वर्तुळांवरील सहाव्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, या व्याख्यानात आपण सामान्य स्पर्शिकेच्या दोन वर्तुळांच्या व्युत्पत्तीवर चर्चा करणार आहोत पण ते सुरू करण्याआधी आपण शेवटच्या व्याख्यानात कव्हर करू शकलेल्या विषयांपैकी एक विषय संपवू या.
दिलेल्या वर्तुळासाठी दिग्दर्शकाचे वर्तुळ म्हणून ओळखल्या जाणाऱ्या एखाद्या गोष्टीच्या व्याख्येशी संबंधित आहे,
म्हणून समजा की आपल्याकडे ओ येथे काही केंद्र आणि काही त्रिज्या असलेले वर्तुळ आहे म्हणून एक वर्तुळ दिले आहे म्हणून हे वर्तुळ आपल्याला दिले आहे आणि मग आपण विचार करूया.
या वर्तुळाच्या दोन स्पर्शिकेच्या छेदनबिंदूवर असलेल्या सर्व बिंदूंचे स्थान जे 90 अंशांनी छेदले आहे , उदाहरणार्थ आपण या बिंदूवर स्पर्शिका म्हणू या आणि नंतर आपल्याला या वर्तुळाच्या दुसऱ्या स्पर्शिकेचा विचार करावा लागेल जो लंब असेल ही पहिली स्पर्शिका आहे म्हणून आपण असे म्हणू या की येथे आपल्याकडे आणखी एक स्पर्शिका आहे म्हणून आपण या सामान्यशी लंब बांधीव रेषा बनवू म्हणजे ही दुसरी स्पर्शिका आहे आणि आपण असे म्हणू या या दोन स्पर्शिका 90 अंशांवर भेटतात तर आपल्याला या छेदनबिंदूंच्या स्थानामध्ये स्वारस्य आहे
म्हणून या दोन स्पर्शिकेचा समान वर्तुळाला छेदणारा बिंदू आहे
परंतु स्पर्शिका प्रत्येकास 90 अंशांवर लंबवत असावी.
इतर हा बिंदू p असू द्या म्हणजे अशा सर्व बिंदूंचे स्थान आणि आपण तपासू शकतो की अशा सर्व बिंदूंचे स्थान प्रत्यक्षात एक वर्तुळ बनवणार आहे कारण आपल्याकडे या बिंदू p सारखा कोणताही बिंदू इथे असेल तर स्पष्टपणे स्पष्टपणे हा कोन 90 अंश आहे कारण ही पहिली स्पर्शिका आहे त्याचप्रमाणे हा कोन देखील 90 अंश आहे अधिक आपल्याला असे दिले आहे की या दोन स्पर्शिका 90 अंशांवर भेटत आहेत
त्यामुळे स्पष्टपणे आपण या चौकोनाकडे पाहिल्यास oqpsoqps आपण या चौकोनाकडे पहाल तर या चौकोनाचे तीन कोन येथे आहेत नव्वद अंश आहेत
त्यामुळे नैसर्गिकरित्या चौथा देखील नव्वद अंश असावा आणि म्हणून हा चतुर्भुज एकतर आयत किंवा चौरस असू शकतो परंतु नंतर आपण पाहतो की os आणि oq दोन्ही आपल्याला दिलेल्या पहिल्या वर्तुळाच्या त्रिज्याइतके आहेत
आणि म्हणून हे स्पष्ट आहे की oq ps हा एक चौरस असणे आवश्यक आहे,
त्यामुळे याचा अर्थ असा होतो की हे अंतर देखील r आणि समान आहे.

त्यामुळे o पासून या बिंदू p पर्यंतचे अंतर हे
r च्या दोन पट r च्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचे असेल तर असा कोणताही बिंदू p म्हणून आपण आणखी दोन स्पर्शरेषा बनवू शकतो जे एकमेकांना लंब आहेत आणि उदाहरणार्थ आपल्याकडे आणखी दोन स्पर्शरेषा असू शकतात.
आपण या बिंदूवर स्पर्शिका असे म्हणू या आणि नंतर आपल्याला आणखी एक स्पर्शिका असणे आवश्यक आहे जी या स्पर्शिकेला लंब असेल तर आपण येथे या बिंदूवर स्पर्शिका म्हणू या म्हणजे या दोन स्पर्शिका 90 अंशांवर भेटतात आणि जर आपण असेच विश्लेषण केले तर जसे की आपण या बिंदूसाठी काय केले p या बिंदूला c म्हणून संबोधू या, जर आपण असेच विश्लेषण केले तर आपल्याला हे देखील दिसेल की हा पुन्हा r च्या बरोबरीचा बाजूचा वर्ग होईल आणि पुन्हा हे अंतर oc आहे.
च्या बरोबरीने होणार आहे 2 गुणिले r चे वर्गमूळ जेथे r ही दिलेल्या वर्तुळाची त्रिज्या आहे
त्यामुळे आपण असे पाहतो की असा कोणताही बिंदू जो दोन स्पर्शिकेच्या छेदनबिंदूवर आहे जो नव्वद अंशांनी छेदत आहे
त्यामुळे असा कोणताही बिंदू निश्चित अंतरावर असेल दिलेल्या वर्तुळाच्या केंद्रापासून वर्गमूळाचे दोन पट r आणि म्हणून अशा सर्व बिंदूंचे स्थान हे दुसरे वर्तुळ आहे कारण हीच मुळात वर्तुळाची व्याख्या होती कारण प्रत्येक बिंदू दोन स्पर्शिकेच्या छेदनबिंदूवर असतो जे 90 अंशांनी छेदतात
त्यामुळे प्रत्येक बिंदू दिलेल्या वर्तुळाच्या केंद्रापासून एका ठराविक अंतरावर असणार आहे आणि म्हणून हे वर्तुळ जे अशा सर्व बिंदूंचे स्थान आहे त्या वर्तुळाला निर्देशक वर्तुळ असे म्हणतात.
निर्देशक वर्तुळाचे केंद्र हे दिलेल्या वर्तुळाच्या केंद्रासारखेच आहे हे आपण पाहू शकतो, म्हणजे हे पहिले निरीक्षण आहे की दिलेल्या वर्तुळाचे संचालक वर्तुळाचे केंद्र समान आहे.

दिलेल्या वर्तुळाच्या मध्यभागी एक निरीक्षण आहे आणि दुसरे निरीक्षण आहे की
डायरेक्टर वर्तुळाची त्रिज्या दिलेल्या वर्तुळाच्या त्रिज्येच्या दुप्पट वर्गमूळ आहे,
म्हणून आपण डायरेक्टर वर्तुळावरील ही चर्चा पुढे संपवू.
दिलेल्या कोणत्याही दोन वर्तुळांच्या सामाईक स्पर्शिकांबद्दल बोला पण ते करण्याआधी एक छोटासा परिणाम आहे जो कदाचित मागील व्याख्यानांपैकी एकामध्ये समाविष्ट केला गेला असता पण आम्ही ते पुन्हा इथे आणतो कारण आमच्या विश्लेषणामध्ये आम्ही हा निकाल वापरणार आहोत.

त्यामुळे त्याचा परिणाम असा आहे की मुळात असे म्हटले आहे की जर आपल्याकडे येथे सरळ रेषा असेल तर
उतार m आहे आणि जो अल्फा बीटा या बिंदूमधून जातो
आणि मग आपल्याकडे दुसरा बिंदू x naught y naught आहे आणि आपल्याला विचारलेला प्रश्न द्यायचा आहे चौरस अंतराची अभिव्यक्ती या बिंदूचे किमान चौरस अंतर x या सरळ रेषेवरील कोणत्याही बिंदूपासून शून्य आणि शून्य नाही, हे स्पष्ट आहे की आपल्याला हायस्कूल पासून माहित आहे शोर चाचणी अंतर किंवा सर्वात लहान अंतर हे मुळात या बिंदूपासून सरळ रेषेपर्यंतचे लंब आहे जे हा लंब आहे आणि या लंबाचे हे क्वाड अंतर आहे म्हणून या बिंदूपासून या सरळ रेषेपर्यंत या रेषाखंडाचे चौरस अंतर या सूत्राद्वारे दिले जाते.

आपण दोन वर्तुळांमधील सामाईक स्पर्शिकांबद्दल बोलू या, तर आपण असे म्हणू की येथे नक्कीच अनेक केसेस आहेत, म्हणून आपण येथे कोणतीही दोन वर्तुळे काढू या, जेव्हा दोन वर्तुळे एकमेकांना स्पर्श करत नाहीत किंवा ते एकमेकांना छेदत नाहीत तेव्हा ही परिस्थिती आहे.
ही केंद्रे c एक c दोन असू द्या मग आपण पाहू शकतो की प्रत्यक्षात चार स्पर्शरेषा आहेत तर दोन स्पर्शिका म्हणजे चार सामाईक स्पर्शिका, तर आपल्याला सामान्य स्पर्शिकेचा अर्थ काय आहे याचा अर्थ समान सरळ रेषा दोन्हीची स्पर्शिका आहे वर्तुळ उदाहरणार्थ आपण ही सरळ रेषा म्हणू या म्हणजे मी काढलेली ही सरळ रेषा या दोन्ही पहिल्या वर्तुळाची स्पर्शिका आहे
त्यामुळे ही सरळ रेषा ही स्पर्शिका आहे या बिंदूवरील पहिले वर्तुळ आणि तीच सरळ रेषा ही या बिंदूवर असलेल्या दुसऱ्या वर्तुळाची स्पर्शिका आहे, म्हणून या सरळ रेषेला या दोन्ही वर्तुळांना सामाईक स्पर्शिका म्हणतात,
म्हणून आपण येथे आणखी एक सामान्य स्पर्शिका काढू शकतो.
दोन स्पर्शरेषांना प्रत्यक्ष सामाईक स्पर्शिका म्हणतात परंतु या दोन व्यतिरिक्त आपल्याकडे अजून दोन स्पर्शिका असतील ज्यांना आडवा स्पर्शिका म्हणतात आणि त्या अशा आहेत कारण आपण पाहू शकतो की ही लाल रेषा या बिंदूवर पहिल्या वर्तुळांची स्पर्शिका आहे आणि तीच हीच लाल रेषा या बिंदूवर या दुसऱ्या वर्तुळाची स्पर्शिका आहे
त्यामुळे थेट सामाईक स्पर्शिकेच्या बाबतीत दोन्ही वर्तुळे स्पर्शिकेच्या एका बाजूला आहेत हे आपल्याला दिसले तर आपल्याला माहीत आहे की कोणतीही सरळ रेषा पृष्ठभागाला दोन भागांमध्ये विभाजित करते.
एक अर्धा भाग सरळ रेषेच्या या बाजूला आहे उदाहरणार्थ आपण ही सरळ रेषा घेऊ आणि उरलेला अर्धा सरळ रेषेच्या दुसऱ्या बाजूला आहे, दोन्ही c थेट सामाईक स्पर्शिकेच्या बाबतीत.
स्पर्शरेषेच्या एका बाजूला ircles असतात एक सरळ रेषेतील स्पर्शिकेच्या एका बाजूला असतात त्याचप्रमाणे ही अशी स्पर्शिका आहे ज्यासाठी दोन्ही वर्तुळे तिच्या एका बाजूला आहेत अशा स्पर्शिकेच्या प्रकाराला प्रत्यक्ष सामाईक स्पर्शिका म्हणतात
त्यामुळे हा हिरवा रंग थेट कार्बन स्पर्शिकेपैकी एक आहे कारण दोन्ही वर्तुळे या सरळ रेषेवर किंवा खाली आहेत त्याचप्रमाणे ही दुसरी हिरवी स्पर्शिका देखील थेट सामाईक स्पर्शिका आहे कारण दोन्ही वर्तुळे
या सरळ रेषेच्या वर किंवा एका बाजूला आहेत परंतु याच्या बाबतीत लाल स्पर्शिका ही लाल स्पर्शिका या पृष्ठभागाला दोन भागांमध्ये विभाजित करते, एक ही बाजू आहे आणि दुसरा हा भाग आहे आणि लाल स्पर्शिकेच्या बाबतीत आपण पाहू शकतो की हे मोठे वर्तुळ या बाजूला आहे आणि लहान वर्तुळ विरुद्ध बाजूला आहे.
तर अशा स्पर्शिका ज्यासाठी दोन वर्तुळे स्पर्शिकेच्या एकाच बाजूवर नसतात त्याला आडवा सामाईक स्पर्शिका म्हणतात
त्यामुळे ही देखील एक सामाईक स्पर्शिका आहे कारण ही सरळ रेषा दोन्ही व्या स्पर्शिकेची आहे.
e वर्तुळे परंतु नंतर वर्तुळे स्पर्शिकेच्या विरुद्ध बाजूस असतात
त्यामुळे तेथे आणखी एक um आडवा सामाईक स्पर्शिका असेल जी अशी आहे म्हणून या पहिल्या प्रकरणात एकूण चार सामाईक स्पर्शिका असतील त्यापैकी दोन थेट आणि इतर दोन अनुप्रस्थ आहेत म्हणून या व्याख्यानाच्या पुढील भागात आपण
या चारही थेट सामाईक काळाची समीकरणे कशी काढायची ते पाहू आणि या सामाईक स्पर्शिकेच्या छेदनबिंदूचे निर्देशांक देखील कसे काढायचे ते पाहू या समीकरणाच्या व्युत्पत्तीपासून सुरुवात करूया .
या पहिल्या केससाठी थेट सामाईक स्पर्शिका म्हणून ही दोन वर्तुळे असू द्या मध्य c एक आणि केंद्र c दोन c एक मध्ये समन्वय x एक y एक c दोन आहेत x दोन y दोन आणि म्हणून पहिल्याची त्रिज्या द्या केंद्र c असलेले वर्तुळ एक r एक असेल आणि दुस-या वर्तुळाचे केंद्र c सह r दोन असेल तर आपण असे कसे समजू की आपल्याला दिले तर आपण आहोत म्हणजे समजा की वर्तुळे भूमितीय नाहीत काढलेले आणि आपल्याला जे दिले आहे ते फक्त या दोन वर्तुळांची त्रिज्या आणि वर्तुळांच्या या केंद्रांचे समन्वय सांगू या मग केस हे कसे तपासायचे ते कसे तपासायचे की केस एकमेकांना छेदणारे आणि स्पर्श न करणारे दोन आहेत.
वर्तुळे यासाठी आपल्याला हे समजणे फार कठीण नाही की जर दोन केंद्रांमधील सरळ रेषेतील अंतर असेल तर जर दोन केंद्रांमधील अंतर असेल तर जर दोन केंद्रांमधील अंतर ही अभिव्यक्ती असेल तर त्रिज्येच्या बेरजेपेक्षा जास्त म्हणजे ही स्थिती आहे की नाही हे आपण सहजपणे तपासू शकतो आणि ही स्थिती घडते की नाही हे आपण पाहू शकतो तर हे स्पष्ट आहे कारण जर आपण असे म्हणू की आपण केंद्रांना एका सरळ रेषेने जोडतो तर हे अंतर आर एक आहे.
इथून इथपर्यंत आणि हे अंतर r दोन इतके आहे की दोन वर्तुळे स्पर्श करत नसतील आणि छेदत नसतील तर हे स्पष्ट आहे की दोन केंद्रांमधील एकूण अंतर किती असेल r एक अधिक r दोन अधिक काहीतरी अधिक असू द्या कारण दोन वर्तुळांना स्पर्शही होत नाही किंवा ते एकमेकांना छेदतही नाहीत
त्यामुळे स्पष्टपणे असे घडते तेव्हा हे खरे असले पाहिजे आणि त्याउलट जर अंतर r एक अधिक r दोन पेक्षा जास्त असेल तर ते हे देखील सूचित करते की ते एकमेकांना स्पर्श करत नाहीत किंवा ते एकमेकांना छेदत नाहीत म्हणून आपण ही पहिली केस घेऊ या जिथे आपल्याकडे दोन छेदन न होणारी आणि स्पर्श न करणारी वर्तुळे आहेत म्हणून समजू या की ही दोन वर्तुळे आहेत म्हणून एकाला केंद्र आहे एकाला केंद्र आहे c दोन, c एक आणि c दोन चे समन्वय x एक y एक nx दोन y दोन असू द्या या उदाहरणासाठी r एक r दोन पेक्षा मोठा आहे या उदाहरणासाठी आता आपण या सामाईक स्पर्शिकेचा विचार करू या म्हणून या थेट सामाईक स्पर्शिकेचा संपर्क बिंदू अ बिंदूवर आणि संपर्काचा बिंदू किंवा thi जेथे प्रथम वर्तुळ b या दोन्हींशी आहे.
s थेट सामाईक स्पर्शिका दुसऱ्या वर्तुळाला स्पर्श करते तो बिंदू b असू द्या म्हणजे हा a आहे b स्पष्टपणे हे कोन 90 अंश आहेत आणि आपण वर्तुळाच्या दोन केंद्रांना जोडणारी सरळ रेषा विचारात घेऊ या ती स्पष्टपणे पुढे वाढवू या रेषा एखाद्या बिंदूवर थेट सामाईक स्पर्शिकेला छेदणार आहे ज्याचे निर्देशांक आपण अल्फा स्वल्पविराम बीटा द्वारे दर्शवितो म्हणून आपले पहिले काम p अल्फा स्वल्पविराम बीटा या बिंदूचा समन्वय शोधणे आहे आणि नंतर आपल्याला या थेट सामान्य स्पर्शिकेचे समीकरण सापडेल.
आता हा r एक आहे आणि हा r दोन आहे आता वर्तुळाच्या दोन केंद्रांमधील हे अंतर मी l एक ने दर्शवू आणि या बिंदू p आणि दुसऱ्या वर्तुळाचे केंद्र c दोन मधील अंतर l दोन असू द्या.

आपण पाहतो की
pbc दोन जो हा त्रिकोण आहे तो त्रिकोण pac one सारखा आहे आणि याचे कारण असे आहे की या दोन त्रिकोणांचे तीनही कोन म्हणजे pbc दोन आणि pac एक हे दोन्ही tr कोनांना समान तीन कोन असतात कारण आपण पाहू शकता की एक कोन 90 अंश आहे हा कोन या कोनाच्या बरोबरीचा आहे आणि पुढे हे स्पष्ट आहे की हा कोन दोन्ही त्रिकोणांसाठी देखील समान आहे आणि म्हणून या दोन्ही त्रिकोणांचे दोन कोन समान आहेत.
तिसरा कोन घर देखील सारखाच असावा आणि या दोन त्रिकोणांसाठी आता तिन्ही कोन सारखेच असल्यामुळे हे दोन्ही त्रिकोण सारखेच आहेत आणि म्हणून समानता गुणोत्तरांवरून आणि समानतेच्या गुणोत्तरांवरून ते pc एक लांबी pc एक असे खालीलप्रमाणे आहे.
मोठ्या त्रिकोणाचा भाग संबंधित बाजूच्या लांबीचा pc दोन लहान त्रिकोणाच्या समान आहे म्हणून pc एक pc दोन ने r एक r दोन आता pc एक काहीही नसून l एक अधिक l दोन भागिले pc दोन म्हणजे l दोन जे एक अधिक l एक l दोन द्वारे l एक आहे आणि तो r एक r दोन आहे म्हणून n एक l दोन वर r एक वजा r दोन r दोन वर म्हणजे l दोन समान आहे l एक ला r दोन भागिले r एक मिनिट sr दोन आणि l एक आम्हाला आधीच माहित आहे कारण आम्हाला दोन केंद्रांचे समन्वय आम्हाला दिलेले आहेत,
त्यामुळे येथून आम्हाला
या बिंदू p चे समीकरण शोधता आले पाहिजे कारण हा बिंदू p वर पडलेला आहे.
c1 c2 ला जोडणारी सरळ रेषा खालीलप्रमाणे आहे की बीटा वजा y1 ला अल्फा मायनस x1 ने
भागल्यास हा या रेषेचा उतार आहे pc1 रेषेचा उतार pc1 हा आहे आणि तो उतार c 1 c 2 रेषेच्या उतारासारखा आहे कारण तरीही ती एकच रेषा आहे आणि रेषा c 1 चा उतार आणि रेष c 1 c 2 चा उतार आहे आणि हे खरेतर pc दोन रेषेच्या उताराच्या समान आहे जे अल्फा वजा x वर बीटा वजा y दोन आहे 2 तर आता आपण शोधण्याचा प्रयत्न करू जेणेकरून आपल्याला येथे l 1 च्या दृष्टीने l 2 आधीच मिळाले आहे.
आता येथून आपण जे पाहतो ते असे की हे अंतर l दोन समान आहे म्हणून l दोन चौरस हे बीटा वजा y2 च्या बरोबरीचे आहे असे म्हणूया.
संपूर्ण स्क्वेअर अधिक अल्फा वजा x2 संपूर्ण स्क्वेअर जे मी पुढील स्लाइडवर घेईन तसेच मागील स्लाइडमध्ये स्लाइड आमच्याकडे होती l 2 चौरस म्हणजे बीटा उणे y 2 पूर्ण चौरस अधिक अल्फा उणे x 2 पूर्ण चौरस जो समान आहे मी अल्फा वजा x 2 पूर्ण चौरस घेईन या बाहेर एक अधिक बीटा वजा y दोन पूर्ण वर्ग अल्फा वजा ने गुणाकार केला आहे x दोन पूर्ण चौरस पण बीटा उणे y दोन भागिले अल्फा वजा x दोन हे दोन वर्तुळांच्या केंद्रांना जोडणाऱ्या या सरळ रेषेचा उतार काहीही नाही जे येथे या परिमाणाच्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपण येथे मूल्याने बदलू शकतो.
याचा अर्थ असा होतो की l दोन चौरस हा अल्फा वजा x दोन पूर्ण चौरस मध्ये एक अधिक y दोन वजा y एक पूर्ण चौरस वर x 2 वजा x 1 पूर्ण चौरस आहे परंतु नंतर या समीकरणावरून आपल्याला आधीच माहित आहे की l 2 चौरस हा l 1 वर्ग r 2 आहे चौरस बाय r एक वजा r दोन पूर्ण चौरस म्हणून जर आपण हे वापरले तर आपण हे समान l एक चौरस r दोन चौरस बाय r एक वजा r दोन चौरस जे आता l एक चौरस l एक मधील अंतर आहे दोन वर्तुळांची केंद्रे म्हणजे l एक चौरस आहे म्हणून हा r दोन चौरस होतो r एक वजा r दोन पूर्ण चौरस मध्ये l एक चौरस y दोन वजा y एक पूर्ण वर्ग अधिक x दोन वजा x एक संपूर्ण चौरस म्हणून हे आणि ही अभिव्यक्ती समान आहेत आणि मग आपण पाहू शकतो की आपण करू शकतो हे येथे सामान्य भाजक म्हणून घ्या आणि नंतर काहीतरी असेल जे आहे आणि मग आपण काय म्हणून या डाव्या बाजूला ही संपूर्ण गोष्ट अल्फा वजा x दोन पूर्ण चौरस बाय x दोन वजा x एक पूर्ण चौरस x दोन वजा x एक म्हणून लिहिता येईल.
संपूर्ण वर्ग अधिक y दोन वजा y एक संपूर्ण वर्ग पण ही संपूर्ण गोष्ट याच्या बरोबरीची आहे जी या अभिव्यक्तीद्वारे गुणाकार केली जाते ती या सारखीच असते आणि मग नक्कीच आपण पाहतो की हे आणि हे समान आहेत म्हणून आपण काय समाप्त करतो मिळवणे म्हणजे अल्फा वजा x दोन म्हणजे r दोन बाय r एक वजा r दोन ते x दोन वजा x एक आणि जर आपण ते सोपे केले तर आपल्याला अल्फाचे मूल्य x दोन अधिक r दोन मध्ये x दोन वजा x एक असे मिळेल r एक वजा r दोन ने भागले जे r एक x दोन आहे वजा r दोन x एक भागिले r एक वजा r दोन म्हणजे अल्फा हे लक्षात ठेवा अल्फा हा या थेट सामान्य स्पर्शिकेसह वर्तुळाच्या केंद्रांना जोडणाऱ्या सरळ रेषेच्या छेदनबिंदूच्या या बिंदूचा x समन्वय होता
त्याचप्रमाणे आपण बीटा शोधू शकतो आणि ते सोपे आहे कारण आपण ही समानता येथे वापरू शकतो कारण अल्फा आता आपल्याला सहजपणे बीटा शोधू शकतो आणि थोडेसे फेरफार केल्याने आपल्याला r 1 y 2 वजा r 2 y 1 भागिले r एक वजा r दोन समान बीटा मिळतो म्हणून आता आपल्याकडे आहे या बिंदूचे p चे निर्देशांक पण आमचे अंतिम ध्येय या थेट सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण शोधणे हे होते, मग आपण ते कसे मिळवू शकतो
त्यामुळे अर्थातच एक गोष्ट म्हणजे आपल्याला माहित आहे की ही स्पर्शिका या बिंदूवर आहे ज्याचे समन्वय आहेत ओळखले जाते म्हणून जर या थेट सामाईक स्पर्शिकेवर y बिंदू x स्वल्पविराम असेल तर आपण म्हणू शकतो की y उणे बीटा वर x उणे अल्फा म्हणजे x उणे अल्फा वर y उणे बीटा हा या थेट सामाईक स्पर्शिकेचा उतार असेल.
आणि तो उतार m सारखा असू द्या म्हणून आता जर आपल्याला या थेट सामाईक स्पर्शिकेचा उतार माहित असेल तर आपण या थेट सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण शोधणे पूर्ण केले आहे कारण हे थेट सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण आहे परंतु आत्ता m माहित नाही आम्हाला कसे सापडेल m अल्फा आणि बीटा येथे ज्ञात आहेत परंतु m हे माहित नाही की आपण काय पाहतो ते आहे आणि येथेच आपण पहिल्या काही स्लाइड्सवर पाहिलेला पहिला परिणाम जो एका बिंदूपासून सर्वात कमी अंतरावर होता .
दिलेली सरळ रेषा
त्यामुळे इथेच हा परिणाम अतिशय उपयुक्त ठरणार आहे कारण आपण येथे जे पाहतो ते असे की पहिल्या वर्तुळाच्या केंद्रापासून या स्पर्शिकेचे सर्वात कमी अंतर r एक आहे आणि दुसऱ्या वर्तुळाच्या केंद्रापासून r दोन आहे.

त्यामुळे m चे मूल्य असे असले पाहिजे की यातील सर्वात लहान अंतर असेल कारण जर m भिन्न असेल तर या दोन वर्तुळांमधील सर्वात लहान अंतर r एक आणि r दोन असू शकत नाही परंतु आम्हाला माहित आहे की ही थेट सामान्य स्पर्शिका आहे जर तुम्ही येथे हा कोन नव्वद अंश आहे हे पहा म्हणजे हे अंतर r एक हे
या थेट सामाईक स्पर्शिकेपासून या केंद्रातील क एकचे सर्वात लहान अंतर आहे आणि त्याचप्रमाणे दुसऱ्या वर्तुळाच्या केंद्र c दोन आणि ही थेट सामाईक स्पर्शिका यामधील सर्वात लहान अंतर r दोन आहे.
पण m असा असावा की जर आपण उतार अशा प्रकारे बदलला तर अंतर r 1 आणि r 2 होणार नाही, म्हणजे मी हे करू शकलो असतो, उदाहरणार्थ, जर माझ्याकडे उतार असेल तर मी करू शकलो असतो.
नंतर माझ्याकडे अशी सरळ रेषा असेल जी अल्फा बीटा मधून जात असली तरी ही काळी रेषा देखील अल्फा बीटा मधून जाते पण नंतर वर्तुळापासून या काळ्या रेषेचे सर्वात कमी अंतर समान नसते कारण ही विशिष्ट काळी रेषा या दोन वर्तुळांना स्पर्शही करत नाही याचा अर्थ या दोन वर्तुळांच्या केंद्रापासून या काळ्या रेषेपर्यंतचे सर्वात कमी अंतर स्पष्टपणे r 1 आणि r 2 असणार नाही कारण जर ते r 1 आणि r 2 असेल तर ते आहे.
स्पष्ट करा की ही काळी रेषा थेट असली पाहिजे ती दोन्ही वर्तुळांची एक सामान्य स्पर्शिका असावी म्हणून आपण ते m च्या संदर्भात काही समीकरण मिळविण्यासाठी वापरू आणि नंतर हे m सोडवण्याचा प्रयत्न करू, म्हणून आपण हे तथ्य वापरू.
आपण या आकृतीत पुन्हा मागे जाऊ मग प्रथम पहिले समीकरण ज्याचे m समाधान केले पाहिजे ते म्हणजे या विशिष्ट सरळ रेषेचे अंतर x one y one या बिंदूपासून r one च्या बरोबरीचे असले पाहिजे
त्यामुळे आम्हाला स्वारस्य आहे म्हणून जर आपण येथे परत आलो तर आपल्याकडे मुळात एक बिंदू आहे जो x one y one सह निर्देशांक असलेल्या c वन वर्तुळाचे केंद्र होते आणि तेथे ही थेट सामान्य स्पर्शिका होती ज्याचे समीकरण होते ज्याचे समीकरण y वजा बीटा होते किंवा मुळात ही विशिष्ट स्पर्शिका एका बिंदू अल्फा बीटामधून जात होती.
अल्फा बीटा मधून जाणाऱ्या c one पासून या सामान्य स्पर्शिकेपर्यंतच्या सर्वात लहान अंतराची अभिव्यक्ती r एक असणे आवश्यक आहे म्हणून आता सर्वात लहान अंतर हे सूत्र वापरून मोजले जाऊ शकते जे आम्हाला माहित आहे की आम्ही आधीच साई केले आहे d की उतार m आहे
त्यामुळे सर्वात लहान अंतर m गुणिले x एक वजा अल्फा वजा y एक वजा बीटा संपूर्ण चौरस बाय एक अधिक m चौरस असेल तर हे चौरस अंतर आहे म्हणून हे r एक चौरस इतके असावे म्हणून हे ही पहिली अट आहे की या m ने पूर्ण करणे आवश्यक आहे जे म्हणजे ही अभिव्यक्ती या बिंदू x1 y1 मधील सर्वात कमी अंतरासाठी आहे जी पहिल्या वर्तुळाचे केंद्र आहे आणि या थेट सामाईक स्पर्शिकेची किंवा उलट m उतार असलेली आणि a मधून जाणारी ही सरळ रेषा आहे.
बिंदू अल्फा बीटा म्हणजे आमच्याकडे एक सरळ रेषा आहे ज्याचा उतार m आहे आणि या बिंदूतून जाणारा अल्फा बीटा आहे म्हणून आम्ही हे अंतर मोजले आहे आणि अंतराची अभिव्यक्ती ही डाव्या हाताची आहे परंतु ती प्रत्यक्षात r च्या समान असणे आवश्यक आहे म्हणून हे चौरस अंतर आहे म्हणून ah ही सरळ रेषा अ ही थेट सामाईक स्पर्शिका होण्यासाठी सर्वात लहान अंतर r एक बरोबर असणे आवश्यक आहे आणि म्हणून वर्ग अंतरासाठी ही अभिव्यक्ती ce हे r एक चौरस बरोबर असले पाहिजे आणि आपल्याला दुसऱ्या वर्तुळासाठी समान समीकरण मिळेल कारण तीच सरळ रेषा दुसऱ्या वर्तुळाची स्पर्शिका आहे,
त्यामुळे आपल्याला ही दोन समीकरणे मिळतील म्हणून हे पहिल्यासाठी आहे वर्तुळ आणि हे आता दुसऱ्या वर्तुळासाठी आहे जर आपण हे समीकरण सोपे करण्याचा प्रयत्न केला तर प्रत्यक्षात ही दोन्ही समीकरणे एकच आहेत आणि मला असे म्हणायचे आहे कारण आणि तो मुद्दा पाहण्यासाठी एखाद्याला त्याचे थोडे उत्सुकतेने निरीक्षण करावे लागेल
कारण जर आपण हे पुन्हा लिहिण्याचा प्रयत्न केला तर आपण ते x 2 वजा अल्फा पूर्ण चौरस मध्ये लिहू शकतो म्हणून मी दुसरे समीकरण m वजा y दोन वजा बीटा x दोन वजा अल्फा पूर्ण वर्ग r दोन चौरस मध्ये पुन्हा लिहित आहे किंवा त्याऐवजी आपण ते भाजकात असू शकता आणि हे समान गोष्ट m वजा y दोन वजा बीटा बाय x दोन वजा अल्फा पूर्ण वर्ग बाय एक अधिक m वर्ग समान r दोन वर्ग बाय x दोन वजा अल्फा पूर्ण चौरस म्हणून लिहिता येईल आणि म्हणून आपण पहिल्या समीकरणासह तीच गोष्ट करण्याचा प्रयत्न करू.
n म्हणजे आमच्याकडे आहे म्हणून हे आह आमच्याकडे आहे म्हणून मी म्हणेन दोन अविभाज्य म्हणजे दोन मधून आपल्याला दोन प्राइम अगदी सहज मिळू शकतात त्याचप्रमाणे पहिल्या समीकरणातून 1 अविभाज्य मिळेल फक्त ते केल्याने तुम्हाला माहित आहे की फक्त x 1 वजा अल्फा काढणे येथे m वजा y 1 वजा बीटा ओव्हर x एक वजा अल्फा पूर्ण वर्ग बाय एक अधिक m वर्ग r एक चौरस बाय x एक वजा अल्फा पूर्ण वर्ग आहे म्हणून हे एक अविभाज्य आहे आणि दोन अविभाज्य होते म्हणून हे समीकरण दोन अविभाज्य होते दोन अविभाज्य होते आता जर आपण काही स्लाइड्स मागे गेलो तर आपल्याला माहित आहे की हा x 1 y 1 हा बिंदू c 2 x 2 y 2 आहे आणि नंतर आपल्याकडे अल्फा बीटा आहे म्हणून आपल्याला आधीच माहित आहे की y 1 उणे आहे beta
so y1 उणे बीटा वर x1 उणे अल्फा जे हे प्रमाण आहे ते दुसरे काहीही नाही या रेषेचा उतार वर्तुळाच्या दोन केंद्रांना जोडणारा आहे आणि त्याचप्रमाणे तो उतार म्हणजे y2 उणे बीटा बाय x2 वजा अल्फा हे प्रमाण आहे कारण हे समान सरळ रेषेत एक आहे
त्यामुळे t चा उतार या रेषेच्या तुकड्याच्या उतारातील त्याचा रेषाखंड सारखाच आहे म्हणून या दोन परिमाण मूलत: एकच आहेत आणि जर ते इथूनही स्पष्ट असेल तर
हे आणि हे सारखेच आहेत म्हणून आपण जे पाहतो ते या दोन्ही समीकरणांमध्ये एक आहे.
आणि येथे दोन डाव्या बाजूची बाजू सारखीच आहे आता उजव्या बाजूचे काय? असे दिसून आले की उजवीकडील बाजू देखील सारखीच आहे कारण जर आपण आठवले तर जर आपण समान त्रिकोणांकडे परत गेलो तर आपल्याला ते आर दिसेल.
एक बाय आर दोन हे pc 1 बाय pc 2 च्या बरोबरीचे आहे.
म्हणून जर तुम्हाला आठवत असेल की r 1 बाय r 2 म्हणजे pc 1 बाय pc 2 म्हणजे r एक स्क्वेअर बाय r दोन स्क्वेअर

म्हणजे pc एक स्क्वेअर बाय pc दोन स्क्वेअर आता pc एक स्क्वेअर pc 1 स्क्वेअर आहे
त्यामुळे pc 1 स्क्वेअर x 1 वजा अल्फा संपूर्ण स्क्वेअर अधिक y एक वजा बीटा संपूर्ण स्क्वेअर वर pc दोन स्क्वेअर म्हणजे x दोन वजा अल्फा पूर्ण स्क्वेअर अधिक y दोन वजा बीटा संपूर्ण स्क्वेअर आणि हे x 1 वजा अल्फा संपूर्ण चौरस समान आहे 1 अधिक y 1 वजा बीटा बाय x 1 वजा अल्फा पूर्ण चौरस वर x दोन वजा अल्फा पूर्ण वर्गात एक अधिक y दोन वजा बीटा वर x दोन वजा अल्फा चौरस म्हणून y दोन वजा बीटा चौरस वर x दोन वजा अल्फा चौरस आता आपल्याकडे आधीच आहे असे पाहिले की येथे हे गुणोत्तर आणि येथे हे गुणोत्तर समान आहे कारण ते दुसरे काहीही नसून वर्तुळाच्या मध्यभागी जोडणाऱ्या सरळ रेषेच्या उताराचा चौरस आहे म्हणून हे दोघे रद्द करतात जे आपल्याला मिळते ते r एक चौरस बाय r दोन वर्ग समान आहे यावरून आणि यावरून असे दिसून येते की या दोन समीकरणांची उजवी बाजू देखील सारखीच आहे म्हणून आपण आधीच पाहिले आहे की डाव्या हाताची बाजू सारखी होती आता उजवी बाजू देखील सारखीच आहे आणि म्हणून ही दोन समीकरणे एकच आहेत.
फक्त आणि म्हणूनच आपल्याला यापैकी फक्त एकच समीकरण सोडवायचे आहे, आपण कोणतेही एक घेऊ शकतो याने काही फरक पडत नाही म्हणून आपण या दोन समीकरणांपैकी फक्त एक घेऊ आणि m साठी सोडवू तर आपण पहिले समीकरण कोठून घेऊ या पुन्हा आमच्याकडे m वजा होता
त्यामुळे si ने या रेषेचा उतार दर्शविल
त्यामुळे s ला जोडणाऱ्या रेषेचा उतार हा c1 आणि c2 केंद्रांना जोडणाऱ्या रेषेचा उतार असेल
त्यामुळे आम्हाला m वजा s पूर्ण चौरस बाय एक अधिक m वर्ग r बरोबर मिळेल.
एक चौरस बाय x एक वजा अल्फा संपूर्ण चौरस आणि आपल्याकडे अल्फा अल्फा साठी आधीची अभिव्यक्ती आहे r एक x दोन वजा r दोन x एक बाय r एक वजा r दोन आणि म्हणून x एक वजा अल्फा म्हणजे x एक वजा अल्फा म्हणजे r एक x एक वजा x दोन वर r एक वजा r मध्ये आपण हे समीकरण इथे परत ठेवतो तर आपल्याला m वजा s पूर्ण वर्ग बाय एक अधिक m वर्ग r एक वजा r दोन पूर्ण वर्ग x एक वजा x दोन पूर्ण वर्ग मिळेल आणि नंतर जर आपण याची पुनर्रचना केली तर आपल्याला प्रत्यक्षात m मध्ये एक चतुर्भुज समीकरण मिळेल ज्याचा अर्थ असा होतो आणि या प्रकरणात दोन वास्तविक मुळे असतील दोन वास्तविक मुळे असतील परंतु याचा अर्थ काय आहे की उताराची दोन भिन्न मूल्ये आहेत जी याचा अर्थ असा आहे की शक्यतो एकदा आपण t सोडवतो त्याला दोन उपाय मिळतील m समान m एक आणि m समान m दोन मिळतील म्हणून आपण असे म्हणू की हे उजव्या हाताचे प्रमाण k ने दर्शवेल कारण आपल्याला r एक आणि r दोन आधीच माहित आहेत आपल्याला x एक x दोन माहित आहेत म्हणून चला चला ते k ने दर्शवा तर मग आपल्याकडे m वजा s पूर्ण चौरस बाय 1 अधिक m वर्ग k असेल तर आपल्याजवळ काय आहे आणि
त्यामुळे ते m वर्ग वजा 2 एमएस अधिक s वर्ग k अधिक किमी वर्ग आहे आणि ते पुढे m चौरस मध्ये k वजा एक अधिक दोन ms अधिक k वजा s वर्ग शून्य असे लिहिता येईल, म्हणून जेव्हा आपण हे द्विघात समीकरण m मध्ये सोडवतो तेव्हा आपल्याला m एक आणि m दोन ही दोन समाधाने मिळतात आणि
त्यामुळे आपल्याला y ही दोन सरळ रेषा समीकरणे मिळतात.
उणे बीटा म्हणजे m एक मधील x उणे अल्फा आणि दुसरा y उणे बीटा म्हणजे m 2 मध्ये x उणे अल्फा आणि या दोन्ही वैध थेट सामाईक स्पर्शिका आहेत जर आपण मागे गेलो तर आपण आपली सुरुवातीची चर्चा आठवली तर आम्ही h या आकृतीत प्रत्यक्षात दोन आहेत हे दाखवले जाहिरात दाखवले आहे की पहिल्या केससाठी या केससाठी प्रत्यक्षात दोन थेट सामाईक स्पर्शिका असतील आणि या दोघांचे उतार m एक आणि m दोन आहेत
त्यामुळे दुसरी डायरेक्ट कॉमन कॉमन टॅन्जेंट अशी काहीतरी असेल आणि ही दुसरी डायरेक्ट कॉमन टॅन्जेंट असेल अल्फा बीटा मधून देखील जातो आणि कारण या समीकरणातून हे स्पष्ट आहे की ही दुसरी सामाईक स्पर्शिका देखील या बिंदूमधून p बिंदूवरून जाणार आहे
त्यामुळे मूलत: दोन्ही सामान्य स्पर्शिका आणि सरळ रेषा वर्तुळांच्या केंद्रांना जोडतात सर्व या p बिंदूवर भेटत आहेत आणि पुढे आणखी एक आहे हे पाहणे देखील सोपे आहे की या दोन थेट सामाईक स्पर्शिका p या बिंदूवर भेटतात जो वर्तुळांच्या केंद्रांना जोडणाऱ्या सरळ रेषेवर असतो आणि हा बिंदू p सरळ भागाला विभाजित करतो .
रेषा c1 c2 बाहेरून त्यांच्या त्रिज्येच्या गुणोत्तरात जोडली जाते,
त्यामुळे मला येथे सांगायचे आहे की हा अल्फा बीटा छेदनबिंदूचा बिंदू आहे ही सरळ रेषा जोडणे आहे दोन केंद्रे जोडून आपण म्हणतो की हा बिंदू p या सरळ रेषेला त्रिज्येच्या गुणोत्तरामध्ये केंद्रांना बाहेरून जोडणाऱ्या या सरळ रेषेला विभाजित करतो याचा अर्थ असा आहे की आम्ही येथे काय सांगत आहोत की भागाकार बाह्य असल्याने त्याचा अर्थ असा आहे की pc एक भागाकार pc दोन हे r एक बाय r दोन च्या बरोबरीचे आहे आणि हे असे काहीतरी आहे ज्याचा आपण आधीच उल्लेख केला होता आणि कारण मला असे म्हणायचे आहे की हे या दोन त्रिकोणांच्या समानतेवरून स्पष्टपणे अनुसरण केले गेले आहे तर याचा अर्थ असा आहे की हा बिंदू p जेथे दोन थेट समान आहेत स्पर्शिका पूर्ण भागाकार
r 1 ते r 2 r 1 ते r या प्रमाणात वर्तुळाच्या केंद्रांना बाहेरून जोडणारी सरळ रेषा भागते
त्यामुळे pc 1 भागाकार pc 2 बरोबर r 1 भागिले r 2 पुढील व्याख्यानात आपण करणार आहोत या वर्तुळातील आडवा सामाईक स्पर्शिकेचे समीकरण दोन्ही वर्तुळांना काढा जेव्हा दोन्ही वर्तुळे एकमेकांना स्पर्श करत नाहीत आणि एकमेकांना छेदत नाहीत तेव्हा धन्यवाद