

এই বক্তৃতায় বৃত্তের ষষ্ঠ বক্তৃতায় স্বাগত জানাই, আমরা দুটি বৃত্তে সাধারণ স্পর্শক থেকে উদ্ভূত হওয়ার বিষয়ে আলোচনা করব তবে শুরু করার আগে আসুন আমরা শেষ বক্তৃতায় কভার করতে পারিনি এমন একটি বিষয় শেষ করা যাক তাই এই এমন কিছু সংজ্ঞা সম্পর্কিত যা একটি প্রদত্ত বৃত্তের পরিচালকের বৃত্ত হিসাবে পরিচিত, তাই ধরুন যে আমাদের এখানে একটি বৃত্ত রয়েছে যার কিছু কেন্দ্র o এবং কিছু ব্যাসার্ধ রয়েছে তাই একটি বৃত্ত দেওয়া হয়েছে

তাই এই বৃত্তটি আমাদের দেওয়া হয়েছে এবং তারপরে আমরা চিন্তা করি এই বৃত্তের দুটি স্পর্শকের সংযোগস্থলে অবস্থিত সমস্ত বিন্দুর অবস্থান যা 90 ডিগ্রী ছেদ করেছে

তাই উদাহরণ স্বরূপ আসুন আমরা এই বিন্দুতে একটি স্পর্শক বলি এবং তারপরে আমাদের এই বৃত্তের আরেকটি স্পর্শক বিবেচনা করতে হবে যা লম্ব হতে চলেছে এই প্রথম স্পর্শক

তাই আমরা বলি সম্ভবত এখানে আমাদের আরেকটি স্পর্শক আছে

তাই আমরা এই স্বাভাবিকের সাথে একটি লম্ব টাই রেখা তৈরি করব

তাই এটি অন্য স্পর্শক এবং আমরা বলি t এই দুটি স্পর্শক 90 ডিগ্রীতে মিলিত হয় তাহলে আমরা এই ছেদ বিন্দুগুলির অবস্থানে আগ্রহী

তাই এই দুটি স্পর্শকের ছেদ বিন্দু একই প্রদত্ত বৃত্তে কিন্তু স্পর্শকটি 90 ডিগ্রীতে মিলিত হওয়া উচিত প্রতিটিটির সাথে লম্ব হওয়া উচিত অন্যথায় এটিকে বিন্দু p হতে দিন

তাই এই ধরনের সমস্ত বিন্দুর অবস্থান এবং আমরা পরীক্ষা করতে পারি যে এই সমস্ত বিন্দুর অবস্থান আসলে একটি বৃত্ত তৈরি করতে চলেছে কারণ আমাদের এখানে যদি এই বিন্দু p এর মতো এমন কোনও বিন্দু থাকে তবে স্পষ্টতই পরিষ্কারভাবে এই কোণটি 90 ডিগ্রী কারণ এটি প্রথম স্পর্শক একইভাবে এই কোণটিও 90 ডিগ্রী প্লাস আমাদের দেওয়া হয়েছে যে এই দুটি স্পর্শক 90 ডিগ্রীতে মিলিত হচ্ছে

তাই স্পষ্টতই আপনি যদি এই চতুর্ভুজটি $oqps$ দেখেন যদি আপনি এই চতুর্ভুজটির দিকে তাকান তবে এই চতুর্ভুজের তিনটি কোণ রয়েছে নব্বই ডিগ্রী

তাই স্বাভাবিকভাবেই চতুর্ভুজটিও নব্বই ডিগ্রী হতে হবে এবং

তাই এই চতুর্ভুজটি হয় আয়তক্ষেত্র বা বর্গক্ষেত্র হতে পারে কিন্তু তারপর আমরা দেখতে পাচ্ছি যে os এবং oq উভয়ই আমাদের এখানে দেওয়া প্রথম বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান

এবং

তাই এটি স্পষ্ট যে oq ps একটি বর্গক্ষেত্র হতে হবে

তাই এর মূল অর্থ হল এই দূরত্বটিও r এবং এর সমান সুতরাং o থেকে এই বিন্দু p এর দূরত্ব হবে দুই গুণ r এর বর্গমূলের সমান

তাই এই ধরনের যেকোনো বিন্দু p যাতে আমরা আরও দুটি স্পর্শক তৈরি করতে পারি যা একে অপরের সাথে লম্ব এবং এমনকি উদাহরণস্বরূপ আমাদের আরও দুটি স্পর্শক থাকতে পারে আসুন আমরা এই বিন্দুতে স্পর্শক বলি এবং তারপরে আমাদের আরেকটি স্পর্শক থাকা দরকার যা এই স্পর্শকের সাথে লম্ব,

তাই আসুন এখানে এই বিন্দুতে একটি স্পর্শক বলি যাতে এই দুটি স্পর্শক 90 ডিগ্রীতে মিলিত হয় এবং যদি আমরা একই বিশ্লেষণ করি এই বিন্দুর জন্য আমরা যা করেছি p এর মত এই বিন্দুটিকে c বলি

তাই যদি আমরা অনুরূপ বিশ্লেষণ করি তাহলে আমরা যা দেখতে পাব তা হল এটি আবার r এর সমান বাহুর বর্গক্ষেত্র হবে এবং আবার এই দূরত্ব oc হবে সমান হতে যাচ্ছে 2 গুণ r এর বর্গমূল যেখানে r হল প্রদত্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধ

তাই আমরা যা দেখতে পাচ্ছি তা হল এমন কোন বিন্দু যা দুটি স্পর্শকের সংযোগস্থলে অবস্থিত যা নব্বই ডিগ্রীতে ছেদ করেছে

তাই এই ধরনের যেকোনো বিন্দু একটি নির্দিষ্ট দূরত্বে হতে চলেছে

প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র থেকে বর্গমূলের দুই বার r এবং

তাই এই ধরনের সমস্ত বিন্দুর অবস্থান হল আরেকটি বৃত্ত কারণ এটাই ছিল মূলত একটি বৃত্তের সংজ্ঞা কারণ প্রতিটি বিন্দু দুটি স্পর্শকের সংযোগস্থলে অবস্থিত যা 90 ডিগ্রীতে ছেদ করে

তাই এই ধরনের প্রতিটি বিন্দু প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র থেকে একটি নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থান করবে এবং

তাই এই বৃত্তটি যেটি আমরা পাই যা এই সমস্ত বিন্দুর অবস্থানস্থলকে প্রদত্ত বৃত্তের পরিচালক বৃত্ত বলা হয়

এবং আমরা দেখতে পাচ্ছি পরিচালক বৃত্তের কেন্দ্র প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্রের সমান

তাই এটি প্রথম পর্যবেক্ষণ

যে একটি প্রদত্ত বৃত্তের পরিচালক বৃত্তের কেন্দ্র একই প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্রে একটি পর্যবেক্ষণ রয়েছে এবং অন্যটি পর্যবেক্ষণ হল যে

পরিচালক বৃত্তের

ব্যাসার্ধ প্রদত্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধের দুই গুণের বর্গমূল

তাই আমরা পরবর্তী পরিচালক বৃত্তের উপর এই আলোচনাটি শেষ করব।

যেকোন দুটি প্রদত্ত বৃত্তের সাধারণ স্পর্শক সম্পর্কে কথা বলুন তবে আমরা এটি করার আগে একটি ছোট ছোট ফলাফল রয়েছে যা সম্ভবত পূর্ববর্তী লেকচারগুলির একটিতে কভার করা হত তবে আমরা এটি আবার এখানে নিয়ে এসেছি কারণ আমাদের বিশ্লেষণে আমরা এই ফলাফলটি ব্যবহার করব সুতরাং ফলাফলটি এরকম হয় এটি মূলত বলে যে যদি আমাদের এখানে একটি সরল রেখা থাকে তবে ঢালটি m এবং যা এই বিন্দুর মধ্য দিয়ে যায় আলফা বিটা

তাই এবং তারপরে আমাদের কাছে আরেকটি বিন্দু x $naught$ y $naught$ আছে এবং আমাদের যে প্রশ্নটি জিজ্ঞাসা করা

হয়েছে তা হল দিতে হবে বর্গ দূরত্বের একটি অভিব্যক্তি এই বিন্দুর ন্যূনতম বর্গ দূরত্ব x এই সরলরেখার যেকোন বিন্দু থেকে কোন কিছুই নেই

তাই স্পষ্টতই আমরা উচ্চ বিদ্যালয় থেকে জানি পরীক্ষার দূরত্ব বা ক্ষুদ্রতম দূরত্ব মূলত এই বিন্দু থেকে সরলরেখার লম্ব যা এই লম্ব এবং এই লম্বের এই চতুর্ভুজ দূরত্ব

তাই এই বিন্দু থেকে এই সরলরেখা পর্যন্ত এই রেখার বর্গক্ষেত্রের দূরত্ব এই সূত্র দ্বারা দেওয়া হয়েছে

তাই আসুন আমরা দুটি বৃত্তের মধ্যে সাধারণ স্পর্শক সম্পর্কে কথা বলি

তাই আমরা বলি যে এখানে অবশ্যই অনেকগুলি ক্ষেত্রে রয়েছে

তাই আসুন এখানে যে কোনও দুটি বৃত্ত আঁকুন

তাই এই ক্ষেত্রে যখন দুটি বৃত্ত একে অপরকে স্পর্শ করছে না বা তারা একে অপরকে ছেদ করছে না এইগুলিকে কেন্দ্র করা যাক c এক g দুই তাহলে আমরা দেখতে পাব যে আসলে চারটি স্পর্শক আছে

তাই দুটি স্পর্শক

তাই চারটি সাধারণ স্পর্শক

তাই আমরা একটি সাধারণ স্পর্শক সাধারণ বলতে যা বুঝি তার মানে একই সরলরেখা উভয়ের একটি স্পর্শক বৃত্ত উদাহরণ স্বরূপ এই সরলরেখাটি বলি

তাই এই সরলরেখাটি যেটি আমি আঁকলাম তা এই প্রথম বৃত্তের উভয়ের স্পর্শক

তাই এই সরলরেখাটি একটি স্পর্শক এই বিন্দুতে প্রথম বৃত্ত এবং একই সরলরেখাটি এখানে এই বিন্দুতে দ্বিতীয় বৃত্তের একটি স্পর্শক

তাই এই সরলরেখাটিকে

তাই এই উভয় প্রদত্ত বৃত্তের একটি সাধারণ স্পর্শক বলা হয়

তাই আমরা এখানে এভাবে আরেকটি ah সাধারণ স্পর্শক আঁকতে পারি।

দুটি স্পর্শককে প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শক বলা হয় তবে এই দুটি ছাড়াও আমাদের কাছে এখনও আরও দুটি স্পর্শক থাকবে যাকে ট্রান্সভার্স ট্যানজেন্ট বলা হয় এবং তারা এইরকম যেমন আমরা দেখতে পাচ্ছি এই লাল রেখাটি এই বিন্দুতে প্রথম বৃত্তের একটি স্পর্শক এবং একই একই লাল রেখাটি এই বিন্দুতে এই অন্য বৃত্তের একটি স্পর্শক

তাই একটি সরাসরি সাধারণ স্পর্শকের ক্ষেত্রে উভয় বৃত্ত স্পর্শকের একপাশে থাকে যদি আপনি এটি দেখতে পান

তাই আমরা জানি যে কোনো সরল রেখা পৃষ্ঠটিকে দুটি ভাগে ভাগ করে।

একটি অর্ধেক সরলরেখার এই পাশে, উদাহরণ স্বরূপ আসুন এই সরলরেখাটি ধরা যাক এবং বাকি অর্ধেকটি সরলরেখার অপর পাশে একটি প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শকের ক্ষেত্রে উভয় গ।

বৃত্তগুলি স্পর্শকের একপাশে থাকে অন্যটি সরলরেখার স্পর্শকের একপাশে একইভাবে এটি এমন একটি স্পর্শক যার জন্য উভয় বৃত্তই এর একপাশে থাকে এই ধরনের স্পর্শককে সরাসরি সাধারণ স্পর্শক বলা হয়

তাই এই সবুজটি এটি একটি প্রত্যক্ষ কার্বন স্পর্শক কারণ উভয় বৃত্তই এই সরলরেখার উপর বা নীচে থাকে একইভাবে এই অন্য সবুজ স্পর্শকটিও একটি প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শক কারণ উভয় বৃত্তই

এই সরলরেখার উপরে বা একপাশে থাকে তবে এর ক্ষেত্রে লাল স্পর্শকটি লাল স্পর্শকটি স্পষ্টতই এই পৃষ্ঠটিকে দুটি অংশে বিভক্ত করে একটি এই দিকে অন্যটি এই অংশ এবং লাল স্পর্শকের ক্ষেত্রে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এই বড় বৃত্তটি এই দিকে এবং ছোট বৃত্তটি বিপরীত দিকে রয়েছে

তাই এমন একটি স্পর্শক যার জন্য দুটি বৃত্ত স্পর্শকের একই দিকে থাকে না তাকে একটি অনুপ্রস্থ সাধারণ স্পর্শক বলা হয়

তাই এটিও একটি সাধারণ স্পর্শক কারণ এই সরলরেখাটি উভয় তমের স্পর্শক।

e বৃত্ত কিন্তু তারপর বৃত্তগুলি স্পর্শক ট্রান্সভার্স কমন ট্যানজেন্টের বিপরীত দিকে থাকে

তাই আরও একটি উম ট্রান্সভার্স কমন ট্যানজেন্ট থাকবে যা এইরকম

তাই এই প্রথম ক্ষেত্রে সম্পূর্ণ চারটি কমন ট্যানজেন্ট থাকবে যার মধ্যে দুটি প্রত্যক্ষ এবং বাকি দুটি ট্রান্সভার্স

তাই এই লেকচারের পরবর্তী অংশে আমরা দেখব কিভাবে এই চারটি প্রত্যক্ষ সাধারণ সময়ের সমীকরণ বের করা যায় এবং এই সাধারণ স্পর্শকগুলির ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্কও

তাই আসুন এর সমীকরণের উদ্ভব দিয়ে শুরু করা যাক এই প্রথম ক্ষেত্রের জন্য সরাসরি সাধারণ স্পর্শক

তাই এই দুটি বৃত্ত হতে দিন কেন্দ্র c এক এবং কেন্দ্র c দুই c এক এর স্থানাঙ্ক x এক y এক c দুই এর স্থানাঙ্ক x দুই y দুই এবং

তাই যাক প্রথমটির ব্যাসার্ধ কেন্দ্র c এর সাথে একটি বৃত্ত r এক হবে এবং অন্য বৃত্তের কেন্দ্র c সহ r দুই হবে তাহলে আমরা কিভাবে ধরে নিব যদি আমাদের দেওয়া হয় তাহলে আমি বলতে চাই যে বৃত্তগুলি জ্যামিতিকভাবে নয় আঙ্কিত এবং আমাদের যা দেওয়া হয়েছে তা হল এই দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ এবং বৃত্তের এই কেন্দ্রগুলির স্থানাঙ্ক তাহলে আমরা কীভাবে পরীক্ষা করব কেসটি কিনা তা আমরা কীভাবে পরীক্ষা করব যে কেসটি দুটি ছেদহীন এবং স্পর্শহীন নয় বৃত্ত

তাই এর জন্য এটি খুব কঠিন নয় যে আমরা বুঝতে পারি যে যদি দুটি কেন্দ্রের মধ্যে সরলরেখার দূরত্বের দূরত্ব

তাই যদি

তাই হয় তবে দুটি কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব যা আসলে এই অভিব্যক্তি যদি দুটি কেন্দ্রের মধ্যে এই দূরত্ব হয় ব্যাসার্ধের যোগফলের চেয়ে বড়

তাই এই অবস্থাটি ঘটছে কিনা তা আমরা সহজেই পরীক্ষা করতে পারি তারপরে আমরা দেখতে পারি যে এই অবস্থাটি ঘটছে কিনা তাহলে এটি পরিষ্কার যে কারণ যদি আমরা বলি যে আমরা একটি সরল রেখা দিয়ে কেন্দ্রগুলিকে যুক্ত করি তবে এই

দূরত্বটি r এক এখান থেকে এখানে এবং এই দূরত্বটি r দুই

তাই স্পষ্টতই যদি দুটি বৃত্ত স্পর্শ না করে এবং ছেদ না করে তবে এটি পরিষ্কার যে দুটি কেন্দ্রের মধ্যে মোট দূরত্ব হবে r ওয়ান প্লাস r টু প্লাস আরও কিছু হবে কারণ দুটি বৃত্ত স্পর্শ করছে না বা তারা ছেদ করছে না

তাই স্পষ্টতই যখন এটি ঘটে তখন এটি সত্য হতে হবে এবং এর বিপরীতেও যদি দূরত্বটি r এক প্লাস r টু এর বেশি হয় তবে তা এছাড়াও বোঝায় যে তারা একে অপরকে স্পর্শ করে না বা তারা একে অপরকে ছেদ করে না

তাই আসুন এই প্রথম ক্ষেত্রে নেওয়া যাক যেখানে আমাদের দুটি ছেদহীন এবং অ-স্পর্শকারী বৃত্ত রয়েছে

তাই বলা যাক এই দুটি বৃত্ত

তাই একটির কেন্দ্র c একটি অন্যটির কেন্দ্র রয়েছে c দুই চলুন c এক এবং c দুই এর স্থানাঙ্ক x এক y এক n_x দুই y দুই হতে দিন এই উদাহরণের জন্য r একটি r দুই এর চেয়ে বড় এখানে এখন এই সাধারণ স্পর্শকটি বিবেচনা করা যাক

তাই একটি বিন্দু a এবং যোগাযোগের বিন্দু বা বিন্দু যেখানে thi এর প্রথম বৃত্ত b উভয়ের সাথে এই সরাসরি সাধারণ স্পর্শকের যোগাযোগের বিন্দুকে ধরা যাক।

s প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শকটি দ্বিতীয় বৃত্তটিকে স্পর্শ করে সেই বিন্দুটিকে b হতে দিন

তাই এটি একটি হল b স্পষ্টভাবে এই কোণগুলি 90 ডিগ্রি এবং আসুন আমরা বৃত্তের দুটি কেন্দ্রের সাথে যুক্ত সরলরেখাটি বিবেচনা করি আসুন আমরা এটিকে সামনের দিকে প্রসারিত করি যাতে স্পষ্টভাবে এই সোজা রেখাটি কোনো কোনো বিন্দু p -এ সরাসরি সাধারণ স্পর্শককে ছেদ করতে চলেছে যার স্থানাঙ্কগুলিকে আমরা আলফা কমা বিটা দ্বারা চিহ্নিত করি

তাই আমাদের প্রথম কাজ হল এই বিন্দুটির স্থানাঙ্ক খুঁজে বের করা p আলফা কমা বিটা এবং তারপর আমরা এই প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শকটির সমীকরণ খুঁজে পাব এখন এটি r এক এবং এটি r দুই এখন বৃত্তের দুটি কেন্দ্রের মধ্যে এই দূরত্বটিকে 1 এক দ্বারা বোঝাতে দিন এবং এই বিন্দু p এবং দ্বিতীয় বৃত্তের কেন্দ্র c দুই এর মধ্যবর্তী দূরত্বটি 1 দুই হতে দিন আমরা লক্ষ্য করি যে ত্রিভুজ pb_c দুই যা এই ত্রিভুজটি ত্রিভুজ প্যাক ওয়ান এর অনুরূপ এবং এর কারণ এই দুটি ত্রিভুজের তিনটি কোণ

তাই pb_c দুই এবং pac একটি উভয়ই এই tr কোণগুলির একই তিনটি কোণ রয়েছে কারণ আপনি দেখতে পাচ্ছেন একটি কোণ 90 ডিগ্রি এই কোণটি এই কোণের সমান এবং আরও এটি স্পষ্ট যে এই কোণটি উভয় ত্রিভুজের জন্যও সাধারণ এবং

তাই এই উভয় ত্রিভুজের দুটি কোণ একই তৃতীয় কোণ ঘরটিও একই হতে হবে এবং যেহেতু তিনটি কোণই এখন এই দুটি ত্রিভুজের জন্য একই তা অনুসরণ করে যে এই দুটি ত্রিভুজ একই রকম এবং

তাই সাদৃশ্য অনুপাত থেকে এবং

তাই সাদৃশ্য অনুপাত থেকে এটি অনুসরণ করে যে পিসি এক দৈর্ঘ্য পিসি ওয়ান।

বৃহত্তর ত্রিভুজটির অনুরূপ বাহুর দৈর্ঘ্য pc দ্বারা ভাগ করলে ছোট ত্রিভুজের দুটি সমান

তাই pc এক দ্বারা pc দুই r এক r দুই এখন pc এক কিছুই নয় 1 এক যোগ 1 দুই দ্বারা ভাগ করলে pc দুই হয় 1 দুই যা এক যোগ 1 এক দ্বারা 1 দুই এবং r এক দ্বারা r দুই

তাই n এক দ্বারা 1 দুই হল r এক বিয়োগ r দুই r দুই যা বোঝায় যে 1 দুই সমান 1 এককে r দুই দিয়ে ভাগ করলে r এক মিনিট sr দুই এবং 1 এক ইতিমধ্যেই আমাদের কাছে পরিচিত কারণ দুটি কেন্দ্রের স্থানাঙ্কগুলি আমাদের দেওয়া হয়েছে

তাই এখান থেকে আমরা এই বিন্দু p এর স্থানাঙ্কগুলি খুঁজে বের করতে সক্ষম হব এখন

তাই এর সমীকরণ যেহেতু এই বিন্দুটি p এর উপর পড়ে আছে সরলরেখা c_1 c_2 যোগ করলে এটি অনুসরণ করে যে বিটা মাইনাস y_1 কে আলফা বিয়োগ x_1 দ্বারা ভাগ করা হয়

তাই এটি এই লাইনের ঢাল pc_1 লাইনের ঢাল হল pc_1 এবং সেই ঢালটি লাইন c_1 c_2 এর ঢালের সমান কারণ যাইহোক এটি একই লাইন এবং লাইন c_1 এর ঢাল এবং লাইন c_1 c_2 এর ঢাল এবং এটি আসলে pc দুই লাইনের ঢালের সমান যা আলফা মাইনাস x এর উপর বিটা মাইনাস y দুই 2

তাই এখন আমরা খুঁজে বের করার চেষ্টা করব

তাই আমরা ইতিমধ্যেই 1 1 এর পরিপ্রেক্ষিতে এখানে 1 2 পেয়েছি।

এখন এখান থেকে আমরা যা দেখছি তা হল এই দূরত্ব 1 দুই সমান

তাই 1 দুই বর্গক্ষেত্র বিটা বিয়োগ y_2 এর সমান পুরো বর্গক্ষেত্র প্লাস আলফা বিয়োগ x_2 পুরো বর্গ যা আমি পরবর্তী স্লাইডে নিয়ে যাব

তাই আগেরটিতে আমাদের স্লাইডটি ছিল 1 2 বর্গ হল বিটা বিয়োগ y 2 পুরো বর্গ প্লাস আলফা বিয়োগ x 2 পুরো বর্গ যা সমান আমি আলফা বিয়োগ x 2 পুরো বর্গকে সাধারণ হিসাবে নিব এর বাইরে এক যোগ বিটা বিয়োগ y দুই পুরো বর্গকে আলফা বিয়োগ দ্বারা গুণিত x দুটি পুরো বর্গক্ষেত্র কিন্তু বিটা বিয়োগ y দুই আলফা বিয়োগ x দুই দ্বারা বিভক্ত এই সরল রেখার ঢাল দুটি বৃত্তের কেন্দ্রের সাথে মিলিত হওয়া ছাড়া আর কিছুই নয় যা আসলে এখানে এই পরিমাণের সমান

তাই আমরা এটিকে এখানে মান দিয়ে প্রতিস্থাপন করতে পারি

তাই এর মানে হল যে 1 দুই বর্গ হল আলফা বিয়োগ x দুই পুরো বর্গক্ষেত্রে এক যোগ y দুই বিয়োগ y একটি পুরো বর্গক্ষেত্রের উপর x 2 বিয়োগ x 1 পুরো বর্গ কিন্তু তারপর এই সমীকরণ থেকে আমরা ইতিমধ্যেই জানি যে 1 2 বর্গ হল 1 1 বর্গ r 2 বর্গ দ্বারা r এক বিয়োগ r দুই পুরো বর্গ

তাই যদি আমরা এটি ব্যবহার করি তাহলে আমরা এটিকে সমান করব 1 এক বর্গ r দুই বর্গ বাই r এক বিয়োগ r দুই বর্গ
যা এখন 1 এক বর্গ 1 এক এর মধ্যে দূরত্ব দুটি বৃত্তের কেন্দ্র

তাই 1 এক বর্গ

তাই এটি r দুই বর্গ হয় r এক বিয়োগ r দুই পুরো বর্গক্ষেত্র 1 এক বর্গ হয় y দুই বিয়োগ y এক পুরো বর্গ প্লাস x দুই
বিয়োগ x একটি পুরো বর্গ

তাই এই এবং এই রাশি সমান এবং তারপর আমরা দেখতে পারি যে আমরা পারি এটিকে এখানে সাধারণ হর হিসাবে নিন
এবং তারপরে এমন কিছু থাকবে যা এবং তারপরে আমরা যা

তাই এই বাম দিকে এই পুরো জিনিসটিকে আলফা বিয়োগ x দুই পুরো বর্গ দ্বারা x দুই বিয়োগ x এক পুরো বর্গ x দুই
বিয়োগ x এক হিসাবে লেখা যেতে পারে পুরো বর্গ প্লাস y দুই বিয়োগ y এক পুরো বর্গ কিন্তু এই পুরো জিনিসটি সমান যা
এই রাশি দ্বারা গুণ করা হয় এই একই এবং তারপর অবশ্যই আমরা দেখতে পাই যে এটি এবং এটি একই

তাই আমরা কী শেষ করব পাওয়া হল যে আলফা বিয়োগ x দুই সমান r দুই দ্বারা r এক বিয়োগ r দুই এর x দুই বিয়োগ
 x এক এবং যদি আমরা এটিকে আরও সহজ করি তাহলে আমরা আলফার মানটি x দুই যোগ r দুই এর x দুই বিয়োগ x
এক হবে r এক বিয়োগ r দুই দ্বারা ভাগ যা r এক x দুই বিয়োগ r দুই x এক r এক বিয়োগ r দুই দ্বারা বিভক্ত

তাই আলফা মনে রাখবেন আলফা ছিল

এই সরাসরি সাধারণ স্পর্শকটির সাথে বৃত্তের কেন্দ্রগুলির সাথে মিলিত সরলরেখার ছেদ বিন্দুর x স্থানাঙ্ক একইভাবে আমরা
বিটা এবং খুঁজে পেতে পারি এটি সহজ কারণ আমরা এখানে এই সমতা ব্যবহার করতে পারি কারণ যেহেতু আলফা এখন
পরিচিত আমরা সহজেই বিটা খুঁজে পেতে পারি এবং সামান্য হেরফের আমাদের বিটা দেয় সমান r 1 y 2 বিয়োগ r 2 y
 1 ভাগ করে r এক বিয়োগ r দুই দিয়ে

তাই এখন আমাদের কাছে আছে এই বিন্দু p এর স্থানাঙ্কগুলি কিন্তু আমাদের চূড়ান্ত লক্ষ্য ছিল এই সরাসরি সাধারণ
স্পর্শকের সমীকরণের সমীকরণটি খুঁজে বের করা

তাই আমরা কীভাবে এটি পেতে পারি

তাই অবশ্যই একটি জিনিস হল যে আমরা জানি যে এই স্পর্শকটি এই বিন্দুতে অবস্থিত যার স্থানাঙ্ক পরিচিত

তাই এই প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শকটিতে যদি কোন বিন্দু x কমা y থাকে তবে আমরা বলতে পারি যে y বিয়োগ বিটা অন x
বিয়োগ আলফা

তাই y বিয়োগ বিটা অন x বিয়োগ আলফা এই সরাসরি সাধারণ স্পর্শকের ঢাল হতে চলেছে এবং সেই ঢালটি m এর সমান
হোক

তাই এখন যদি আমরা এই প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শকের ঢালটি জানি তবে আমরা এই প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণটি
খুঁজে বের করতে পেরেছি কারণ তখন এটি সরাসরি সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণ কিন্তু এখনই m জানা নেই আমাদের কাছে
তাই আমরা কীভাবে খুঁজে পাব m আলফা এবং বিটা এখানে পরিচিত কিন্তু m জানা নেই আমরা যা দেখি তা হল এবং
এখানেই প্রথম ফলাফল যা আমরা প্রথম কয়েকটি স্লাইডে দেখেছিলাম যা একটি বিন্দুর সর্বনিম্ন দূরত্ব ছিল একটি প্রদত্ত সরল
রেখা

তাই এখানে এই ফলাফলটি খুব কার্যকর হতে চলেছে কারণ আমরা এখানে যা দেখছি তা হল প্রথম বৃত্তের কেন্দ্র থেকে এই
স্পর্শকের সবচেয়ে কম দূরত্ব হল r এক এবং অন্য বৃত্তের কেন্দ্র থেকে r দুই

তাই m -এর এই মানটিকে এমন হতে হবে যে এটির সর্বনিম্ন দূরত্ব কারণ যদি m ভিন্ন হয় তাহলে এই দুটি বৃত্ত থেকে ক্ষুদ্রতম
দূরত্বটি r এক এবং r দুই নাও হতে পারে তবে আমরা জানি যে যেহেতু এটি একটি সরাসরি সাধারণ স্পর্শক যদি আপনি
এই কোণটি দেখুন এখানে নব্বই ডিগ্রী

তাই এই দূরত্ব r একটি প্রকৃতপক্ষে এই প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শক থেকে এই কেন্দ্র c এক এর

সংক্ষিপ্ত দূরত্বের বিট এবং একইভাবে দ্বিতীয় বৃত্তের কেন্দ্র c দুই এবং এই প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শকটির মধ্যে সবচেয়ে ছোট
দূরত্ব হল r দুই কিন্তু m এমন হতে হবে কারণ এটা পরিষ্কার যে যদি আমরা এভাবে ঢাল পরিবর্তন করি তাহলে দূরত্ব r 1
এবং r 2 হবে না মানে আমি পারতাম উদাহরণস্বরূপ আমি যদি ঢালটি অন্য কিছু হতে পারতাম তাহলে আমি শেষ পর্যন্ত
এর মতো একটি সরল রেখা পেয়ে যাব যা যদিও আলফা বিটার মধ্য দিয়ে যায়

তাই এই কালো রেখাটিও আলফা বিটার মধ্য দিয়ে যায় কিন্তু তারপর যেহেতু বৃত্ত থেকে এই কালো রেখাটির সর্বনিম্ন দূরত্ব
সমান নয় কারণ এই বিশেষ কালো রেখাটি এমনকি এই দুটি বৃত্তকেও স্পর্শ করছে না যার অর্থ হল এই দুটি বৃত্তের কেন্দ্র থেকে
এই কালো রেখার সর্বনিম্ন দূরত্বটি স্পষ্টতই r 1 এবং r 2 হবে না কারণ যদি এটি r 1 এবং r 2 হয় পরিষ্কার করুন যে
এই কালো রেখাটি একটি সরাসরি হতে হবে এটি উভয় বৃত্তের একটি সাধারণ স্পর্শক হতে হবে

তাই আমরা m এর পরিপ্রেক্ষিতে কিছু সমীকরণ পেতে এটি ব্যবহার করব এবং তারপর এই m এর সমাধান করার চেষ্টা করব
তাই আমরা এই সত্যটি ব্যবহার করব

তাই যদি আমরা এই চিত্রে আবার ফিরে যাই তারপর প্রথম প্রথম সমীকরণটি যা m সন্তুষ্ট করা উচিত যে আহ এই নির্দিষ্ট
সরলরেখার

বিন্দু x এক ওয়ান থেকে r একের সমান দূরত্ব থাকা উচিত

তাই আমরা আগ্রহী

তাই যদি আমরা এখানে ফিরে আসি আমাদের কাছে মূলত একটি বিন্দু রয়েছে যা স্থানাঙ্ক x ওয়ান ওয়ান সহ বৃত্ত c একের
কেন্দ্র ছিল এবং সেখানে এই সরাসরি সাধারণ স্পর্শক ছিল যার সমীকরণটি ছিল যার লাইন সমীকরণটি ছিল y বিয়োগ বিটা বা
মূলত এই নির্দিষ্ট স্পর্শকটি তখন একটি বিন্দু আলফা বিটার মধ্য দিয়ে যাচ্ছিল স্বল্পতম দূরত্ব c one থেকে আলফা বিটার

মধ্য দিয়ে যাওয়া এই সাধারণ স্পর্শকটির সংক্ষিপ্ততম দূরত্বের অভিব্যক্তিটি r হতে হবে

তাই এখন এই সূত্রটি ব্যবহার করে সংক্ষিপ্ততম দূরত্ব গণনা করা যেতে পারে যা আমরা জানি আমরা ইতিমধ্যেই সাইন করেছি d যে ঢালটি m

তাই সংক্ষিপ্ততম দূরত্ব হবে m গুণ x এক বিয়োগ আলফা বিয়োগ y এক বিয়োগ বিটা পুরো বর্গ বাই এক যোগ m বর্গ
তাই এটি বর্গ দূরত্ব

তাই এটি r এক বর্গক্ষেত্রের সমান হতে হবে

তাই এই প্রথম শর্ত যা এই m কে অবশ্যই পূরণ করতে হবে যা

তাই এই অভিব্যক্তিটি এই বিন্দু x_1 y_1 এর মধ্যে সবচেয়ে কম দূরত্বের জন্য যা প্রথম বৃত্তের কেন্দ্র এবং এই সরাসরি সাধারণ স্পর্শক বা বরং এই সরল রেখাটি যেখানে m ঢাল রয়েছে এবং a এর মধ্য দিয়ে যাচ্ছে বিন্দু আলফা বিটা

তাই আমাদের কাছে একটি সরল রেখা ছিল যার ঢাল m এবং এই বিন্দুর মধ্য দিয়ে যাচ্ছি আলফা বিটা

তাই আমরা এই দূরত্বটি গণনা করেছি এবং দূরত্বের অভিব্যক্তিটি এই বাম দিকের কিন্তু এটি অবশ্যই r এর সমান হতে হবে সুতরাং এটি হল বর্গ দূরত্ব

তাই ah যেহেতু এই সরলরেখাটি একটি সরাসরি সাধারণ স্পর্শক হতে হলে সবচেয়ে ছোট দূরত্বটি r এক এর সমান হতে হবে এবং

তাই বর্গীয় দূরত্বের জন্য এই অভিব্যক্তিটি ce কে r এক বর্গক্ষেত্রের সমান হতে হবে এবং আমরা দ্বিতীয় বৃত্তের জন্য একটি অনুরূপ সমীকরণ পাব কারণ একই সরলরেখাটি দ্বিতীয় বৃত্তের একটি স্পর্শকও

তাই আমরা এই দুটি সমীকরণটি পেতে পারি

তাই এটি প্রথমটির জন্য বৃত্ত এবং এটি এখন দ্বিতীয় বৃত্তের জন্য যদি আমরা এই সমীকরণটিকে সরল করার চেষ্টা করি আসলে এই দুটি সমীকরণই এক এবং একই, আমি বলতে চাচ্ছি কারণ এবং

সেই বিন্দুটি দেখার জন্য একজনকে এটিকে একটু গভীরভাবে পর্যবেক্ষণ করতে হবে কারণ যদি আমরা এটি পুনরায় লেখার চেষ্টা করি আমরা এটিকে x^2 বিয়োগ আলফা পুরো বর্গক্ষেত্র হিসাবে লিখতে পারি

তাই আমি দ্বিতীয় সমীকরণটি m বিয়োগ y দুই বিয়োগ বিটা দ্বারা x দুই বিয়োগ আলফা পুরো বর্গক্ষেত্রটি r দুই বর্গক্ষেত্রের সমান বা আপনি এটিকে হর $-a$ রাখতে পারেন।

একই জিনিস m বিয়োগ y দুই বিয়োগ বিটা দ্বারা x দুই বিয়োগ আলফা সমগ্র বর্গ দ্বারা এক যোগ m বর্গ সমান r দুই বর্গ বাই x দুই বিয়োগ আলফা সমগ্র বর্গ হিসাবে লেখা যেতে পারে এবং

তাই আমরা প্রথম সমীকরণের সাথে একই জিনিস করার চেষ্টা করব n

তাই আমাদের আছে

তাই এই হল ah আমাদের আসলে আছে

তাই আমি বলব দুটি প্রাইম

তাই দুই থেকে আমরা খুব সহজে দুটি প্রাইম পেতে পারি একইভাবে প্রথম সমীকরণ থেকে 1 প্রাইম পাওয়া যাবে শুধু এটা করলে আপনি জানেন শুধু x^2 মাইনাস আলফা বের করে নিচ্ছেন এখানে মিলবে m বিয়োগ y 1 বিটা বিটা ওভার x এক বিয়োগ আলফা পুরো বর্গ বাই এক যোগ m বর্গ সমান r এক বর্গ বাই x এক বিয়োগ আলফা পুরো বর্গ

তাই এটি একটি প্রাইম এবং দুটি প্রাইম ছিল

তাই এই সমীকরণটি দুটি প্রাইম ছিল দুইটি প্রাইম ছিল এখন যদি আমরা কিছু স্লাইড পিছনে ফিরে যাই তাহলে আমরা জানি যে

তাই এটি x^2 y^2 এই বিন্দু c^2 হল x^2 y^2 এবং তারপর আমাদের আলফা বিটা আছে

তাই আমরা ইতিমধ্যেই জানি যে y^2 বিয়োগ বিটা

তাই y^2 বিটা বিটা অন x^2 বিয়োগ আলফা যা এই পরিমাণ এই রেখার ঢাল ছাড়া আর কিছুই নয় বৃত্তের দুটি কেন্দ্রের সাথে মিলিত হওয়া এবং একইভাবে সেই ঢালটি y^2 বিটা বিটা বাই x^2 মাইনাস আলফা ছাড়া আর কিছুই নয় যা এই পরিমাণ কারণ এই একই সরলরেখায় একটি

তাই t এর ঢাল এই রেখা খণ্ডের ঢালে তার রেখার অংশটি একই

তাই এই দুটি পরিমাণ মূলত একই এবং এটি যদি এখান থেকেও স্পষ্ট হয় তাহলে এটি এবং এটি একই

তাই আমরা যা দেখতে পাচ্ছি তা এই উভয় সমীকরণে একটি এবং এখানে দুটি বাম দিক একই আছে এখন ডান হাতের দিকটি কী তা দেখা যাচ্ছে যে ডান হাতের দিকটিও একই কারণ আমরা যদি মনে করি তাহলে আমরা যদি একই

ত্রিভুজগুলিতে ফিরে যাই তবে আমরা দেখতে পাই যে r এক দ্বারা r দুই pc^2 দ্বারা pc^2 এর সমান।

সুতরাং আপনি যদি মনে করেন r^2 দ্বারা r^2 হল pc^2 দ্বারা pc^2 যার সমান যা বোঝায় যে r এক বর্গ দ্বারা r দুই বর্গ হল pc এক বর্গ দ্বারা pc দুই বর্গ এখন pc এক বর্গ পিসি 1 বর্গ

তাই এই হল pc^2 বর্গ x^2 বিয়োগ আলফা পুরো বর্গক্ষেত্র প্লাস y এক বিয়োগ বিটা পুরো বর্গক্ষেত্রের উপর pc দুই বর্গক্ষেত্র হল x দুই বিয়োগ আলফা পুরো বর্গ প্লাস y দুই বিটা বিটা পুরো বর্গক্ষেত্র এবং এই x^2 বিয়োগ আলফা পুরো বর্গক্ষেত্রের সমান 1 প্লাস y^2 বিটা বিটা দ্বারা x^2 বিয়োগ আলফা পুরো বর্গক্ষেত্রে x দুই বিয়োগ আলফা পুরো বর্গক্ষেত্রে এক প্লাস y দুই বিটা বিটা অন x দুই বিয়োগ আলফা স্কোয়ার

তাই y দুই বিটা বিটা স্কোয়ারের উপর x দুই বিয়োগ আলফা বর্গ এখন আমরা ইতিমধ্যেই পেয়েছি দেখেছি যে এখানে এই অনুপাত এবং এখানে এই অনুপাত একই কারণ তারা বৃত্তের কেন্দ্রে যোগ করা সরলরেখার ঢালের বর্গ ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই এই দুটি বাতিল করে যা আমরা পাই তা হল r এক বর্গ বাই r দুই বর্গ সমান এটি থেকে এবং এটি থেকে এটি অনুসরণ

করে যে এই দুটি সমীকরণের ডান হাতের দিকটিও একই

তাই আমরা ইতিমধ্যে দেখেছি যে বাম হাতটি একই ছিল এখন ডান হাতের দিকটিও একই এবং

তাই এই দুটি সমীকরণ এক এবং একই শুধুমাত্র এবং

তাই শুধুমাত্র আমাদের এই সমীকরণগুলির মধ্যে শুধুমাত্র একটি সমাধান করতে হবে আমরা যেকোন একটি নিতে পারি তাতে কিছু যায় আসে না

তাই আমরা শুধুমাত্র এই দুটি সমীকরণের একটি নেব এবং m এর জন্য সমাধান করব

তাই আসুন প্রথম সমীকরণটি কোথায় থেকে নেওয়া যাক আবার আমাদের m বিয়োগ ছিল

তাই s_i দ্বারা এই লাইনের ঢাল বোঝাবে

তাই s এর সাথে যুক্ত হওয়া রেখার ঢাল হবে c_1 এবং c_2 কেন্দ্রের সাথে মিলিত হওয়া

তাই আমরা পাব m বিয়োগ s পুরো বর্গ বাই এক যোগ m বর্গ সমান r এক বর্গ বাই x এক বিয়োগ আলফা পুরো

বর্গক্ষেত্র এবং আমরা ইতিমধ্যেই আলফা আলফা-এর অভিব্যক্তিটি r এক x দুই বিয়োগ r দুই x এক দ্বারা r এক বিয়োগ r দুই এবং

তাই x এক বিয়োগ আলফা হল x এক বিয়োগ আলফা হল r এক x এক বিয়োগ x দুই এর উপর r এক বিয়োগ r

তাই আমরা এই সমীকরণটি এখানে আবার রাখি আমরা পাব m বিয়োগ s পুরো বর্গ বাই এক যোগ m বর্গ সমান r এক বিয়োগ r দুই পুরো বর্গ বাই x এক বিয়োগ x দুই পুরো বর্গ এবং তারপর যদি আমরা এটিকে পুনর্বিবিন্যাস করি তবে আমরা আসলে m এ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ পাই যার প্রকৃত অর্থ হল এবং এই ক্ষেত্রে দুটি বাস্তব মূল থাকবে দুটি বাস্তব মূল থাকবে তবে এর অর্থ হল ঢালের দুটি ভিন্ন মান রয়েছে যা আমরা t সমাধান একবার

তাই সম্ভবত আছে মানে তার দুটি সমাধান পাবে m সমান m এক এবং m সমান m দুই

তাই আমরা বলি যে এই ডান হাতের পরিমাণটি k দিয়ে বোঝাবে কারণ আমরা ইতিমধ্যে r এক এবং r দুই জানি আমরা x এক x দুই জানি

তাই আসুন আসুন এটাকে k দ্বারা চিহ্নিত করুন তাহলে আমাদের কাছে যা আছে যদি আমরা

তাই করি তাহলে আমাদের কাছে m বিয়োগ s পুরো বর্গ বাই 1 যোগ m বর্গ হল k এবং সেই থেকে এটি অনুসরণ করে যে m বর্গ বিয়োগ $2ms$ যোগ s বর্গ হল k প্লাস কিলোমিটার বর্গ এবং এটিকে আরও লেখা যেতে পারে m বর্গ তে k বিয়োগ এক যোগ দুই ms যোগ k বিয়োগ s বর্গ সমান শূন্য

তাই যখন আমরা এই দ্বিঘাত সমীকরণটি m এ সমাধান করি তখন আমরা দুটি সমাধান পাব m এক এবং m দুই এবং

তাই আমরা একইভাবে দুটি সরলরেখার সমীকরণ y পাই বিয়োগ বিটা সমান m একটি x বিয়োগ আলফাতে এবং অন্যটি হল y বিয়োগ বিটা হল m^2 এর x বিয়োগ আলফা এবং এই দুটিই বৈধ প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শক যদি আমরা ফিরে যাই তাহলে যদি আমরা আমাদের প্রাথমিক আলোচনার কথা মনে করি দেখানো হয়েছে যে আমরা h চিত্রে আসলে দুটি আছে বিজ্ঞাপনে দেখানো হয়েছে যে এই ক্ষেত্রে প্রথম ক্ষেত্রের জন্য প্রকৃতপক্ষে দুটি প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শক থাকবে এবং এই দুটির ঢাল হল m এক এবং m দুই

তাই অন্য সরাসরি কন কমন ট্যানজেন্টটি এরকম কিছু হবে এবং এই অন্য প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শকটি হবে এছাড়াও আলফা বিটার মধ্য দিয়ে যায় এবং কারণ এই সমীকরণ থেকে এটি পরিষ্কার যার মানে এই যে এই অন্য সাধারণ স্পর্শকটিও এই বিন্দুর মধ্য দিয়ে যেতে চলেছে p বিন্দু থেকে

তাই মূলত সাধারণ স্পর্শক এবং সরল রেখা দুটিই বৃত্তের কেন্দ্রে যোগ দেয় সকলেই এই বিন্দু p এ মিলিত হয় এবং আরও একটি আছে এটিও দেখা সহজ যে এই দুটি প্রত্যক্ষ সাধারণ স্পর্শক এই বিন্দু p এ মিলিত হয় যা সরলরেখায় অবস্থিত যা বৃত্তের কেন্দ্রগুলির সাথে মিলিত হয় এবং এই বিন্দুটি p সরলকে বিভক্ত করে রেখা c_1 c_2 বাহ্যিকভাবে তাদের ব্যাসার্ধের অনুপাতে যোগ করছে

তাই আমি এখানে যা বলতে চাইছি তা হল

তাই এটি আলফা বিটা ছেদ বিন্দু এটি সরল রেখা যোগ দুটি কেন্দ্রকে ধরে রেখে আমরা বলি যে এই বিন্দু p এই সরলরেখাটিকে কেন্দ্রগুলিকে বাহ্যিকভাবে যোগ করে ব্যাসার্ধের অনুপাতে বিভক্ত করে যার মানে

তাই আমরা এখানে যা বলছি তা হল যেহেতু বিভাজনটি বাহ্যিক এর অর্থ হল pc এক দ্বারা বিভক্ত pc দুই r এক দ্বারা r দুই এর সমান এবং এটি এমন কিছু যা আমরা ইতিমধ্যেই উল্লেখ করেছি এবং আমি বলতে চাইছি যে এই দুটি ত্রিভুজের মিল থেকে এটি স্পষ্টভাবে অনুসরণ করা হয়েছে

তাই এর অর্থ হল এই বিন্দু p যেখানে দুটি সরাসরি সাধারণ স্পর্শক মিল বিভক্ত করে সরলরেখাকে বৃত্তের কেন্দ্রের সাথে বাহ্যিকভাবে r_1 অনুপাতে r_2 r_1 হল r অনুপাতে

তাই pc_1 কে pc_2 দিয়ে ভাগ করলে r_1 কে r_2 দিয়ে ভাগ করলে পরের লেকচারে আমরা যাচ্ছি এই বৃত্তের ট্রান্সভার্স কমন ট্যানজেন্টের সমীকরণটি উভয় বৃত্তে বের করুন যখন উভয় বৃত্ত একে অপরকে স্পর্শ করে না এবং তারা একে অপরকে ছেদ করে না ধন্যবাদ আপনাকে