सात वर्तुळांवरील व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, म्हणून शेवटच्या व्याख्यानात आम्ही दोन दिलेल्या वर्तुळांच्या थेट सामाईक स्पर्शिकेच्या समीकरणाची व्युत्पत्ती
पहिल्या प्रकरणात पूर्ण केली आहे जिथे वर्तुळे एकमेकांना छेदत नाहीत किंवा ते एकमेकांना स्पर्श करत नाहीत.
त्याच केसमध्ये आता आपण दोन दिलेल्या वर्तुळांना ट्रान्सव्हर्स कॉमन टॅन्जेंट्सचे समीकरण मिळवून पुन्हा सुरू करूया, म्हणून ही दोन दिलेली वर्तुळे असू द्या ज्यात c एक आणि c दोन केंद्र आहेत तर c एक हे x एक y एक समन्वय असलेल्या पहिल्या वर्तुळाचे केंद्र आहे.
c 2 हे x 2 y 2 सह निर्देशांक असलेल्या दुसऱ्या वर्तुळाचे केंद्र आहे
आणि c 1 c 2 ही दोन केंद्रांना जोडणारी रेषा समजू या जर आपल्याला आडवा सामाईक स्पर्शिका आठवली तर
ती स्पर्शिका आहे जी दोन्ही वर्तुळांसाठी सामान्य आहे परंतु ती अशी आहे वर्तुळे स्पर्शिकेच्या विरुद्ध बाजूंना असतात
त्यामुळे ही आडवा सामान्य स्पर्शिकेपैकी एक आहे कारण आपण स्पर्शिका पाहिल्यास हे वर्तुळ स्पर्शिकेच्या या बाजूला असते आणि t हे दुसरे वर्तुळ स्पर्शिकेच्या दुसऱ्या बाजूला आहे आणि आपण असे म्हणूया की हा बिंदू p आहे जो दोन केंद्रांना आडवा सामान्य स्पर्शिकेने जोडणारा सरळ रेषेच्या छेदनबिंदूचा बिंदू आहे आणि या बिंदू p मध्ये गामा आणि डेल्टा समन्वय असू द्या गॅमा आणि डेल्टा हा बिंदू a असू द्या आणि आपण म्हणू की हा बिंदू येथे बिंदू b आहे आणि आपण c एक दोन a आणि c दोन ते b मध्ये सामील होऊ या नंतर स्पष्टपणे हा कोन आणि हा कोन नव्वद अंश आहेत आणि नंतर तो पूर्वीसारखा आहे हे स्पष्ट करा की हा कोन आणि हा कोन समान आहेत म्हणून आपण दोन त्रिकोण pac एक पाहू आणि दुसरा त्रिकोण pbc दोन आहे आणि आपण काय पाहू की दोन त्रिकोण एकमेकांसारखे आहेत कारण या दोन त्रिकोणांचे तीनही कोन आहेत समान कारण सर्व प्रथम कोनांपैकी एक 90 अंश आहे आणि हा कोन आणि हा कोन देखील समान आहेत आणि म्हणून तिसरा कोन हा समान असावा आणि हा देखील समान असेल म्हणून हे दोन त्रिकोण a पुन्हा समान आपण आता
या दोन त्रिकोणांसाठी समानता गुणोत्तर लिहू शकतो आता हे अंतर r एक आहे आणि हे अंतर e ते b r दोन आहे
त्यामुळे समानतेच्या गुणोत्तरांवरून pc एक भागिले pc दोन pc एक भाग pc दोन समान असणे आवश्यक आहे r एक भागिले r2 आणि जर आपण त्यावर कार्य केले तर ही वस्तुस्थिती लक्षात घेता याचा अर्थ असा होतो की दोन वर्तुळांच्या केंद्रांना जोडणारी रेषा असलेल्या सामान्य स्पर्शिकेच्या
छेदनबिंदूचा बिंदू म्हणून हा छेदनबिंदू दोन केंद्रांना जोडणाऱ्या रेषेला वर्तुळांच्या त्रिज्येच्या गुणोत्तराने विभाजित करते म्हणजे हे समीकरण आपल्याला सांगते आणि हा भागाकार
थेट सामाईक स्पर्शिकेच्या बाबतीत अंतर्गत आहे जेथे छेदनबिंदू या सरळ रेषेला जोडणाऱ्या या सरळ रेषेला विभागत होता.
त्रिज्या च्या गुणोत्तरामध्ये बाहेरून केंद्रे आहेत
त्यामुळे येथे भागाकार आता अंतर्गत आहे येथून प्रारंभ करणे हे अगदी सोपे आहे जसे आपण या बिंदूच्या बिंदूचे समन्वय शोधणे पूर्वी केले होते.
येथे rsection म्हणून आणि तो विद्यार्थ्यांसाठी एक व्यायाम म्हणून सोडला आहे जेणेकरून कोणी दाखवू शकेल की p बिंदूचा x समन्वय गामा r एक x दोन अधिक r दोन x एक भाग r एक अधिक r दोन ने दिलेला आहे आणि y समन्वय आहे r एक y दोन अधिक r दोन y एक भागिले r एक अधिक r आता ah दिले आहे की दोन वर्तुळांच्या केंद्रांना जोडणारी रेषा असलेल्या आडवा सामान्य स्पर्शिकेच्या छेदनबिंदूच्या या बिंदूच्या समन्वयाचे हे ah मूल्य दिले तर आपण हे करू शकतो ah चे समीकरण लिहा आपण आडवा सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण लिहू शकतो म्हणून आपण असे म्हणू की या आडवा सामाईक स्पर्शिकेचा उतार m आहे आणि आपल्याला माहित आहे की तो p या बिंदूमधून गामा आणि डेल्टा गामा आणि डेल्टा समन्वयांसह जातो आणि म्हणून आपण असे म्हणू शकतो की या आडवा सामाईक स्पर्शिकेवरील कोणत्याही बिंदू xy किंवा कोणत्याही बिंदू x स्वल्पविराम y साठी आडवा सामाईक स्पर्शिकेवरील कोणत्याही बिंदूच्या x आणि y समन्वयांना हे समीकरण पूर्ण करावे लागेल जे y वजा डेल्टा समान m गुणिले x उणे ga आहे mma
त्यामुळे या आडवा सामाईक स्पर्शिकेसाठी हे सरळ रेषेचे समीकरण आहे परंतु तरीही आपल्याला माहित आहे की आपण डेल्टा आणि गॅमा वर्तुळांच्या त्रिज्या आणि दोन वर्तुळांच्या केंद्रांच्या समन्वयांच्या संदर्भात व्यक्त करू शकलो आहोत परंतु त्याचे मूल्य m हे अद्याप अज्ञात आहे आणि तेच शोधायचे आहे, जसे आपण काय केले अहो होय आपण मागील व्याख्यानात काय केले ते आपण येथून पाहिले आहे की उतार m इतका असावा की यातील किमान अंतर असावे.
ट्रान्सव्हर्स कॉमन टॅन्जेंट जी येथे ही रेषा आहे
त्यामुळे
पहिल्या वर्तुळातील एका केंद्रापासून या सरळ रेषेचे किमान अंतर r एक असले पाहिजे आणि त्याचप्रमाणे दुसऱ्या वर्तुळाच्या मध्य c दोनपासून समान सरळ रेषेचे किमान अंतर असावे.
r दोन आणि थोडासा हिशोब केल्यावर असे दिसून येईल की या दोन्ही गोष्टी एक आणि समान आहेत
त्यामुळे आपल्याला पुन्हा दोन समीकरणे मिळतील आणि जर आपण मागील लेक्चरमधील एका स्लाइडवर परत गेलो तर d दिलेल्या सरळ रेषेपासून दिलेल्या बिंदूच्या किमान अंतराचे सूत्र x शून्य y शून्य
त्यामुळे या सरळ रेषेला उतार m आहे आणि ती दिलेल्या बिंदू अल्फा बीटा मधून जाते तर त्या बाबतीत चौरस अंतर यातील चौरस किमान अंतर या सरळ रेषेतील बिंदू या अभिव्यक्तीद्वारे दिलेला आहे म्हणून आपण पुन्हा ती अभिव्यक्ती वापरणार आहोत
त्यामुळे एकच गोष्ट अशी आहे की आपल्या बाबतीत बिंदू ah जिथून आपल्याला किमान अंतर शोधायचे आहे ते पहिल्या वर्तुळाचे केंद्र आहे आणि सरळ रेषा आहे.
जे आपल्याला सरळ रेषेचे किमान अंतर शोधायचे आहे ते प्रत्यक्षात आडवा कॉमन टॅन्जेंट आहे जो या बिंदू p मधून जातो ज्याला गामा स्वल्पविराम डेल्टा निर्देशांक असतो आणि या आडवा सामान्य स्पर्शिकेला एक उतार m आहे आणि म्हणून हे किमान अंतर जे असणे

आवश्यक आहे r एक कारण अन्यथा ही रेषा पहिल्या वर्तुळाची आडवा सामाईक स्पर्शिका असणार नाही आणि म्हणून मागील लेक्चरमधील स्लाइडवरून अह येथे उजवीकडे आपल्याला किमान अंतर स्क्वेअर देते म्हणून आपल्याला फक्त x नॉट आणि y नॉटच्या जागी x वन आणि y वन आणि अल्फा आणि बीटाला गॅमा आणि डेल्टासह बदलायचे आहे
त्यामुळे आपल्याला जे मिळेल ते चौरस अंतर m मध्ये x एक वजा गॅमा आहे उणे m गुणिले x एक वजा गामा वजा y एक वजा डेल्टा चौरस वर एक अधिक m वर्ग समान r एक चौरस आणि नंतर त्याचप्रमाणे आपल्याला दुसऱ्या वर्तुळासाठी देखील समान समीकरण मिळेल पण नंतर आपण जसे होय दाखवले होते त्याप्रमाणे मागील व्याख्यानात देखील या बाबतीत आपण हे दाखवू शकतो की दुसरे समीकरण हे या समीकरणासारखेच नाही तर दुसरे समीकरण जे आपल्याला मिळणार आहे ते दुस-या वर्तुळासाठी ah आहे जे हे समीकरण r दोन चौरसाच्या समान आहे परंतु नंतर ते असे दाखवले जाऊ शकते की ही दोन एकच नसून एकच आहेत आणि म्हणून फक्त एका समीकरणाने पुढे जातील आणि जेव्हा आपण हे समीकरण सोडवू तेव्हा आपल्याला पुन्हा एक द्विघाती समीकरण मिळेल जे m मध्ये द्विघात आहे.
याचा अर्थ असा की दोन मुळे असतील वास्तविक दोन्ही वास्तविक मूल्यवान मुळे असतील आणि म्हणून
ट्रान्सव्हर्स कॉमन टॅन्जेंटसाठी दोन भिन्न समीकरणे मिळतील, म्हणून जर आपण ah केले तर तेच आपण मागील व्याख्यानात ah मिळवले होते
म्हणून मुळे m एक करू द्या स्वल्पविराम m दोन ची दोन मुळे मी हे समीकरण तीन समीकरणातून निर्माण होणाऱ्या द्विघात समीकरणांपैकी तीन आहे असे म्हणू आणि नंतर खऱ्या ट्रान्सचे समीकरण सामान्य स्पर्शिका होते म्हणून दोन समीकरणे एक असतील y वजा डेल्टा समान असेल m ला एक गुणिले x वजा गामा आणि दुसरे समीकरण y वजा डेल्टा समान m दोन पट x वजा गामा असेल आणि विशेष म्हणजे मी येथे दुसरा आडवा कॉमन टॅन्जेंट काढतो
त्यामुळे दुसरी ट्रान्सव्हर्स कॉमन टॅन्जेंट देखील p मधून जाईल आणि हे स्पष्ट आहे कारण जर आपण येथे पहिला बिंदू p हा गॅमा स्वल्पविराम डेल्टा पाहिला तर तो या सरळ रेषेवर तसेच या str वर आहे हे दिसून येईल.
आठ रेषा आणि म्हणून बिंदू p दोन्ही स्पर्शिकेवर आहे म्हणून पुढील केस जेव्हा दोन वर्तुळे
एकमेकांना स्पर्श करतात तेव्हा बाहेरून स्पर्श करतात असे म्हणा की ते एकमेकांना छेदत नाहीत परंतु ते एका बिंदूवर एकमेकांना स्पर्श करतात म्हणून काय घडले ते लक्षात ठेवूया मागील प्रकरणात मागील प्रकरणात वर्तुळे स्पर्श करत नाहीत किंवा एकमेकांना छेदत नाहीत आणि नंतर आपल्याकडे दोन थेट सामाईक स्पशरिषा आणि दोन आडवा स्पशरिषा आहेत तसेच वर्तुळाच्या केंद्रांना जोडणारी रेषा असलेल्या ट्रान्सव्हर्स टाईम कॉमन टॅन्जेंटच्या छेदनबिंदूचा हा बिंदू होता.
आता जर आपण हे वर्तुळ पहिल्या वर्तुळाच्या दिशेने या रेषेने केंद्रांना जोडून पुढे जाण्यास सुरुवात केली तर असे अपेक्षित आहे की उदाहरणार्थ c2 केंद्र असलेले हे छोटे वर्तुळ जर c2 केंद्रस्थानी हलवले तर आपण येथे हा बिंदू सांगू या.
वर्तुळ c दोन दुसरे वर्तुळ असे असेल आणि आपण असे म्हणूया की हा नवीन बिंदू c दोन प्राइम आहे, तर अशा स्थितीत आपण पाहतो की आडवा कॉम स्पर्शिका वर अशा बनतात आणि मग हा छेदनबिंदू आहे जो अजूनही रेषेवर आहे जोडणे अद्याप वर्तुळाच्या केंद्रांना जोडणाऱ्या रेषेवर असेल परंतु आपण पाहू लागतो की दोन आडवा सामाईक स्पर्शिका त्यांच्यामधील कोन कोणता आहे कोन म्हणून पूर्वी आपल्याकडे हा कोन होता आणि आता कोन कमी झाला आहे आणि जसजसे आपण पुढे जाऊ तसतसे आपण सांगूया की आपण काय अपेक्षा करतो तो क्षण जेव्हा हे लहान वर्तुळ पहिल्या वर्तुळाला स्पर्श करते तेव्हा आपण अपेक्षा करतो की या दोन स्पर्शिका कदाचित एकच बनतील.
एक एकल आडवा सामाईक स्पर्शिका म्हणजे अह हे पाहण्यासाठी की आह जर आपण पहिल्या केसकडे परत गेलो तर एकही परत जाऊ शकतो
आणि विशेषत: जेव्हा आपण दोन आडवा सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण काढत होतो तेव्हा आमच्याकडे हे विशिष्ट द्विघात समीकरण होते आणि आम्ही म्हणालो की उतारासाठी दोन ah मुळे ah m एक आणि m दोन असे दोन समीकरण असेल पण नंतर आपण जे पाहू शकतो ते असे आहे की जर आपण ते आता काढू.

जेव्हा दुसरे वर्तुळ पहिल्या वर्तुळाला स्पर्श करते तेव्हा त्या बाबतीत आपल्याकडे दोन समान मुळे असतील
त्यामुळे या चतुर्भुज समीकरणाला दोन समान मुळे असतील म्हणजे फक्त एक आडवा सामाईक स्पर्शिका असेल
त्यामुळे हे स्पष्टपणे पाहण्यासाठी जेव्हा आपण बिंदू p चे समन्वय लक्षात ठेवले तर तो गॅमा स्वल्पविराम डेल्टा होता जिथे गॅमा आणि डेल्टा ही दोन समीकरणे दिली गेली होती आणि जर आपण हे विशिष्ट द्विघात समीकरण उघडले तर थोडेसे सोपे केले तर आपल्याला हे द्विघात समीकरण मिळते.
आपल्याला मिळेल ते m चौरस मध्ये r 1 चौरस वजा 1 वजा गामा संपूर्ण चौरस अधिक 2 m मध्ये x 1 वजा गामा मध्ये y 1 वजा डेल्टा अधिक r 1 वर्ग वजा y 1 वजा डेल्टा चौरस हे शून्याच्या समान आहे म्हणून हे द्विघात समीकरण आहे जे आपल्याला येथून मिळेल ते आपल्याला फक्त येथे घ्यावे लागेल आणि नंतर फक्त अटींमध्ये फेरबदल करावे लागतील आणि आपल्याला हेच मिळेल म्हणून हा मुद्दा p तर आता हे आपण कोणत्या स्थितीत आहे ते पाहू या ड्रॅटिक समीकरणाची समान मुळे असणार आहेत
त्यामुळे भेदभाव 0 असेल आणि भेदभाव 4 मध्ये x 1 वजा गामा संपूर्ण वर्गात y 1 y 1 वजा डेल्टा संपूर्ण वर्ग वजा 4 गुणा r 1 वर्ग वजा असेल तरच त्याची मुळे समान असतील x एक वजा गामा संपूर्ण चौरस गुणा r एक चौरस वजा y एक वजा डेल्टा संपूर्ण वर्ग आणि आपल्याला हे शून्य असणे आवश्यक आहे, जर स्पर्शिकेच्या आडवा सामान्य स्पर्शिकेच्या छेदनबिंदूचा गामा आणि डेल्टा समन्वय साधला तरच हे समीकरण पूर्ण होईल असे घडते की फक्त एक आडवा सामाईक स्पर्शिका असेल परंतु जर आपण हे आणखी सोपे केले तर पहिल्या वर्तुळाची त्रिज्या शून्य नसल्यामुळे
आपल्याला r 1 वर्ग मिळेल
त्यामुळे ही स्थिती r सारखीच आहे.

1 चौरस म्हणजे x 1 वजा गॅमा पूर्ण चौरस अधिक y1 वजा डेल्टा संपूर्ण चौरस पण हे काय सांगत आहे आणि जर तुम्हाला हे अंतर आठवत असेल तर हे अंतर काही नसून बिंदूमधील अंतर आहे.

s हा बिंदू p होता म्हणून हा येथे p बिंदू आहे म्हणून हे अंतर काहीही नाही पण p आणि मध्यभागी c एक इतका चौरस आहे तर pc एक चौरस आहे

त्यामुळे मूलत: याचा अर्थ असा आहे की त्यात फक्त एक आडवा सामाईक स्पर्शिका असेल फक्त जर आणि फक्त जर आणि फक्त जर pc एक r एक असेल तर याचा अर्थ असा की या दोन विहिरीच्या छेदनबिंदूमधील अंतर आता या प्रकरणात आपल्याकडे फक्त एक स्पर्शिका आहे जेव्हा आपल्याकडे फक्त एक सामाईक असते तेव्हा त्या स्पर्शिकेच्या छेदनबिंदूचा बिंदू दोन वर्तुळांना जोडणारी रेषा अशी आहे की पहिल्या वर्तुळाच्या केंद्रापासून त्या बिंदूचे अंतर r आहे याचा अर्थ असा होतो की हा बिंदू प्रत्यक्षात त्याच्यावर आहे पहिले वर्तुळ हे पहिल्या वर्तुळाच्या परिघावर आहे

त्यामुळे आपण जे दाखवले आहे ते असे की आपल्याकडे फक्त एक आडवा सामाईक स्पर्शिका असेल फक्त त्या स्थितीत जेथे त्या सामान्य टँगचा छेदनबिंदू असेल उह सह ent म्हणून त्या विशिष्ट सामान्य स्पर्शिकेच्या छेदनबिंदूचा बिंदू दोन वर्तुळांच्या केंद्रांना सरळ रेषेने जोडतो जेणेकरून छेदनबिंदू p हा बिंदू वर्तुळाच्या परिघावर तंतोतंत स्थित असेल म्हणून pc एक r one च्या समान असेल आणि ही आडवा सामाईक स्पर्शिका आहे म्हणून

जेव्हा आपल्याकडे फक्त एकच मूळ असते किंवा मुळात दोन्ही मुळे समान असतात तेव्हा फक्त एक आडवा सामाईक स्पर्शिका असते, त्या परिस्थितीत आपल्याकडे फक्त एक आडवा सामाईक स्पर्शिका असते आणि त्या स्थितीत आपण पाहिले की छेदनबिंदू यापैकी फक्त ही एकल आडवा सामाईक स्पर्शिका आहे ज्याची रेषा मध्यभागी जोडली जाते जेणेकरून छेदनबिंदू p चा विशिष्ट बिंदू

आता वर्तुळाच्या परिघावर असेल कारण ही एक सामान्य स्पर्शिका आहे ही दोन्ही वर्तुळांची सामाईक स्पर्शिका आहे याचा अर्थ असा होतो की हे आहे तसेच ही रेषा दुसऱ्या वर्तुळाची स्पर्शिका देखील आहे आणि पुढे आपल्याला माहित आहे की हा बिंदू p दोन केंद्रांना जोडणाऱ्या सरळ रेषेवर आहे म्हणून जर आपण फक्त ही रेषा पुढे काढा म्हणजे हा कोन देखील ९० अंश आहे दुस-या वर्तुळाचे केंद्र या रेषेवर कुठेतरी असले पाहिजे म्हणून आपल्याला माहित आहे की दुसऱ्या वर्तुळाचे केंद्र या रेषेवर असले पाहिजे ज्याचे उत्पादन आपण मूलतः p सह c एक संयुक्त आहे आणि आपण ते पुढे वाढवले आहे आणि दुसऱ्या वर्तुळाच्या दुस-या वर्तुळाचे केंद्र देखील या रेषेवर असले पाहिजे आणि आपल्याला माहित आहे की येथे हीच सरळ रेषा जी पहिल्या वर्तुळाची स्पर्शिका आहे ती देखील स्पर्शिका आहे.

दुसरे वर्तुळ म्हणून दुसऱ्या वर्तुळाच्या

मध्यापासून या सरळ रेषेचे सर्वात लहान किंवा किमान अंतर हे दुसऱ्या वर्तुळाच्या केंद्रापासून सरळ रेषेपर्यंत लंब असले पाहिजे परंतु लंब ही रेषाखंडाचा हा भाग आहे.

जो p मधून देखील जातो आणि म्हणून हे स्पष्ट आहे की p हा बिंदू p आहे मुळात दुसऱ्या वर्तुळाच्या परिघावर देखील स्थित असणे आवश्यक आहे

म्हणून आपली अशी परिस्थिती आहे आणि आता आपल्याला माहित आहे w तंतोतंत की हा बिंदू p दोन्ही वर्तुळांवर आहे आणि तो आडवा सामाईक स्पर्शिकेवर देखील आहे आणि म्हणून हे स्पष्ट आहे की दोन्ही वर्तुळे आता आहेत कारण हा बिंदू दोन्ही वर्तुळांवर पडला आहे हे स्पष्ट आहे की हा बिंदू दोन्हीसाठी समान आहे वर्तुळे आणि म्हणून दोन्ही वर्तुळे प्रत्यक्षात फक्त याच बिंदूला स्पर्श करत आहेत आणि ते स्पर्श करत नाहीत ते छेदत नाहीत कारण जर त्यांना असे काहीतरी छेदनबिंदू असेल तर जर अशी परिस्थिती असेल तर आमच्याकडे ही परिस्थिती असेल तर आम्ही काहीही करू शकत नाही ट्रान्सव्हर्स कॉमन टॅन्जेंट म्हणून ही परिस्थिती मुळात तेव्हा घडेल जेव्हा आपल्याकडे येथे असलेल्या द्विघात समीकरणाला कोणतीही वास्तविक मुळे नसतात

त्यामुळे पहिली केस जेव्हा त्याला दोन वास्तविक मुळे होती तेव्हा ती दोन वास्तविक मुळे होती तेव्हा ती पहिली केस होती जिथे दोन वर्तुळे नाहीत दुस-या परिस्थितीला स्पर्श करणे किंवा छेदणे हे आपण आत्ताच करत होतो जेथे या द्विघात समीकरणाचे फक्त एकच मूळ आहे

त्यामुळे जेव्हा असे घडते तेव्हा हे दोन्ही मंडल les एका बिंदूवर एकमेकांना तंतोतंत स्पर्श करत असतील आणि त्यांच्याकडे फक्त एक आडवा कॉमन टॅन्जेंट असेल मग पुढे जर हे वर्तुळ c 2 चे वर्तुळ केंद्र c 1 कडे सरकले तर या प्रकरणात काय होईल? या विशिष्ट द्विघात समीकरणामध्ये m साठी कोणतेही वास्तविक समाधान नसतील आणि म्हणूनच या प्रकरणात

देखील आडवा सामाईक स्पर्शिका असणार नाही.

या विशिष्ट स्पर्शिकेचे म्हणजे ते असे होईल की आपल्याला फक्त पुन्हा आह करावे लागेल म्हणून मुळात आपल्याला फक्त दोन स्पर्शिका नसतील आपल्याजवळ फक्त एक स्पर्शिका असेल आणि समीकरण या एकल आडवा सामान्य स्पर्शिकेचे असेल y वजा डेल्टा समान असेल m मध्ये x वजा गामा जेथे m हे m मधील त्या द्विघात समीकरणाच्या समान मुळांचे मूल्य आहे

त्यामुळे ही फक्त एकल आडवा सामान्य स्पर्शिका आहे आणि अर्थातच w कसे e समजा जर आपल्याला दोन वर्तुळे दिली गेली तर आपण म्हणूया आणि जर आपल्याला फक्त त्या दोन वर्तुळांचे समीकरण दिले असेल तर आपल्याला फक्त दोन वर्तुळांचे समीकरण दिले जाईल आणि मग ती स्थिती एक आहे की नाही हे शोधण्यास सांगितले जाईल.

ही अट दोन आहे की होत आहे म्हणून पहिल्या स्थितीसाठी आम्ही सांगितले होते की दोन वर्तुळांमधील अंतर मध्यभागी सापडेल म्हणून हे होते म्हणून ही स्थिती एक होती, तर ही स्थिती दोन आहे आणि ही स्थिती आहे एक जेथे दोन वर्तुळे एकमेकांना स्पर्श करत नाहीत किंवा छेदत नाहीत आणि या प्रकरणात एक म्हणून आम्ही असे म्हटले होते की जर आपल्याला दोन वर्तुळांचे समीकरण दिले तर त्या समीकरणावरून आपण केंद्राचे समन्वय देखील शोधू शकतो.

या दोन वर्तुळांच्या सामान्य समीकरणावरून दोन वर्तुळांच्या त्रिज्याचे मूल्य शोधा आणि मग आपण काय करू शकतो ते म्हणजे दोन केंद्रांमधील अंतर शोधू शकतो आणि जर दोन केंद्रांमधील अंतर असेल तर

त्रिज्येच्या बेरीज किंवा त्रिज्या किंवा दोन वर्तुळांच्या बेरीजपेक्षा काटेकोरपणे जास्त असल्यास असे घडल्यास हे स्पष्ट होईल की दोन वर्तुळे एकमेकांना स्पर्श करत नाहीत किंवा छेदत नाहीत परंतु असे झाल्यास दोन वर्तुळांमधील अंतर दोन हे r एक अधिक r दोन च्या बरोबर आहे आणि मला असे म्हणायचे आहे की वर्तुळांचे दोन समीकरण दिल्यास आपण केंद्राचे समन्वय सहज शोधू शकतो आणि म्हणून आपण

हे अंतर सहजपणे शोधू शकतो म्हणून आपण ही डाव्या बाजूस शोधू शकतो आणि अर्थातच येथून ज्या वर्तुळांचे समीकरण आपल्याला त्यांची त्रिज्या माहित आहे त्यामध्ये आपण त्रिज्या जोडू शकतो आणि जर ही दोन्ही अगदी समान असतील तर आपल्याला माहित आहे की आपण दोन केसमध्ये आहोत जिथे आपल्याकडे फक्त एक आडवा सामाईक स्पर्शिका आहे परंतु अर्थातच दोन बाबतीत आपल्याकडे अद्याप दोन थेट असतील सामान्य स्पर्शिका आणि थेट क्वांटम स्पर्शिकेतील समीकरण शोधणे हे
एक बाबतीत समान असेल तर आता आपण तिसरे केस घेऊ शकतो ज्याची आपण आधीच थोडी चर्चा केली आहे म्हणून ही तिसरी केस जिथे वर्तुळे एकमेकांना छेदतात अशा प्रकारे
जर वर्तुळे एकमेकांना छेदतात तर प्रथम आपण हे कसे शोधू की ते प्रत्यक्षात एकमेकांना छेदत आहेत म्हणून आपण पुन्हा या दोन वर्तुळांची दोन समीकरणे देऊ आपण अंतर c एक c शोधू.
 दोन दोन केंद्रांमधील अंतर आणि आपण वर्तुळांची त्रिज्या देखील शोधू म्हणून जर c एक c दोन r एक अधिक r दोन पेक्षा कमी असेल तर हे स्पष्ट आहे की ते केस एक किंवा केस दोन नाही पण नंतर आपल्याकडे दोन असू शकतात जर असे घडले तर शक्यता ही एक शक्यता आहे दुसरी शक्यता असे काहीतरी असू शकते म्हणून c एक येथे c दोन आहे तर हे लहान वर्तुळ आहे आणि हे मोठे वर्तुळ आहे मोठ्या वर्तुळाचे केंद्र c एक लहान वर्तुळ आहे केंद्र c दोन आहे किंवा आपल्याकडे अशी परिस्थिती देखील असू शकते जिथे लहान वर्तुळ मोठ्या वर्तुळाला आतून आतून स्पर्श करत आहे,
मग आपण या केसला इतरांपेक्षा वेगळे कसे करू शकतो
केसेस आपण असे म्हणू शकतो की जर वर्तुळांमधील अंतर r एक वजा r दोन च्या मापांकापेक्षा जास्त असेल तर ते हे केस असले पाहिजे कारण जे होईल ते असे आहे की आपण या तिसऱ्या केसकडे कसे पोहोचलो आहोत फक्त तुम्हाला माहित आहे की हे लहान वर्तुळ या रेषेने हलवत आहे म्हणून आधी लहान वर्तुळ इथे कुठेतरी होते म्हणून ही केस एक होती जिथे ते एकमेकांना छेदत नव्हते आणि स्पर्श करत नव्हते मग लहान वर्तुळ आले आणि कुठेतरी इकडे तिकडे आणि इथे तर हे प्रकरण दोन होते ही केस एक होती म्हणून दोन बाबतीत ते फक्त एका बिंदूवर मोठ्या वर्तुळाला स्पर्श करत होते आणि नंतर जर तुम्ही हे वर्तुळ येथून इकडे आणि नंतर पुढे नेले तर नक्कीच आपण तीन बाबतीत आहोत जिथे ते एकमेकांना छेदत आहेत आणि नंतर जर आपण अगदी पुढे हलवा आपण या प्रकरणात पोहोचू म्हणजे आपण ते आणखी पुढे नेले तरीही आपण प्रत्यक्षात या प्रकरणात पोहोचू जिथे लहान वर्तुळ असे काहीतरी आहे म्हणून या प्रकरणात लहान वर्तुळ le हे खरेतर आतून निळ्या रंगाच्या मोठ्या वर्तुळाला स्पर्श करत आहे
 त्यामुळे ते त्याला आतून स्पर्श करत आहे परंतु या प्रकरणात जर तुम्हाला हे r एक हे आर दोन आहे असे दिसले तर हे मुळात हे प्रकरण आहे म्हणून जर आपण ही केस घेतली तर हे r आहे 1 आणि हे r 2 आहे किंवा जर आपण ते वेगळे काढू शकलो तर हे एक लहान वर्तुळ केंद्र c एक c दोन आहे म्हणून हे r एक आहे आणि हे r दोन आहे म्हणून या दोन केंद्रांमधील अंतर r एक वजा r दोन आहे आणि आपण फक्त एक मॉड्युलस घ्या कारण अर्थातच येथे आपण r एक r 2 पेक्षा मोठा आहे असे गृहीत धरत आहोत परंतु ते उलट असू शकते म्हणून आपल्याला मॉड्यूलस घ्यावे लागेल म्हणून जर ते जर लहान वर्तुळ आले तर तुम्हाला माहिती आहे मध्यभागी c2 जवळ येत राहते जोपर्यंत हे प्रकरण घडत नाही तोपर्यंत हे प्रकरण घडते तोपर्यंत हे प्रकरण घडते तेव्हा आमच्याकडे c1 c2 हे r एक वजा r दोन च्या मोडच्या बरोबरीचे असते जर अंतर c एक c दोन मोठे असेल तर यापेक्षा जर ते या मूल्यापेक्षा मोठे असेल तर हे मंडळ स्पष्ट आहे ई अंतर्गत स्पर्श करत नाही हे लहान वर्तुळ आहे लहान वर्तुळ असे काहीतरी आहे म्हणून हे असे आहे की आपल्याकडे आता हे वर्तुळ आहे आणि या प्रकरणात जेथे दोन केंद्रांमधील अंतर सर्व प्रथम r पेक्षा कमी आहे अधिक r दोन पण ते r एक आणि r दोन मधील परिपूर्ण फरकापेक्षा मोठे आहे, अशा परिस्थितीत आपल्याकडे काय असेल ते असे आहे की दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदत असतील तर ते असे काहीतरी असेल जेणेकरून ते एकमेकांना छेदत असतील अगदी दोन बिंदूंवर आणि अर्थातच या प्रकरणात मग काय होईल की तेथे कोणतेही ट्रान्सव्हर्स कॉमन टॅन्जेंट नसतील कारण असे होईल की दोन्ही मुळे अवास्तविक
होतील परंतु तरीही आपल्याकडे दोन थेट सामाईक स्पर्शिका असतील ज्यांचे समीकरण असू शकते केस एक मध्ये वापरलेल्या पद्धतींचा वापर करून पुन्हा सापडले आणि नंतर अर्थातच आपल्याकडे अशी केस आहे जिथे दोन वर्तुळे एकमेकांना अंतर्गत स्पर्श करणार आहेत म्हणून जर आपण लहान वर्तुळाचे केंद्र हलविले तर वर्तुळ ah c one च्या अगदी जवळ आहे मग पूर्वीच्या केसमध्ये इतक्या आधी आपल्याकडे ही केस 2 होती जिथे लहान वर्तुळाचे केंद्र असे होते की केंद्रांमधील अंतर r 1 अधिक r 2 होते आणि नंतर आम्ही हे वर्तुळ a हलवले त्याच रेषेने थोडे जवळ आले की केंद्रे जोडली जातात
 त्यामुळे वर्तुळ मध्यभागी या बिंदूवर आले आणि वर्तुळ नंतर काहीतरी असे होते हे लहान वर्तुळ असे काहीतरी होते आणि हे केंद्र बनले म्हणून हे प्रकरण आहे हे प्रकरण तीन आहे आपण आधीच पाहिले आहे की ते एकमेकांना छेदत आहेत आणि दोन वर्तुळे दोन भिन्न बिंदूंना छेदतात आणि नंतर जर आपण या मंडळाचे केंद्र c2 त्याच रेषेने c1 कडे अशा रीतीने हलवले की ते दुसऱ्या वर्तुळाला स्पर्श करतात.
  प्रथम वर्तुळ आंतरीक आहे
 त्यामुळे आपल्याला याचा अर्थ काय आहे दुसऱ्या वर्तुळात मुळात केंद्र c2 आहे अशा प्रकारे हे केंद्र c2 आहे अशा प्रकारे हे लाल वर्तुळ लहान वर्तुळ आणि मोठे निळे या बिंदूला e वर्तुळ स्पर्श करा म्हणजे हा बिंदू p आहे आणि अर्थातच हे तेव्हाच घडेल जेव्हा c 1 c 2 हा r एक आणि r दोनमधील परिपूर्ण फरकाच्या समान असेल कारण हा r एक आहे n हा r दोन केंद्रस्थानी आहे ही अट पूर्ण होईपर्यंत लहान वर्तुळ पहिल्या वर्तुळाच्या मधोमध जवळ येते आणि ज्या क्षणी ही अट पूर्ण होते त्या क्षणी आपण स्पष्टपणे पाहू शकतो की दुसरे वर्तुळ पहिल्या मोठ्या वर्तुळाला संपर्काच्या या एकाच बिंदूवर अंतर्गत स्पर्श करते.
  p आणि त्या बाबतीत एक सामान्य स्पर्शिका आहे तेथे फक्त एक सामान्य स्पर्शिका आहे आणि ही थेट सामाईक स्पर्शिका आहे म्हणून असे आहे म्हणून या प्रकरणात कोणतीही आडवा सामाईक स्पर्शिका असणार नाही फक्त एक असेल तेथे फक्त एक अद्वितीय थेट सामाईक असेल स्पर्शिका आणि ज्याचे समीकरण शोधणे फार कठीण नाही म्हणून मुळात आपल्याला पुन्हा पहिल्या लेक्चरमध्ये पाहिलेल्या थेट सामान्य स्पर्शिकेचे विश्लेषण वापरावे
लागेल.
 प्रथम केस म्हणजे जर तुम्हाला ही स्लाइड आठवत असेल तर ही स्लाइड केस एकसाठी

थेट सामाईक स्पर्शिकेचा उतार m शोधण्यासाठी आहे जिथे दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदत नाहीत किंवा ते एकमेकांना स्पर्श करत नाहीत अशा परिस्थितीत आम्हाला एक समीकरण मिळाले होते m मध्ये चतुर्भुज जेव्हा आपण म्हटलो की दोन मुळे असतील पण या चौथ्या प्रकरणात या चौथ्या प्रकरणात जेव्हा वर्तुळांमधील अंतर त्रिज्यामधील परिपूर्ण फरक असेल तेव्हा प्रत्यक्षात काय होईल ते म्हणजे या द्विघात समीकरणाला फक्त एकच मूळ असेल एकच वास्तविक मूळ फक्त एकच वास्तविक मूळ असेल ज्याचा मुळात अर्थ असा होतो की फक्त एकच प्रत्यक्ष सामाईक स्पर्शिका असेल आणि ज्याचे समीकरण सहज शोधता येईल
त्यामुळे या बिंदूचे समन्वय अल्फा आणि बीटा असतील
त्यामुळे अल्फाचे मूल्य
त्यामुळे हे अल्फाचे मूल्य आहे आणि बीटा कॅनचे मूल्य सारखेच असेल
त्यामुळे अल्फा r 1 x 2 वजा r 2 x 1 बाय r 1 वजा r 2 असेल आणि बीटा r एक y असेल दोन वजा r दोन y एक वर r एक वजा r दोन आणि नंतर एकदा आपल्याला ah कळले की या बिंदूचे हे ah कोऑर्डिनेट्स जाणून घ्या या विशिष्ट थेट सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण y वजा बीटा हे m मध्ये x वजा अल्फा इतके असेल कारण आपल्याला माहित आहे की हा बिंदू थेट सामाईक स्पर्शिकेवर असेल आणि m चे मूल्य असू शकते m वरून n चे मूल्य मिळेल हे द्विघात समीकरण सोडवून m चे मूल्य मिळेल ज्यात समान मुळे असतील
त्यामुळे दोन्ही मुळे वास्तविक असतील आणि या प्रकरणात चार समान आहेत जेथे दोन वर्तुळे एकमेकांना अंतर्गत स्पर्श करत आहेत आणि अर्थातच या प्रकरणात कोणतेही आडवा सामाईक स्पशरेषा नसतील
त्यामुळे ट्रान्सव्हर्स कॉमन टॅनिजची संख्या शून्य असेल आणि नंतर लहान वर्तुळाच्या मध्यभागी असे म्हणूया.
हे दुसरे वर्तुळ c one च्या अगदी जवळ सरकते आणि अर्थातच शेवटचे केस म्हणजे जेव्हा दुसऱ्या वर्तुळाचे केंद्र पहिल्या वर्तुळाच्या केंद्राच्या इतक्या जवळ जाते त्याच रेषेने आपण ज्या रेषेत होतो त्याच रेषेने पूर्वीची प्रकरणे म्हणून आम्ही या रेषेवरील दुसऱ्या वर्तुळाचे केंद्र c one च्या जवळ आणि जवळ हलवत होतो
त्यामुळे आमच्याकडे असे होते की जेव्हा वर्तुळे एकमेकांना स्पर्श करत होती तेव्हा ही केस दोन होती आणि नंतर ही केस तीन होती जेव्हा ते एकमेकांना छेदत होते आणि तेव्हा दोन वर्तुळे एकमेकांना आतील बाजूने स्पर्श करत असताना आपल्याकडे केस चार होती आणि नंतर जर आपण केंद्र आणखी पुढे सरकवले तर आपल्याकडे अशी केस असू शकते जिथे c दोन दुसऱ्या वर्तुळाचे केंद्र येथे आहे हे दुसरे वर्तुळ आहे परंतु नंतर दोन केंद्रे इतकी जवळ आहेत की c एक c दोन त्रिज्यामधील त्रिज्यामधील परिपूर्ण फरकापेक्षा कमी आहेत
म्हणून या प्रकरणात आपण पाहू शकतो की दोन वर्तुळे एकमेकांना छेदत नाहीत किंवा एकमेकांना स्पर्श करत नाहीत आणि दुसरे वर्तुळ पूर्णपणे आहे पहिल्या वर्तुळाच्या आत म्हणून ही पाचवी केस आहे म्हणून या पाचव्या केसमध्ये हे स्पष्ट आहे की कोणतीही थेट सामाईक स्पर्शिका असणार नाही आणि कोणतीही आडवा सामाईक स्पर्शिका असणार नाही म्हणून आपण काही सोडवू.
सामान्य स्पर्शिकेची समीकरणे शोधण्याची सवय होण्यासाठी ah ला समस्या येतात
म्हणून या प्रश्नात आपल्याला x चौरस अधिक y चौरस चार आणि दुसरे वर्तुळ x चौरस अधिक y वर्ग वजा सहा x या वर्तुळातील सामान्य स्पर्शिकेची संख्या शोधण्यास सांगितले आहे.
वजा आठ y बरोबर चोवीस तर हे पहिले वर्तुळ केंद्राचे समन्वय मूळ त्रिज्यामध्ये दोन एकके आहे दुसऱ्या वर्तुळासाठी केंद्र तीन स्वल्पविराम चारवर आहे आणि त्रिज्या सात एकके आहे दोन केंद्रांमधील अंतर पाच एकके आहे आणि आपण पाहतो की हे r एक वजा r दोन च्या मॉड्युलसच्या बरोबरीचे आहे जे पाच आहे म्हणून हे अगदी तंतोतंत प्रकरण चार आहे ज्याबद्दल आपण काही मिनिटे आधी चर्चा करत होतो, जेव्हा केंद्रांमधील अंतर त्रिज्यामधील परिपूर्ण फरकाच्या बरोबरीचे असते तेव्हा याचा मुळात अर्थ असा आहे की दोन वर्तुळे एकमेकांना अंतर्गत स्पर्श करत आहेत आणि म्हणून तेथे फक्त एक थेट सामाईक स्पर्शिका आहे तेथे कोणतेही आडवा सामाईक स्पर्शिका नाहीत
त्यामुळे उत्तर आहे थ ere ही फक्त एक थेट सामाईक स्पर्शिका आहे म्हणून आपण हे काढू या थेट सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण शोधण्याचा प्रयत्न करा म्हणजे हा समन्वय अक्ष आहे हे पहिले वर्तुळ आहे हे वर्तुळ c2 आहे ज्याचे केंद्र c दोन आणि त्रिज्या r दोन समान आहेत इतर वर्तुळाचे केंद्र c एक आणि त्रिज्या सात आहे जे मी येथे काढत आहे परंतु स्पष्टपणे आपण संपूर्ण वर्तुळ काढू शकत नाही कारण त्याची त्रिज्या सात एकके आहे आणि आपण पाहू शकता की ही दोन वर्तुळे
p या बिंदूवर अंतर्गत स्पर्श करतात म्हणून त्यांच्याकडे फक्त एक थेट सामाईक स्पर्शिका आहे संपर्क बिंदूचा हा निर्देशांक आपण आधीच अभिव्यक्ती पाहिली आहे
त्यामुळे आपल्याला r एक सात गुणिले x दोन च्या समान अल्फा मिळेल म्हणजे हे x 2 y 2 आहे x 1 y 1 म्हणून x 2 y 2 हे दोन्ही 0 आहेत
त्यामुळे x 2 आणि y 2 दोन्ही 0 7 वेळा x दोन वजा r दोन वेळा x एक म्हणून दोन वेळा तीन बाय r दोन वजा r एक वेळा x दोन वजा r दोन वेळा x एक r एक वजा r दोन
त्यामुळे हे वजा बाहेर येते सहा बाय पाच आणि या बिंदूचा y समन्वय असेल r एक गुणा y दोन वजा r दोन पट y एक r एक वजा r दोन वजा आठ बाय पाच आता एकदा आपल्याला समन्वय कळला आणि आपल्याला हे देखील कळले की हे सरळ असू द्या रेषा म्हणजे केंद्र c 1 आणि c 2 ला जोडणारी सरळ रेषा पुढे निर्माण झाल्यावर पुढे निर्माण केल्यावर
p हा बिंदू देखील पूर्ण करेल जो दोन वर्तुळांचा संपर्क बिंदू आहे आणि म्हणून आणि पुढे ही स्पर्शिका या सरळ सह 90 अंश करेल रेषा आणि म्हणून या थेट सामाईक स्पर्शिकेचा उतार शोधणे सोपे आहे कारण ही रेषा c1 आणि c2 ला जोडणाऱ्या या रेषेच्या 90 अंशांवर आहे म्हणून ही c 1 ते c 2 पर्यंतची c 1 c 2 रेषा आहे आणि नंतर जर तुम्ही ते पुढे निर्माण केले तर ते स्पर्शिका या बिंदूला भेटेल
p आता या रेषेचा उतार चार बाय तीन आहे कारण चार वजा शून्य भागिले तीन वजा शून्य
त्यामुळे उतार चार बाय तीन आहे आणि म्हणून या रेषेचा उतार आहे कारण आम्हाला माहित आहे की जर तेथे अ पुन्हा दोन लंब रेषा असतील तर उताराचा गुणाकार वजा एक आहे आणि म्हणून या रेषेचा उतार जो या c one c दोन रेषेला लंब आहे तो उणे तीन बाय

चार असावा आणि नंतर समीकरण लिहिणे खूप सोपे आहे कारण ते फक्त y उणे बीटा असेल जो उताराच्या समान असेल x उणे अल्फाने गुणाकार केला तर y अधिक 8 बाय 5 हे समीकरण वजा तीन बाय चार पट x अधिक सहा बाय पाच असे समीकरण आहे, त्यामुळे आपण हे व्याख्यान संपवतो पुढील व्याख्यानात आम्ही या सामान्य स्पर्शिकेचे समीकरण शोधण्यासाठी आणखी काही समस्या घेऊ.

धन्यवाद