इस व्याख्यान में मंडलियों पर छठे व्याख्यान में आपका स्वागत है, हम दो मंडलियों के लिए सामान्य स्पर्शरेखाओं की व्युत्पत्ति पर चर्चा करेंगे, लेकिन इससे पहले कि हम शुरू करें, आइए हम उन विषयों में से एक को समाप्त करें जिन्हें हम पिछले व्याख्यान में शामिल नहीं कर सके थे।

किसी ऐसी चीज़ की परिभाषा के बारे में है जिसे किसी दिए गए सर्कल के लिए निर्देशक के सर्कल के रूप में जाना जाता है, तो मान लीजिए कि हमारे पास कुछ केंद्र के साथ एक सर्कल है और कुछ त्रिज्या है तो एक सर्कल दिया गया है,
इसलिए यह सर्कल हमें दिया गया है और फिर आइए हम इसके बारे में सोचें उन सभी बिंदुओं का स्थान जो इस वृत्त के दो स्पर्शरेखाओं के चौराहे पर स्थित हैं, जो 90 डिग्री को काटते हैं , उदाहरण के लिए हम इस बिंदु पर एक स्पर्शरेखा कहते हैं और फिर हमें इस वृत्त के लिए एक और स्पर्शरेखा पर विचार करना होगा जो कि लंबवत होने वाली है यह पहली स्पर्शरेखा तो आइए हम कहते हैं कि शायद यहाँ कहीं हमारे यहाँ एक और स्पर्शरेखा है
इसलिए हम इस सामान्य के लिए एक लंबवत टाई लाइन बनाएंगे,
इसलिए यह दूसरी स्पर्शरेखा है और हम कहते हैं कि t ये दो स्पर्श रेखाएँ 90 डिग्री पर मिलती हैं तो हम प्रतिच्छेदन के इन बिंदुओं के स्थान में रुचि रखते हैं,
इसलिए यह एक ही दिए गए वृत्त पर इन दो स्पर्शरेखाओं का प्रतिच्छेदन बिंदु है,
लेकिन स्पर्शरेखा 90 डिग्री पर मिलना चाहिए प्रत्येक के लिए लंबवत होना चाहिए अन्य इसे ऐसे सभी बिंदुओं का बिंदु p होने दें और हम जाँच कर सकते हैं कि ऐसे सभी बिंदुओं का स्थान वास्तव में एक वृत्त बनाने वाला है क्योंकि यदि हमारे यहाँ इस बिंदु p जैसा कोई बिंदु है तो स्पष्ट रूप से यह कोण 90 डिग्री है क्योंकि यह पहली स्पर्शरेखा है इसी तरह यह कोण भी 90 डिग्री है और हमें दिया गया है कि ये दोनों स्पर्श रेखाएं 90 डिग्री पर मिल रही हैं तो जाहिर है यदि आप इस चतुर्भुज oqpsoqps को देखते हैं यदि आप इस चतुर्भुज को देखेंगे तो इस चतुर्भुज के तीन कोण हैं नब्बे डिग्री हैं
इसलिए स्वाभाविक रूप से चौथा भी नब्बे डिग्री होना चाहिए और
इसलिए यह चतुर्भुज या तो एक आयत या एक वर्ग हो सकता है लेकिन फिर हम देखते हैं कि os और oq दोनों यहाँ पहले वृत्त की त्रिज्या के बराबर हैं जो हमें दिया गया है और
इसलिए यह स्पष्ट है कि oq ps को एक वर्ग होना चाहिए तो इसका मूल अर्थ यह है कि यह दूरी भी r के बराबर है और
इसलिए o से इस बिंदु p तक की दूरी r के दो गुना वर्गमूल के बराबर होगी,
इसलिए ऐसा कोई भी बिंदु p ताकि हम एक और दो स्पर्शरेखा बना सकें जो एक दूसरे के लंबवत हों और उदाहरण के लिए भी हमारे पास दो अन्य स्पर्शरेखाएं हो सकती हैं आइए हम इस बिंदु पर इस तरह स्पर्शरेखा कहें और फिर हमें एक और स्पर्शरेखा की आवश्यकता है जो इस स्पर्शरेखा के लंबवत हो तो आइए हम इस बिंदु पर एक स्पर्शरेखा कहें ताकि ये दो स्पर्शरेखा 90 डिग्री पर मिलें और यदि हम एक समान विश्लेषण करते हैं जैसा कि हमने इस बिंदु के लिए किया था, हम इस बिंदु को सी कहते हैं,
इसलिए यदि हम एक समान विश्लेषण करते हैं तो हम यह भी देखेंगे कि यह फिर से आर के बराबर पक्ष का एक वर्ग होगा और फिर यह दूरी oc है के बराबर होने जा रहा है 2 गुना r का वर्गमूल जहां r दिए गए वृत्त की त्रिज्या है, तो हम जो देखते हैं वह यह है कि कोई भी ऐसा बिंदु जो दो स्पर्शरेखाओं के प्रतिच्छेदन पर स्थित है जो नब्बे डिग्री पर प्रतिच्छेद करती हैं,
इसलिए ऐसा कोई भी बिंदु एक निश्चित दूरी पर होने वाला है दिए गए वृत्त के केंद्र से वर्गमूल का दो गुना r और
इसलिए ऐसे सभी बिंदुओं का स्थान एक और वृत्त है क्योंकि वह वही था जो मूल रूप से एक वृत्त की परिभाषा थी क्योंकि प्रत्येक ऐसा बिंदु जो दो स्पर्शरेखाओं के चौराहे पर स्थित होता है जो 90 डिग्री पर प्रतिच्छेद करता है,
इसलिए ऐसा प्रत्येक बिंदु दिए गए वृत्त के केंद्र से एक निश्चित दूरी पर स्थित होगा और
इसलिए यह वृत्त जो हमें मिलता है जो ऐसे सभी बिंदुओं का स्थान है , दिए गए वृत्त का निदेशक वृत्त कहलाता है और जैसा कि हम देख सकते हैं कि निर्देशक सर्कल का केंद्र दिए गए सर्कल के केंद्र के समान है,
इसलिए यह पहला अवलोकन है कि
किसी दिए गए सर्कल के निदेशक सर्कल का केंद्र समान है दिए गए सर्कल के केंद्र में एक अवलोकन है और दूसरा अवलोकन यह है कि निदेशक सर्कल की त्रिज्या दिए गए सर्कल के त्रिज्या के दो गुना वर्गमूल है,
इसलिए हम इस चर्चा को निदेशक सर्कल पर समाप्त करते हैं, हम आगे जा रहे हैं किन्हीं दो दिए गए वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्शरेखाओं के बारे में बात करें,
लेकिन इससे पहले कि हम ऐसा करें, एक छोटा सा परिणाम है जो शायद पिछले व्याख्यानों में से एक में शामिल किया गया होगा, लेकिन हम इसे यहां फिर से लाते हैं क्योंकि हमारे विश्लेषण में हम इस परिणाम का उपयोग करेंगे।
तो परिणाम इस तरह है यह मूल रूप से कहता है कि अगर हमारे यहां एक सीधी रेखा है तो ढलान एम है और जो इस बिंदु अल्फा बीटा से गुजरती है
और फिर हमारे पास एक और बिंदु x शून्य है और हमें जो प्रश्न पूछा जाता है वह देना है वर्ग दूरी की अभिव्यक्ति इस बिंदु की न्यूनतम वर्ग दूरी x शून्य y इस सीधी रेखा पर किसी भी बिंदु से शून्य है,
इसलिए स्पष्ट रूप से हम हाई स्कूल से जानते हैं शोर परीक्षण दूरी या सबसे छोटी दूरी मूल रूप से इस बिंदु से सीधी रेखा पर लंबवत है जो कि यह लंबवत है और इस लंबवत की यह चौगुनी दूरी है
इसलिए इस रेखा खंड की इस बिंदु से इस सीधी रेखा की वर्ग दूरी इस सूत्र द्वारा दी गई है
इसलिए आइए हम दो वृत्तों के बीच उभयनिष्ठ स्पर्शरेखाओं के बारे में बात करते हैं, तो मान लें कि यहाँ निश्चित रूप से कई मामले हैं, तो आइए हम यहाँ कोई दो वृत्त बनाते हैं,
इसलिए यह मामला तब है जब दोनों वृत्त न तो एक दूसरे को स्पर्श कर रहे हैं और न ही एक दूसरे को प्रतिच्छेद कर रहे हैं।

इन केंद्रों को सी एक सी दो होने दें तो हम देख सकते हैं कि वास्तव में चार स्पशरिखाएं हैं
इसलिए दो स्पशरिखाएं तो चार सामान्य स्पर्शक हैं,
इसलिए एक सामान्य स्पशरिखा सामान्य से हमारा क्या मतलब है कि एक ही सीधी रेखा दोनों के लिए एक स्पशरिखा है उदाहरण के लिए वृत्त हम इस सीधी रेखा को कहते हैं
इसलिए यह सीधी रेखा जो मैंने खींची है वह इस पहले वृत्त दोनों की स्पशरिखा है
इसलिए यह सीधी रेखा एक स्पशरिखा है इस बिंदु पर पहला वृत्त और वही सीधी रेखा इस बिंदु पर दूसरे वृत्त की स्पशरिखा है,
इसलिए इस सीधी रेखा को इन दोनों वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पशरिखा कहा जाता है,
इसलिए हम यहाँ इस तरह से एक और उभयनिष्ठ स्पशरिखा खींच सकते हैं।
दो स्पशरिखाओं को प्रत्यक्ष उभयनिष्ठ स्पशरिखा कहा जाता है, लेकिन इन दोनों के अलावा हमारे पास अभी भी दो और स्पशरिखाएँ होंगी जिन्हें अनुप्रस्थ स्पशरिखाएँ कहा जाता है और वे इस प्रकार हैं क्योंकि हम देख सकते हैं कि यह लाल रेखा इस बिंदु पर पहले वृत्तों की स्पशरिखा है और उसी पर एक ही लाल रेखा इस बिंदु पर इस दूसरे सर्कल के लिए एक स्पशरिखा है
इसलिए सीधी आम स्पशरिखा के मामले में दोनों मंडल स्पशरिखा के एक तरफ होते हैं यदि आप इसे देखते हैं तो हम जानते हैं कि कोई भी सीधी रेखा सतह को दो हिस्सों में विभाजित करती है एक आधा सीधी रेखा के इस तरफ है उदाहरण के लिए आइए हम इस सीधी रेखा को लेते हैं और दूसरा आधा सीधी रेखा के दूसरी तरफ है, सीधी आम स्पशरिखा के मामले में दोनों सी ircles स्पशरिखा के एक तरफ होते हैं एक सीधी रेखा स्पशरिखा के एक तरफ होते हैं इसी तरह यह एक ऐसी स्पशरिखा होती है जिसके लिए दोनों वृत्त इसके एक तरफ होते हैं कि स्पशरिखा के प्रकार को प्रत्यक्ष सामान्य स्पशरिखा कहा जाता है
इसलिए यह हरा प्रत्यक्ष कार्बन स्पशरिखा में से एक है क्योंकि दोनों वृत्त इस सीधी रेखा पर या नीचे हैं इसी तरह यह दूसरी हरी स्पशरिखा भी एक सीधी उभयनिष्ठ स्पशरिखा है क्योंकि दोनों वृत्त इस सीधी रेखा के ऊपर या एक तरफ हैं लेकिन के मामले में लाल स्पशरिखा लाल स्पशरिखा स्पष्ट रूप से इस सतह को दो भागों में विभाजित करती है एक यह पक्ष है दूसरा यह भाग है और लाल स्पशरिखा के मामले में हम देख सकते हैं कि यह बड़ा वृत्त इस तरफ है और छोटा वृत्त विपरीत दिशा में है
इसलिए ऐसी स्पशरिखा जिसके लिए दो वृत्त स्पशरिखा के एक ही तरफ नहीं होते हैं, एक अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पशरिखा कहलाती है,
इसलिए यह भी एक सामान्य स्पशरिखा है क्योंकि यह सीधी रेखा दोनों पक्षों की स्पशरिखा है ई वृत्त लेकिन फिर वृत्त स्पशरिखा अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पशरिखा के विपरीत पक्षों पर होते हैं
इसलिए एक और उम अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पशरिखा होगी जो इस प्रकार है
इसलिए इस पहले मामले में पूरी तरह से चार सामान्य स्पशरिखाएँ होंगी जिनमें से दो प्रत्यक्ष और अन्य दो अनुप्रस्थ हैं
इसलिए इस व्याख्यान के अगले भाग में हम देखेंगे कि इस प्रत्यक्ष सामान्य समय के समीकरणों को कैसे प्राप्त किया जाए और इन सामान्य स्पशरिखाओं के प्रतिच्छेदन बिंदु के निर्देशांक भी हों तो आइए हम समीकरण की व्युत्पत्ति के साथ शुरू करें
इस पहले मामले के लिए प्रत्यक्ष आम स्पशरिखा तो ये दो सर्कल हैं केंद्र सी एक और केंद्र सी दो सी एक में निर्देशांक है x एक y एक सी दो में x दो y दो निर्देशांक हैं और
इसलिए पहले की त्रिज्या दें यह केंद्र c के साथ वृत्त एक r एक हो और दूसरे वृत्त का केंद्र c हो तो r दो हो, तो हम कैसे मान सकते हैं कि यदि हमें दिया गया है तो मेरा मतलब यह नहीं है कि वृत्त ज्यामितीय रूप से नहीं हैं खींचा गया है और हमें जो दिया गया है वह केवल इन दो वृत्तों की त्रिज्या और वृत्तों के इन केंद्रों के निर्देशांक हैं, फिर हम कैसे जांचते हैं कि मामला है या नहीं, हम कैसे जांचते हैं कि मामला दो गैर प्रतिच्छेदन और गैर स्पर्श करने वाला है या नहीं वृत्तों के लिए यह बहुत मुश्किल नहीं है कि हम जो महसूस करते हैं वह यह है कि यदि दो केंद्रों के बीच की दूरी यदि सीधी रेखा की दूरी है तो यदि दो केंद्रों के बीच की दूरी जो वास्तव में यह अभिव्यक्ति है यदि दोनों केंद्रों के बीच की दूरी है त्रिज्या के योग से अधिक है,
इसलिए हम आसानी से जांच सकते हैं कि क्या यह स्थिति होती है, जैसा कि हम देख सकते हैं कि यदि यह स्थिति होती है तो यह स्पष्ट है कि क्योंकि अगर हम कहते हैं कि हम एक सीधी रेखा के साथ केंद्रों को जोड़ते हैं तो यह दूरी r एक है यहाँ से यहाँ तक और यह दूरी r दो है
इसलिए स्पष्ट रूप से यदि दो वृत्त स्पर्श नहीं कर रहे हैं और प्रतिच्छेद नहीं कर रहे हैं
तो यह स्पष्ट है कि दोनों केंद्रों के बीच की कुल दूरी होगी आर एक प्लस आर दो प्लस कुछ और क्योंकि दो सर्कल न तो वे छू रहे हैं और न ही वे एक दूसरे को काट रहे हैं, जाहिर है जब ऐसा होता है तो यह सच होना चाहिए और इसके विपरीत भी अगर दूरी आर एक प्लस आर दो से अधिक है तो वह इसका अर्थ यह भी है कि वे एक-दूसरे को स्पर्श नहीं करते हैं या न ही वे प्रतिच्छेद करते हैं
इसलिए आइए हम इस पहले मामले को लेते हैं जहां हमारे पास दो गैर प्रतिच्छेदन और गैर स्पर्श करने वाले मंडल हैं तो मान लें कि ये दो मंडल हैं
इसलिए एक का केंद्र सी है और दूसरे का केंद्र है c दो, c एक और c दो के निर्देशांक x एक y एक nx दो y दो होने दें, पहले इस बड़े वृत्त की त्रिज्या केंद्र c एक br एक और केंद्र c वाले सबसे छोटे वृत्त की त्रिज्या स्वाभाविक रूप से r दो होने दें इस उदाहरण के लिए r एक r दो से बड़ा है,
अब हम इस उभयनिष्ठ स्पशरिखा पर विचार करते हैं,
इसलिए इस प्रत्यक्ष उभयनिष्ठ स्पशरिखा के संपर्क बिंदु को पहले वृत्त b पर एक बिंदु a और संपर्क बिंदु या उस बिंदु पर जाने दें, जहां s सीधी उभयनिष्ठ स्पशरिखा दूसरे वृत्त को स्पर्श करती है, मान लीजिए कि बिंदु b है तो यह a है b स्पष्ट रूप से ये कोण 90 डिग्री हैं और आइए हम वृत्त के दो केंद्रों को मिलाने वाली सीधी रेखा पर विचार करें, आइए हम इस सीधी रेखा को
स्पष्ट रूप से आगे बढ़ाते हैं रेखा किसी बिंदु p पर प्रत्यक्ष सामान्य स्पशरिखा को काटने जा रही है , जिसके निर्देशांक हम अल्फा कॉमा बीटा द्वारा निरूपित करते हैं,
इसलिए हमारा पहला काम इस बिंदु p अल्फा कॉमा बीटा के समन्वय को खोजना है और फिर हम इस प्रत्यक्ष सामान्य स्पशरिखा का

समीकरण ढूंढेंगे।
अब यह r एक है और यह r दो है अब वृत्त के दो केंद्रों के बीच की इस दूरी को मैं इसे 1 से निरूपित करता हूं और इस बिंदु p और दूसरे वृत्त के केंद्र के बीच की दूरी c दो को l दो होने दें, हम देखते हैं कि हम देखते हैं कि त्रिभुज pbc दो जो कि यह त्रिभुज है, त्रिभुज pac one के समान है और ऐसा
इसलिए है क्योंकि इन दोनों त्रिभुजों के तीनों कोण pbc दो और pac one दोनों हैं।
कोणों के तीन कोण समान होते हैं क्योंकि जैसा कि आप देख सकते हैं कि एक कोण 90 डिग्री है यह कोण इस कोण के बराबर है और आगे यह स्पष्ट है कि यह कोण दोनों त्रिभुजों के लिए भी सामान्य है और
इसलिए क्योंकि इन दोनों त्रिभुजों के दो कोण समान हैं।
तीसरे कोण के घर को भी समान होना चाहिए और क्योंकि तीनों कोण अब इन दो त्रिकोणों के लिए समान हैं, यह इस प्रकार है कि ये दोनों त्रिकोण समान हैं और
इसलिए समानता अनुपात से और
इसलिए समानता अनुपात से यह निम्नानुसार है कि पीसी एक लंबाई पीसी एक बड़े त्रिभुज को संगत भुजा की लंबाई से विभाजित किया जाता है।
छोटे त्रिभुज के दो पीसी बराबर होते हैं
इसलिए पीसी एक बटा पीसी दो r एक बटा r दो होता है अब पीसी एक और कुछ नहीं है l एक प्लस l दो को पीसी दो से विभाजित किया जाता है l दो जो एक जोड़ l एक बटा l दो है और वह r एक बटा r दो है
इसलिए n एक बटा l दो r एक घटा है r दो बटा r दो जिसका अर्थ है कि l दो बराबर है l एक गुणा r दो विभाजित r एक minu एसआर टू और एल वन हमें पहले से ही ज्ञात है क्योंकि हमें दो केंद्रों के निर्देशांक दिए गए हैं,
इसलिए यहां से हमें इस बिंदु पी के निर्देशांक खोजने में सक्षम होना चाहिए, अब इस बिंदु के बाद से यह बिंदु पी पर स्थित है।
c1 c2 को मिलाने वाली सीधी रेखा इस प्रकार है कि बीटा माइनस y1 को अल्फा माइनस X1 से विभाजित किया जाता है,
इसलिए यह इस लाइन का ढलान है pc1 लाइन की ढलान pc1 यह है और वह ढलान लाइन c 1 c 2 के ढलान के समान है क्योंकि यह वैसे भी एक ही लाइन है और लाइन c 1 का ढलान और लाइन c 1 c 2 का ढलान है और यह वास्तव में लाइन पीसी टू के ढलान के बराबर भी है जो कि बीटा माइनस y टू बटा अल्फा माइनस x है 2 तो अब हम यह पता लगाने की कोशिश करेंगे कि l 1 के संदर्भ में हमें पहले से ही l 2 मिल गया है ।
अब यहाँ से हम जो देखते हैं वह यह है कि यह दूरी l दो बराबर है
इसलिए l दो वर्ग मान लें कि बीटा माइनस y2 के बराबर है पूरा वर्ग प्लस अल्फा माइनस x2 पूरा वर्ग जिसे मैं अगली स्लाइड में ले जाऊंगा ताकि पिछली में स्लाइड हमारे पास था l 2 वर्ग बीटा माइनस y 2 पूरा वर्ग प्लस अल्फा माइनस x 2 पूरा वर्ग है जो बराबर है मैं अल्फा माइनस x 2 पूरे वर्ग को सामान्य के रूप में लूंगा इसे एक प्लस बीटा माइनस y दो पूरे वर्ग को अल्फा माइनस से गुणा किया जाएगा x दो पूर्ण वर्ग लेकिन बीटा माइनस y दो को अल्फा माइनस x दो से विभाजित करना और कुछ नहीं बल्कि दो वृत्तों के केंद्रों को मिलाने वाली इस सीधी रेखा का ढलान है जो वास्तव में यहाँ इस मात्रा के बराबर है
इसलिए हम इसे यहाँ मान से बदल सकते हैं
इसलिए इसका मतलब है कि l दो वर्ग अल्फा माइनस x दो पूर्ण वर्ग गुणा एक जमा y दो घटा y एक पूर्ण वर्ग x 2 घटा x 1 पूर्ण वर्ग है लेकिन फिर इस समीकरण से हम पहले से ही जानते हैं कि l 2 वर्ग l 1 वर्ग r 2 है वर्ग बटा r एक घटा r दो पूर्ण वर्ग
इसलिए यदि हम इसका उपयोग करते हैं तो हम इसे बराबर बराबर करते हैं l एक वर्ग r दो वर्ग बटा r एक घटा r दो वर्ग जो अब बराबर है l एक वर्ग l एक के बीच की दूरी है दो वृत्तों के केंद्र
इसलिए मैं एक वर्ग तो यह हो जाता है r दो वर्ग बटा r एक घटा r दो पूरा वर्ग गुणा l एक वर्ग y दो घटा y एक पूरा वर्ग जोड़ x दो घटा x एक पूरा वर्ग होता है तो यह और यह व्यंजक बराबर होते हैं और फिर हम देखते हैं कि हम कर सकते हैं इसे यहां सामान्य भाजक के रूप में लें और फिर कुछ ऐसा होगा जो है और फिर हम इस बाएं हाथ की तरफ इस पूरी चीज को अल्फा माइनस x दो पूरे वर्ग x दो घटा x एक पूरे वर्ग में x दो घटा x एक के रूप में लिखा जा सकता है पूरा वर्ग जोड़ y दो घटा y एक पूरा वर्ग लेकिन यह पूरी चीज इसके बराबर है जिसे इस व्यंजक से गुणा किया जाता है, यह वही है और फिर निश्चित रूप से हम देखते हैं कि यह और यह वही है तो हम क्या खत्म करते हैं प्राप्त करना यह है कि अल्फा माइनस x दो बराबर है r दो बटा r एक घटा r दो गुणा x दो घटा x एक और यदि हम इसे और सरल करते हैं तो हमें अल्फा का इतना मान x दो प्लस r दो गुणा x दो घटा x एक मिलता है r एक घटा r दो से विभाजित किया जाता है जो कि r एक x दो .
है माइनस आर दो एक्स एक को आर एक माइनस आर दो से विभाजित किया गया है,
इसलिए अल्फा याद है अल्फा इस सीधी रेखा के चौराहे के इस बिंदु का एक्स समन्वय था जो सर्कल के केंद्रों को इस सीधी आम स्पर्शरेखा के साथ जोड़ता है इसी तरह हम बीटा और पा सकते हैं यह आसान है क्योंकि हम यहां इस समानता का उपयोग कर सकते हैं क्योंकि चूंकि अल्फा अब जाना जाता है,
इसलिए हम आसानी से बीटा ढूंढ सकते हैं और थोड़ा हेरफेर हमें आर 1 वाई 2 माइनस आर 2 वाई 1 के बराबर बीटा देता है, जिसे आर एक माइनस आर दो से विभाजित किया जाता है,
इसलिए अब हमारे पास है इस बिंदु के निर्देशांक p लेकिन हमारा अंतिम लक्ष्य इस प्रत्यक्ष सामान्य स्पर्शरेखा के समीकरण का पता लगाना था,
तो हम इसे कैसे प्राप्त करते हैं, निश्चित रूप से एक बात यह है कि हम जानते हैं कि यह स्पर्शरेखा इस बिंदु पर स्थित है जिसका निर्देशांक है

इसलिए जाना जाता है
इसलिए यदि इस प्रत्यक्ष सामान्य स्पर्शरेखा पर कोई बिंदु x अल्पविराम y है तो हम कह सकते हैं कि y ऋण बीटा x ऋण अल्फा पर y ऋण बीटा x शून्य से अल्फा इस प्रत्यक्ष सामान्य स्पर्शरेखा का ढलान होने जा रहा है और उस ढलान को m के बराबर होने दें
इसलिए अब यदि हम इस प्रत्यक्ष उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा की ढलान को जानते हैं तो हमने इस प्रत्यक्ष उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा के समीकरण को खोजना समाप्त कर दिया है
क्योंकि तब यह प्रत्यक्ष उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा का समीकरण है लेकिन अभी m ज्ञात नहीं है हमारे लिए तो हम कैसे पाते हैं कि एम अल्फा और बीटा यहां ज्ञात हैं लेकिन एम ज्ञात नहीं है कि हम क्या देखते हैं और यही वह जगह है जहां हमने पहली कुछ स्लाइड्स पर देखा जो कि एक बिंदु की सबसे छोटी दूरी के बारे में था एक दी गई सीधी रेखा
इसलिए यह वह जगह है जहाँ यह परिणाम बहुत उपयोगी होने वाला है क्योंकि हम यहाँ जो देखते हैं वह यह है कि पहले वृत्त के केंद्रों से इस स्पर्शरेखा की सबसे छोटी दूरी r एक है और दूसरे वृत्त के केंद्र से r दो है
इसलिए m का यह मान ऐसा होना चाहिए कि इसकी सबसे छोटी दूरी क्योंकि यदि m भिन्न है तो इन दो वृत्तों से सबसे छोटी दूरी r एक और r दो नहीं हो सकती है, लेकिन हम जानते हैं कि चूंकि यह एक सीधी उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा है यदि आप यहां देखें कि यह कोण नब्बे डिग्री है
इसलिए यह दूरी r एक वास्तव में इस केंद्र की सबसे छोटी दूरी है c एक इस सीधी आम स्पर्शरेखा से और इसी तरह केंद्र c दो के बीच की सबसे छोटी दूरी दूसरे सर्कल के और यह सीधी आम स्पर्शरेखा r दो है लेकिन एम ऐसा होना चाहिए क्योंकि यह स्पष्ट है कि अगर हम इस तरह ढलान बदलते हैं तो दूरी आर 1 और आर 2 नहीं होगी, मेरा मतलब है कि मैं उदाहरण के लिए हो सकता था अगर मैं कुछ और होने के लिए ढलान था तब मैं इस तरह की एक सीधी रेखा को समाप्त कर दूंगा जो कि अल्फा बीटा से होकर गुजरती है,
इसलिए यह काली रेखा भी अल्फा बीटा से होकर गुजरती है, लेकिन तब से इस काली रेखा की सर्कल से सबसे छोटी दूरी के बराबर नहीं है क्योंकि यह यह विशेष काली रेखा है इन दो वृत्तों को स्पर्श भी नहीं कर रहा है जिसका अर्थ है कि इन दो वृत्तों के केंद्र से इस काली रेखा तक की सबसे छोटी दूरी स्पष्ट रूप से r 1 और r 2 नहीं होगी क्योंकि यदि यह r 1 और r 2 है तो यह है स्पष्ट है कि यह काली रेखा एक सीधी होनी चाहिए, इसे दोनों वृत्तों के लिए एक सामान्य स्पर्शरेखा होना चाहिए,
इसलिए हम इसका उपयोग m के संदर्भ में कुछ समीकरण प्राप्त करने के लिए करेंगे और फिर इस m को हल करने का प्रयास करेंगे,
इसलिए हम इस तथ्य का उपयोग करेंगे यदि हम इस आंकड़े में फिर से वापस जाते हैं तो पहला पहला समीकरण जो एम को संतुष्ट करना चाहिए वह यह है कि आह इस विशेष सीधी रेखा
में बिंदु x एक y एक से r एक के बराबर दूरी होनी चाहिए,
इसलिए हम इसमें रुचि रखते हैं
इसलिए यदि हम यहां वापस आते हैं हमारे पास मूल रूप से एक बिंदु है जो सर्कल सी का केंद्र था जिसमें निर्देशांक x एक y एक था और यह प्रत्यक्ष सामान्य स्पर्शरेखा था जिसका समीकरण था जिसका समीकरण y माइनस बीटा था या मूल रूप से यह विशेष स्पर्शरेखा एक बिंदु अल्फा बीटा से गुजर रही थी तब अल्फा बीटा से गुजरने वाली इस आम स्पर्शरेखा के लिए सी एक से सबसे छोटी दूरी की अभिव्यक्ति सबसे छोटी दूरी
आर एक होनी चाहिए,
इसलिए अब इस सूत्र का उपयोग करके सबसे छोटी दूरी की गणना की जा सकती है, हम जानते हैं कि हम पहले से ही साई हैं d कि ढलान m है
इसलिए सबसे छोटी दूरी m गुणा x एक ऋण अल्फा ऋण y एक ऋण बीटा पूर्ण वर्ग गुणा एक प्लस m वर्ग के बराबर होगी
इसलिए यह वर्ग दूरी है
इसलिए इसे r एक वर्ग के बराबर होना चाहिए
इसलिए यह पहली शर्त है कि इस एम को संतुष्ट करना चाहिए जो कि
इसलिए यह अभिव्यक्ति इस बिंदु $x1$ $y1$ के बीच सबसे छोटी दूरी के लिए है जो पहले सर्कल का केंद्र है और यह सीधी आम स्पर्शरेखा या बल्कि यह सीधी रेखा ढलान एम और एक के माध्यम से गुजरती है बिंदु अल्फा बीटा तो यही है कि हमारे पास एक सीधी रेखा थी जिसमें ढलान एम था और इस बिंदु अल्फा बीटा से गुज़र रहा था
इसलिए हमने इस दूरी की गणना की है और दूरी के लिए अभिव्यक्ति यह बाएं हाथ की ओर है लेकिन यह वास्तव में आर के बराबर होना चाहिए तो यह वर्ग दूरी है
इसलिए ah इस सीधी रेखा के लिए एक सीधी उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा होने के लिए सबसे छोटी दूरी r एक के बराबर होनी चाहिए और
इसलिए वर्ग दूरी के लिए यह व्यंजक सीई को आर एक वर्ग के बराबर होना चाहिए और हम दूसरे सर्कल के लिए एक समान समीकरण प्राप्त करेंगे क्योंकि वही सीधी रेखा दूसरे सर्कल के लिए एक स्पर्शरेखा भी है,
इसलिए हम इन दो समीकरणों को कैसे प्राप्त कर सकते हैं,
इसलिए यह पहले के लिए है सर्कल और यह दूसरे सर्कल के लिए है अब अगर हम इस समीकरण को सरल बनाने की कोशिश करते हैं तो वास्तव में ये दोनों समीकरण एक ही हैं और मेरा मतलब है क्योंकि और उस बिंदु को देखने के लिए इसे थोड़ा उत्सुकता से देखना होगा क्योंकि अगर हम इसे फिर से लिखने का प्रयास करते हैं हम इसे x 2 माइनस अल्फ़ा पूरे वर्ग के रूप में लिख सकते हैं,
इसलिए मैं दूसरा समीकरण m माइनस y टू माइनस बीटा बटा x टू माइनस अल्फ़ा पूरा वर्ग फिर से लिख रहा हूँ, r दो वर्ग के बराबर है या आप इसे हर में रख सकते हैं और यह एक ही चीज को एम माइनस वाई टू माइनस बीटा बटा एक्स टू माइनस अल्फा पूरा स्क्वायर बटा एक प्लस एम स्क्वायर बराबर आर टू स्क्वायर बटा एक्स टू माइनस अल्फा पूरा वर्ग के रूप में लिखा जा सकता है और इसी तरह हम पहले समीकरण के साथ करने की कोशिश करेंगे n तो हमारे पास यह है आह हमारे पास वास्तव में है
इसलिए मैं दो अभाज्य कहूँगा

इसलिए दो में से हम दो अभाज्य आसानी से प्राप्त कर सकते हैं इसी तरह पहले समीकरण से 1 अभाज्य मिलेगा बस इसे करने से आप जानते हैं कि बस x_1 ऋण अल्फा को बाहर निकाल रहा है यहां मिलेगा एम माइनस वाई 1 माइनस बीटा ओवर एक्स वन माइनस अल्फा पूरा स्क्वायर बटा वन प्लस एम स्क्वायर बराबर आर वन स्क्वायर बटा एक्स वन माइनस अल्फा पूरा वर्ग है
इसलिए यह एक अभाज्य है और दो अभाज्य थे
इसलिए यह दो अभाज्य था यह समीकरण अब दो अभाज्य थे अगर हम कुछ स्लाइड्स पीछे जाते हैं तो हम जानते हैं कि क्योंकि यह x_1 y_1 है यह बिंदु c_2 x_2 y_2 है और फिर हमारे पास अल्फा बीटा है
इसलिए हम पहले से ही जानते हैं कि y_1 घटा बीटा तो y_1 माइनस बीटा x_1 माइनस अल्फा जो कि यह मात्रा कुछ भी नहीं है, लेकिन सर्कल के दो केंद्रों को जोड़ने वाली इस रेखा की ढलान है
और इसी तरह वह और वह ढलान कुछ भी नहीं है, लेकिन y_2 माइनस बीटा बाय x_2 माइनस अल्फा जो कि यह मात्रा है क्योंकि यह एक ही सीधी रेखा में है तो t .
का ढलान इस रेखा खंड के ढलान में उसका रेखा खंड समान है
इसलिए ये दोनों मात्राएँ अनिवार्य रूप से समान हैं और यदि वह वास्तव में यहाँ से भी स्पष्ट है तो यह और यह समान हैं
इसलिए हम जो देखते हैं वह इन दोनों समीकरणों में से एक है और यहाँ दो बाएँ हाथ की भुजा समान है अब दाहिने हाथ की ओर क्या है यह पता चला है कि दाएँ हाथ की ओर भी समान है क्योंकि यदि हम याद करते हैं तो यदि हम समान त्रिभुजों में वापस जाते हैं तो हम देखते हैं कि r एक बटा आर दो बराबर पीसी 1 बटा पीसी 2 है।

इसलिए यदि आपको याद है कि आर 1 बटा आर 2 पीसी 1 बटा पीसी 2 है जो बराबर है जिसका अर्थ है कि आर एक वर्ग बटा आर दो वर्ग पीसी एक वर्ग गुणा पीसी दो वर्ग है अब पीसी एक वर्ग पीसी 1 वर्ग है
इसलिए यह पीसी के लिए अभिव्यक्ति है x_1 ऋण अल्फा पूर्ण वर्ग के बराबर है इन 1 प्लस वाई 1 माइनस बीटा बाय एक्स 1 माइनस अल्फा पूरा स्क्वायर अप एक्स टू माइनस अल्फा पूरा स्क्वायर एक प्लस वाई दो माइनस बीटा एक्स टू माइनस अल्फा स्क्वायर
इसलिए वाई दो माइनस बीटा स्क्वायर एक्स टू माइनस अल्फा स्क्वायर अब हमारे पास पहले से ही है देखा कि यहां यह अनुपात और यहां यह अनुपात समान हैं क्योंकि वे और कुछ नहीं बल्कि वृत्त के केंद्र को मिलाने वाली सीधी रेखा के ढलान का वर्ग हैं
इसलिए ये दोनों रद्द कर देते हैं कि हमें जो मिलता है वह है r एक वर्ग बटा r दो वर्ग बराबर है इसके लिए और इससे यह इस प्रकार है कि इन दोनों समीकरणों का दाहिना हाथ भी समान है
इसलिए हमने पहले ही देखा था कि बायां हाथ समान था अब दाहिना हाथ भी वही है और
इसलिए ये दो समीकरण एक और एक ही हैं केवल और
इसलिए केवल हमें इन समीकरणों में से केवल एक को हल करने की आवश्यकता होगी, हम कोई भी ले सकते हैं इससे कोई फर्क नहीं पड़ता
इसलिए हम केवल इन दो समीकरणों में से एक लेंगे और एम के लिए हल करेंगे तो आइए हम पहले समीकरण को कहां से लेते हैं फिर हमारे पास एम माइनस था
इसलिए एसआई इस लाइन के ढलान को निरूपित करेगा
ताकि s केंद्र c_1 और c_2 को मिलाने वाली लाइन का ढलान होने जा रहा है,
इसलिए हमें m माइनस s पूरा वर्ग बटा एक प्लस m वर्ग बराबर r मिलता है एक वर्ग बटा x एक ऋण अल्फा पूरा वर्ग और हमारे पास पहले से ही अल्फा अल्फा के लिए अभिव्यक्ति है r एक x दो ऋण r दो x एक बटा r एक ऋण r दो और
इसलिए x एक ऋण अल्फा है जो कि x एक ऋण अल्फा है r एक में x एक घटा x दो बटा r एक घटा r तो हम भी इस समीकरण को वापस यहाँ रख देते हैं, हमें m माइनस s पूरा वर्ग बटा एक प्लस m वर्ग बराबर r एक घटा r दो पूर्ण वर्ग x एक घटा x दो पूर्ण वर्ग और फिर मिलता है यदि हम इसे पुनर्व्यवस्थित करते हैं तो हमें वास्तव में m में एक द्विघात समीकरण मिलता है जिसका वास्तव में अर्थ है और इस मामले में दो वास्तविक जड़ें होंगी, दो वास्तविक जड़ें होंगी लेकिन फिर इसका मतलब यह है कि ढलान के दो अलग-अलग मान हैं जो इसका मतलब है कि एक बार जब हम t .
को हल कर लेते हैं तो संभवतः ऐसा होता है उसके दो हल मिलेंगे, m बराबर m एक और m बराबर m दो तो हम कहते हैं कि यह दाहिने हाथ की मात्रा इसे k से निरूपित करेगी क्योंकि हम पहले से ही r एक और r दो जानते हैं हम x एक x दो जानते हैं तो आइए जानते हैं इसे k से निरूपित करें तो हमारे पास यह है कि यदि हमारे पास m माइनस s पूरा वर्ग बटा 1 जमा m वर्ग k है और
इसलिए इससे यह पता चलता है कि m वर्ग माइनस 2 ms जमा s वर्ग k प्लस किमी वर्ग है और इसे आगे m वर्ग गुणा k घटा एक जमा दो ms जमा k घटा s वर्ग शून्य के रूप में लिखा जा सकता है,
इसलिए जब हम m में इस द्विघात समीकरण को हल करते हैं तो हमें दो समाधान m एक और m दो मिलते हैं और
इसलिए हमें संगत रूप से दो सीधी रेखा समीकरण y मिलते हैं।
माइनस बीटा एम एक गुणा एक्स माइनस अल्फा के बराबर है और दूसरा वाई माइनस बीटा है एम 2 गुणा एक्स माइनस अल्फा और ये दोनों वैध प्रत्यक्ष सामान्य स्पर्शरेखा हैं वास्तव में यदि हम वापस जाते हैं तो अगर हम अपनी प्रारंभिक चर्चा को याद करते हैं जो हमने वास्तव में किया था दिखाया गया है कि आकृति में वास्तव में दो हैं हम h विज्ञापन दिखाया गया है कि इस मामले के लिए पहले मामले के लिए वास्तव में दो प्रत्यक्ष आम स्पर्शक होंगे और इन दोनों की ढलान एम एक और एम दो हैं,
इसलिए अन्य प्रत्यक्ष आम स्पर्शरेखा कुछ इस तरह होगी और यह अन्य सीधी आम स्पर्शरेखा होगी अल्फा बीटा से भी गुजरते हैं और क्योंकि यह इस समीकरण से स्पष्ट है जिसका अर्थ है कि यह अन्य सामान्य स्पर्शरेखा भी बिंदु p से इस बिंदु से गुजरने वाली है,
इसलिए अनिवार्य रूप से दोनों सामान्य स्पर्शरेखा और सीधी रेखाएं वृत्तों के केंद्रों को मिलाती हैं सभी इस बिंदु पर मिल रहे हैं और आगे एक और यह देखना भी आसान है कि

इसलिए ये दो सीधी आम स्पर्शरेखाएं इस बिंदु पर मिलती हैं जो सर्कल के केंद्रों को जोड़ने वाली सीधी रेखा पर स्थित है और यह बिंदु पी सीधी रेखा को विभाजित करता है लाइन c1 c2 को उनके त्रिज्या के अनुपात में बाहरी रूप से मिलाती है,
इसलिए मेरे कहने का मतलब यह है कि यह चौराहे का बिंदु है अल्फा बीटा यह सीधी रेखा में शामिल है दो केंद्रों में और हम कहते हैं कि यह बिंदु p बाहरी रूप से केंद्रों को जोड़ने वाली इस सीधी रेखा को त्रिज्या के अनुपात में विभाजित करता है, जिसका अर्थ है कि
इसलिए हम यहां जो कह रहे हैं वह यह है कि चूंकि विभाजन बाहरी है इसका मतलब है कि पीसी एक से विभाजित है पीसी दो आर एक बटा आर दो के बराबर है और यह कुछ ऐसा है जिसका हमने पहले ही उल्लेख किया था और क्योंकि मेरा मतलब है कि यह इन दो त्रिकोणों की समानता से स्पष्ट रूप से अनुसरण करता है तो इसका मतलब यह है कि यह बिंदु पी जहां दो प्रत्यक्ष आम हैं स्पर्शरेखा मिलें वृत्त के केंद्रों को बाहरी रूप से जोड़ने वाली सीधी रेखा को r 1 से r 2 r 1 से r के अनुपात में विभाजित करती हैं,
इसलिए pc 1 को pc 2 से विभाजित किया जाता है, r 1 के बराबर होता है, जिसे r 2 से विभाजित किया जाता है, अगले व्याख्यान में हम जा रहे हैं इस वृत्त की अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्शरेखाओं के समीकरण को दोनों वृत्तों पर व्युत्पन्न करें, जब दोनों वृत्त एक-दूसरे को स्पर्श नहीं करते हैं और न ही वे एक-दूसरे को प्रतिच्छेद करते हैं।
धन्यवाद