

حلقوں پر سات لیکچر میں خوش آمدید اس لیے پچھلے لیکچر میں ہم نے پہلی صورت کے لیے دو دیے گئے دائروں کے لیے براہ راست مشترک مماس کی مساوات کا اخذ مکمل کر لیا تھا جہاں دائرے ایک دوسرے کو کاٹتے نہیں تھے اور نہ ہی وہ ایک دوسرے کو چھو رہے تھے۔ اسی صورت میں اب ہم دو دیے گئے دائروں میں ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ کی مساوات کو اخذ کرنے کے ساتھ دوبارہ شروع کرتے ہیں لہذا یہ دو دیئے گئے c_1 اور c_2 ہیں۔ $x^2 + y^2 = c_1$ اور $x^2 + y^2 = c_2$ کے دائرے ہیں جن کے مراکز کو دو مراکز کو جوڑنے والی لائن بننے دیں اگر ہم یاد کریں کہ $c_1 < c_2$ ہے اور $x^2 + y^2 = c_2$ دوسرے دائرے کا مرکز ہے جس میں نقاط ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ ایک ٹینجنٹ ہے جو دونوں دائروں میں مشترک ہے لیکن یہ اس طرح ہے کہ دائرے مماس کے مخالف سمتوں پر واقع ہیں لہذا یہ ایک ہے یہ قاطع عام مماس میں سے ایک ہے کیونکہ اگر آپ ٹینجنٹ کو دیکھیں گے تو

جو p وہ دوسرا دائرہ ٹینجنٹ کے دوسری طرف ہے اور ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ پوائنٹ t تو یہ دائرہ ٹینجنٹ کے اس طرف واقع ہے اور میں گاما اور ڈیلٹا کو آرڈینیٹ بونے p سیدھی لکیر کے انتقال سے نقطہ ہے جو دو مراکز کو قاطع مشترک ٹینجنٹ کے ساتھ ملاتا ہے اور اس نقطہ کو جوڑیں b اور c اور a ایک دو c دیں۔ گاما اور ڈیلٹا اس پوائنٹ کو لے رہے ہیں اور ہم کہیں گے کہ یہاں یہ پوائنٹ ہی ہے اور اٹھے ہم پھر واضح طور پر یہ زاویہ اور یہ زاویہ نوے ڈگری ہے اور پھر جیسا کہ پہلے کافی ہے۔ واضح کریں کہ یہ زاویہ اور یہ زاویہ برابر ہیں تو ہے اور ہم کیا دیکھیں گے کہ دونوں مثلث ایک دوسرے سے ملتے جلتے $pbac$ ایک ہے اور دوسرا مثلث pac تو اٹھے دیکھتے ہیں کہ دو مثلث ہیں کیونکہ ان دو مثلث کے تینوں زاویے ہیں ایک ہی کیونکہ سب سے پہلے ایک زاویہ 90° ڈگری ہے اور یہ زاویہ اور یہ زاویہ بھی برابر ہیں اب ہم ان دو مثلثوں کے لئے مماثلت کے تناسب کو a لیے تیسرا زاویہ اس کے برابر ہونا چاہیے اور یہ بھی برابر ہوگا اس لیے کہ یہ دونوں مثلث ایک pc دو ہے لہذا مماثلت کے تناسب سے ہمیں جو ملتا ہے وہ یہ ہے کہ $b/r = e$ سے ایک ہے اور یہ فاصلہ r لکھ سکتے ہیں اب یہ فاصلہ سے تقسیم کرنے کے برابر ہونا چاہئے اور اگر ہم اس پر کام کرتے ہیں r^2 ایک کو r سے دو کو pc ایک تقسیم pc سے دو pc کو تو اس حقیقت کو دیکھتے ہوئے اس کا بنیادی مطلب یہ ہے کہ مشترک ٹینجنٹ کے انقطاع کا نقطہ جس کی لکیر دو دائروں کے مراکز کے ساتھ ملتی ہے لہذا یہ نقطہ انتقال سے دو مراکز کو ملانے والی لکیر کو دائروں کے رداس کے تناسب میں تقسیم کرتا ہے تاکہ یہ مساوات ہمیں بتاتی ہے اور یہ تقسیم براہ راست مشترک ٹینجنٹ کے برعکس داخلی ہے جہاں انقطاع کا نقطہ اس سیدھی لکیر کو جوڑ کر تقسیم کر رہا تھا۔ بیرونی طور پر ریڈیائی کے تناسب میں مرکز ہے لہذا یہاں تقسیم اندرونی ہے اب یہاں سے شروع کرنا بہت آسان ہے جیسا کہ ہم نے پہلے اس نقطہ کے نقاط کو اور اسے طلباء کے لیے ایک مشق کے طور پر چھوڑ دیا گیا ہے تاکہ کوئی یہ دکھا سکے کہ r section تلاش کرنے کے لئے کیا تھا۔ یہاں ایک r کو آرڈینیٹ ہے y دو سے تقسیم کیا گیا ہے اور r ایک جمع x اور r دو جمع x ایک r کو آرڈینیٹ گاما x کا p پوائنٹ دیا گیا ہے کہ دو دائروں کے مراکز کے ساتھ جوڑنے والی لائن کے ساتھ ah سے تقسیم کیا گیا اب r ایک جمع r ایک کو y دو جمع y کی مساوات لکھیں ہم قاطع ah قدر کو دیکھتے ہوئے ہم کر سکتے ہیں ah قاطع مشترک ٹینجنٹ کے اس نقطے کے انتقال سے نقاط کی اس مشترک ٹینجنٹ کی مساوات لکھ سکتے ہیں

سے کو آرڈینیٹ گاما اور ڈیلٹا گاما اور ڈیلٹا p ہے اور ہم جانتے ہیں کہ یہ اس نقطہ m تو ہم یہ کہتے ہیں کہ اس قاطع مشترک ٹینجنٹ کی ڈھلوان y کو x یا کسی بھی نقطہ xy کے ساتھ گزرتا ہے اور اس لیے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ اس ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ پر کسی بھی نقطہ کے نقاط x اوقات m ماننس ڈیلٹا ہے y کو اس مساوات کو پورا کرنا ہوگا جو y اور x کے لئے ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ پر کسی بھی نقطہ کے نقاط ga کے برابر ہے mma

تو یہ اس قاطع مشترک ٹینجنٹ کے لیے سیدھی لکیر کی مساوات ہے لیکن پھر اگرچہ ہم جانتے ہیں کہ ہم دائروں کے رداس اور دونوں دائروں کے ابھی تک نامعلوم ہے اور یہ وہی ہے جس کا m مراکز کے نقاط کے لحاظ سے ڈیلٹا اور گاما کا اظہار کرنے میں کامیاب رہے ہیں لیکن اس کی قدر پتہ لگانا ہے

انتی ہونی چاہئے m تو بالکل اسی طرح جیسے ہم نے کیا آہ ہاں ہم نے پچھلے لیکچر میں کیا کیا جو ہم نے یہاں سے مشاہدہ کیا وہ یہ ہے کہ ڈھلوان سے اس سیدھی لکیر c کہ اس کا کم از کم فاصلہ ہو۔ ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ جو یہاں یہ لکیر ہے اس لیے پہلے دائرے میں سے ایک مرکز r دو سے اسی سیدھی لکیر کا کم از کم فاصلہ ہونا چاہیے۔ c ایک ہونا چاہیے اور اسی طرح دوسرے دائرے کے مرکز r کا کم از کم فاصلہ دو اور تھوڑا سا حساب یہ ظاہر کرے گا کہ آہ یہ دونوں چیزیں ایک اور ایک ہیں لہذا ہمیں دوبارہ دو مساواتیں ملیں گی لہذا اگر ہم پچھلے لیکچر کی سلائیڈوں میں سے کسی ایک پر واپس جائیں

ہے لہذا اس سیدھی x ناught y ناught دی گئی سیدھی لکیر سے کسی پوائنٹ کی کم از کم فاصلے کا فارمولہ d تو ہم نے اخذ کیا ہے۔ ہے اور یہ ایک دیئے گئے نقطہ الفا بیٹا سے گزرتی ہے $slope\ m$ لائن میں

تو اس صورت میں مربع فاصلہ اس کا مربع کم از کم فاصلہ اس سیدھی لکیر سے نقطہ اس اظہار کے ذریعہ دیا گیا ہے لہذا ہم اس اظہار کو دوبارہ استعمال کریں گے لہذا صرف یہ ہے کہ ہمارے معاملے میں نقطہ آہ جہاں سے ہمیں کم از کم فاصلہ تلاش کرنا ہے وہ پہلے دائرے کا مرکز ہے سے گزرنے p اور اس کی سیدھی لائن جو ہمیں سیدھی لکیر کا کم از کم فاصلہ معلوم کرنا ہے وہ اصل میں قاطع مشترک ٹینجنٹ ہے جو اس نقطہ ہوتی ہے اور اس لیے ہم کم از کم m کے لیے جانا جاتا ہے جس میں گاما کوما ڈیلٹا کو آرڈینیٹ ہوتا ہے اور اس آہ ٹرانسورس کامن ٹینجنٹ کی ڈھلوان ایک کیونکہ بصورت دیگر یہ لائن پہلے دائرے کے لیے ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ نہیں ہوگی اور اس لیے r کم فاصلہ جو ہونا ضروری ہے۔ کو x ناught اور y ناught پچھلے لیکچر کی سلائیڈ سے آہ یہاں دائیں ہاتھ کی طرف ہمیں مربع کم از کم فاصلہ دیتا ہے لہذا ہمیں صرف سے اور الفا اور بیٹا کو گاما اور ڈیلٹا سے بدلنا ہے x one اور y one

m ایک ماننس ڈیلٹا مربع پر ایک جمع y ایک ماننس گاما ماننس x گنا m ایک ماننس گاما سے ملتا ہے۔ ماننس x میں m تو ہمیں مربع فاصلہ ایک مربع اور پھر اسی طرح ہمیں دوسرے دائرے کے لئے بھی ایک جیسی مساوات ملتی ہے لیکن پھر جس طرح ہم نے ہاں میں دکھایا r مربع برابر تھا بالکل اسی طرح پچھلا لیکچر یہاں تک کہ اس معاملے میں بھی ہم یہ دکھا سکتے ہیں کہ دوسری مساوات کچھ بھی نہیں ہے لیکن اس مساوات کی دو مربع کے برابر ہے لیکن پھر r طرح ہے لہذا دوسری مساوات جو ہم حاصل کریں گے وہ دوسرے دائرے کے لئے آہ ہے جو یہ مساوات ہے یہ یہ دکھایا جا سکتا ہے کہ یہ دونوں کچھ نہیں بلکہ ایک ہی ہیں اور اس لیے صرف ایک مساوات کے ساتھ آگے بڑھیں گے اور جب ہم اس مساوات کو حل کریں گے

میں چوکور ہے۔ جس کا مطلب ہے کہ دو جڑیں ہوں گی اصلی دونوں حقیقی قدر m تو ہمیں دوبارہ ایک چوکور مساوات ایک مساوات ملے گی جو کرتے ہیں ah والی جڑیں ہوں گی اور اس وجہ سے قاطع مشترک ٹینجنٹ کے لیے دو مختلف مساواتیں ملیں گی، لہذا اگر ہم ایک کرنے دیں کوما ایم دو کی دو جڑیں ہوں میں کہوں کہ اس مساوات m تو یہ وہی ہے جو ہم نے پچھلے لیکچر میں بھی حاصل کیا تھا، لہذا جڑیں کو مساوات تین سے نکلنے والی چوکور مساوات میں سے تین ہے اور پھر حقیقی ٹرانس کی مساوات عام ٹینجنٹ تھی اس لیے دونوں مساواتیں ایک ماننس گاما کے x دو گنا m ماننس ڈیلٹا برابر y ماننس گاما اور دوسری مساوات ہوگی x میں ایک بار m ماننس ڈیلٹا برابر ہے y ہوں گی برابر ہے اور دلچسپ بات یہ ہے کہ میں یہاں دوسرا ٹرانسورس کامن ٹینجنٹ کھینچتا ہوں دیکھیں جو p اور سے گزرے گا۔ یہ واضح ہے کیونکہ اگر ہم اسے پہلے ہونے دیں اگر ہم یہاں نقطہ p تو دوسرا ٹرانسورس کامن ٹینجنٹ بھی گاما کوما ڈیلٹا ہے دونوں مماسوں پر ہے p تو کیا یہ دیکھا جا سکتا ہے کہ یہ اس سیدھی لائن کے ساتھ ساتھ اس سٹر پر بھی ہے۔ آٹھ لائن اور اس وجہ سے نقطہ

لہذا اگلی صورت یہ ہے کہ جب دو دائرے ایک دوسرے کو چھوتے ہیں

تو بیرونی طور پر ایک دوسرے کو چھوتے ہیں اس لیے کہتے ہیں کہ وہ ایک دوسرے کو کاٹتے نہیں ہیں لیکن وہ ایک نقطہ پر ایک دوسرے کو چھوتے ہیں

تو آئیے یاد رکھیں کہ کیا ہوا تھا۔ پچھلے کیس میں پچھلے کیس میں دائرے نہ

تو چھو رہے تھے اور نہ ہی آپس میں اور پھر ہمارے پاس دو براہ راست مشترک ٹینجنٹ اور دو ٹرانسورس ٹینجنٹ تھے ساتھ ہی یہ ٹرانسورس ٹائم کامن ٹینجنٹ کے انٹرسیکشن کا نقطہ تھا جس کے ساتھ لائن دائرے کے مراکز میں شامل ہوتی ہے۔ اب کیا ہوگا اگر ہم اس دائرے کو پہلے دائرے کی طرف بڑھانا شروع کر دیں اسی لائن کے ساتھ ساتھ اس لائن کو سینٹرز میں ملاتے ہوئے

تو یہ

حرکت کرتا ہے c2 کے ساتھ مرکز c2 توقع کی جاتی ہے کہ مثال کے طور پر اگر یہ چھوٹا دائرہ مرکز

تو ہمیں اس نقطہ کو یہاں بتانے دیں

تو پرائم ہے c دو دوسرا دائرہ اس طرح ہونا چاہئے اور ہم کہتے ہیں کہ یہ نیا نقطہ c تو ہمارے پاس ہے دائرہ

تو اس صورت میں ہم دیکھتے ہیں کہ آہ ٹرانسورس کمی ٹینجنٹ پر اس طرح بنتے ہیں اور پھر یہ انقطاع کا نقطہ ہے جو ابھی بھی لائن پر ہے جوڑنا ابھی بھی دائرے کے مراکز کو جوڑنے والی لائن پر پڑے گا لیکن ہم یہ دیکھنا شروع کرتے ہیں کہ دو ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ ان کے درمیان کا زاویہ ہے جو یہ ہے زاویہ

تو پہلے ہمارے پاس یہ زاویہ تھا اور اب زاویہ کم ہو گیا ہے اور جیسے جیسے ہم آگے بڑھتے ہیں ہم بتاتے ہیں کہ ہم کیا

توقع کرتے ہیں جس لمحے یہ چھوٹا دائرہ پہلے دائرے کو چھوتا ہے ہم

یہ دیکھنے کے لیے کہ ah توقع کرتے ہیں کہ یہ دونوں مماس شاید وہی بن جائیں گے جو وہ بن جائیں گے۔ ایک واحد قاطع مشترک ٹینجنٹ تاکہ اگر ہم پہلی صورت میں واپس جائیں

اصل میں واپس جا سکتا ہے اور خاص طور پر جب ہم دو قاطع مشترک ٹینجنٹ کی مساوات اخذ کر رہے تھے ah تو

دو لیکن پھر جو m ایک اور ah m تو ہمارے پاس یہ خاص چوکور مساوات تھی اور ہم نے کہا کہ ڈھال کے لیے دو مساوات دو آہ جڑیں ہوں گی ہم دیکھ سکتے ہیں وہ یہ ہے کہ یہاں سے اگر ہم اسے اب اخذ کریں گے کہ جیسے جب دوسرا دائرہ پہلے دائرے کو چھوتا ہے

تو اس صورت میں ہمارے پاس یہاں دو مساوی جڑیں ہوں گی لہذا اس چوکور مساوات کی دو مساوی جڑیں ہوں گی جس کا مطلب ہے کہ صرف ایک ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ ہو گا تاکہ یہ واضح طور پر دیکھا جا سکے۔ جب ہم اگر پوائنٹ پی کے نقاط کو یاد کرتے ہیں

تو وہ گاما کوما ڈیلٹا تھا جہاں گاما اور ڈیلٹا ان دو مساوا

توں کے ذریعہ دیے گئے تھے اور اگر ہم اس مخصوص چوکور مساوات کو کھولیں

مائنس گاما پورا x 1 مربع مائنس 1 r مربع میں m تو تھوڑی سی آسانیاں ہمیں یہ چوکور مساوات فراہم کرتی ہیں۔ ہمیں جو ملتا ہے وہ ہے

مائنس ڈیلٹا مربع یہ صفر کے برابر ہے 1 y مربع مائنس 1 r مائنس ڈیلٹا پلس 1 y مائنس گاما میں 1 x m مربع جمع 2

تو یہ چوکور مساوات ہے کہ ہم یہاں سے حاصل کریں گے ہمیں صرف اسے یہاں لے جانا ہے اور پھر صرف شرائط میں ردوبدل کرنا ہے اور یہ وہی ہے جو آپ کو ملتا ہے

p تو یہ نقطہ

تو اب جب یہ ہم دیکھتے ہیں کہ یہ کس حالت میں ہے ڈرائگ مساوات کی جڑیں مساوی ہونے والی ہیں لہذا اس کی جڑیں برابر ہوں گی اگر اور

1 r مائنس ڈیلٹا پورا مربع مائنس 4 گنا 1 y 1 y مائنس گاما پورے مربع میں 1 x صرف اس صورت میں جب امتیاز 0 ہو اور امتیاز 4 میں ایک مائنس ڈیلٹا پورا مربع اور ہمیں اسے صفر ہونے کی ضرورت ہے y ایک مربع مائنس r ایک مائنس گاما پوری مربع اوقات x مربع مائنس

لہذا اگر ٹینجنٹ ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ کے انٹرسیکشن کے پوائنٹ کے کوآرڈینیٹ گاما اور ڈیلٹا صرف اس مساوات کو پورا کریں گے ایسا ہوتا ہے کہ صرف ایک ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ ہوگا لیکن اگر ہم اسے مزید آسان کریں کیونکہ پہلے دائرے کا رداس صفر نہیں ہے جو ہمیں ملے گا

مربع ملے گا 1 r وہ یہ ہے کہ ہمیں

مائنس ڈیلٹا پورا مربع ہے لیکن یہ جو بتا رہا ہے وہ یہ ہے کہ y1 مائنس گاما پورا مربع پلس 1 x مربع 1 r۔ تو یہ شرط وہی ہے جو کہ اور اگر آپ کو یہ فاصلہ یاد ہے

تھا p نقطہ s تو یہ فاصلہ کچھ نہیں ہے لیکن نقطہ کے درمیان فاصلہ ہے

ایک مربع pc کے درمیان فاصلہ اس کا اتنا مربع اتنا c اور مرکز p ہے لہذا یہ فاصلہ کچھ نہیں ہے لیکن p تو یہ یہاں پر نقطہ

ایک pc تو بنیادی طور پر اس کا مطلب یہ ہے کہ اس میں صرف ایک ٹرانسورس مشترک ٹینجنٹ ہوگا۔ صرف اگر اور صرف اگر اور صرف اگر ایک ہے جس کا مطلب ہے کہ کنویں کے ان دونوں کے انٹرسیکشن پوائنٹ کے درمیان فاصلہ ہے کہ اس معاملے میں ہمارے پاس صرف ایک r

ٹینجنٹ ہے جب کہ ایسا ہے جب ہمارے پاس صرف ایک مشترک ہے اس مماس کے انقطاع کے نقطہ کو دو دائروں سے جوڑنے والی لکیر کے ساتھ ایک ہے اس کا بنیادی مطلب یہ ہے کہ یہ نقطہ دراصل اس پر ہے r یہ نقطہ اس طرح ہے کہ پہلے دائرے کے مرکز سے اس نقطہ کا فاصلہ

پہلا دائرہ یہ پہلے دائرے کے طواف پر ہے لہذا بنیادی طور پر جو ہم نے دکھایا ہے وہ یہ ہے کہ ہمارے پاس صرف ایک ٹرانسورس مشترک کے ساتھ اس مخصوص مشترک مماس کا انقطاع کا نقطہ ent ٹینجنٹ ہو گا صرف اس صورت میں جہاں اس مشترک ٹینگ کے چورائے کا نقطہ

ایک pc one r بالکل دائرے کے فریم پر پڑا ہے لہذا p جس میں سیدھی لکیر دو دائروں کے مراکز کو جوڑتی ہے اس لیے انتفاضہ کا نقطہ کے برابر ہے۔ اور یہ قاطع مشترک ٹینجنٹ ہے لہذا جب ہمارے پاس صرف ایک جڑ ہو یا بنیادی طور پر دونوں جڑیں برابر ہوں

تو صرف ایک قاطع مشترک ٹینجنٹ ہوتا ہے

تو اس صورت حال میں ہمارے پاس صرف ایک قاطع مشترک ٹینجنٹ ہوتا ہے اور اس صورت میں ہم نے دیکھا کہ تقطیع کا نقطہ اس میں سے صرف یہ واحد قاطع مشترک ٹینجنٹ ہے جس کی لکیر مرکز سے جڑتی ہے تاکہ پی کا وہ خاص نقطہ چوراہا اب دائرے کے طواف پر پڑے گا چونکہ یہ

ایک مشترک مماس ہے یہ دونوں دائروں کا مشترک مماس ہے اس کا مطلب ہے کہ یہ ہے نیز یہ لکیر دوسرے دائرے کی مماس بھی ہے اور مزید ہم دو مراکز کو جوڑنے والی سیدھی لکیر پر ہے لہذا اگر ہم بس اس لائن کو آگے بڑھائیں جس کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ p جانتے ہیں کہ یہ نقطہ

بھی 90 ڈگری ہے دوسرے دائرے کا مرکز اس لکیر پر پڑا ہے جس کی پیداوار ہمارے پاس ہے جو بنیادی طور پر ہم

c کے ساتھ جوائنٹ p تو ہم جانتے ہیں کہ دوسرے دائرے کا مرکز اس لکیر پر پڑا ہے اور دوسرے دائرے کے دوسرے کا بھی اس لائن پر مرکز ہونا ضروری ہے اور ہم جانتے ہیں کہ یہاں

وہی سیدھی لکیر جو پہلے دائرے کا مماس ہے بھی ایک مماس ہے دوسرا دائرہ لہذا دوسرے دائرے کے مرکز سے اس سیدھی لکیر کا سب سے چھوٹا یا کم از کم فاصلہ دوسرے دائرے کے مرکز سے سیدھی لکیر تک کھڑا ہونا ضروری ہے لیکن کھڑا صرف اس لکیر کے حصے کا یہ حصہ

ہے بنیادی طور پر دوسرے دائرے کے طواف پر بھی ہونا p نقطہ p سے بھی گزرتا ہے اور اس وجہ سے یہ واضح ہے کہ p ہے۔ جو

دونوں دائروں پر ہے اور یہ قاطع p قطعی طور پر کہ یہ نقطہ w ضروری ہے لہذا ہمارے پاس ایسی ہی صورتحال ہے اور اب ہم جانتے ہیں مشترک ٹینجنٹ کے دائیں طرف بھی واقع ہے اور اس لیے یہ واضح ہے کہ دونوں دائرے اب ہیں کیونکہ یہ نقطہ دونوں دائروں پر پڑا ہے یہ واضح

ہے کہ یہ نقطہ دونوں کے لیے مشترک ہے۔ دائرے اور اس لیے دونوں دائرے درحقیقت صرف اسی مقام پر چھو رہے ہیں اور وہ چھو نہیں رہے ہیں وہ ایک دوسرے کو کاٹ نہیں رہے ہیں کیونکہ اگر ان کے پاس ہوتا اگر کوئی چوراہا ہوتا

تو اس طرح کی کوئی چیز ہوتی

تو اگر ہمارے پاس یہ صورت حال ہوتی ہے

تو ہمارے پاس کوئی نہیں ہے ٹرانسورس مشترکہ ٹینجٹ

تو یہ صورت حال بنیادی طور پر اس وقت ہو گی جب ہمارے یہاں موجود چوکور مساوات کی کوئی حقیقی جڑیں نہیں ہیں

تو پہلی صورت وہ تھی جب اس کی دو اصلی جڑیں تھیں، جب اس کی دو اصلی جڑیں تھیں

تو یہ پہلی صورت تھی جہاں دو دائرے نہ تھے دوسرے منظر نامے کو چھونا اور نہ ہی ایک دوسرے کو کاٹتا وہ ہے جو ہم ابھی کر رہے تھے بالکل ایک دوسرے کو چھوتے ہوئے بالکل ایک ies جہاں اس چوکور مساوات کی صرف ایک جڑ ہے لہذا جب یہ دونوں دونوں سرک ہوتے ہیں۔ c کا دائرہ مرکز 2 نقطہ پر ایک دوسرے کو چھو رہے ہوں گے اور ان کے پاس صرف ایک ٹرانسورس مشترکہ ٹینجٹ ہوگا پھر اگر یہ دائرہ کے لیے کوئی حقیقی حل نہیں m کی طرف بڑھتا ہے جو اس صورت میں ہو سکتا ہے اس صورت میں کیا ہوگا اس مخصوص چوکور مساوات میں ہوگا اور یہی وجہ ہے کہ اس معاملے میں بھی اب کوئی ٹرانسورس مشترکہ ٹینجٹ نہیں ہوگا جو کہ دوسری صورت ہے جہاں ایک ٹرانسورس مشترکہ ٹینجٹ ہے مساوات کو تلاش کرنا بہت آسان ہے۔ اس مخصوص ٹینجٹ کا

تو ایسا ہو گا ہمیں بس دوبارہ آہ کرنا پڑے گا

تو بنیادی طور پر ہم صرف دو ٹینجٹ نہیں رکھیں گے ہمارے پاس صرف ایک ٹینجٹ ہو گا اور مساوات اس سنگل ٹرانسورس مشترکہ ٹینجٹ کی ہو

میں اس چوکور مساوات کی مساوی جڑوں کی قدر ہے m مانس گاما جہاں x میں m مانس ڈیلٹا برابر ہے y کی

کیسے فرض کریں کہ اگر ہمیں دو دائرے دیے جائیں w تو یہ صرف یہ واحد قاطع مشترکہ ٹینجٹ ہے اور یقیناً

تو ہم کہتے ہیں اور اگر ہمیں صرف ان دو دائروں کی مساوات دی جائے

تو ہمیں صرف دو دائروں کی مساوات دی جائے اور پھر ہم سے یہ معلوم کرنے کے لیے کہا جائے کہ کیا یہ حالت ایک ہے جو ہو رہی ہے یا کیا یہ

حالت دو ہے جو ہو رہی ہے

تو شرط ایک کے لیے ہم نے کہا تھا کہ مرکز کے اندر دو دائروں کے درمیان فاصلہ معلوم کریں گے

تو یہ تھا یہاں شرط ایک تھی

تو یہ صورت دو ہے اور یہ معاملہ ہے ایک جہاں دو دائرے نہ

تو ایک دوسرے کو چھو رہے تھے اور نہ ہی ایک دوسرے کو کاٹ رہے تھے اور اس معاملے میں ایک کے لیے ہم نے کہا تھا کہ اگر ہمیں دو دائروں کی مساوات دی جائے

تو اس مساوات سے ہم مرکز کے نقاط بھی تلاش کر سکتے ہیں۔ ان دو دائروں کی عمومی مساوات سے دو دائروں کے رداس کی قدر معلوم کریں

اور پھر ہم کیا کر سکتے ہیں کہ ہم دونوں مراکز کے درمیان فاصلہ تلاش کر سکتے ہیں اور اگر دونوں مراکز کے درمیان فاصلہ ہوتا ہے۔ ریڈی یا

رداس کے مجموعے یا دو دائروں کے مجموعے سے سختی سے زیادہ اگر ایسا ہوتا ہے

تو یہ واضح ہے کہ دونوں دائرے نہ

تو ایک دوسرے کو چھو رہے ہیں اور نہ ہی ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہیں لیکن اگر ایسا ہوتا ہے

ٹو کے برابر ہے اور میرا مطلب ہے کہ دائروں کی دو r ایک جمع r تو دو دائروں کے درمیان فاصلہ ہوتا ہے جس کی صورت میں دو یہ بالکل

مساوات کو دیکھتے ہوئے ہم مرکز کے نقاط کو آسانی سے تلاش کر سکتے ہیں اور اس وجہ سے ہم آسانی سے یہ فاصلہ تلاش کر سکتے ہیں لہذا

ہم اس بائیں ہاتھ کی طرف اور یقیناً اس کو تلاش کر سکتے ہیں۔ ان دائروں کی مساوات جس سے ہم ان کا رداس جانتے ہیں ہم رداس کو جوڑ سکتے

ہیں اور اگر یہ دونوں بالکل برابر ہیں

تو ہم جانتے ہیں کہ ہم اس صورت میں دو ہیں جہاں ہمارے پاس صرف ایک ٹرانسورس مشترکہ ٹینجٹ ہے لیکن یقیناً دو صور

توں میں ہمارے پاس دو براہ راست ہوں گے۔ عام ٹینجٹ اور ڈائریکٹ کوانٹم ٹینجٹ میں مساوات کو تلاش کرنا وہی ہوگا جیسا کہ ایک صورت میں

تو اب ہم تیسری صورت لے سکتے ہیں جس پر ہم پہلے ہی تھوڑی سی بات کر چکے ہیں لہذا یہ تیسری صورت وہ جگہ ہے جہاں دائرے ایک

دوسرے کو کاٹتے ہیں

تو اگر دائرے ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں

تو سب سے پہلے ہمیں کیسے پتہ چلے گا کہ وہ دراصل ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہیں

دو دو مراکز کے درمیان فاصلہ دو اور ہم دائروں کا c one c تو ہم دوبارہ ان دو دائروں کی دو مساواتیں دیں گے ہم فاصلہ تلاش کریں گے

دو سے کم ہے r ایک جمع r دو c ایک c رداس بھی تلاش کریں گے لہذا اگر

تو یہ واضح ہے کہ یہ نہ

تو ایک ہے اور نہ ہی کیس دو لیکن پھر ہمارے پاس دو ہو سکتے ہیں۔ امکانات اگر ایسا ہوتا ہے اگر ایسا ہوتا ہے

تو یہ ایک امکان ہے دوسرا امکان کچھ اس طرح کا ہو سکتا ہے

دو ہے c ایک یہاں c تو

ایک چھوٹا دائرہ ہے مرکز سی ٹو ہے یا ہمارے پاس اس قسم کی صورتحال بھی ہو سکتی c تو یہ چھوٹا دائرہ ہے اور یہ بڑا دائرہ ہے جس کا مرکز

ہے جہاں چھوٹا دائرہ اندر سے بڑے دائرے کو چھو رہا ہے

r one r تو ہم اس معاملے کو دوسرے سے کیسے الگ کر سکتے ہیں معاملات جو ہم کہہ سکتے ہیں وہ یہ ہے کہ اگر دائروں کے درمیان فاصلہ

ٹو کے مادیولس سے زیادہ ہے r minus r

تو یہ معاملہ ہونا چاہئے کیونکہ جو ہوگا وہ یہ ہے کہ ہمارے پاس کیسے ہے ہم اس تیسری صورت میں پہنچ گئے ہیں بس آپ جانتے ہیں کہ آہ

بنیادی طور پر اس چھوٹے دائرے کو اس لکیر کے ساتھ آگے بڑھا رہا ہے

تو پہلے چھوٹا دائرہ یہاں کہیں تھا

تو یہ معاملہ ایک تھا جہاں وہ ایک دوسرے کو کاٹ رہے تھے نہ چھو رہے تھے پھر چھوٹا دائرہ آیا اور ادھر کہیں اور اس پر

تو یہ معاملہ دو تھا۔ یہ معاملہ ایک تھا لہذا صورت دو میں یہ بالکل ایک نقطہ پر بڑے دائرے کو چھو رہا تھا اور پھر اگر آپ اس دائرے کو یہاں

سے یہاں اور پھر مزید آگے لے جاتے ہیں

تو یقیناً ہم تین صورت میں ہیں جہاں وہ ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہیں اور پھر اگر ہم یہاں تک کہ اسے مزید آگے بڑھائیں ہم اس معاملے میں پہنچیں

کے

تو یہاں تک کہ اگر ہم اسے مزید آگے بھی بڑھائیں

اصل میں اندر سے نیلے le تو ہم اصل میں اس معاملے پر پہنچ جائیں گے جہاں چھوٹا دائرہ کچھ اس طرح ہے لہذا اس معاملے میں چھوٹا دائرہ

r ایک ہے یہ r رنگ کے بڑے دائرے کو چھو رہا ہے لہذا یہ اسے اندرونی طور پر چھو رہا ہے لیکن اس معاملے میں اگر آپ دیکھتے ہیں کہ یہ

تو اس پانچویں صورت میں یہ واضح ہے کہ کوئی براہ راست مشترک ٹینجٹ نہیں ہوگا اور نہ کوئی ٹرانسورس مشترک ٹینجٹ ہوگا کے مسائل، اس لیے اس سوال میں ہم سے کہا ah تو اُنہیے کچھ حل کرتے ہیں۔ عام ٹینجٹ کی مساوات کو تلاش کرنے کی عادت ڈالنے کے لیے مربع ماننس چھ y مربع جمع x مربع برابر چار اور دوسرا دائرہ y مربع جمع x گیا ہے کہ دائروں میں مشترک ٹینجٹ کی تعداد تلاش کریں جو بیس کے برابر ہے y ہے ماننس اٹھ x تو یہ پہلا دائرہ مرکز کے نقاط اصل رداس پر ہے دوسرے دائرے کے لئے دو یونٹ سے مرکز تین کوما چار پر ہے اور رداس سات یونٹ ہے دونوں ٹو کے ماڈیولس کے برابر ہے جو کہ پانچ ہے r ایک ماننس r مراکز کے درمیان فاصلہ پانچ یونٹ ہے اور ہم دیکھتے ہیں کہ یہ دو یونٹوں کے درمیان فاصلہ سات ہے جو کہ پانچ ہے اور اس وجہ سے صرف ایک براہ راست مشترک ٹینجٹ ہے کوئی ٹرانسورس مشترک ٹینجٹ نہیں ہے لہذا جواب ہے یہ صرف ایک براہ راست مشترک مماس ہے تو اُنہیے براہ راست مشترک مماس کی مساوات کو جاننے کے لیے اس کو کھینچتے ہیں ایک c دو برابر دو ہیں دوسرے دائرے کا مرکز r دو ہے اور رداس c ہے جس کا مرکز $c2$ تو یہ محور محور ہے یہ پہلا دائرہ ہے یہ دائرہ اور رداس سات ہے جسے میں یہاں صرف کر رہا ہوں لیکن ظاہر ہے کہ ہم پورے دائرے کو نہیں کھینچ سکتے کیونکہ اس کا ایک بہت ہی رداس پر اندرونی طور پر چھوتے ہیں۔ ان کے پاس صرف ایک براہ p سات اگائیوں کا ہے اور جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ دونوں دائرے اس نقطہ راست مشترک ٹینجٹ ہے اور رابطہ کے نقطہ کے اس نقاط کو ہم پہلے ہی اظہار دیکھ چکے ہیں لہذا اس کا استعمال کرتے ہوئے ہمیں الفا برابر r ملے گا دو x ایک سات گنا r ملے گا

دونوں ہیں $x^2 + y^2 = 0$ $x^2 + y^2 = 1$ $x^2 + y^2 = 2$ تو یہ ہے ایک x دو گنا r دو ماننس x دونوں ہیں 0 گنا 2 اور $x^2 + y^2 = 7$ تو r ایک ماننس r دو بار x دو ماننس r ایک بار r دو ماننس افسوس r تو دو گنا تین بذریعہ دو R ایک ماننس r ایک سے y دو گنا R دو ماننس y ایک بار r کوآرڈینیٹ ہوگا y تو یہ ماننس نکلتا ہے۔ چھ ضرب پانچ اور اس نقطہ کا پانچ اب ایک بار جب ہم نقاط کو جان لیں اور ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ اس کو سیدھے رہنے دیں۔ لکیر x ماننس اٹھ کو جوڑنے والی سیدھی لکیر جب آگے پیدا ہوتی ہے 2 c اور 1 c تو مرکز سے بھی ملتی ہے جو کہ دو دائروں کے رابطے کا نقطہ ہے اور اس وجہ سے یہ ٹینجٹ اس سیدھی کے ساتھ p تو آگے پیدا ہوتی ہے اس نقطہ کو $c1$ اور $c2$ ڈگری بنائے گا۔ لائن اور اس لیے کیا اس براہ راست مشترک ٹینجٹ کی ڈھلوان کو تلاش کرنا آسان ہے کیونکہ یہ ہم لائن 90 لائن ہے اور پھر اگر آپ اسے مزید پیدا کرتے ہیں $c1$ $c2$ سے 1 c سے 2 c جوڑنے والی اس لائن سے 90 ڈگری پر ہے لہذا یہ اب اس لائن کی ڈھلوان چار ضرب تین ہے کیونکہ چار ماننس صفر کو تین ماننس صفر سے تقسیم کیا p تو یہ اس پوائنٹ پر ٹینجٹ سے ملے گا جاتا ہے لہذا ڈھلوان چار سے تین ہے اور اس وجہ سے اس لائن کی ڈھلوان کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ اگر وہاں ایک دوبارہ دو کھڑی لکیریں دو لائن پر کھڑی ہے اسے ماننس تین بانی چار ہونا c one c تو ڈھلوان کی پیداوار ماننس ون ہے اور اس وجہ سے اس لائن کی ڈھلوان جو اس ماننس الفا سے x ماننس بیٹا ہو گا جو ڈھلوان کے برابر ہے ضرب y چاہئے اور پھر مساوات کو لکھنا بہت آسان ہے کیونکہ یہ صرف جمع چھ ضرب پانچ x برابر ہے ماننس تین ضرب چار ضرب 5 x جمع 8 y تو مساوات ہے تو اس کے ساتھ ہی ہم اس لیکچر کا اختتام کرتے ہیں۔ ہم اگلے لیکچر میں اس مشترک ٹینجٹ کی مساوات کو تلاش کرنے پر کچھ اور مسائل اٹھائیں گے شکر یہ