

मंडलियों पर आठ व्याख्यान में आपका स्वागत है,

इसलिए पिछले व्याख्यान में हमने किन्हीं दो वृत्तों के उभयनिष्ठ स्पर्शरेखाओं के समीकरण के लिए व्यंजक प्राप्त किए थे,

इसलिए इस विशेष व्याख्यान में हम उस विषय पर कुछ समस्याओं को हल करेंगे

और फिर हम जल्दी से करेंगे एक नए विषय पर आगे बढ़ें, जो मूल रूप से किसी ऐसी चीज को परिभाषित कर रहा है जिसे किन्हीं दो दिए गए वृत्तों के बीच प्रतिच्छेदन कोण के रूप में जाना जाता है,

दो प्रतिच्छेदन नमूनों की आम भीड़ के समीकरण को भी प्राप्त करेगा, तो आइए हम इस विषय पर कुछ समस्याओं के साथ जल्दी से शुरू करें।

हमने पिछले व्याख्यान में चर्चा की थी तो आइए पहले इस प्रश्न को देखें जहां उस बिंदु के निर्देशांक खोजने के लिए कहा जाता है जिस पर हमें दो मंडल दिए गए हैं, यह पहले सर्कल का समीकरण है

इसलिए x वर्ग प्लस y वर्ग क्षमा करें x वर्ग जोड़ y वर्ग घटा चार x घटा दो y जमा चार शून्य के बराबर है तो यह पहला वृत्त है और दूसरा वृत्त समीकरण x वर्ग जमा y वर्ग ऋण द्वारा दिया गया है बारह x घटा आठ y जमा छत्तीस शून्य के बराबर होता है इसलिए हमें उस बिंदु के निर्देशांक खोजने के लिए कहा जाता है जिस पर ये दोनों वृत्त एक दूसरे को स्पर्श करते हैं, इन दो वृत्तों की अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा का समीकरण भी

ज्ञात करें ताकि समस्या का विवरण बहुत स्पष्ट हो हम दो वृत्त हैं और कहा जाता है कि वे एक दूसरे को स्पर्श करते हैं और उस स्थिति में हमें उस बिंदु के निर्देशांक खोजने के लिए कहा जाता है जहां वे एक दूसरे को स्पर्श कर रहे हैं और फिर आगे हमें इन दोनों के बीच अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा के समीकरण को खोजने के लिए कहा जाता है।

सर्कल तो आह इसे स्पष्ट करने के लिए आइए हम इसे ज्यामितीय रूप से करने का प्रयास करें

ताकि यह वाई अक्ष हो और यह एक्स अक्ष हो, यह मूल है

इसलिए पहला सर्कल जो यह सर्कल है, इसमें स्पष्ट रूप से आह केंद्र है जो दो अल्पविराम पर है एक क्योंकि आह यह विशेष शब्द प्लस टू जीएक्स है और यह प्लस टू फाई है

इसलिए जी माइनस टू एफ माइनस वन है और हम जिस केंद्र को जानते हैं वह माइनस जी माइनस एफ पर है जो कि दो कॉमा वन है इसलिए हम इस वृत्त को c एक से निरूपित करेंगे और त्रिज्या निश्चित रूप से g वर्ग के g वर्गमूल के बराबर है और f वर्ग ऋण से c है, तो ऐसा होगा इसके लिए हम जानते हैं कि g ऋणात्मक 2 है f ऋण से एक c चार है तो यह घटा दो वर्ग होगा जो दो वर्ग के समान है और एक वर्ग घटा चार यह एक होगा

इसलिए केंद्र और त्रिज्या को देखते हुए हम पहले सर्कल को प्लॉट कर सकते हैं ताकि केंद्र यहां खत्म हो और त्रिज्या एक हो और इसलिए चूंकि त्रिज्या एक है सर्कल कुछ इस तरह दिखाई देगा इसी तरह हम दिखा सकते हैं कि दूसरे सर्कल के लिए केंद्र छह कॉमा चार पर होगा और त्रिज्या चार होगी

इसलिए यह दूसरे सर्कल का केंद्र है और त्रिज्या चार इकाई है इस दूसरी तरफ वृत्त कुछ इस तरह होगा जिसे मैं नहीं खींच रहा हूं तो कम से कम ज्यामितीय रूप से ऐसा प्रतीत होता है कि वे अपने को काट रहे हैं ऐसा प्रतीत होता है कि वे इस बिंदु पर एक दूसरे को छू रहे हैं लेकिन यह सत्यापित करना भी बहुत मुश्किल नहीं है

इसलिए यदि वृत्त यदि दो वृत्त एक-दूसरे को स्पर्श कर रहे हैं तो यह सत्य होना चाहिए कि केंद्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्या के योग के बराबर होनी चाहिए,

इसलिए इन दोनों केंद्रों के बीच की दूरी छह घटा दो पूर्ण के वर्गमूल के बराबर है वर्ग प्लस चार घटा एक पूरा वर्ग जो पांच आता है और अगर आपको याद है कि पहले सर्कल की त्रिज्या एक थी और दूसरे सर्कल के लिए चार थी

इसलिए जब हम उन्हें जोड़ते हैं तो हम उन्हें जोड़ते हैं तो त्रिज्या पांच है जो वृत्तों के दो केंद्रों के बीच की दूरी के बिल्कुल बराबर है जिसका अर्थ है कि ये दोनों वृत्त बिल्कुल एक बिंदु पर स्पर्श कर रहे हैं तो यह दो केंद्रों को मिलाने वाली रेखा है

इसलिए हमें इस बिंदु के निर्देशांक का पता लगाने के लिए कहा गया था जहां ये दो वृत्त एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं और यह बहुत कठिन नहीं है क्योंकि मान लीजिए कि मान लीजिए कि इस विशेष बिंदु के निर्देशांक जहां प्रतिच्छेद xy है, तो यह स्पष्ट है कि यह x और y अवश्य इन दोनों समीकरणों

को संतुष्ट करें क्योंकि यह बिंदु दोनों वृत्तों पर स्थित है और चूंकि इसे दोनों समीकरणों को संतुष्ट करना है,

इसलिए इसे समीकरणों के अंतर को भी संतुष्ट करना चाहिए,

इसलिए मेरे कहने का मतलब यह है कि क्योंकि यह इन दोनों वृत्तों के संपर्क बिंदु का निर्देशांक है।

x और y को दो समीकरणों को दो वृत्तों के समीकरणों को संतुष्ट करना चाहिए जो इस प्रकार हैं और

इसलिए यदि हम इसे घटाते हैं तो हमें जो मिलता है वह यह है कि यह बिंदु x अल्पविराम y को भी इस समीकरण को संतुष्ट करना चाहिए या हम चार x जमा तीन y को सरल बना सकते हैं सोलह के बराबर है यह वास्तव में यह समीकरण है

इसलिए इसे इस समीकरण से संतुष्ट होना चाहिए इस बिंदु से संतुष्ट होना चाहिए अब हम जानते हैं कि केंद्रों को जोड़ने वाली इस विशेष रेखा का समीकरण ज्ञात है और हम जानते हैं कि यह बिंदु xy भी इसी पर स्थित है केंद्रों को मिलाने वाली रेखा रेखा और

इसलिए यह सच होना चाहिए कि

इसलिए इस रेखा का ढलान 4 घटा 1 के बराबर है जो 6 घटा 2 से विभाजित है जो कि 3 बटा 4 है जो कि y घटा एक s के बराबर होना चाहिए o इस रेखा का ढलान इस रेखा खंड के ढलान के समान होना चाहिए क्योंकि अनिवार्य रूप से वे एक ही रेखा के खंड हैं y माइनस एक को x माइनस दो से विभाजित किया जाता है

इसलिए निर्देशांक x और y को भी एक और समीकरण को पूरा करना चाहिए और आह यह समीकरण हम इसे लिख सकते हैं तीन x माइनस छह बराबर चार बटा y घटा चार है जो अनिवार्य रूप से हमारे पास तीन x बराबर चार y जमा दो है और फिर हमें इन दो

समीकरणों को हल करके इन दो समीकरणों को हल करने की आवश्यकता है इस विशेष बिंदु के निर्देशांक यहां मिलेंगे और यह बहुत मुश्किल नहीं है

इसलिए हम क्या कर सकते हैं कि आप इस समीकरण को चार से गुणा कर सकते हैं हम इस समीकरण को तीन से गुणा करते हैं हमें नौ x बारह y जमा छह मिलता है और फिर हम इन्हें जोड़ते हैं दो समीकरण हमें मिलते हैं पच्चीस x सत्तर है जिसका अर्थ है कि x सत्तर बटा पच्चीस के बराबर है या जो चौदह बटा पाँच के समान है और फिर y निर्देशांक बहुत आसान है क्योंकि हम यहाँ इस x मान का उपयोग कर सकते हैं और हम y निर्देशांक प्राप्त कर सकते हैं

इसलिए y निर्देशांक 3 होगा y यहां से 16 घटा 4 x होगा, तो यह 16 घटा 4 गुना 14 बटा 5 होगा जो 56 बटा 5 होगा, इसलिए $3y$ बराबर होगा 24 से 5 तक।

इसलिए y आठ बटा पांच होगा

इसलिए संपर्क बिंदु के निर्देशांक अब वह बिंदु जहां c_1 और c_2 एक दूसरे को स्पर्श करते हैं चौदह बटा पांच अल्पविराम आठ बटा पांच है

इसलिए उस बिंदु के निर्देशांक जहां वे एक दूसरे को स्पर्श करते हैं चौदह बटा पाँच अल्पविराम आठ बटा पाँच तो लेकिन यह केवल प्रश्न के एक भाग को हल करता है क्योंकि यह भी कहा गया था कि हमें अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा के समीकरण का पता लगाने के लिए कहा गया था ,

इसलिए मुझे अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा को मूल रूप से आकर्षित करने दें इस तरह की एक स्पर्शरेखा जो दोनों वृत्तों की स्पर्शरेखा है, इसलिए एक ही स्पर्शरेखा इस पहले वृत्त के साथ -साथ दूसरे वृत्त के लिए भी स्पर्शरेखा है, तो जाहिर है कि वृत्त

के दो केंद्रों को मिलाने वाली इस रेखा के लंबवत होना चाहिए,

इसलिए यह होगा कुछ हो इस तरह से यह

काले रंग में खींची गई इस सीधी रेखा के लंबवत होगा और यह संपर्क के इस बिंदु से भी गुजरेगा, जो हमें अभी पता चला है,

इसलिए यह हरी रेखा मूल रूप से अनुप्रस्थ सामान्य स्पर्शरेखा है और समीकरण खोजने के लिए हम करते हैं ज्यादा कुछ करने की जरूरत नहीं है क्योंकि अगर हम अगर वापस जाते हैं तो यह वृत्त के केंद्रों को मिलाने वाली रेखा का रेखा समीकरण था और यदि आप

देखते हैं कि इस रेखा का ढलान तीन बटा चार के बराबर है जो हमारे पास पहले से था अब यहां गणना की गई है कि केंद्रों को मिलाने वाली इस रेखा के लंबवत रेखा का ढलान शून्य से चार बटा तीन होगा क्योंकि हम जानते हैं कि दो लंबवत रेखाओं के ढलान का गुणनफल शून्य से एक है

इसलिए हम जानते हैं कि इसका ढलान होना चाहिए माइनस फोर ब श्री इन और दिलचस्प बात यह है कि अगर हम यहां इस समीकरण को देखते हैं तो यह कुछ सीधी रेखा का कुछ समीकरण भी है क्योंकि यह x और y में एक डिग्री एक समीकरण है

इसलिए यह एक का प्रतिनिधित्व करता है सीधी रेखा में सीधी रेखा का ढलान भी शून्य से चार बटा तीन है और हम पहले से ही जानते हैं कि संपर्क का यह बिंदु इस समीकरण को संतुष्ट करता है संपर्क बिंदु भी स्पर्शरेखा पर है और

इसलिए यह स्पष्ट है कि इस आह का समीकरण यह हरा स्पर्शरेखा या अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा इस सीधी रेखा समीकरण के अलावा और कुछ नहीं है क्योंकि इस सीधी रेखा समीकरण का ढलान भी शून्य से 4 बटा 3 है और यह बिंदु xy जो स्पर्शरेखा पर है, इस बिंदु के निर्देशांक को संतुष्ट कर रहा है इस समीकरण को संतुष्ट कर रहा है

इसलिए समीकरण दोनों वृत्तों की अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा का मान चार x जमा तीन y बराबर सोलह है, जिससे पहली समस्या का समाधान समाप्त हो जाता है और यहाँ आप सोच रहे होंगे कि क्या हमने इस समस्या में जो देखा वह दिलचस्प रूप से अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा का समीकरण था

इस परिदृश्य में जहां दो वृत्त एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं, वह समानता के अंतर के अलावा और कुछ नहीं निकला लेकिन क्या यह सामान्य रूप से सच है या हो सकता है कि इन नंबरों के साथ इस विशेष उदाहरण के लिए संयोग से यह सिर्फ भाग्य था,

इसलिए यह पता चला है कि यह सामान्य रूप से सच है तो मुझे जल्दी से उस परिणाम को प्रस्तुत करने दें तो आइए हम कहें कि हमारे पास है यहाँ दो वृत्त जो इस बिंदु पर स्पर्श करते हैं और हम कहते हैं कि ये इन दो वृत्तों के केंद्र हैं और वे इस बिंदु पर स्पर्श कर रहे हैं, मान लें कि इस का समीकरण तो यह पहला वृत्त है

इसलिए पहले इतने वृत्त का समीकरण पहले सर्कल का प्रतिनिधित्व करता है,

इसलिए यह पहले सर्कल का समीकरण है क्षमा करें,

इसलिए मैं यहां कुछ और उपयोग करूंगा, मैं केंद्रों के लिए ओ एक और ओ दो कहूंगा क्योंकि मैं समीकरण में सी एक और सी दो का उपयोग करूंगा ये दो वृत्त

इसलिए केंद्र एक और ओ दो हैं

इसलिए यह पहला वृत्त है एक यह दूसरा वृत्त s दो है यह पहले वृत्त का समीकरण है और यह दूसरे वृत्त का समीकरण है तो अब हमसे क्या पूछा जाता है ढूँढना है अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा के समीकरण को बाहर करें जिसे मैंने हरे रंग में खींचा है,

इसलिए स्पष्ट रूप से इन दो वृत्तों के केंद्र ऋणात्मक g एक अल्पविराम ऋण f एक हैं जो पहले वृत्त के लिए केंद्र एक के साथ और केंद्र o दो दूसरे वृत्त के लिए ऋणात्मक g है दो ऋण f दो और यह दो केंद्रों को मिलाने वाली सीधी रेखा है, मान लीजिए इस संपर्क बिंदु के निर्देशांक x अल्पविराम y हैं तो यह स्पष्ट है कि यह x अल्पविराम y अब इन दोनों समीकरणों को संतुष्ट करता है क्योंकि यह इन दोनों समीकरणों को संतुष्ट करता है, इसे भी संतुष्ट करना चाहिए इन समीकरणों का अंतर

इसलिए यदि मैं अंतर लेता हूं तो मुझे जो मिलता है वह है 2 गुणा जी 1 माइनस जी दो गुणा एक्स प्लस टू एफ वन माइनस एफ दो गुणा वाई प्लस सी एक माइनस सी दो बराबर शून्य तो संपर्क के इस बिंदु के निर्देशांक x अल्पविराम y इस समीकरण को संतुष्ट करता है जो वास्तव में यह वास्तव में एक सीधी रेखा समीकरण है यह मूल रूप से कुछ सीधी रेखा का समीकरण है हम दिखाएंगे कि यह समीकरण

इसलिए यदि मैं अंतर लेता हूं तो मुझे जो मिलता है वह है 2 गुणा जी 1 माइनस जी दो गुणा एक्स प्लस टू एफ वन माइनस एफ दो गुणा वाई प्लस सी एक माइनस सी दो बराबर शून्य तो संपर्क के इस बिंदु के निर्देशांक x अल्पविराम y इस समीकरण को संतुष्ट करता है जो वास्तव में यह वास्तव में एक सीधी रेखा समीकरण है यह मूल रूप से कुछ सीधी रेखा का समीकरण है हम दिखाएंगे कि यह समीकरण

इसलिए यदि मैं अंतर लेता हूं तो मुझे जो मिलता है वह है 2 गुणा जी 1 माइनस जी दो गुणा एक्स प्लस टू एफ वन माइनस एफ दो गुणा वाई प्लस सी एक माइनस सी दो बराबर शून्य तो संपर्क के इस बिंदु के निर्देशांक x अल्पविराम y इस समीकरण को संतुष्ट करता है जो वास्तव में यह वास्तव में एक सीधी रेखा समीकरण है यह मूल रूप से कुछ सीधी रेखा का समीकरण है हम दिखाएंगे कि यह समीकरण

इसलिए यदि मैं अंतर लेता हूं तो मुझे जो मिलता है वह है 2 गुणा जी 1 माइनस जी दो गुणा एक्स प्लस टू एफ वन माइनस एफ दो गुणा वाई प्लस सी एक माइनस सी दो बराबर शून्य तो संपर्क के इस बिंदु के निर्देशांक x अल्पविराम y इस समीकरण को संतुष्ट करता है जो वास्तव में यह वास्तव में एक सीधी रेखा समीकरण है यह मूल रूप से कुछ सीधी रेखा का समीकरण है हम दिखाएंगे कि यह समीकरण

ट्रांस के समीकरण के अलावा कुछ भी नहीं है छंद सामान्य स्पर्शरेखा तो एक बात जो हम जानते हैं वह यह है कि संपर्क का यह बिंदु xy अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा पर स्थित है और यह xy इस समीकरण को संतुष्ट करता है लेकिन जाँच करने की आवश्यकता है कि क्या इस समीकरण का ढलान यदि इस समीकरण को समीकरण होना है इस स्पर्शरेखा का ढलान इस स्पर्शरेखा के ढलान के बराबर होना चाहिए

अब दो केंद्रों को मिलाने वाली रेखा का ढलान f एक घटा f दो बटा g एक घटा g दो के बराबर है क्योंकि यह निर्देशांक से निम्नानुसार है दो केंद्र तो यह अब दो वृत्त के केंद्रों को मिलाने वाली रेखा का ढलान है

क्योंकि स्पर्शरेखा 90 डिग्री पर है, इस ढलान के साथ स्पर्शरेखा के ढलान का गुणनफल शून्य से एक होना चाहिए और

इसलिए ढलान स्पर्शरेखा का माइनस g एक माइनस g दो बटा f एक माइनस f दो होता है अब यदि हम वापस जाएं और इस रेखा समीकरण को यहां देखें तो यह स्पष्ट है कि इस रेखा का ढलान भी माइनस g एक माइनस g दो बटा f एक माइनस के बराबर है f दो और इससे पता चलता है कि उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा का समीकरण और कुछ नहीं बल्कि यह समीकरण है जो मूल रूप से दो वृत्तों के समीकरणों का अंतर है

तो आइए हम दो वृत्तों के बीच उभयनिष्ठ स्पर्शरेखाओं से संबंधित एक और समस्या लेते हैं,

इसलिए इस अगली समस्या में यह दिया गया है कि दो वृत्तों के केंद्र c एक और c दो, प्रत्येक इकाई त्रिज्या एक दूसरे से छह इकाई की दूरी पर हैं, मान लीजिए कि केंद्र c एक और c दो को मिलाने वाले रेखा खंड का मध्य बिंदु p है और c को एक वृत्त होने दें, तो जुड़ना अब के केंद्र c को इन दो वृत्तों को बाहरी रूप से स्पर्श करने वाला एक और वृत्त मानते हैं, लेकिन यह इस तरह से स्पर्श कर रहा है कि c एक और c की एक सामान्य स्पर्शरेखा p से होकर गुजरती है

इसलिए यह सामान्य स्पर्शरेखा भी c दो और c की एक सामान्य स्पर्शरेखा है तो इस प्रश्न में क्या कहा गया है कि हमारे पास इकाई त्रिज्या c एक और c दो के दो वृत्त हैं जैसा कि यहाँ खींचा गया है मान लीजिए कि एक और o दो केंद्र हैं और दो केंद्रों के बीच की दूरी छह इकाई है, मध्य बिंदु u है इस रेखा खंड के विख्यात मध्य बिंदु एक ओ दो को बिंदु u द्वारा दर्शाया गया है और फिर यह कहा जाता है कि एक और सर्कल u है जो इस सर्कल u एक और u दो दोनों को छूता है तो इसे सर्कल u होने दें और यह इस बिंदु पर u एक को छूता है और c दो इस बिंदु पर और मान लें कि यह इस बड़े वृत्त का केंद्र o है u वृत्त c

इसलिए यदि हम इन केंद्रों को एक सीधी रेखा से जोड़ते हैं तो यह सीधी रेखा स्पष्ट रूप से संपर्क के इस बिंदु से होकर गुजरेगी या जिस बिंदु पर ये दोनों वृत्त समान रूप से स्पर्श करते हैं, एक को मिलाने वाली सीधी रेखा और o भी यहाँ इस बिंदु से गुज़रेंगे जहाँ दो वृत्त c एक और c एक दूसरे को स्पर्श करते हैं और फिर कहा जाता है कि c 1 और c की एक उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा है जो गुजरती है u की माध्यम से यह यहाँ स्पर्शरेखा नहीं हो सकता है क्योंकि स्पष्ट रूप से इस तरह की एक स्पर्शरेखा है यह u एक और u के लिए एक सीधी आम स्पर्शरेखा की तरह है लेकिन यह स्पष्ट रूप से u से नहीं गुजरती है,

इसलिए दूसरा मामला यह हो सकता है कि हमारे पास एक स्पर्शरेखा है

इसलिए यह लाल रेखा लाल सीधी रेखा c 1 और c दोनों के लिए एक सामान्य स्पर्शरेखा है

इसलिए यह c 1 और c के लिए एक सीधी आम स्पर्शरेखा है जो p से होकर गुजरती है और आगे यह इसके लिए एक स्पर्शरेखा भी है यह भी एक सामान्य स्पर्शरेखा है u दो और u तो यह u है और यह u दो है और इस सवाल में कहा गया था कि u 1 और u के बीच एक ही सामान्य स्पर्शरेखा जो u से गुजरती है वह u 2 और u के बीच एक सामान्य स्पर्शरेखा होनी चाहिए,

इसलिए हम यही हैं यहाँ देख रहे हैं क्योंकि यह लाल सीधी रेखा c दो और c के बीच एक सामान्य स्पर्शरेखा है, यह कोण नब्बे डिग्री होना चाहिए, इन दोनों कोणों को नब्बे डिग्री होना चाहिए,

इसलिए वृत्त की त्रिज्या c जो कि हमें br का पता लगाना है और यह आह यह निश्चित रूप से एक इकाई है और यह त्रिज्या यहां भी एक इकाई है

इसलिए हम त्रिभुज को देखते हैं एक ओ दो ओ भुजाएं दो पक्ष समान लंबाई के होते हैं आर प्लस एक बराबर आर प्लस वन

इसलिए यह पक्ष भी आर प्लस वन है यह भुजा भी r जमा एक है तो यह एक समद्विबाहु है es त्रिभुज

इसलिए यदि हम और चूँकि p इस भुजा का मध्यबिंदु है o एक o दो यदि हम pno को जोड़ते हैं तो यह सही है कि यह स्पष्ट है कि कोण $o2$ po 90 डिग्री होगा अब हम जानते हैं कि चूँकि p एक o दो का मध्यबिंदु है तो एक ओ दो की लंबाई छह इकाई है यह स्पष्ट है कि ओ दो u 3 इकाइयों के बराबर है संपर्क के इस बिंदु को एस द्वारा दर्शाया गया है अब हम देखते हैं कि यह त्रिभुज ओ दो पीएस एक समकोण त्रिभुज है और

इसलिए यह लंबाई पीएस पाइथागोरस प्रमेय नौ के बराबर होगा जो कि इस कर्ण का वर्ग पीएस प्लस वन के वर्ग के बराबर होगा और

इसलिए पीएस का वर्ग आठ है और

इसलिए पीएस पर u है और

इसलिए पीएस अब आठ इकाइयों का वर्गमूल है हम यह भी देखते हैं कि क्योंकि यह लाल लाल सीधी रेखा एक स्पर्शरेखा है, c दो और c के बीच एक सामान्य स्पर्शरेखा है, त्रिभुज psu भी एक समकोण त्रिभुज है और इस त्रिभुज psu में हमारे पास लंबाई की एक भुजा है r दूसरी भुजा ps है आठ का वर्गमूल और

इसलिए कर्ण ऑप फिर से बराबर होगा पाइथागोरस प्रमेय द्वारा

r वर्ग प्लस आठ का वर्गमूल अब त्रिभुज पर वापस जा रहा है क्षमा करें आह फिर समकोण त्रिभुज opo दो पर विचार करते हुए

जो कि यह समकोण त्रिभुज opo दो है, हम देखते हैं कि o दो वर्ग बराबर है क्योंकि यह कर्ण o दो p वर्ग जोड़ op वर्ग है

इसलिए अब o दो यह r जोड़ एक है तो $o2$ वर्ग घात जोड़ एक पूर्ण वर्ग है जो o दो p पूरे वर्ग के जोड़ के op पूरे वर्ग o दो p के बराबर है तीन इकाइयों हैं

इसलिए वर्ग नौ जोड़ op वर्ग यहाँ से है r वर्ग जोड़ आठ यानी और

इसलिए r आठ इकाइयाँ हैं

इसलिए इस वृत्त की त्रिज्या c आठ इकाइयाँ हैं आइए हम तीसरा प्रश्न लेते हैं

इसलिए इस तीसरे प्रश्न में हमारे पास दो वृत्त हैं प्रत्येक त्रिज्या पाँच इकाइयों में से प्रत्येक और वे इस बिंदु पर एक दूसरे को स्पर्श करते हैं एक अल्पविराम दो उनकी अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा का समीकरण चार x जमा तीन y बराबर दस होता है और प्रश्न हमसे पूछ रहा है t o दोनों वृत्तों का समीकरण ज्ञात कीजिए,

इसलिए स्थिति इस प्रकार है कि हमारे पास दो वृत्त हैं जिनकी त्रिज्या समान है जो कि पाँच इकाई है और वे इस बिंदु पर स्पर्श करते हैं, इस बिंदु के निर्देशांक एक अल्पविराम दो हैं, इसे जोड़ने वाली सीधी रेखा हो दो केंद्र और अनुप्रस्थ आम स्पर्शरेखा जो कि यह नीली सीधी रेखा है, में समीकरण चार x जमा तीन y बराबर दस है,

इसलिए कोई यह जांच सकता है कि आह यह बिंदु एक अल्पविराम दो इस समीकरण को संतुष्ट करता है क्योंकि स्पष्ट रूप से जिस बिंदु पर ये दो मंडल स्पर्श करते हैं, उस पर झूठ बोलना है इन दो वृत्तों के बीच अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा

इसलिए हम पहले से ही इन दो वृत्तों की त्रिज्या जानते हैं यदि हम किसी तरह इन दो केंद्रों के निर्देशांक ज्ञात कर सकते हैं तो इन दो वृत्तों के समीकरण को लिखना आसान होगा अब हम जानते हैं कि स्पर्शरेखा का कोण बनाती है दो केंद्रों को मिलाने वाली इस सीधी रेखा के साथ 90 डिग्री इस स्पर्शरेखा का ढलान माइनस फोर बटा थ्री है

इसलिए ढलान माइनस फोर बटा थ्री है।

ws कि केंद्रों को मिलाने वाली सीधी रेखा का ढलान तीन बटा चार होना चाहिए क्योंकि एक दूसरे के लंबवत इन दो रेखाओं के ढलान का गुणनफल शून्य से एक होना चाहिए और इस स्पर्शरेखा का ढलान यहाँ से दिया गया है, हम देखते हैं कि ढलान माइनस फोर ब थ्री है और चूंकि इस स्पर्शरेखा के ढलान का गुणनफल और केंद्रों को मिलाने वाली इस रेखा को माइनस वन होना चाहिए,

इसलिए यह इस प्रकार है कि केंद्रों को मिलाने वाली इस रेखा का ढलान तीन बटा चार होना चाहिए और

इसलिए इस आह का समीकरण अब मान लें कि यहां पहले केंद्र के निर्देशांक पहले सर्कल का अल्पविराम बी है, तो यह इस प्रकार है कि यह इस रेखा खंड का ढलान तीन बटा चार है यह इस प्रकार है कि बी माइनस दो को माइनस एक से विभाजित किया जाता है तीन बटा चार तो यहाँ से हम कह सकते हैं कि बी माइनस दो तीन गुणा चार गुणा घटा एक और आगे यह लंबाई ओ एक और संपर्क बिंदु के बीच है जो एक अल्पविराम दो है यह वृत्त की त्रिज्या के अलावा और कुछ नहीं है ich पाँच इकाइयाँ हैं और

इसलिए वर्ग त्रिज्या जो कि पच्चीस है, बराबर होगा b घटा दो पूर्ण वर्ग जोड़ घटा एक पूर्ण वर्ग लेकिन b घटा दो पूर्ण वर्ग इस समीकरण का उपयोग करके ऋण एक पूर्ण वर्ग के रूप में लिखा जा सकता है,

इसलिए यह है बराबर नौ बटा सोलह गुणा एक ऋण एक पूर्ण वर्ग जमा एक ऋण एक पूर्ण वर्ग

इसलिए यदि हम इस समीकरण को हल करते हैं तो हमें एक ऋण एक पूर्ण वर्ग सोलह के बराबर होता है जिसका अर्थ है कि एक एक प्लस माइनस चार के बराबर है

इसलिए हमारे पास इसके लिए दो मान हैं x समन्वय करता है

इसलिए वास्तव में ये दोनों मान दोनों केंद्रों के x निर्देशांक के अनुरूप होंगे क्योंकि दूसरा केंद्र दूसरे वृत्त का केंद्र भी इस संपर्क बिंदु से पाँच इकाइयों की दूरी पर है,

इसलिए के निर्देशांक दूसरे वृत्त के केंद्र को भी इस समीकरण को संतुष्ट करना चाहिए और

इसलिए यह इस प्रकार है कि निर्देशांक x इन दो वृत्तों के निर्देशांक पहले वृत्त के लिए x निर्देशांक w के समान हैं ऐसा होगा तो मान लीजिए कि एक माइनस फोर है जो माइनस तीन है और दूसरे सर्कल का x कोऑर्डिनेट एक प्लस फोर होगा जो कि पाँच है और अब अगर x कोऑर्डिनेट माइनस थ्री है जो कि a है तो यह इस प्रकार है कि y कोऑर्डिनेट जो है बी हम इस समीकरण का उपयोग कर सकते हैं तो बी माइनस 2 होगा 3 बटा 4 इसमें यह यहां तीन बटा चार से घटा चार में जाता है जो कि माइनस तीन है और

इसलिए बी इस बिंदु के लिए माइनस एक के बराबर होगा और इस बिंदु के लिए यह होगा पाँच हो तो अब हमारे पास इन दो वृत्तों के केंद्रों के निर्देशांक हैं और हम जानते हैं कि त्रिज्या पाँच इकाइयाँ हैं और

इसलिए समीकरण अब आसान है

इसलिए पहले वृत्त का समीकरण x माइनस माइनस थ्री फुल स्कायर प्लस y माइनस माइनस होगा एक पूरा वर्ग त्रिज्या के वर्ग के बराबर है जो कि पच्चीस है और इसी तरह हम दूसरे सर्कल के समीकरण को लिख सकते हैं आगे हम एक और छोटी समस्या या सामान्य कॉर्ड खोजने के किसी अन्य छोटे विषय पर विचार करते हैं,

इसलिए आगे हम इस पर चर्चा करते हैं दो अन्तर्विभाजक वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा

ज्ञात करने का विषय तो यहाँ स्थिति यह है कि हमारे पास इस प्रकार दो प्रतिच्छेदी वृत्त हैं,

इसलिए जब हमारे पास दो प्रतिच्छेदी वृत्त हों तो हमारे पास दो बिंदु होंगे जहाँ वे एक दूसरे को प्रतिच्छेद करेंगे और यदि हम इन दो बिंदुओं को एक से मिलाते हैं सीधी रेखा यह रेखा खंड पहले वृत्त के साथ-साथ दूसरे वृत्त के लिए भी एक जीवा है और इसीलिए इस जीवा को इन दो प्रतिच्छेदी वृत्तों की एक उभयनिष्ठ जीवा कहा जाता है, अब मान लीजिए कि इन दोनों वृत्तों का समीकरण इस प्रकार है एक यह दो है तो

मान लीजिए कि दो वृत्तों के समीकरण इस प्रकार हैं

इसलिए हमें इन दो वृत्तों के दो समीकरण दिए गए हैं हम इस सामान्य जीवा के समीकरण को कैसे खोजते हैं अब मान लीजिए कि हम कहते हैं कि ये दोनों के निर्देशांक हैं चौराहे के ये दो बिंदु तो हम कहते हैं कि इन दो बिंदुओं के निर्देशांक इस बिंदु के लिए हैं यह एक अल्पविराम है इस बिंदु के लिए मान लें कि यह c अल्पविराम है

इसलिए ये दोनों बिंदु a कॉमा बी और सी कॉमा डी

इसलिए कॉमा बी इन दो समीकरणों को भी संतुष्ट करेगा सी कॉमा टी अब इन दो समीकरणों को भी संतुष्ट करेगा क्योंकि कॉमा बी इन दो समीकरणों को संतुष्ट करता है इसका मतलब है कि कॉमा बी को इन दो समीकरणों के अंतर को भी संतुष्ट करना चाहिए।

जब हम इन दो समीकरणों का अंतर लेते हैं तो हमें

यह समीकरण मिलता है अब यह समीकरण कुछ सीधी रेखा का समीकरण है अब स्पष्ट रूप से एक अल्पविराम बी को इस समीकरण को संतुष्ट करना चाहिए क्योंकि एक अल्पविराम इन दोनों समीकरणों को समान रूप से संतुष्ट करता है सी कॉमा डी जो कि है इन दो वृत्तों का प्रतिच्छेदन बिंदु भी अब इस समीकरण को संतुष्ट करेगा कि इसका अर्थ यह है कि ये दोनों बिंदु अनिवार्य रूप से सीधी रेखा पर स्थित हैं और चूंकि किन्हीं दो बिंदुओं के बीच की सीधी रेखा खंड अद्वितीय है

इसलिए यह इस प्रकार है कि यह सीधी रेखा खंड या इस उभयनिष्ठ कॉर्ड में वह समीकरण है जो इस समीकरण के अलावा और कुछ नहीं है

इसलिए यह प्रतिच्छेद करने वाले वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा का समीकरण है।

इस सामान्य जीवा की लंबाई का पता लगाना बहुत मुश्किल नहीं है और हम इसे जल्दी से प्राप्त कर सकते हैं या देख सकते हैं कि इसे कैसे खोजना है, तो हम कहते हैं कि o_1 और o_2 इन दो वृत्तों के केंद्र हैं तो आइए हम कहें कि यह संपर्क बिंदु p है या प्रतिच्छेदन का यह बिंदु p है और प्रतिच्छेदन का यह बिंदु q है यह दो केंद्रों को मिलाने वाली सीधी रेखा है अब यह दिखाना बहुत मुश्किल नहीं है कि यह सामान्य कॉर्ड और अब केंद्रों को मिलाने वाली यह सीधी रेखा प्रत्येक के लंबवत होगी अन्य वे एक दूसरे के लंबवत होंगे मान लीजिए कि यह बिंदु यहाँ m है

इसलिए ah केंद्र को मिलाने वाली यह रेखा

इस जीवा के लंबवत है pq जो हम यह भी देखते हैं कि यह त्रिभुज एक qp एक समद्विबाहु त्रिभुज है यह एक समद्विबाहु त्रिभुज है क्योंकि o एक p और एक q इस वृत्त की त्रिज्या के अलावा कुछ भी नहीं है

और क्योंकि श्रृंखला त्रिभुज और क्योंकि o एक mp नब्बे डिग्री है, यह इस प्रकार है कि m इस जीवा pq का मध्य बिंदु है और चूंकि m है इस जीवा का मध्य बिंदु pq जीवा की लंबाई pq की लंबाई दोपहर की लंबाई के दो गुना के बराबर होगी अब दोपहर का पता लगाना बहुत मुश्किल नहीं होगा क्योंकि अगर हम इस त्रिकोण को एक बजे देखते हैं तो यह एक समकोण त्रिभुज है जहां एक p पूरा वर्ग एक m पूरा वर्ग है और pm पूरा वर्ग और

इसलिए pm अब का वर्गमूल है एक p पूरा वर्ग और कुछ नहीं बल्कि पहले वृत्त का वर्ग त्रिज्या है जो मान लें कि r एक वर्ग है तो इस समीकरण से हमारे पास pm बराबर है एक p पूरे वर्ग का वर्गमूल जो r एक वर्ग घटा एक m पूरा वर्ग है तो अब हमें केवल एक m खोजने की आवश्यकता कैसे है यदि हम एक m पाते हैं तो हम pn पा सकते हैं लेकिन o एक m खोजना बहुत आसान है क्योंकि o एक m इस केंद्र से लंबवत दूरी या लंबवत की लंबाई के अलावा कुछ भी नहीं है, जिसके निर्देशांक ज्ञात हैं, क्योंकि हमें मंडलियों के समीकरण दिए गए हैं, एक के समन्वय को शून्य से जी एक अल्पविराम घटा एफ एक के रूप में जाना जाता है,

इसलिए यह समन्वय है वास्तव में हमें ज्ञात है क्योंकि वृत्तों के समीकरण आगे ज्ञात हैं हम इस जीवा के समीकरण को भी जानते हैं जो कि यह है तो यह ओ एक मीटर इस ज्ञात बिंदु से इस ज्ञात सीधी रेखा pq तक लंबवत की लंबाई के अलावा और कुछ नहीं है।

इस सीधी रेखा से इस बिंदु की लंबवत दूरी के बीच की दूरी के अलावा कुछ भी नहीं है

जिसे आसानी से पता लगाया जा सकता है और वह हमारा एक मीटर है और फिर वहां से हम पहले से ही इस पहले सर्कल की त्रिज्या जानते हैं, पहले सर्कल की त्रिज्या होगी इस समीकरण से जाना जाता है जो हमें दिया गया है तो हम दोपहर को पा सकते हैं और फिर हमें इसे दो से गुणा करना होगा और फिर pq जीवा की लंबाई p से सिर्फ दोगुनी है, इसके साथ हम इस व्याख्यान को समाप्त करते हैं अगले व्याख्यान में हम एक नया विषय शुरू करेंगे और हम चर्चा करेंगे कि दो प्रतिच्छेद करने वाले वृत्तों के बीच प्रतिच्छेदन कोण कैसे ज्ञात किया जाए, हम उन स्थितियों को पाएंगे जिनके तहत प्रतिच्छेदन का यह कोण नब्बे डिग्री है s और दो मंडलियों के बीच रेडिकल अक्ष के रूप में जानी जाने वाली किसी चीज़ को भी परिभाषित करेगा धन्यवाद