळे एकमेकांना स्पर्श करतात आणि नंतर असे म्हणतात की c 1 आणि c ला एक समान स्पर्शिका आहे जी जाते p द्वारे

त्यामुळे येथे ही स्पर्शिका असू शकत नाही कारण यासारखी एक स्पर्शिका आहे हे स्पष्टपणे c one आणि c च्या थेट सामाईक स्पर्शिकेसारखे आहे परंतु हे स्पष्टपणे p मधून जात नाही म्हणून दुसरी स्थिती अशी असू शकते की आपल्याकडे अशी स्पर्शिका आहे त्यामुळे ही लाल रेषा लाल सरळ रेषा ही c 1 आणि c या दोन्हींची सामाईक स्पर्शिका आहे म्हणून ही c 1 आणि c ची थेट सामाईक स्पर्शिका आहे जी p मधून जाते आणि पुढे ही देखील स्पर्शिका आहे ही देखील यामधील सामाईक स्पर्शिका आहे c दोन आणि c म्हणून हे c आहे आणि हे c दोन आहे आणि प्रश्नात असे म्हटले आहे की c 1 आणि c मधील समान समान स्पर्शिका जी p मधून जाते ती देखील c 2 आणि c मधील समान स्पर्शिका असणे आवश्यक आहे.

ही

लाल सरळ रेषा c दोन आणि c मधील सामाईक स्पर्शिका असल्यामुळे हा कोन नव्वद अंश असला पाहिजे हे दोन कोन नव्वद अंश असले पाहिजेत म्हणून c वर्तुळाची त्रिज्या कळू द्या जी आपल्याला br आणि हे शोधायचे आहे हे अर्थातच एक एकक आहे आणि येथे ही त्रिज्या देखील एक एकक आहे म्हणून आपण त्रिकोण एक o दोन o बाजूंच्या दोन बाजू समान लांबीच्या आहेत r अधिक एक समान r अधिक एक आहे म्हणून ही बाजू देखील r अधिक एक आहे ही बाजू देखील r प्लस वन आहे म्हणून ही समद्विभुमी आहे es त्रिकोण म्हणून जर आपण आणि p हा या बाजूचा o एक o दोनचा मध्यबिंदू असल्यामुळे pno जोडल्यास ते बरोबर आहे हे स्पष्ट आहे की $o2$ po हा कोन 90 अंश असेल आता आपल्याला माहित आहे की p हा एक o दोनचा मध्यबिंदू आहे.

मग एक o दोन ची लांबी सहा एकके आहे हे स्पष्ट आहे की o दोन p 3 एकके समान आहे हा संपर्क बिंदू s ने दर्शवू द्या आता आपण पाहतो की हा त्रिकोण o दोन ps हा काटकोन त्रिकोण आहे आणि म्हणून ही लांबी ps आहे पायथागोरस प्रमेय नऊ वरून समान असेल जो या कर्णाचा वर्ग ps अधिक एकच्या वर्गाच्या बरोबरीचा असेल

आणि म्हणून ps चा वर्ग आठ आहे आणि म्हणून ps वर p आहे आणि म्हणून आता ps आठ एककांचे वर्गमूळ आहे आपण हे देखील पाहतो की ही लाल लाल सरळ रेषा ही स्पर्शिका आहे कारण c दोन आणि c त्रिकोण ps हा देखील काटकोन त्रिकोण आहे आणि या त्रिकोण ps मध्ये आपल्याकडे लांबीची एक बाजू आहे r दुसरी बाजू ps आहे आठ चे वर्गमूळ आणि d $refore$ कर्ण op पुन्हा बरोबर होईल पायथागोरस प्रमेयाने r वर्गाचे वर्गमूळ अधिक आठ आता त्रिकोणाकडे परत जात आहे क्षमस्व ah जात आहे मग काटकोन त्रिकोण opo दोन विचारात घेतल्यास हा काटकोन त्रिकोण opo दोन कोणता आहे हे आपण पाहतो की o दोन चौरस समान आहे कारण हे कर्ण o दोन p चौरस अधिक op वर्ग आहे म्हणून आता o दोन हा r अधिक एक आहे तर $o2$ वर्ग घात अधिक एक पूर्ण वर्ग आहे जो o दोन p पूर्ण वर्ग अधिक op संपूर्ण वर्ग o दोन p च्या बरोबरीचा आहे तीन एकक आहे तर चौरस नऊ अधिक op वर्ग आहे येथून r वर्ग अधिक आठ म्हणजे r आठ एकक आहे म्हणून या वर्तुळाची त्रिज्या c आठ एकक आहे आपण तिसरा प्रश्न घेऊ या म्हणून या तिसऱ्या प्रश्नात आपल्याकडे दोन वर्तुळे आहेत त्रिज्या पाच एककांपैकी प्रत्येक आणि ते एकमेकांना स्पर्श करतात या बिंदूवर एक स्वल्पविराम दोन त्यांच्या आडवा सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण चार x अधिक तीन y समान दहा असे दिले आहे आणि प्रश्न आम्हाला t विचारत आहे o दोन्ही वर्तुळांचे समीकरण शोधा म्हणजे परिस्थिती अशी आहे की आपल्याकडे दोन वर्तुळे आहेत ज्यांची त्रिज्या समान आहे जी पाच एकके आहे आणि ते या बिंदूला स्पर्श करतात या बिंदूचे निर्देशांक एक स्वल्पविराम दोन आहेत याला जोडणारी सरळ रेषा असू द्या .

दोन केंद्रे आणि आडवा सामाईक स्पर्शिका जी ही निळी सरळ रेषा आहे त्याचे समीकरण चार x अधिक तीन y समान दहा आहे म्हणून कोणीही तपासू शकतो की ah हा बिंदू एक स्वल्पविराम दोन हे समीकरण पूर्ण करतो कारण स्पष्टपणे ही दोन वर्तुळे ज्या बिंदूला स्पर्श करतात त्या बिंदूवर असणे आवश्यक आहे या दोन वर्तुळांमधील आडवा सामाईक स्पर्शिका त्यामुळे आपल्याला या दोन वर्तुळांची त्रिज्या आधीच माहित आहे जर आपण या दोन केंद्रांचे समन्वय शोधू शकलो तर या दोन वर्तुळांचे समीकरण लिहिणे सोपे होईल आता आपल्याला माहित आहे की स्पर्शिका एक कोन बनवते 90 अंश ही सरळ रेषा दोन केंद्रांना जोडून या स्पर्शिकेचा उतार उणे चार बाय तीन आहे

त्यामुळे उतार हा उणे चार बाय तीन आहे.

केंद्रांना जोडणाऱ्या सरळ रेषेचा उतार तीन बाय चार असला पाहिजे कारण एकमेकांना लंब असलेल्या या दोन रेषांच्या उताराचा गुणाकार

वजा एक असावा आणि या स्पर्शिकेचा उतार इथून आपल्याला दिसतो की उतार उणे चार बाय तीन आहे आणि या स्पर्शिकेच्या उताराचा गुणाकार आणि केंद्रांना जोडणारी ही रेषा वजा एक असणे आवश्यक असल्याने केंद्रांना जोडणाऱ्या या रेषेचा उतार तीन बाय चार असणे आवश्यक आहे आणि त्यामुळे आता या अहाचे समीकरण आहे.

आपण असे म्हणूया की येथे पहिल्या केंद्राचे निर्देशांक हे पहिल्या वर्तुळाचा स्वल्पविराम b आहे, तर ते खालीलप्रमाणे आहे की हा आहे या रेषाखंडाचा उतार तीन बाय चार आहे आणि त्यानंतर तो b वजा दोन भागिले वजा एक समान आहे तीन बाय चार म्हणजे इथून आपण असे म्हणू शकतो की b उणे दोन म्हणजे तीन बाय चार पट वजा एक पुढे ही लांबी o वन आणि येथे संपर्क बिंदू जो एक स्वल्पविराम दोन आहे तो वर्तुळाच्या त्रिज्याशिवाय काहीही नाही ich ही पाच एकके आहे आणि म्हणून पंचवीस असलेली चौरस त्रिज्या b उणे दोन पूर्ण चौरस अधिक वजा एक पूर्ण चौरस असेल परंतु b वजा दोन पूर्ण वर्ग हे समीकरण वापरून वजा एक पूर्ण वर्गाच्या संदर्भात लिहिता येईल म्हणून हे आहे नऊ बाय सोळा बरोबर एक वजा एक पूर्ण चौरस अधिक वजा एक पूर्ण चौरस, जर आपण हे समीकरण सोडवले तर आपल्याला वजा एक पूर्ण चौरस म्हणजे सोळा मिळतील याचा अर्थ असा होतो की a समान एक अधिक वजा चार आहे म्हणून आपल्याकडे दोन मूल्ये आहेत x समन्वय

त्यामुळे खरेतर ही दोन मूल्ये दोन्ही केंद्रांच्या x निर्देशांकांशी संबंधित असतील कारण दुसऱ्या वर्तुळाचे केंद्र हे देखील या संपर्क बिंदूपासून पाच एककांच्या अंतरावर आहे

त्यामुळे दुसऱ्या वर्तुळाच्या केंद्राने देखील हे समीकरण पूर्ण केले पाहिजे आणि

त्यामुळे या दोन वर्तुळांचे x निर्देशांक पहिल्या वर्तुळासाठी x समन्वय wi साठी आहेत असे खालीलप्रमाणे आहे.

असे असेल तर आपण एक उणे चार म्हणू या जो उणे तीन आहे आणि दुसऱ्या वर्तुळाचा x समन्वय एक अधिक चार असेल जो पाच असेल आणि आता जर x समन्वय उणे तीन असेल जो a असेल तर तो y समन्वय आहे जो आहे.

b आपण हे समीकरण वापरू शकतो म्हणून b उणे २ ३ बाय ४ असेल इथे तीन बाय चार मध्ये उणे चार वर जाईल जे उणे तीन आहे आणि म्हणून b या बिंदूसाठी वजा एक समान असेल आणि या बिंदूसाठी ते होईल पाच व्हा म्हणून आता आपल्याकडे या दोन वर्तुळांच्या केंद्रांचे समन्वय आहेत आणि त्रिज्या पाच एकके असल्याचे आपल्याला माहित आहे आणि म्हणून समीकरण आता सोपे आहे म्हणून पहिल्या वर्तुळाचे समीकरण x वजा वजा तीन पूर्ण वर्ग अधिक y वजा वजा असेल एक पूर्ण चौरस त्रिज्येच्या पंचवीसच्या चौरसाइतका असतो आणि त्याचप्रमाणे आपण दुसऱ्या वर्तुळाचे समीकरण लिहू शकतो पुढे आपण दुसरी छोटी समस्या किंवा कॉमन कॉर्ड शोधण्याचा आणखी एक छोटासा विषय विचारात घेऊ.

दोन छेदणाऱ्या वर्तुळांची सामाईक जीवा शोधण्याचा विषय

त्यामुळे येथे परिस्थिती अशी आहे की आपल्याकडे अशी दोन छेदणारी वर्तुळे आहेत म्हणून जेव्हा आपल्याकडे दोन छेदणारी वर्तुळे असतात तेव्हा आपल्याकडे दोन बिंदू असतात जिथे ते एकमेकांना छेदत असतील आणि जर आपण या दोन बिंदूंना जोडले तर सरळ रेषा हा रेषाखंड पहिल्या वर्तुळासाठी तसेच दुसऱ्या वर्तुळासाठी जीवा आहे आणि म्हणूनच या जीवाला या दोन छेदणाऱ्या वर्तुळांची सामाईक जीवा म्हणतात आता समजा की या दोन वर्तुळांचे समीकरण म्हणजे हे s आहे.

एक हे s दोन आहे म्हणून दोन वर्तुळांचे समीकरण खालील प्रमाणे आहे असे म्हणू या

त्यामुळे आपल्याला या दोन वर्तुळांची दोन समीकरणे दिली आहेत या कॉर्ड कॉर्डचे समीकरण कसे शोधायचे आता समजा आपण असे म्हणू की या दोन वर्तुळांचे समन्वय छेदनबिंदूचे हे दोन बिंदू म्हणून आपण असे म्हणू की या दोन बिंदूंचे समन्वय या बिंदूसाठी आहेत हा या बिंदूसाठी स्वल्पविराम b आहे तो c स्वल्पविराम d आहे म्हणून हे दोन्ही बिंदू a स्वल्पविराम b आणि c स्वल्पविराम d म्हणून स्वल्पविराम b ही दोन समीकरणे पूर्ण करेल c स्वल्पविराम t देखील आता ही दोन समीकरणे पूर्ण करेल कारण स्वल्पविराम b ही दोन समीकरणे पूर्ण करतो याचा अर्थ स्वल्पविराम b ने देखील या दोन समीकरणांमधील फरक पूर्ण केला पाहिजे जेव्हा आपण या दोन समीकरणांचा फरक घेतो तेव्हा आपल्याला

हे समीकरण मिळते आता हे समीकरण काही सरळ रेषेचे समीकरण आहे आता स्पष्टपणे स्वल्पविराम b ने हे समीकरण पूर्ण केले पाहिजे कारण स्वल्पविराम b ही दोन्ही समीकरणे त्याचप्रमाणे c स्वल्पविराम d चे समाधान करतो जे आहे या दोन वर्तुळांच्या छेदनबिंदूचा दुसरा बिंदू देखील आता या समीकरणाची पूर्तता करेल याचा अर्थ असा आहे की हे दोन्ही बिंदू मूलतः सरळ रेषेवर आहेत आणि कोणत्याही दोन बिंदूमधील सरळ रेषेचा विभाग अद्वितीय असल्याने हा सरळ रेषेचा भाग खालीलप्रमाणे आहे.

किंवा या कॉमन कॉर्डमध्ये असे समीकरण आहे जे या समीकरणाशिवाय दुसरे काहीही नाही म्हणून हे समीकरण आहे

या कॉर्ड कॉर्डची लांबी शोधणे फार कठीण नाही आणि ते कसे शोधायचे ते आपण पटकन काढू किंवा पाहू शकतो, म्हणून आपण म्हणू या की $o1$ आणि $o2$ या दोन वर्तुळांचे केंद्र आहेत म्हणून आपण असे म्हणू की संपर्काचा हा बिंदू p किंवा आहे.

छेदनबिंदूचा हा बिंदू p आहे आणि छेदनबिंदूचा हा बिंदू आहे q ही दोन केंद्रांना

जोडणारी सरळ रेषा आहे आता ही सामान्य कॉर्ड आणि आता केंद्रांना जोडणारी ही सरळ रेषा प्रत्येकाला लंब असेल हे दाखवणे फार कठीण नाही.

इतर ते एकमेकांना लंब असतील असे म्हणू या येथे हा बिंदू m आहे

त्यामुळे ah ही रेषा मध्यभागी

जोडणारी या जीवा pq ला लंब आहे हे देखील आपण पाहतो की हा त्रिकोण एक qp समद्विभुज त्रिकोण आहे हा समद्विभुज त्रिकोण आहे कारण o एक p आणि एक q ही या वर्तुळाची त्रिज्या s one असल्याशिवाय दुसरे काहीही नाही

आणि कारण मालिका त्रिकोण आणि o एक mp नव्वद अंश असल्यामुळे m हा pq या जीवेचा मध्यबिंदू आहे आणि m असल्याने या जीवा pq चा मध्यबिंदू बिंदू जीवा pq ची लांबी pm च्या लांबीच्या दुप्पट असेल आता pm शोधणे pm शोधणे फार कठीण नाही कारण जर आपण हा त्रिकोण दुपारी एक वाजता पाहिला तर तो काटकोन त्रिकोण आहे जिथे एक p संपूर्ण वर्ग हा एक m पूर्ण वर्ग अधिक pm

पूर्ण वर्ग आहे आणि म्हणून pm हे आता एक p पूर्ण वर्गाचे वर्गमूळ आहे आणि पहिल्या वर्तुळाची चौरस त्रिज्या आहे जी आपण r एक चौरस म्हणू या, या समीकरणावरून आपल्याकडे pm समान आहे.

एक p पूर्ण वर्गाचे वर्गमूळ म्हणजे r एक चौरस वजा एक मीटर पूर्ण वर्ग, मग आता आपल्याला फक्त एक m कसा शोधायचा आहे जर आपल्याला एक m सापडला तर आपण pn शोधू शकतो पण o एक m शोधणे खूप सोपे आहे कारण o एक m या केंद्रापासून लंब अंतर किंवा लंबाची लांबी याशिवाय दुसरे काहीही नाही

o ज्याचे समन्वय ओळखले जातात म्हणून आपल्याला वर्तुळांचे समीकरण दिलेले असल्यामुळे एकाचा समन्वय वजा g वन स्वल्पविराम वजा f वन म्हणून ओळखला जातो म्हणून हा समन्वय आहे आपल्याला नेमके माहित आहे कारण वर्तुळांची समीकरणे आपल्याला पुढे माहीत आहेत या जीवाचे समीकरण देखील आपल्याला माहित आहे जे हे आहे तर मग हे o one m हे काही नसून या ज्ञात बिंदूपासून या ज्ञात सरळ रेषा pq पर्यंतच्या लंबाची लांबी आहे.

या सरळ रेषेपासून या बिंदूच्या या लंब अंतरामधील अंतर याशिवाय दुसरे काहीही नाही जे सहज शोधता येते आणि ते म्हणजे आपला एक मी आणि नंतर तिथून आपल्याला या पहिल्या वर्तुळाची त्रिज्या आधीच माहित असल्याने पहिल्या वर्तुळाची त्रिज्या किती असेल.

या समीकरणावरून ओळखले जाते जे आपल्याला दिलेले आहे म्हणून आपण pm शोधू शकतो आणि नंतर आपल्याला फक्त दोनने गुणावे लागेल आणि नंतर pq जीवाची लांबी p च्या फक्त दुप्पट आहे यासह आपण हे व्याख्यान संपवतो .

पुढील व्याख्यानात आपण एक नवीन विषय सुरू करू आणि दोन छेदणाऱ्या वर्तुळांमधील छेदनबिंदूचा कोन कसा शोधायचा यावर आपण चर्चा करू s आणि ah देखील दोन वर्तुळांमधील मूलगामी अक्ष म्हणून ओळखले जाणारे काहीतरी परिभाषित करेल धन्यवाद